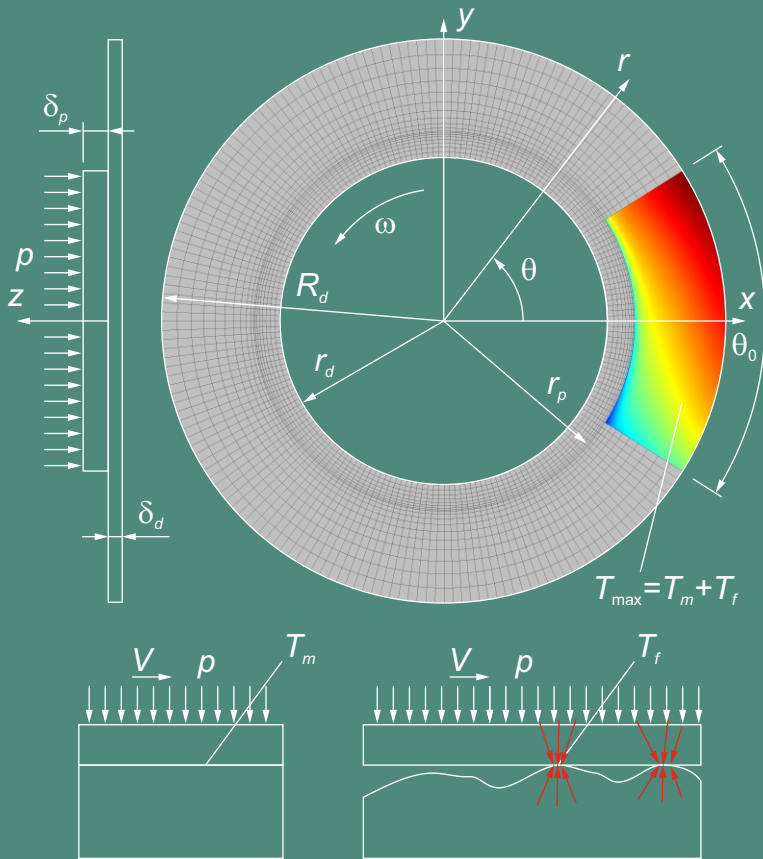


# SPRZĘŻONE MODELE NUMERYCZNE GENERACJI CIEPŁA W HAMULCACH TARCZOWYCH

Piotr Grześ



Biblioteka Mechaniki

Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej

Piotr Grześ

SPRZĘŻONE MODELE NUMERYCZNE  
GENERACJI CIEPŁA  
W HAMULCACH TARCZOWYCH



Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej  
Białystok 2019

Recenzenci:

prof. dr hab. inż. Tadeusz Burczyński, czł. koresp. PAN

prof. dr hab. inż. Ewa Majchrzak

Redaktor wydawnictwa:

Elżbieta Dorota Alicka

Projekt okładki:

Piotr Grześ

Redakcja techniczna, skład:

Piotr Grześ

© Copyright by Politechnika Białostocka, Białystok 2019

ISBN 978-83-65596-82-6

eISBN 978-83-65596-83-3

DOI: 10.24427/978-83-65596-83-3



Publikacja jest udostępniona na licencji

Creative Commons Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 4.0 (CC BY-NC-ND 4.0).

Pełna treść licencji dostępna na stronie

[creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.pl](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.pl).

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronie Oficyny Wydawniczej PB.

Druk:

EXDRUK Spółka Cywilna

---

Oficina Wydawnicza Politechniki Białostockiej

ul. Wiejska 45C, 15-351 Białystok

tel.: 85 746 91 37, fax: 85 746 90 12

e-mail: [oficina.wydawnicza@pb.edu.pl](mailto:oficina.wydawnicza@pb.edu.pl)

[www.pb.edu.pl](http://www.pb.edu.pl)

## Spis treści

<b>Wykaz skrótów i oznaczeń</b>	<b>6</b>
<b>Wprowadzenie</b>	<b>9</b>
<b>1. Modelowanie procesu generacji ciepła w hamulcu tarczowym za pomocą programu COMSOL Multiphysics®</b>	<b>21</b>
1.1. Rozkład sił w układzie nakładka-tarcza-koło-podłoże i obliczenia wprowadzające . . . . .	21
1.2. Zagadnienie cieplne tarcia przy hamowaniu ze stałym opóźnieniem . . . . .	25
1.3. Opis modułu <i>Heat Transfer</i> w programie COMSOL Multiphysics®	29
1.4. Przykład obliczeniowy . . . . .	36
1.5. Wnioski . . . . .	42
<b>2. Osiosymetryczny 2D model hamulca tarczowego z uwzględnieniem wzajemnego wpływu temperatury i prędkości</b>	<b>43</b>
2.1. Osiosymetryczne zagadnienie cieplne tarcia przy hamowaniu jednokrotnym . . . . .	43
2.2. Dyskretyzacja MES . . . . .	48
2.3. Współzależne zmiany prędkości i temperatury podczas hamowania . . . . .	49
2.4. Wpływ geometrycznych cech hamulca tarczowego na temperaturę . . . . .	56
2.5. Wnioski . . . . .	64
<b>3. Uwzględnienie temperatury błysku przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej w trójtarczowym nieliniowym termicznie układzie hamulcowym</b>	<b>65</b>
3.1. Zmiana prędkości kątowej w czasie hamowania . . . . .	65
3.2. Średnia temperatura nominalnego obszaru kontaktu . . . . .	68



3.3. Temperatura błysku . . . . .	71
3.4. Temperatura maksymalna . . . . .	74
3.5. Rezultaty obliczeń dla tarczy kompozytowej wzmocnionej włóknami węglowymi . . . . .	75
3.6. Wnioski . . . . .	83
<b>4. Zastosowanie 2D układu równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia (CDTZ) do wyznaczenia temperatury maksymalnej w tarczowym układzie hamulcowym przy hamowaniu jednokrotnym</b>	<b>85</b>
4.1. Model matematyczny hamulca tarczowego . . . . .	85
4.2. Nagrzewanie tarciove w nominalnym obszarze kontaktu . . .	89
4.3. Temperatura w rzeczywistym obszarze kontaktu . . . . .	91
4.4. Proces zużycia elementów trących hamulca tarczowego . . . .	94
4.5. Badania symulacyjne rozkładów temperatury i analiza otrzy- manyh wyników . . . . .	95
4.6. Wnioski . . . . .	105
<b>5. Przestrzenny 3D model hamulca tarczowego z uwzględnieniem wzajemnego wpływu temperatury i prędkości</b>	<b>107</b>
5.1. Zagadnienie cieplne tarcia dla układu nakładka-tarcza z uwzględnieniem zależności temperaturowej współczynnika tarcia . . . . .	107
5.2. Zmiana temperatury, prędkości i zużycia masowego w czasie hamowania . . . . .	111
5.3. Wnioski . . . . .	120
<b>6. Przestrzenny 3D model obliczeniowy do wyznaczenia temperatury w nieliniowym termicznie hamulcu tarczowym</b>	<b>121</b>
6.1. Nieliniowy układ równań CDTZ . . . . .	121
6.2. Przykład badań charakterystyk stanu temperaturowego ha- mulca tarczowego . . . . .	125
6.3. Wnioski . . . . .	130
<b>7. Wpływ temperatury błysku na temperaturę maksymalną tarczowego układu hamulcowego – nieliniowy model 3D</b>	<b>131</b>
7.1. Temperatura błysku . . . . .	132

7.2. Analiza porównawcza temperatury maksymalnej . . . . .	135
7.3. Wnioski . . . . .	145
<b>8. Sprężone modele numeryczne procesu nagrzewania tarcowego w układzie nakładka-tarcza podczas hamowania wielokrotnego</b>	<b>147</b>
8.1. Osiowosymetryczny model wrażliwej termicznie tarczy hamulcowej . . . . .	148
8.2. Rozwiązanie numeryczne układu równań CDTZ . . . . .	152
8.3. Generacja ciepła w obszarze kontaktu nakładki z tarczą – model 2D . . . . .	157
8.4. Przestrzenny model obliczeniowy wentylowanej tarczy hamulcowej . . . . .	162
8.5. Wnioski . . . . .	171
<b>Podsumowanie</b>	<b>173</b>
<b>Streszczenie w języku polskim</b>	<b>175</b>
<b>Streszczenie w języku angielskim</b>	<b>177</b>

## Wykaz skrótów i oznaczeń

$A_a$	– pole nominalnego obszaru kontaktu, $m^2$ ;
$A_c$	– pole konturowego obszaru kontaktu, $m^2$ ;
$A_r$	– pole rzeczywistego obszaru kontaktu, $m^2$ ;
$a$	– opóźnienie pojazdu, $m\ s^{-2}$ ;
$b_0$	– parametr krzywej powierzchni odniesienia elementu sztywnego;
$c$	– ciepło właściwe, $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ;
$c^{(0)}$	– ciepło właściwe przy temperaturze początkowej, $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ;
$d_r$	– średnica rzeczywistego obszaru kontaktu, $m$ ;
$f$	– współczynnik tarcia w układzie nakładka-tarcza;
$f_w$	– współczynnik tarcia w układzie koło-podłoże;
$f^{(0)}$	– współczynnik tarcia przy temperaturze początkowej;
$g$	– przyspieszenie ziemskie, $m\ s^{-2}$ ;
$h$	– współczynnik wymiany ciepła, $W\ m^{-2}\ K^{-1}$ ;
$h_{max}$	– maksymalna wysokość chropowatości, $m$ ;
$I_0$	– moment bezwładności pary czarnej, $kg\ m^2$ ;
$I_w$	– współczynnik intensywności zużycia, $\mu g\ N^{-1}\ m^{-1}$ ;
$I_w^{(0)}$	– współczynnik intensywności zużycia przy temperaturze początkowej, $\mu g\ N^{-1}\ m^{-1}$ ;
$I$	– zużycie, $kg$ ;
$HB$	– twardość Brinella, $MPa$ ;
$HB^{(0)}$	– twardość Brinella przy temperaturze początkowej, $MPa$ ;
$K$	– współczynnik przewodzenia ciepła, $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ ;
$K^{(0)}$	– współczynnik przewodzenia ciepła przy temperaturze początkowej, $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ ;
$m$	– masa, $kg$ ;
$M_b$	– moment tarcia układu hamulcowego, $N\ m$ ;
$M_w$	– moment tarcia układu koło-podłoże, $N\ m$ ;

$N$	– reakcja podłoża na koło pojazdu, N;
$p$	– ciśnienie kontaktowe, MPa;
$p_0$	– nominalna wartość ciśnienia kontaktowego, MPa;
$q$	– gęstość mocy tarcia, $W m^{-2}$ ;
$Q$	– moc tarcia (strumień ciepła), W;
$Q_d$	– część mocy tarcia skierowanej do tarczy, W;
$Q_o$	– strumień ciepła dyssypowany na skutek konwekcji z powierzchni tarczy, W;
$r$	– współrzędna promieniowa;
$r_{av}$	– uśredniony promień zaokrąglenia chropowatości, m;
$r_{eq}$	– ekwiwalentny promień obszaru kontaktu, m;
$r_m$	– średni promień obszaru kontaktu, m;
$R_w$	– promień zewnętrzny koła, m;
$T$	– temperatura, °C;
$T_0$	– temperatura początkowa, °C;
$T_a$	– temperatura otoczenia, °C;
$T_b$	– siła tarcia w układzie nakładka-tarcza, N;
$T_f$	– temperatura błysku powierzchni tarcia, °C;
$T_m$	– temperatura średnia obszaru kontaktu, °C;
$T_{max}$	– temperatura maksymalna powierzchni tarcia, °C;
$T_{V_n}$	– temperatura objętościowa, °C;
$T_w$	– siła tarcia w układzie koło-podłoże, N;
$t$	– czas, s;
$t_c$	– czas przyspieszenia po zatrzymaniu, s;
$t_m$	– czas narastania ciśnienia, s;
$t_s$	– czas hamowania, s;
$t_s^0$	– czas hamowania w ruchu jednostajnie opóźnionym, s;
$t_t$	– całkowity czas procesu hamowania wielokrotnego, s;
$V$	– prędkość pojazdu, $m s^{-1}$ ;
$V_{eq}$	– prędkość liniowa na promieniu ekwiwalentnym $r_{eq}$ , $m s^{-1}$ ;

- $W_0$  – energia kinetyczna w chwili początkowej, J;
- $W_s$  – całkowita praca tarcia, J;
- $W_i^{(n)}$  – część energii kinetycznej zamienionej w ciepło wchodzące do tarczy podczas  $n$ -tego hamowania, J;
- $W_o^{(n)}$  – część energii cieplnej rozpraszanej przez tarczę podczas  $n$ -tego hamowania, J;
- $z$  – współrzędna osiowa.

### **Symbole greckie**

- $\Gamma$  – obszar kontaktu;
- $\gamma$  – współczynnik rozdzielenia strumieni ciepła;
- $\delta$  – grubość analizowanego obszaru, m;
- $\eta$  – współczynnik przykrycia;
- $\theta$  – współrzędna obwodowa;
- $\theta_0$  – kąt przykrycia nakładki, rad;
- $\nu$  – parametr krzywej powierzchni odniesienia elementu sztywnego;
- $\rho$  – gęstość,  $\text{kg m}^{-3}$ ;
- $\omega$  – prędkość kątowna,  $\text{rad s}^{-1}$ ;
- $\omega_0$  – prędkość kątowna w chwili początkowej,  $\text{rad s}^{-1}$ ;
- $\Omega$  – obszar obliczeniowy.

### **Indeksy dolne** charakteryzują wielkości odnoszące się do

- $b$  – układu hamulcowego (ang. *brake*);
- $d$  – tarczy (ang. *disc*);
- $f$  – płynu (ang. *fluid*);
- $p$  – nakładki (ang. *pad*);
- $w$  – układu koło-podłoże (ang. *wheel*).

## Wprowadzenie

W niestacjonarnych procesach tarcia, do których należy hamowanie, parametry pracy są współzależne. Zmiany prędkości, obciążenia i momentu hamowania są skutkiem wzajemnie sprzężonych właściwości tarciovych, mechanicznych i termofizycznych materiałów, konstrukcji hamulca oraz warunków eksploatacyjnych [17]. Integralną wielkością łączącą te czynniki jest temperatura powierzchni kontaktu danego układu hamulcowego [55, 69]. Odzwierciedla ona wpływ określonej siły tarcia na gęstość strumieni ciepła, skierowanych od powierzchni tarcia do nakładek i tarczy. Temperatura ma decydujące znaczenie w przypadku wartości i charakteru zmiany współczynnika tarcia oraz intensywności procesów termomechanicznych na powierzchniach roboczych, prowadzących w efekcie do zmian termofizycznych i mechanicznych właściwości materiałów. Istotna zależność charakterystyk tarcia i zużycia materiałów od temperatury jest dobrze znana i opisana przez wielu badaczy zajmujących się wyznaczaniem temperatury w układach hamulcowych [7, 29, 76].

Podstawą do obliczenia temperatury są rozwiązania zagadnień cieplnych tarcia, czyli początkowo-brzegowych zagadnień przewodnictwa cieplnego z dwoma charakterystycznymi warunkami brzegowymi na powierzchniach kontaktu. Jeden z nich dotyczy kontaktu termicznego (doskonały lub niedoskonały), a drugi, energetyczny, określa równość gęstości mocy tarcia i sumy gęstości strumieni ciepła, skierowanych od powierzchni tarcia do nakładek i tarczy [42, 68]. Należy zauważyć, że dokładne rozwiązania tych zagadnień w większości przypadków możliwe są do uzyskania tylko dla ciał ograniczonych równoległymi płaszczyznami. Są to najczęściej układy ślizgających się półprzestrzeni lub warstw, a odpowiadające im zagadnienia cieplne tarcia to jednowymiarowe zagadnienia początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego. Przegląd analitycznych metod rozwiązywania zagadnień nagrzewania tarciovego zawarto w artykułach [65, 99] oraz w monografiach [6, 46–48, 59]. Należy zaznaczyć, że sprowadzenie przestrzennego kształtu układu hamulcowego do obiektu jednowymiarowego pozwala na uzyskanie

dokładnych wzorów do szybkiego oszacowania temperatury maksymalnej powierzchni kontaktu, przy określonych materiałach elementów pary ciernej i parametrach operacyjnych pracy. Niestety, takie rozwiązania stanowią jedynie przybliżoną ocenę charakterystyki temperaturowej hamulca, jak również nie uwzględniają rzeczywistych wymiarów tarczy i nakładek, zmiany właściwości termofizycznych pod wpływem temperatury, mikrogeometrii powierzchni tarcia i, co najważniejsze, wzajemnej zależności temperatury i mocy tarcia w procesie hamowania.

Najczęściej stosowaną metodą numeryczną w obliczeniach cieplnych hamulców jest metoda elementów skończonych (MES) [61, 66, 79]. Pozwala ona na uwzględnienie skończoności wymiarów elementów ślizgowych hamulca, zależności temperaturowej współczynnika tarcia, wrażliwości termicznej materiałów, chłodzenia konwekcyjnego powierzchni swobodnych itp. Przeglądy wykorzystania MES do rozwiązywania zagadnień cieplnych tarcia podczas hamowania podano w monografii [46] oraz w artykułach [5, 74, 82, 96, 97]. Ustalono w nich, że kompleksową, wiarygodną ocenę pracy hamulców można uzyskać z rozwiązania układów równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia (CDTZ) [16]. Istnieją różne warianty układów CDTZ opisujących zmiany obciążenia, prędkości, temperatury, zużycia i współczynnika tarcia w zależności od początkowych wartości parametrów roboczych procesu hamowania, wymiarów elementów ciernych, zmian temperaturowych właściwości termofizycznych i mechanicznych materiałów pary ciernej. Typowy układ równań CDTZ przy hamowaniu jednokrotnym zawiera [14, 19, 20, 43, 75]:

- 1) doświadczalne zależności właściwości termofizycznych i twardości materiałów od temperatury;
- 2) doświadczalne zależności współczynników tarcia i intensywności zużycia masowego powierzchni roboczych elementów pary ciernej od temperatury maksymalnej;
- 3) prawo zmiany w czasie hamowania ciśnienia kontaktowego;
- 4) prawo zużycia termomechanicznego elementów roboczych;
- 5) zagadnienie początkowe dla równania ruchu;

- 6) zagadnienie cieplne tarcia do wyznaczenia temperatury średniej  $T_m$  w nominalnym obszarze kontaktu nakładki z tarczą;
- 7) analityczne wzory do wyznaczenia temperatury błysku  $T_f$  – temperatury rzeczywistego obszaru kontaktu;
- 8) hipotezę sumowania  $T_m$  i  $T_f$  w celu wyznaczenia temperatury maksymalnej  $T_{\max}$ .

Układy równań CDTZ stanowią matematyczny opis procesu hamowania. Uwzględniają one między innymi wzajemny wpływ obciążenia, prędkości, czasu hamowania, współczynnika tarcia, średniej temperatury powierzchni kontaktu, temperatury błysku i zużycia masowego. Podstawowymi składowymi układów CDTZ są zagadnienie początkowe dla równania ruchu oraz początkowo-brzegowe zagadnienie przewodnictwa cieplnego dla danej pary ciernej. Występująca po prawej stronie równania ruchu siła tarcia, jak również gęstość mocy tarcia w drugim z wyżej wymienionych warunków brzegowych zawierają iloczyn profilu czasowego ciśnienia  $p$  i współczynnika tarcia  $f$ . Najczęściej rozkład przestrzenny i profil czasowy nacisków powierzchniowych są znane *a priori*, a współczynnik tarcia podczas hamowania może być stały lub zależny od temperatury. Założenie stałej wartości współczynnika tarcia pomija wzajemną zależność prędkości poślizgu i temperatury podczas hamowania. Zwykle w takich przypadkach najpierw całkuje się równanie ruchu, a następnie wyznaczoną w ten sposób zmienną w czasie hamowania prędkość wykorzystuje się do określenia gęstości mocy tarcia [2, 8, 25, 83]. Jeżeli natomiast współczynnik tarcia zmienia się wraz z temperaturą, zagadnienie początkowe dla równania ruchu i odpowiednie zagadnienie cieplne tarcia stają się wzajemnie zależne, a ich rozwiązań należy poszukiwać jednocześnie. Krzywe stabilności termicznej uzyskuje się w wyniku badań próbek na maszynach tarcia zgodnie ze standardową metodyką [24, 74]. W badaniach takich temperatura błysku zwykle nie przekracza 2÷3% wartości temperatury średniej, a przy jej oszacowaniu najczęściej korzysta się z zależności  $f(T_m)$  [22]. Stosując takie podejście, otrzymano numeryczne rozwiązania osiowo-symetrycznego (2D) [95] i przestrzennego (3D) [91] układu równań CDTZ z niezmiennymi właściwościami termofizycznymi materiałów nakładek i tarczy podczas hamowania jednokrotnego.



Należy zauważyć, że dobór materiałów z odpowiednimi właściwościami termofizycznymi jest bardzo ważny w obliczeniach temperatury wysoko obciążonych układów hamulcowych, gdy nie tylko powierzchniowa, ale także temperatura objętościowa może osiągać znaczące wartości (np.  $450 \div 550^\circ\text{C}$  w hamulcach tarczowych) [23]. W takim zakresie temperatury właściwości termofizyczne materiałów po zatrzymaniu mogą znacznie różnić się od ich wartości przed rozpoczęciem hamowania. Uwzględnienie wrażliwości termicznej materiałów powoduje, że odpowiednie zagadnienia cieplne tarcia stają się nieliniowe.

Główną ideą układów równań CDTZ jest jednak założenie funkcyjnej zależności współczynników tarcia  $f$  i intensywności zużycia  $I_w$  od temperatury maksymalnej  $T_{\max} = T_m + T_f$  [35, 37]. Jeżeli średnia temperatura  $T_m$  nominalnego obszaru kontaktu powierzchni tarcia może być określona z dostateczną dokładnością w odniesieniu do danych doświadczalnych, w oparciu o analityczne i numeryczne rozwiązania odpowiednich zagadnień cieplnych tarcia, to pomiar temperatury błysku  $T_f$  jest skomplikowany i najczęściej jej wartości wyznaczane są za pomocą wzorów opartych na rozwiązaniach odpowiednich quasi- lub niestacjonarnych mieszanych zagadnień przewodnictwa cieplnego dla półprzestrzeni z kołową linią rozdziału warunków brzegowych [10, 12, 50]. Analiza porównawcza wartości temperatury otrzymanych z wykorzystaniem takich rozwiązań wykazuje, że w dużym stopniu zależą one od właściwego podania oddzielnych parametrów wejściowych, w tym z uwzględnieniem wrażliwości termicznej materiałów oraz charakterystyk chropowatości powierzchni tarcia. Ustalono, że obliczenia temperatury błysku bez uwzględnienia wrażliwości termicznej materiałów prowadzą do istotnego niedoszacowania  $T_f$  [23]. Jedynie mając wiarygodne, ustalone na podstawie badań doświadczalnych, zależności temperaturowe właściwości materiałów i współczynnika tarcia, można obliczyć z dostateczną dokładnością temperaturę błysku  $T_f$ , a zatem również maksymalną temperaturę  $T_{\max}$  [23, 87].

Jednym z ważnych aplikacyjnych kierunków rozwoju układów równań CDTZ jest wykorzystanie ich do obliczenia zużycia powierzchni tarcia hamulca. Wiadomo, że w procesach hamowania ze znaczną generacją ciepła na skutek tarcia decydujący wpływ na intensywność zużycia ma temperatura [36]. Ewolucja zużycia masowego podczas hamowania może być wyznaczona na podstawie wzorów empirycznych z wykorzystaniem danych do-

świadczalnych, zawierających informację o zależności współczynnika intensywności zużycia od temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  [71, 98]. Podejście takie pozwala na szybką ocenę wpływu parametrów operacyjnych związanych z trybem pracy hamulca, jak również mechanicznych i termofizycznych właściwości materiałów oraz rodzaju chłodzenia na zużycie powierzchni tarcia nakładek i tarczy.

Dotychczasowe rozwiązania układów równań CDTZ oparte były na analitycznych rozwiązaniach początkowo-brzegowych zagadnień przewodnictwa cieplnego, dotyczących wyznaczenia temperatury średniej  $T_m$  powierzchni tarcia oraz błysku temperaturowego  $T_f$ . Modelowym do obliczenia  $T_m$  jest jednowymiarowe zagadnienie początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego dla dwóch ślizgających się półprzestrzeni lub warstw, ze zmienną w czasie prędkością i z uwzględnieniem generacji ciepła na skutek tarcia. Do oszacowania temperatury błysku  $T_f$  służą analityczne lub analityczno-numeryczne rozwiązania początkowo-brzegowych zagadnień przewodnictwa cieplnego dla półprzestrzeni z poruszającym się po powierzchni lokalnym obszarem nagrzewania tarciovego. Oba zagadnienia są liniowe, tzn. zakłada się, że współczynnik tarcia oraz właściwości mechaniczne i termofizyczne nie ulegają zmianie. Wartości te wyznacza się przy obliczanej za pomocą wzorów doświadczalnych, uśrednionej w czasie hamowania, temperaturze objętościowej  $T_{V_n}$  [16, 22]. Badania z uwzględnieniem zależności współczynnika tarcia od temperatury przy rozwiązywaniu jednowymiarowych zagadnień cieplnych tarcia podczas hamowania zawarto w monografiach [6, 73].

Reasumując, należy stwierdzić, że:

- 1) dotychczasowe modelowanie procesu nagrzewania tarciovego w układach hamulcowych na podstawie układów równań CDTZ dotyczyło głównie opracowania modeli jednowymiarowych do wyznaczenia temperatury średniej powierzchni tarcia;
- 2) modele jednowymiarowe pozwalają wyłącznie na przybliżone oszacowanie temperatury maksymalnej  $T_{\max}$ ; z założenia nie uwzględniają one przestrzennego rozkładu temperatury, chłodzenia konwekcyjnego układu hamulcowego oraz zmian właściwości materiałów w procesie hamowania;

- 3) znane rozwiązania numeryczne z wykorzystaniem MES układów równań CDTZ nie uwzględniają wzajemnego związku podczas hamowania prędkości poślizgu, temperatury i wrażliwości termicznej materiałów nakładek i tarczy;
- 4) nie przeprowadzono analizy porównawczej wpływu na temperaturę maksymalną powierzchni ciernej temperatury błysku, otrzymanej za pomocą różnych rozwiązań teoretycznych lub opartych na rezultatach pomiarów i wzorach doświadczalnych;
- 5) brak jest danych o wielkości zużycia termomechanicznego powierzchni ciernych nakładek i tarczy w procesie hamowania, otrzymanych w drodze obliczeń, z uwzględnieniem zależności współczynników tarcia i intensywności zużycia od temperatury maksymalnej tych powierzchni.

Po określeniu wymienionej wyżej problematyki w tematyce modelowania nagrzewania tarcowego za pomocą układów równań CDTZ podjęto w niniejszej monografii próbę ich rozwiązania z wykorzystaniem współczesnych technik obliczeniowych. Symulacje komputerowe przeprowadzono w ramach jednolitego podejścia według metodyki składającej się z szeregu etapów.

- *Aproksymacja danych otrzymanych z pomiarów doświadczalnych.* Wysoka temperatura osiągnięta w hamulcach tarczowych może prowadzić do istotnych zmian właściwości termofizycznych materiałów pary ciernej. Pomimo znanych, typowo matematycznych trudności w rozwiązywaniu nieliniowych zagadnień cieplnych tarcia istnieją również kwestie związane z przeprowadzeniem badań doświadczalnych oraz otrzymaniem wzorów aproksymacyjnych do opisu zależności właściwości materiałów od temperatury. Do obliczania temperatury w hamulcach tarczowych, głównie w przypadkach, gdy takie wzory nie są znane, a zależności doświadczalne występują tylko w postaci tabel, korzysta się ze stałych właściwości przy uśrednionej temperaturze objętościowej [91]. Rozwiązanie układu równań CDTZ z wykorzystaniem MES przy hamowaniu jednokrotnym z uwzględnieniem wrażliwości termicznej materiałów, bez takiego uproszczenia otrzymano w artykule [94].

- *Wybór modelu obliczeniowego.* Układy równań CDTZ zostały opracowane oddzielnie w odniesieniu do osiowosymetrycznego (2D) lub przestrzennego (3D) modelu generacji ciepła na skutek tarcia. Pierwszy z nich jest ty-

powy dla sprzęgieł czy wielotarczowych układów hamulcowych lotniczych, gdzie pole powierzchni roboczej kontaktujących się elementów jest niemal równe polu obszaru kontaktu nominalnego. W przypadku hamulców tarczowych szczegółowych stosowanie modelu osiowosymetrycznego jest uzasadnione przy hamowaniu z wysokiej prędkości początkowej, w krótkim czasie lub przy współczynniku przykrycia nakładek bliskiemu jedności. Mając na uwadze ścisłą zależność pomiędzy liczbą stopni swobody modelu numerycznego MES oraz czasem obliczeń, korzystanie z uproszczonych modeli 2D wynika również bardzo często z ograniczeń mocy obliczeniowej komputerów. Jednymi z najbardziej długotrwałych są symulacje hamowania wielokrotnego, występujące na przykład w przypadku hamulców kolejowych (czas przejazdu pomiędzy poszczególnymi stacjami, liczba hamowań, osiągnięte prędkości itp.) lub symulacje nagrzewania tarcowego wielkogabarytowych układów hamulcowych, takich jak hamulce maszyn wyciągowych w kopalniach [54]. Tym niemniej przestrzenne modele obliczeniowe są niewątpliwie dokładniejszą reprezentacją rzeczywistych procesów generacji ciepła na skutek tarcia i zużycia w układach hamulcowych – uwzględniają one dodatkowo, w odniesieniu do modeli 2D, rozkład temperatury w kierunku obwodowym i tym samym jej oscylujący profil czasowy w ustalonym punkcie na powierzchni roboczej tarczy [38].

• *Formułowanie zagadnień cieplnych tarcia.* W sformułowaniach początkowo-brzegowych zagadnień przewodnictwa cieplnego z uwzględnieniem wytwarzania ciepła na skutek tarcia w nominalnym obszarze kontaktu nakładki z tarczą, w przypadku ogólnym, wprowadzono następujące założenia:

- 1) nakładki hamulcowe i tarcza są wykonane z materiałów termowrażliwych;
- 2) współczynnik tarcia wybranej pary ciernej jest zależny od temperatury (średniej  $T_m$  lub maksymalnej  $T_{max}$ );
- 3) temperatura początkowa obu elementów pary ciernej jest stała i równa temperaturze środowiska otaczającego;
- 4) obciążenie termomechaniczne tarczy jest symetryczne względem jej płaszczyzny środkowej;

- 5) kontakt cieplny tarcia nakładek z tarczą jest doskonały (pełny);
- 6) powierzchnie wolne elementów są chłodzone na skutek konwekcji (konwekcja swobodna ze stałym, uśrednionym w procesie hamowania, współczynnikiem wymiany ciepła  $h$ );
- 7) wymiana ciepła poprzez promieniowanie jest pomijalnie mała.

Sformułowane w ten sposób zagadnienia początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego odnoszą się do klasy nieliniowych zagadnień z zewnętrzną (warunki brzegowe) oraz wewnętrzną (równania różniczkowe) nieliniowością istotną [88].

• *Jednoczesne numeryczne rozwiązywanie nieliniowego zagadnienia cieplnego tarcia oraz zagadnienia początkowego dla równania ruchu*. Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem MES, zaadaptowanej w pakiecie oprogramowania COMSOL Multiphysics® v. 5.2a [27], 5.3 [28]. Do przeprowadzenia symulacji wykorzystano między innymi moduły *Heat Transfer* oraz *Mathematics*, umożliwiające zgodnie z układem CDTZ uwzględnienie sprzężenia prędkości poślizgu, temperatury, współczynnika wymiany ciepła oraz właściwości termofizycznych materiałów elementów tarczowego układu hamulcowego. Rozwiązania otrzymano z wykorzystaniem niejawnej metody BDF (ang. *backward differentiation formula*) z adaptacyjnym krokiem czasowym [27, 28, 58].

Treść monografii przedstawia się następująco. W rozdziale *pierwszym* omówiono numeryczne rozwiązania liniowych osiowosymetrycznych (2D) i przestrzennych (3D) początkowo-brzegowych zagadnień przewodnictwa cieplnego podczas hamowania. Przedstawiony materiał stanowi wprowadzenie do bardziej zaawansowanych technik modelowania procesu nagrzewania tarczowego w hamulcach tarczowych i sprzęgłach, bazujących na formułowaniu i rozwiązywaniu numerycznym układów równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia. Treści prezentowane w tym rozdziale są łącznikiem pomiędzy obliczeniami numerycznymi MES przy znanym profilu czasowym prędkości poślizgu i zagadnieniami pozwalającymi na jego wyznaczenie w zależności od zmian temperatury powierzchni tarcia nakładek i tarczy.

W rozdziale *drugim* opracowano osiowosymetryczny (2D) kontaktowy model obliczeniowy do wyznaczenia czasowo-przestrzennego rozkładu temperatury w układzie ciernym nakładka-tarcza, z uwzględnieniem wzajemnego

wpływu temperatury i prędkości pojazdu w procesie hamowania jednokrotnego. W tym celu sformułowano zagadnienie początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego dla rozpatrywanego węzła tarcia oraz odpowiednie zagadnienie początkowe dla równania ruchu. Sprzężenia obu zagadnień dokonano poprzez wprowadzenie współczynnika tarcia, zależnego od temperatury średniej obszaru kontaktu. Założono, że właściwości termofizyczne materiałów nakładek (metaloceramika FMC-11, Retinax A FC-16L) i tarczy (żeliwo) oraz ciśnienie są stałe. Numeryczne rozwiązanie sformułowanych w ten sposób zagadnień otrzymano za pomocą MES oraz iteracyjnego algorytmu rozwiązywania otrzymanego w wyniku dyskretyzacji przestrzennej nieliniowego układu równań różniczkowych zwyczajnych. Celem obliczeń było porównanie odpowiednich rezultatów, otrzymanych przy stałym i zależnym od temperatury współczynnika tarcia.

Na podstawie opracowanego osiowosymetrycznego modelu obliczeniowego zbadano wpływ geometrycznych cech konstrukcyjnych nakładki (metaloceramika FMC-11) i tarczy (żeliwo) na rozkłady temperatury podczas hamowania jednokrotnego. Rozpatrzono pięć wariantów wymiarów nakładki i tarczy (zewnątrzne i wewnętrzne promienie oraz grubości) przy zachowaniu ich stałych objętości i jednakowej dla wszystkich wariantów pracy tarcia podczas hamowania.

W rozdziale *trzecim* rozpatrzono układ hamulcowy, składający się z trzech tarcz o jednakowych wymiarach, wykonanych z materiału kompozytowego (CFCM) Termar-ADF. Sformułowano niesprężony układ równań 2D CDTZ, zawierający:

- 1) doświadczalne zależności od temperatury właściwości termofizycznych i twardości kompozytu Termar-ADF;
- 2) wzory do obliczenia liniowego zwiększenia ciśnienia kontaktowego przy zadnym czasie narastania;
- 3) analityczne rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania ruchu, pozwalające na ustalenie ewolucji prędkości obrotowej tarczy oraz czasu hamowania;
- 4) nieliniowe (nieliniowość zewnętrzna) osiowosymetryczne zagadnienie

początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego do wyznaczenia temperatury średniej;

5) wzory w postaci analitycznej do obliczenia temperatury błysku.

W wyniku przeprowadzonej analizy numerycznej wykazano, że korzystanie z uproszczonego podejścia (właściwości termofizyczne i mechaniczne wyznaczone przy temperaturze objętościowej) w celu uwzględnienia wrażliwości termicznej materiału uzasadnione jest przy wyznaczaniu temperatury błysku, natomiast jego stosowanie do znalezienia temperatury średniej może powodować znaczne (nawet do 100°C) jej niedoszacowanie, a tym samym również temperatury maksymalnej rozpatrywanego wielotarczowego układu hamulcowego.

W rozdziale *czwartym* opracowano sprzężony 2D układ równań CDTZ dla hamulca tarczowego, w którym uwzględniono:

- 1) prawo zmiany ciśnienia kontaktowego w czasie hamowania w postaci eksponencjalnej;
- 2) doświadczalne zależności współczynników tarcia i intensywności zużycia masowego powierzchni kontaktu od temperatury;
- 3) wrażliwość termiczną materiałów pary czarnej (nieliniowość istotna);
- 4) doświadczalną zależność twardości materiału nakładki od temperatury;
- 5) nieliniowe zagadnienie początkowe dla równania ruchu z zależną od temperatury siłą tarcia;
- 6) osiowosymetryczne zagadnienie początkowo-brzegowe przewodnictwa cieplnego (nieliniowość zewnętrzna i wewnętrzna) do wyznaczenia ewolucji temperatury średniej powierzchni kontaktu;
- 7) model kontaktu plastycznego powierzchni chropowatej z powierzchnią gładką do wyznaczenia błysku temperaturowego;
- 8) wzory (w kwadraturach) do obliczenia termomechanicznego zużycia masowego powierzchni kontaktu nakładek z tarczą.

Uwzględniając wyniki poprzednich badań, dla numerycznego rozwiązania sformułowanego w ten sposób układu równań CDTZ założono, że współczynniki przewodzenia ciepła i ciepło właściwe materiałów obu elementów, jak również twardość materiału nakładek zależą od temperatury średniej. Zaadaptowano parametry wejściowe i charakterystyki tarciove wrażliwych termicznie materiałów nakładek (metaloceramika FMC-11) i żeliwnej tarczy.

W rozdziale *piątym* opracowano 3D sprzężony kontaktowy model obliczeniowy z wykorzystaniem MES do wyznaczenia zmian temperatury, prędkości oraz zużycia w procesie hamowania jednokrotnego. Założenia modelowe w sformułowaniu zagadnień ruchu i przewodnictwa cieplnego, zestawienia materiałów oraz parametrów wejściowych przy wykonaniu obliczeń były takie same jak w przypadku opisanego w rozdziale *drugim* modelu 2D. Model przestrzenny, w odróżnieniu od osiowosymetrycznego, pozwolił na wyznaczenie bardziej realistycznego, oscylującego charakteru profilu czasowego temperatury w ustalonym punkcie obszaru kontaktu nakładki z tarczą, spowodowanego zmianą czasów nagrzewania i chłodzenia konwekcyjnego przy każdym obrocie koła pojazdu.

W rozdziale *sóstym* trójwymiarowy układ równań CDTZ został uzupełniony dwoma nowymi elementami. Pierwszy z nich opisuje eksponencjalny wzrost ciśnienia kontaktowego od zera w chwili rozpoczęcia hamowania do wartości nominalnej, utrzymywanej następnie do zatrzymania pojazdu, a drugi pozwala na uwzględnienie w obliczeniach numerycznych wrażliwości termicznej materiałów nakładek i tarczy hamulcowej w procesie hamowania. Analityczne postacie zależności współczynników tarcia, przewodzenia ciepła i ciepła właściwego od temperatury uzyskano za pomocą aproksymacji odpowiednich danych doświadczalnych.

Rozwiązanie numeryczne za pomocą MES zagadnienia początkowego dla równania ruchu i nieliniowego przestrzennego zagadnienia przewodnictwa cieplnego z uwzględnieniem generacji ciepła na skutek tarcia otrzymano według schematu iteracyjnego, w którym jako „zerowe” przybliżenie w pierwszym przedziale czasowym rozwiązywano odpowiedni liniowy niesprężony układ równań CDTZ.

W rozdziale *siódmym* opracowano sprzężony model numeryczny 3D układu hamulcowego nakładka-tarcza do wyznaczenia temperatury maksymalnej. Przeprowadzono porównanie wartości temperatury maksymalnej



wyznaczonej za pomocą dwóch podejść do wyznaczenia temperatury błysku. Obliczenia temperatury błysku w pierwszym podejściu były oparte na znanych z literatury naukowej wzorach analitycznych otrzymanych z rozwiązania zagadnienia cieplnego tarcia dla rzeczywistego obszaru kontaktu. W drugim podejściu wykorzystano ustaloną na podstawie badań doświadczalnych eksponencjalną zależność pomiędzy temperaturą błysku a temperaturą średnią nominalnego obszaru kontaktu. Wykazano, że doświadczalne wzory oparte na takim związku są w pełni uzasadnione przy wyznaczaniu temperatury maksymalnej hamulca tarczowego podczas hamowania jednokrotnego.

W rozdziale *ósmym* zaproponowano trzy modele obliczeniowe do wyznaczenia temperatury maksymalnej hamulca tarczowego podczas hamowania wielokrotnego. Uwzględniono w nich wrażliwość termiczną współczynników tarcia i intensywności zużycia, właściwości termofizycznych materiałów, zmienne w czasie ciśnienie kontaktowe oraz zależność współczynnika wymiany ciepła od prędkości pojazdu. W każdej chwili procesu hamowania jednocześnie brano pod uwagę wzajemną zależność średniej temperatury powierzchni kontaktu, temperatury błysku w rzeczywistym obszarze kontaktu oraz temperatury objętościowej tarczy.

Pierwszy osiowosymetryczny model obliczeniowy do wyznaczenia temperatury maksymalnej tarczy przy hamowaniu wielokrotnym uwzględnił wpływ materiału nakładek na temperaturę poprzez zadanie *a priori* współczynnika rozdzielania strumieni ciepła. Natomiast drugi 2D układ równań CDTZ procesu hamowania wielokrotnego zawierał zagadnienie cieplne tarcia z warunkami doskonałego kontaktu cieplnego nakładek z tarczą. Takie podejście pozwala na znalezienie współczynnika rozdzielania strumieni ciepła z rozwiązania zagadnienia. Przestrzenny (3D) nieliniowy model obliczeniowy opracowano dla tarczy wentylowanej z uwzględnieniem zależności współczynnika wymiany ciepła od prędkości pojazdu.

*Podsumowanie* zawiera najważniejsze rezultaty otrzymane w monografii oraz wnioski końcowe.

Wydanie niniejszej monografii zostało sfinansowane w ramach projektu badawczego nr **2015/19/D/ST8/00837**, otrzymanego z **Narodowego Centrum Nauki**, realizowanego w Katedrze Mechaniki i Informatyki Stosowanej Politechniki Białostockiej.

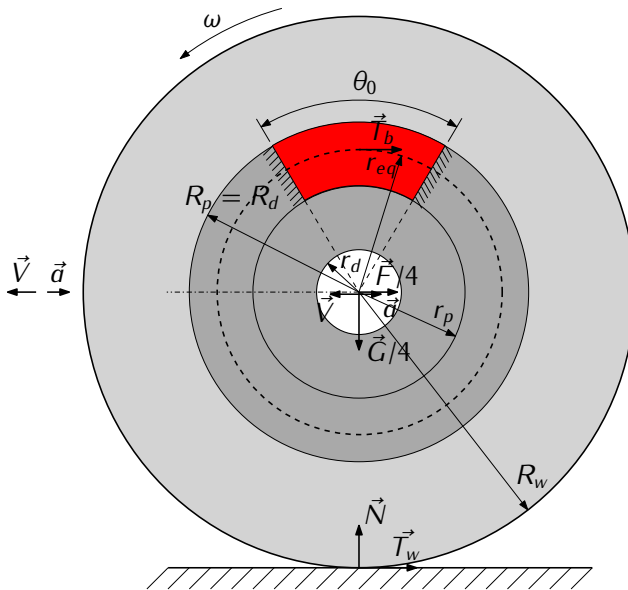
# 1. Modelowanie procesu generacji ciepła w hamulcu tarczowym za pomocą programu COMSOL Multiphysics®

Podczas hamowania obszar bieżni hamulcowej tarczy na skutek tarcia z powierzchniami roboczymi nakładek poddany jest cyklicznie przemieszczającemu się w kierunku obwodowym obciążeniu cieplnemu. Jeżeli natomiast pola powierzchni tarcia nakładek i bieżni hamulcowych tarczy są równe, tzn. gdy współczynnik przykrycia  $\eta = \theta_0/2\pi$  (gdzie  $\theta_0$  – kąt przykrycia nakładki) jest równy jedności, to nieustalone pola temperatury w nakładkach i tarczy są niezależne od zmiennej obwodowej, czyli wykazują osiową symetrię. Stosowanie osiowosymetrycznego (2D) modelu do ustalenia temperatury hamulca możliwe jest również dla małych wartości współczynnika przykrycia  $\eta$  [78, 81]. Przy czym dokładność obliczeń zwiększa się wraz ze wzrostem liczby Pecleta [22]. Biorąc pod uwagę fakt, że wartość tego parametru w tarczowych układach hamulcowych pojazdów samochodowych znajduje się w przedziale  $10^3 \div 10^5$ , zmianę gradientu temperatury w kierunku obwodowym pomija się [22, 34, 101]. Uwzględnienie pola nominalnego obszaru kontaktu tarczy z nakładką w osiowosymetrycznym modelu obliczeniowym realizowane jest poprzez wprowadzenie współczynnika przykrycia  $\eta$  do wzoru na gęstość strumienia ciepła [34, 77, 78]. Takie podejście do modelowania stanu temperaturowego hamulca tarczowego zostanie zaprezentowane w niniejszym rozdziale.

## 1.1. Rozkład sił w układzie nakładka-tarcza-koło-podłoże i obliczenia wprowadzające

Zaprojektowanie układu hamulcowego pojazdu samochodowego, którego wymiary (rozstaw osi, położenie środka ciężkości, średnica zewnętrzna kół) i masa całkowita  $m$  są znane, polega na wyznaczeniu wymaganego maksymalnego momentu hamowania, zapewniającego zatrzymanie od danej prędkości początkowej  $V_0$ , na danej drodze hamowania  $S$ . Następnie, przy okre-

ślonym opóźnieniu  $a$  i wypadkowej sile działającej na pojazd podczas hamowania  $F = ma$ , oblicza się reakcje podłoża  $N$  oraz siły tarcia  $T_w$  oddziałujące na koła przedniej i tylnej osi. Przy czym opory ruchu toczenia kół o podłoże zwykle są pomijane. Znając maksymalny moment hamowania  $M_b$ , ekwiwalentny promień tarcia  $r_{eq}$  projektowanego układu hamulcowego oraz współczynnik tarcia  $f$ , wyznacza się siłę docisku nakładek do tarczy hamulcowej. Ostatni etap polega na obliczeniu, z warunku na nacisk powierzchniowy, pola  $A_a$  powierzchni tarcia nakładek.



Rozważmy proces hamowania pojazdu wyposażonego w cztery układy hamulcowe, składające się z jednej tarczy i dwóch nakładek każdy (rys. 1.1). Wymiary nakładek i tarcz są zawarte w tabeli 1.1. Aby nie doszło do poślizgu kół o podłoże, w ogólnym przypadku współczynnik tarcia kół o podłoże  $f_w$  nie może być mniejszy niż  $a/g$  [49]. Współcześnie produkowane opony charakteryzują się współczynnikami tarcia o wartościach  $f_w > 0,9$  [49]. Przyj-

mując zgodnie z [77] opóźnienie  $a = 7,015 \text{ m s}^{-2}$ , mamy  $f_w = 0,715$ , co oznacza, że poślizg kół nie wystąpi. Pozostałe parametry niezbędne do przeprowadzenia obliczeń są zaadaptowane z artykułu [77]: prędkość początkowa  $V_0 = 100 \text{ km h}^{-1}$ ; masa pojazdu  $m = 1016,2 \text{ kg}$ ; promień toczenia (promień dynamiczny) koła ogumionego o podłoże  $R_w = 0,314 \text{ m}$ ; współczynnik tarcia  $f = 0,5$ ; kąt rozwarcia nakładki  $\theta_0 = 64,5^\circ$ .

**Tab. 1.1.** Wymiary elementów hamulca tarczowego [77]

parametr	nakładka	tarcza
promień wewnętrzny $r_{p,d}$ , m	0,0765	0,066
promień zewnętrzny $R_{p,d}$ , m	0,1135	0,1135
grubość $\delta_{p,d}$ , m	0,01	0,0055

Przy założeniu jednakowych reakcji  $N = G/4 = mg/4$  podłoża na koła przedniej i tylnej osi pojazdu wypadkowy moment hamowania jednej tarczy wyznaczono ze wzoru:

$$M_b = T_b r_{eq}, \quad (1.1)$$

gdzie wypadkowa siła tarcia  $T_b$ , oddziałująca w dwóch nominalnych obszarach kontaktu nakładek z tarczą, wynosi:

$$T_b = 2f p_0 A_a, \quad (1.2)$$

a pole tego obszaru, przy kącie rozwarcia każdej z nakładek  $\theta_0$ , jest równe:

$$A_a = 0,5(R_p^2 - r_p^2)\theta_0. \quad (1.3)$$

Z definicji środka ciężkości nominalnego obszaru kontaktu, przy stałym ciśnieniu  $p_0$ , wyznaczono promień ekwiwalentny  $r_{eq}$  [76]:

$$r_{eq} = \frac{1}{A_a} \int_{-0,5\theta_0}^{0,5\theta_0} \int_{r_p}^{R_p} r^2 dr d\theta = \frac{2}{3} \frac{(R_p^3 - r_p^3)}{(R_p^2 - r_p^2)}. \quad (1.4)$$

Zapiszemy warunek braku poślizgu koła ogumionego o podłoże podczas

hamowania (rys. 1.1):

$$M_b \leq M_w, \quad (1.5)$$

gdzie:

$$M_w = T_w R_w = N f_w R_w = 0,25 G f_w R_w = 0,25 m g f_w R_w. \quad (1.6)$$

Przy zadanych parametrach wejściowych moment hamowania przypadający na jedno koło wynosi:

$$M_w = 0,25 \cdot 1016,2 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m s}^{-2} \cdot 0,715 \cdot 0,314 \text{ m} = 559,53 \text{ N m}, \quad (1.7)$$

zatem wypadkowa siła opóźniająca ruch pojazdu powinna spełniać warunek:

$$F \leq \frac{4M_w}{R_w} = 7127,77 \text{ N}. \quad (1.8)$$

Biorąc maksymalną wartość siły  $F = 7127,77 \text{ N}$ , znaleziono opóźnienie:

$$a = \frac{F}{m} = 7,014 \text{ m s}^{-2}. \quad (1.9)$$

Wtedy czas zatrzymania przy hamowaniu od prędkości początkowej  $V_0 = 100 \text{ km h}^{-1}$  do zera, z opóźnieniem  $a$  (wzór (1.9)), wyniesie:

$$t_s^0 = \frac{V_0}{a} = 3,96 \text{ s}. \quad (1.10)$$

Przy wymiarach elementów hamulca tarczowego, podanych w tabeli 1.1, pole obszaru kontaktu nominalnego i promień ekwiwalentny obliczono odpowiednio ze wzorów (1.3) i (1.4):  $A_a = 0,003957 \text{ m}^2$ ,  $r_{eq} = 0,0962 \text{ m}$ . Z innej strony, z warunku równowagi momentów względem osi obrotu koła, otrzymano:

$$F = \frac{4M_b}{R_w} = \frac{4T_b r_{eq}}{R_w} = \frac{8f p_0 A_a r_{eq}}{R_w}. \quad (1.11)$$

Ze wzoru (1.11) wyznaczono dopuszczalne ciśnienie kontaktowe:

$$p_0 = \frac{FR_w}{8A_d f r_{eq}} = \frac{7127,77 \text{ N} \cdot 0,314 \text{ m}}{8 \cdot 0,003957 \text{ m}^2 \cdot 0,5 \cdot 0,0962 \text{ m}} = 1,47 \text{ MPa}. \quad (1.12)$$

Ciśnienie 1,47 MPa jest maksymalną wartością graniczną, przyjętą w dalszej części monografii.

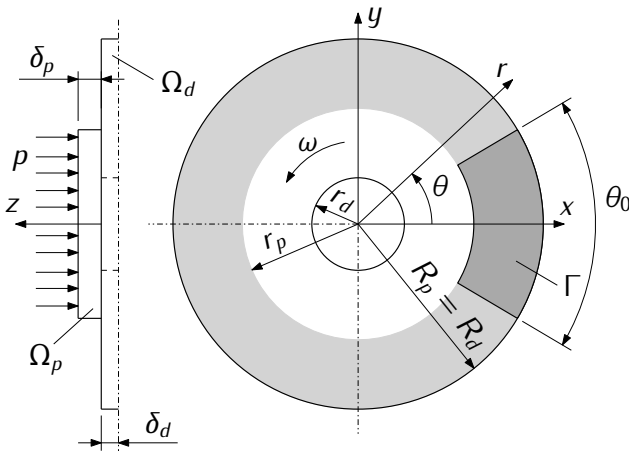
## 1.2. Zagadnienie cieplne tarcia przy hamowaniu ze stałym opóźnieniem

Niech w chwili początkowej  $t = 0$  tarcza hamulcowa obraca się z prędkością kątową  $\omega_0$  (rys. 1.2). Na skutek docisku nakładek do powierzchni roboczych tarczy dochodzi do wystąpienia sił tarcia przeciwdziałających ruchowi. W efekcie prędkość kątowa tarczy zmniejsza się liniowo od prędkości początkowej  $\omega_0$  do zera w chwili zatrzymania  $t = t_s$ :

$$\omega(t) = \omega_0 \left( 1 - \frac{t}{t_s} \right), \quad 0 \leq t \leq t_s. \quad (1.13)$$

Z uwagi na symetrię geometryczną i siłową tarczowego układu hamulcowego względem płaszczyzny środkowej tarczy model obliczeniowy ograniczono do połowy grubości tarczy oraz jednej nakładki. Dalej wszystkie wartości oraz parametry, które odnoszą się do nakładki i tarczy, oznaczono indeksami dolnymi odpowiednio  $p$  oraz  $d$  (ang. *pad*, *disc*). W układzie współrzędnych walcowych  $(r, \theta, z)$  nakładka i tarcza zajmują obszary przestrzenne odpowiednio  $\Omega_p = \{r_p \leq r \leq R_p = R_d, -0,5\theta_0 \leq \theta \leq 0,5\theta_0, 0 \leq z \leq \delta_p\}$  oraz  $\Omega_d = \{r_d \leq r \leq R_d, -\pi \leq \theta \leq \pi, -\delta_d \leq z \leq 0\}$ . Na skutek tarcia w obszarze kontaktu nakładki z tarczą  $\Gamma = \{r_p \leq r \leq R_p = R_d, -0,5\theta_0 \leq \theta \leq 0,5\theta_0, z = 0\}$  generowane jest ciepło. Zakłada się, że:

- 1) tarczę wykonano z materiału jednorodnego, izotropowego o stałych właściwościach termofizycznych;
- 2) ciśnienie kontaktowe podczas hamowania jest niezmiennie i równe  $p_0$ ;



Rys. 1.2. Schemat układu nakładka-tarcza z przyjętymi oznaczeniami

- 3) w chwili początkowej temperatura tarczy w całym obszarze wynosi  $T_0$ ;
- 4) gęstość strumienia ciepła  $q_d$  skierowanego od obszaru kontaktu  $\Gamma$  do wnętrza tarczy w kierunku normalnym jest proporcjonalna do gęstości mocy sił tarcia; parametrem proporcjonalności jest znany *a priori* współczynnik rozdzielenia strumieni ciepła  $\gamma$  [11, 13];
- 5) powierzchnia środkowa tarczy jest izolowana termicznie;
- 6) powierzchnie wolne tarczy są chłodzone konwekcyjnie ze stałym współczynnikiem wymiany ciepła  $h$ .

Uśrednioną w kierunku obwodowym temperaturę tarczy  $T(r, z, t)$  wyznaczono z rozwiązania następującego, osiowosymetrycznego (2D) początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego [70]:

$$K_d \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho_d c_d \frac{\partial T}{\partial t}, \quad r_d < r < R_d, \quad -\delta_d < z < 0, \quad t > 0, \quad (1.14)$$

$$K_d \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \begin{cases} h[T_0 - T(r, 0, t)], & r_d \leq r \leq r_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \\ q_d(r, t), & r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \end{cases} \quad (1.15)$$

$$K_d \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_d} = h[T_0 - T(R_d, z, t)], \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (1.16)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_d} = 0, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (1.17)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=-\delta_d} = 0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (1.18)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad (1.19)$$

gdzie gęstość strumienia ciepła obliczona jest ze wzoru [2]:

$$q_d(r, t) = \eta \gamma f p_0 r \omega(t), \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (1.20)$$

z uwzględnieniem współczynników przykrycia  $\eta$  i rozdzielenia strumieni ciepła  $\gamma$  w postaci Charrona [15]:

$$\eta = \frac{\theta_0}{2\pi'}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{K_d \rho_d c_d}}{\sqrt{K_d \rho_d c_d} + \sqrt{K_p \rho_p c_p}}. \quad (1.21)$$

Wprowadzenie współczynnika przykrycia  $\eta$  do wzoru (1.20) pozwala na uwzględnienie w osiowosymetrycznym modelu obliczeniowym rzeczywistego nominalnego wymiaru obszaru kontaktu w kierunku obwodowym, natomiast współczynnik rozdzielenia strumieni ciepła  $\gamma$  odzwierciedla wpływ właściwości termofizycznych nakładki na temperaturę tarczy. Rekomendację co do wyboru określonej postaci wzoru (1.21) do obliczenia  $\gamma$  zawarto w artykule [86].

Przy założeniach 1)–7) przestrzenne (3D) zagadnienie cieplne tarcia dla



tarczy ma postać [70]:

$$K_d \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho_d c_d \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \omega \frac{\partial T}{\partial \theta} \right), \quad (1.22)$$

$$r_d < r < R_d, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad -\delta_d < z < 0, \quad t > 0.$$

W obszarze kontaktu:

$$K_d \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \begin{cases} q_d(r, \theta, t), & (r, \theta) \in \Gamma, \quad 0 \leq t \leq t_s, \\ h[T_0 - T(r, \theta, t)], & r_p \leq r \leq R_p, \quad |\theta| \geq 0,5\theta_0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \end{cases} \quad (1.23)$$

$$K_d \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_d} = h[T(r_d, \theta, z, t) - T_0], \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (1.24)$$

$$K_d \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_d} = h[T_0 - T(r_d, \theta, z, t)], \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (1.25)$$

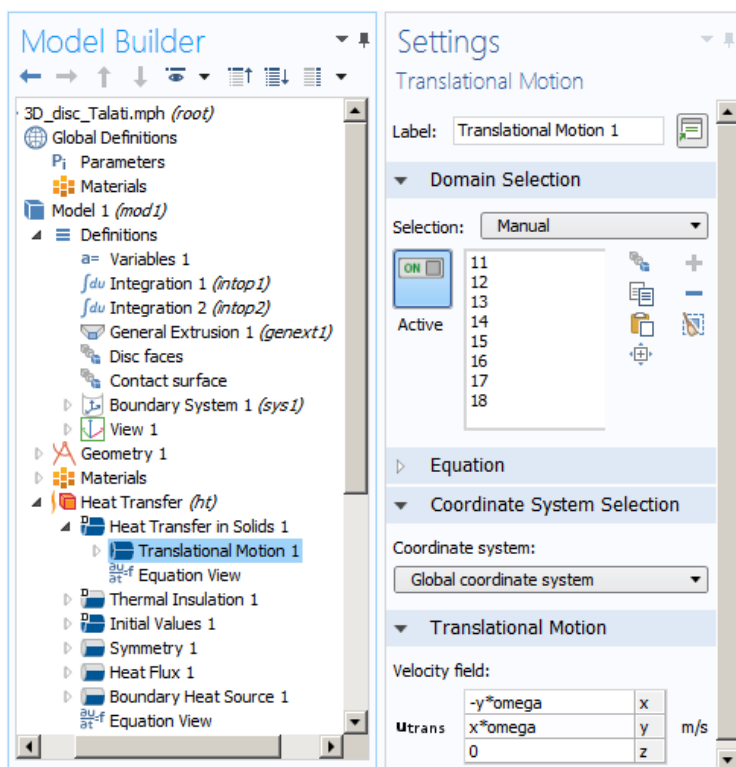
$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=-\delta_d} = 0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad z = -\delta_d, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (1.26)$$

$$T(r, \theta, z, 0) = T_0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad (1.27)$$

gdzie:

$$q_d(r, \theta, t) = \gamma f p_0 r \omega(t). \quad (1.28)$$

Współczynnik rozdzielania strumieni ciepła  $\gamma$  wyznaczono ze wzoru (1.21),  $T(r, \theta, z, t)$  – są to niestalone przestrzenne pole temperatury w układzie współrzędnych walcowych  $(r, \theta, z)$ .



Rys. 1.3. Okno ustawień nadania ruchu obrotowego tarczy w programie COMSOL Multiphysics®

### 1.3. Opis modułu Heat Transfer w programie COMSOL Multiphysics®

Dokumentacja programu COMSOL Multiphysics® zawiera rozdział pt. *Heat generation in a disc brake (SOLVED WITH COMSOL MULTIPHYSICS®3.5a)*, dotyczący symulacji wytwarzania ciepła na skutek tarcia podczas hamowania jednokrotnego pojazdu wyposażonego w cztery jednakowe hamulce tarczowe, wykonane z litej tarczy i dwóch nakładek o kształcie zbliżonym do wycinka pierścienia [26]. Rozdział ten nieznacznie aktualizowano przy przej-

ściu od wersji programu 3.5, poprzez 4.3b, aż do bieżącej 5.3. Wszystkie wersje dotyczą symulacji procesu hamowania pojazdu o masie 1800 kg od prędkości początkowej  $V_0 = 25 \text{ m s}^{-1}$  w czasie  $t_s^0 = 2 \text{ s}$ , po którym następuje zwolnienie hamulca i przemieszczanie się pojazdu z prędkością  $5 \text{ m s}^{-1}$  przez kolejne 8 s. W obliczeniach uwzględniono chłodzenie konwekcyjne ze współczynnikiem wymiany ciepła zależnym od prędkości oraz promieniowanie cieplne. Uproszczona analiza z uwagi na znany *a priori* liniowy profil czasowy prędkości pojazdu zawiera podstawowe metody i narzędzia do modelowania ruchu obrotowego tarczy względem stacjonarnych nakładek. Odbywa się to poprzez zdefiniowanie lokalnego wektora prędkości w obszarze tarczy:

$$\vec{v}_d = \omega(t)(-y, x), \quad (1.29)$$

a w programie pole przemieszczeń (prędkości)  $u_{trans}$  zdefiniowane jest w postaci tabeli po dodaniu opcji *Translational Motion* w module *Heat Transfer* (rys. 1.3, tab. 1.2).

**Tab. 1.2.** Definiowanie pola prędkości

$-y \cdot \omega$	$x$	$\text{m s}^{-1}$
$x \cdot \omega$	$y$	$\text{m s}^{-1}$
0	$z$	$\text{m s}^{-1}$

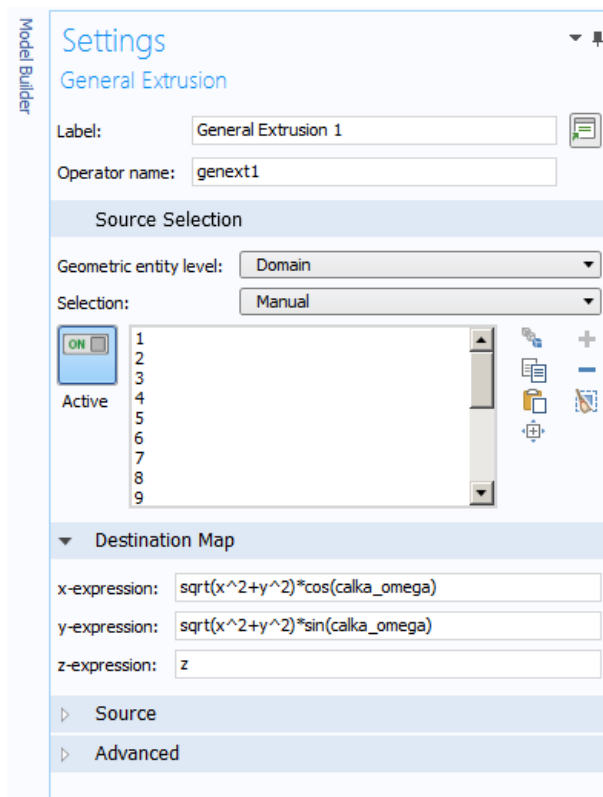
W podejściu takim tarcza, jak również siatka elementów skończonych wizualnie są nieruchome. Tym samym po zaznaczeniu określonego punktu (model geometryczny) na powierzchni kontaktu tarczy nie będą widoczne oscylacje związane ze względnym ruchem nakładki i tarczy, ponieważ punkt ten nie będzie przemieszczał się względem nakładki. W celu powiązania punktu (obszaru) z zadaniem polem prędkości tarczy przed obliczeniami należy dodać opcję *General Extrusion 1* i zaznaczyć (wyłącznie) obszar, który ma się przemieszczać. Dodatkowo, aby przejść z układu biegunowego  $(r, \alpha)$  do kartezjańskiego  $(x, y)$ , wprowadzono zależności (rys. 1.4):

$$\sqrt{x^2 + y^2} \cdot \cos(\alpha), \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \sin(\alpha),$$

czyli  $x = r \cos(\alpha)$  oraz  $y = r \sin(\alpha)$ .

Funkcji *General Extrusion 1* przypisywana jest nazwa (*genext1*), którą należy

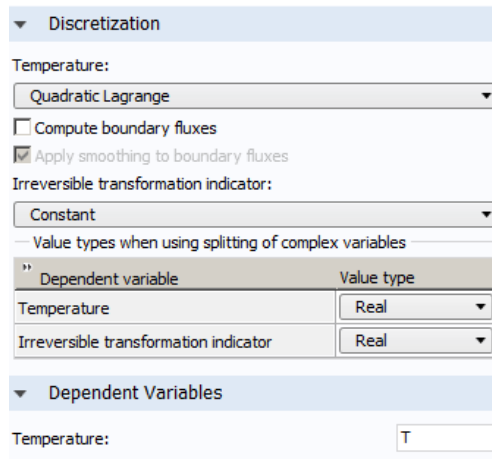
następnie wykorzystać na etapie tworzenia wykresu zmiany danej wielkości w czasie. W przypadku temperatury wzór przyjmuje postać  $genext1(T)$ .



**Rys. 1.4.** Okno ustawień funkcji *General Extrusion* w programie COMSOL Multiphysics®

W dokumentacji *Heat generation in a disc brake* wyznaczono pole temperatury w czasie hamowania na określonym promieniu powierzchni tarczy, a także obliczono ilość ciepła wytworzonego podczas tarcia i oddanego do otoczenia na skutek promieniowania cieplnego i konwekcji. Przedstawiono również narzędzia do tworzenia przestrzennych zmian temperatury w czasie analizowanego procesu. Taka podstawowa wiedza wraz z dołączonym pli-

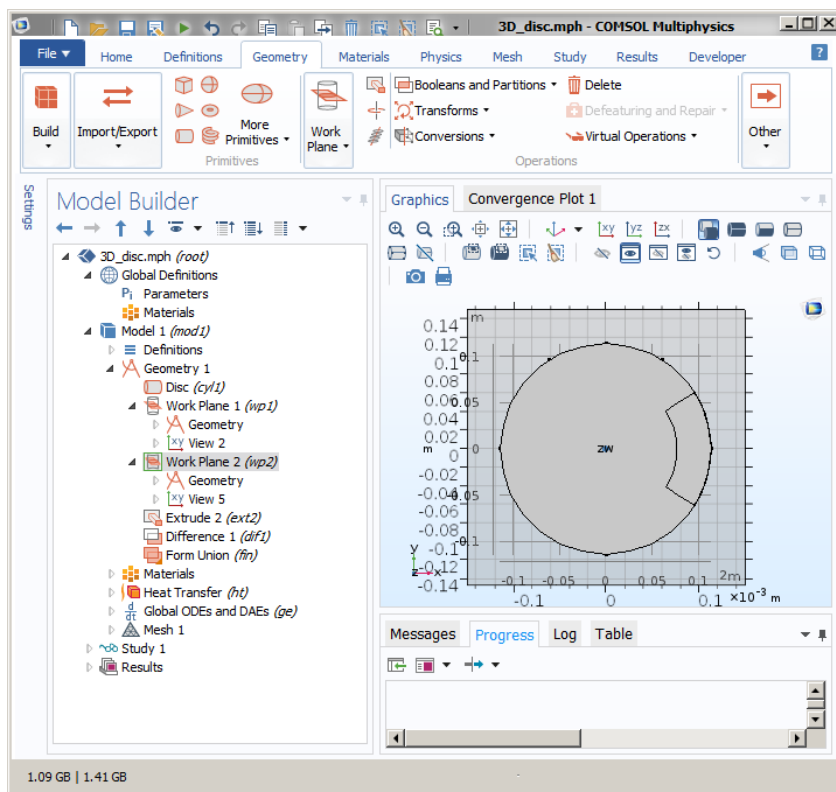
kiem z rozszerzeniem \*.mph pozwala na przeprowadzenie symulacji hamowania przy zadanej zmianie prędkości, stałych właściwościach termofizycznych materiałów i współczynniku tarcia.



**Rys. 1.5.** Okno z narzędziami do ustawień właściwości elementów skończonych w analizie wymiany ciepła *Heat Transfer* (funkcje kształtu) w programie COMSOL Multiphysics®

Analogiczny proces hamowania z uwzględnieniem zmiany prędkości w czasie zbadano w artykule [2]. Zawarto tam szczegółową analizę zmian pól temperatury podczas hamowania jednokrotnego z wybranymi czterema prędkościami początkowymi. Były to ewolucje temperatury na powierzchni kontaktu tarczy oraz określonej odległości od tej powierzchni przy ustalonym położeniu względem osi obrotu, rozkłady na obwodzie w określonych chwilach procesu hamowania oraz rozkłady temperatury w kierunku promieniowym. Na podstawie rezultatów otrzymanych z wykorzystaniem modeli obliczeniowych 2D i 3D ustalono, że zmiany temperatury w czasie hamowania na powierzchni kontaktu w modelu osiowosymetrycznym są równe odpowiednim zmianom średnich wartości temperatury w kierunku obwodowym powierzchni kontaktu otrzymanych z wykorzystaniem modelu trójwymiarowego. Obliczenia przeprowadzono w programach MES MSC.Pa-

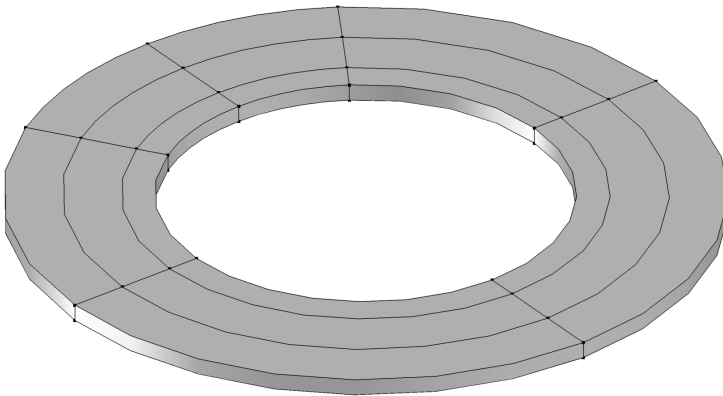
tran/MSC.Nastran firmy MSC.Software [60, 67], które nie posiadają matematycznych narzędzi do adaptacji układu równań CDTZ podczas hamowania. Dlatego wszystkie dalej zaprezentowane symulacje przeprowadzono w środowisku oprogramowania COMSOL Multiphysics® [28]. W tym celu wykorzystano moduł *Heat Transfer, CAD (computer-aided design) Import* oraz *Mathematics* (rys. 1.8).



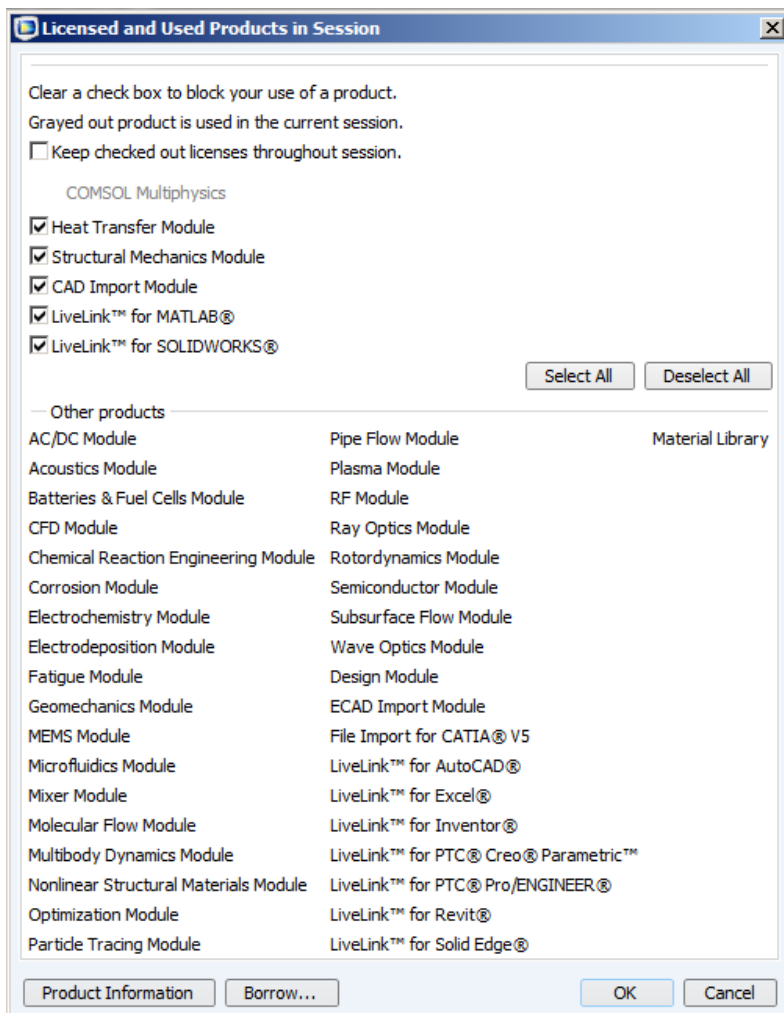
Rys. 1.6. Budowa modelu geometrycznego w programie COMSOL Multiphysics®

W analizowanym przypadku, z uwagi na uproszczony kształt tarczy, bryłę geometryczną utworzono za pomocą wbudowanych narzędzi widocznych na rysunku 1.6. W palecie narzędzi zawarte są obiekty 2D (koło, trójkąt) oraz 1D

(linia, polilinia, krzywa sklejana). Modelowanie odbywa się w sposób zbliżony do innych programów typu CAD, np. po utworzeniu obiektu dwuwymiarowego, w celu otrzymania bryły przestrzennej, stosuje się operację obrotu lub wyciągnięcia w określonym kierunku. Tym niemniej posługiwanie się takimi narzędziami wymaga dodatkowych umiejętności i może być stosowane do odpowiednio uproszczonych kształtów w stosunku do typowo CAD-owskich, bardziej zaawansowanych programów pod tym względem, takich jak SolidWorks. Ostateczny przestrzenny model CAD tarczy hamulcowej pokazano na rysunku 1.7. Można zauważyć, że model ten jest podzielony na regularne obszary. Cięcie zastosowano w celu dogodniejszego utworzenia siatki elementów skończonych. W pierwszej kolejności były to czworoboczne elementy płaskie utworzone na powierzchni tarcia. Następnie posłużyły one do wygenerowania elementów heksagonalnych poprzez wyciągnięcie (funkcja *sweep* w grupie *mesh*) w kierunku normalnym z odpowiednim podziałem (liniowy rozkład ciągu arytmetycznego lub geometrycznego). Natomiast ustawienia właściwości elementu skończonego dostępne są w grupie głównej *Heat Transfer* (rys. 1.5).



**Rys. 1.7.** Model CAD tarczy utworzony w programie COMSOL Multiphysics®, za pomocą narzędzi modułu geometrycznego

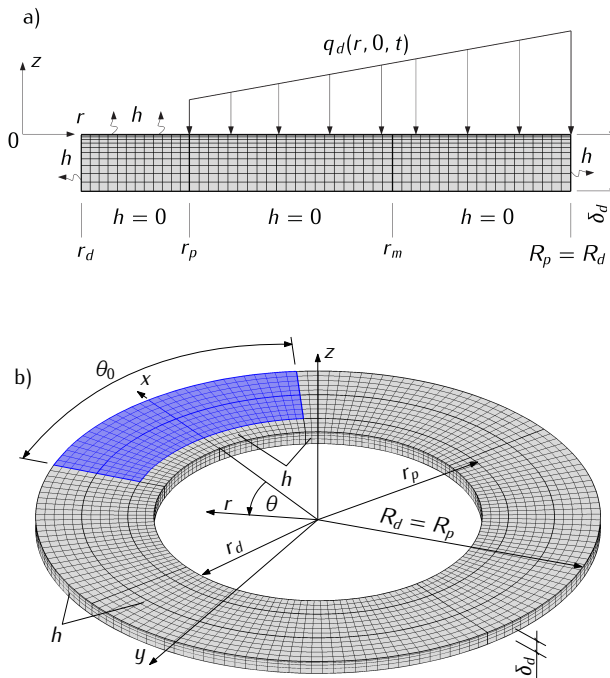


Rys. 1.8. Zestawienie modułów dostępnych w programie COMSOL Multiphysics®5.3



### 1.4. Przykład obliczeniowy

Przeprowadzono symulację komputerową procesu hamowania jednokrotnego dla dwóch (2D i 3D) modeli tarcz, których siatki elementów skończonych pokazano na rysunku 1.9. Parametry hamowania odpowiadają wartościom z podrozdziału 1.1, a właściwości termofizyczne materiałów tarczy (żeliwo ChNMKh) i nakładek (FMC-11) zestawiono w tabeli 1.3.

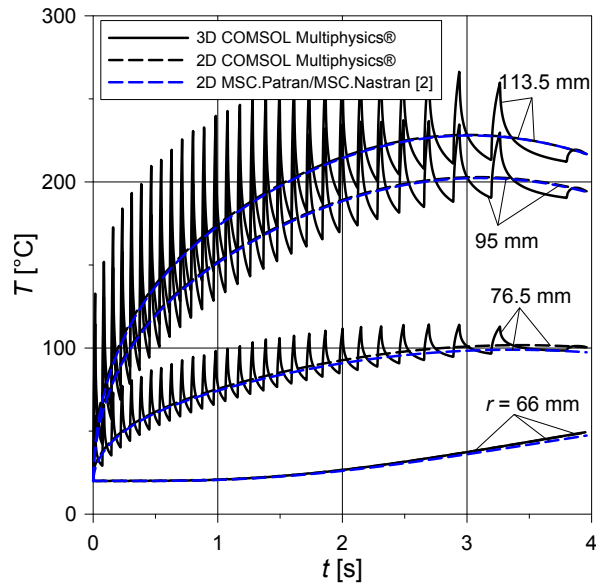


**Rys. 1.9.** Siatki elementów skończonych modelu tarczy hamulcowej: a) osiowo-symetrycznego i b) trójwymiarowego

Obliczenia miały na celu weryfikację bazowych narzędzi programu COMSOL Multiphysics® przed przystąpieniem do modelowania zagadnień sprzężonych.

**Tab. 1.3.** Właściwości termofizyczne nakładek i tarczy przy temperaturze 20°C [24]

parametr	FC-16L	FMC-11	ChNMKh
współczynnik przewodzenia ciepła $K^{(0)}$ , $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	0,79	35,005	52,167
ciepło właściwe $c^{(0)}$ , $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	961	478,94	444,6
gęstość $\rho$ , $\text{kg m}^{-3}$	2500	4700	7100

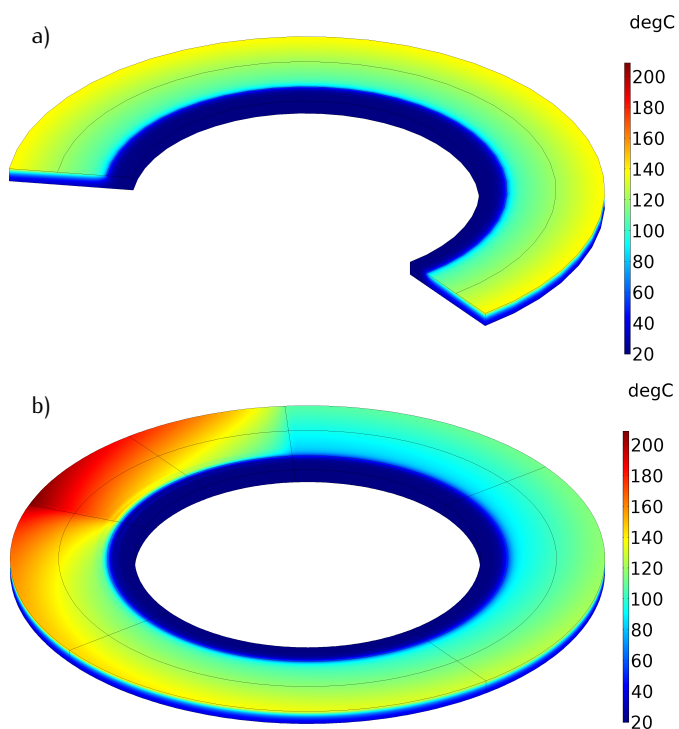
**Rys. 1.10.** Zmiany temperatury na powierzchni kontaktu tarczy w czasie hamowania jednokrotnego; model 2D – linie przerywane czarne, model 3D – linie ciągłe czarne, model 2D z pakietu MSC.Patran/MS.Nastran – linie przerywane niebieskie [2]

Na rysunku 1.10 pokazano zmiany temperatury na powierzchni roboczej tarczy dla czterech wartości promienia: zewnętrznego nakładki  $r = R_p = 0,1135$  m; średniego promienia bieżni hamulcowej  $r = r_m = 0,095$  m; wewnętrznego promienia nakładki  $r = r_p = 0,0765$  m oraz wewnętrznego

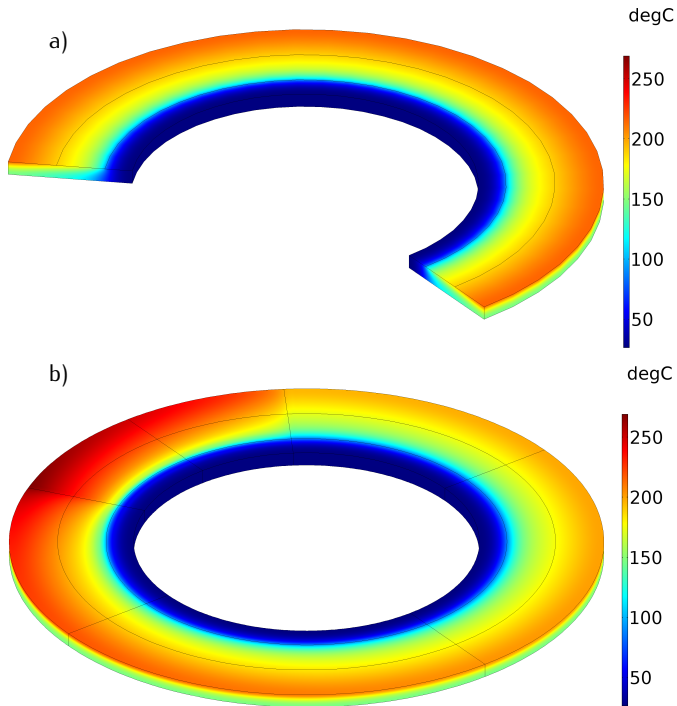
promienia tarczy  $r = r_d = 0,066$  m, otrzymane z wykorzystaniem programu COMSOL Multiphysics® (linie ciągłe i linie przerywane czarne) oraz MSC.Patran/MSC.Nastran (linie przerywane niebieskie) [2]. Mając na uwadze przejrzystość wyników, nie pokazano natomiast zmian temperatury uzyskanych na podstawie modelu 3D za pomocą pakietu MSC.Patran/MSC.Nastran [2]. Zmiany temperatury w czasie hamowania w obszarze nagrzewania, otrzymane na podstawie modelu trójwymiarowego (linie ciągłe), mają charakter oscylacyjny, przy czym jeden cykl narastania temperatury i jej spadku odpowiada jednemu obrotowi tarczy. Można zauważyć, że temperatura obliczona za pomocą modeli osiowosymetrycznych (linie przerywane) jest temperaturą średnią powierzchni tarczy. Należy zaznaczyć, że chwile wystąpienia maksymalnych wartości oscylacji temperatury znalezione z wykorzystaniem obu programów mogą być nieznacznie przesunięte w czasie w zależności od wybranego punktu na obwodzie. Amplituda oscylacji zależy od wielkości elementów skończonych w kierunku osiowym (na grubości). Efekt ten nie jest znaczący i nie wpływa na temperaturę średnią, stąd nie będzie w dalszej części pracy omawiany.

Na rysunkach 1.11, 1.12 oraz 1.13 przedstawiono pola temperatury w tarczy, odpowiednio w chwili  $t = 0,5$  s;  $t = 2$  s oraz na koniec hamowania przy  $t = t_s = 3,96$  s. W przypadku modelu osiowosymetrycznego nie występują zmiany temperatury w kierunku obwodowym, natomiast rozkład temperatury otrzymany na podstawie modelu 3D ujawnia jej niejednorodność w pobliżu obszaru kontaktu z nakładką. Szczególnie zauważalne jest to na początku hamowania przy  $t = 0,5$  s (rys. 1.11). W połowie procesu hamowania przy  $t = 2$  s (rys. 1.12), można zauważyć bardziej równomierny rozkład temperatury, a w chwili końcowej  $t = 3,96$  s różnice w kierunku obwodowym zanikają i pola temperatury otrzymane za pomocą modelu 2D i 3D są praktycznie jednakowe (rys. 1.13).

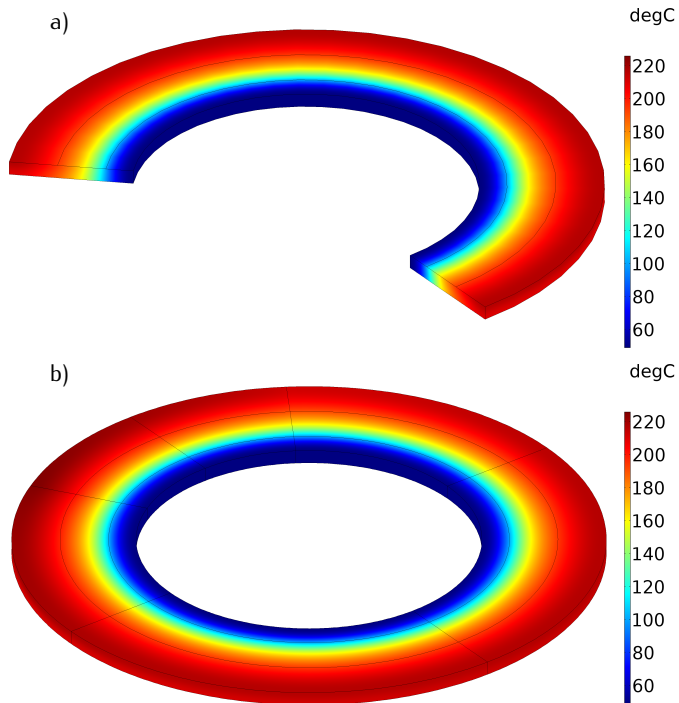
Przedstawione ewolucje temperatury powierzchni tarcia (rys. 1.10) oraz jej rozkłady przestrzenne w określonych chwilach czasu (rys. 1.11–1.13) dają jakościowy i ilościowy pogląd na stan temperaturowy układu hamulcowego podczas hamowania jednokrotnego pojazdu samochodowego od prędkości początkowej  $100 \text{ km h}^{-1}$  do zatrzymania.



**Rys. 1.11.** Wizualizacja przestrzenna w chwili czasu  $t = 0,5$  s: a) osiowosymetrycznego, b) trójwymiarowego pola temperatury



**Rys. 1.12.** Wizualizacja przestrzenna w chwili czasu  $t = 2$  s: a) osiowosymetrycznego, b) trójwymiarowego pola temperatury



**Rys. 1.13.** Wizualizacja przestrzenna w chwili czasu  $t = t_s = 3,96$  s: a) osiowosymetrycznego, b) trójwymiarowego pola temperatury

## 1.5. Wnioski

Większość znanych w literaturze naukowej modeli numerycznych do wyznaczenia temperatury tarczowego układu hamulcowego opiera się na założeniu o niezmienności współczynnika tarcia w procesie hamowania. Zwykle jest to wartość uśredniona, uzyskana w wyniku testów na stabilność cieplną materiałów pary ciernej. W takim przypadku proces otrzymywania rozwiązań odpowiednich zagadnień cieplnych tarcia polega na wykonaniu następujących kroków:

- 1) wyznaczenie siły tarcia przy zadanych wartościach ciśnienia kontaktowego, współczynnika tarcia oraz pola nominalnego obszaru kontaktu, a następnie podstawienie tej wartości do równania ruchu;
- 2) rozwiązanie zagadnienia początkowego dla równania ruchu przy znanej energii kinetycznej pojazdu, umożliwiające w ten sposób wyznaczenie czasu do zatrzymania oraz zmiany prędkości podczas hamowania;
- 3) wyznaczenie profilu czasowego gęstości mocy tarcia i podstawienie go do prawej strony ww. warunku brzegowego w odpowiednim zagadnieniu początkowo-brzegowym przewodnictwa cieplnego;
- 4) rozwiązanie zagadnienia za pomocą jednej z wybranych metod numerycznych i otrzymanie w rezultacie przestrzenno-czasowych rozkładów temperatury w elementach roboczych układu hamulcowego.

Taki schemat obliczeniowy zaimplementowano w programie COMSOL Multiphysics® i opisano szczegółowo w tym rozdziale. Miało to na celu przybliżenie czytelnikowi bazowych narzędzi programu (*Heat Transfer, Solid, Translational Motion*, itd.) wykorzystywanych do symulacji procesu generacji ciepła w układzie nakładka-tarcza przy jednokrotnym lub wielokrotnym hamowaniu.

Opisane podejście do wyznaczenia kluczowych parametrów procesu hamowania, takich jak prędkość i temperatura, zawiera istotne uproszczenie – nie uwzględnia ono wzajemnego wpływu tych wielkości. Dlatego w dalszej części monografii opracowano odpowiednie sprzężone modele numeryczne, oparte zarówno na bazowych, jak również zaawansowanych modułach (np. *Mathematics, Deformed Geometry (dg)*).

## 2. Osiosymetryczny 2D model hamulca tarczowego z uwzględnieniem wzajemnego wpływu temperatury i prędkości

W układach tarciovych z pochłanianiem znacznej ilości energii kinetycznej, takich jak hamulce tarczowe, wymagane jest zachowanie stałej i wysokiej wartości współczynnika tarcia. Parametr ten zależy między innymi od prędkości, ciśnienia kontaktowego, temperatury oraz właściwości termofizycznych materiałów pary ciernej. W przypadku ogólnym postać takiej zależności jest nieliniowa. W niniejszym rozdziale opracowano osiosymetryczny, z wykorzystaniem MES, model do zbadania wpływu współczynnika tarcia na czas hamowania, temperaturę maksymalną powierzchni tarcia oraz zmianę prędkości pojazdu. Obliczenia przeprowadzono na podstawie rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania ruchu oraz początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego. Głównym celem badań było porównanie pól temperatury nakładek i tarczy oraz czasu hamowania przy stałym i wrażliwym termicznie współczynniku tarcia. Zależności współczynnika tarcia od temperatury i ciśnienia kontaktowego, niezbędne do obliczeń numerycznych, zaadaptowano z badań doświadczalnych innych autorów.

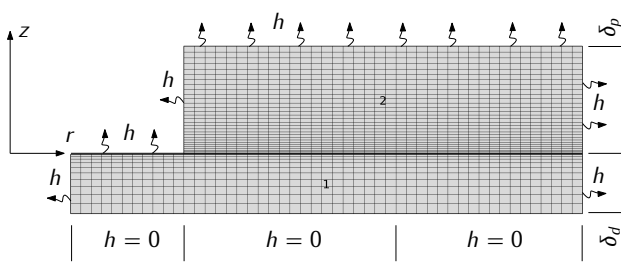
### 2.1. Osiosymetryczne zagadnienie cieplne tarcia przy hamowaniu jednokrotnym

Rozpatrzono proces hamowania pojazdu o masie  $m$ , od prędkości początkowej  $V_0$  w chwili  $t = 0$  do zatrzymania przy  $t = t_s$ . Na skutek docisku nakładek do powierzchni roboczych obracającej się tarczy (rys. 2.1) powstaje jednorodny rozkład ciśnienia kontaktowego o wartości  $p_0$ . Z uwagi na tarcie ślizgowe generowane jest ciepło i elementy układu nakładka-tarcza nagrzewają się.

Zakłada się, że:



## 2. Osiowosymetryczny 2D model hamulca tarczowego



**Rys. 2.1.** Siatka osiowosymetrycznych (2D) elementów skończonych modelu obliczeniowego hamulca tarczowego

- 1) obciążenie cieplne jest symetryczne względem płaszczyzny środkowej tarczy;
- 2) siła tarcia opóźniająca ruch pojazdu jest równo rozdzielona pomiędzy cztery układy hamulcowe (rys. 1.1);
- 3) przestrzenny rozkład ciśnienia kontaktowego jest jednorodny ( $p = p_0$ );
- 4) współczynnik tarcia zależy od temperatury średniej powierzchni kontaktu;
- 5) ma miejsce doskonały kontakt cieplny tarcia pomiędzy nakładką i tarczą, tj.
  - a) suma intensywności strumieni ciepła, skierowanych w kierunku normalnym do powierzchni kontaktu nakładki i tarczy, równa jest gęstości mocy tarcia  $q$ ,
  - b) temperatura powierzchni ciernych nakładki i tarczy jest jednokowa;
- 6) na powierzchniach wolnych elementów ma miejsce chłodzenie konwekcyjne ze stałym współczynnikiem wymiany ciepła  $h$ ;

## 2.1. Osiowosymetryczne zagadnienie cieplne tarcia przy hamowaniu jednokrotnym

- 7) temperatura początkowa nakładki i tarczy  $T_0$  równa jest temperaturze otoczenia  $T_a$ ;
- 8) współczynnik przykrycia  $\eta$  (wzór (1.21)) powierzchni roboczych nakładki i tarczy równy jest jedności.

Zmianę prędkości pojazdu  $V(t)$  podczas hamowania obliczono z rozwiązania równania ruchu:

$$m \frac{dV(t)}{dt} = -F(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.1)$$

przy warunku początkowym:

$$V(0) = V_0. \quad (2.2)$$

Biorąc pod uwagę założenia 3) i 4), siłę opóźniającą ruch pojazdu i występującą w równaniu (2.1) zapisano w postaci:

$$F(t) = 8f_{av}(t)p_0A_aR_w^{-1}r_{eq}(t), \quad (2.3)$$

gdzie uśredniony w kierunku promieniowym współczynnik tarcia wynosi:

$$f_{av}(t) = \frac{2\pi}{A_a} \int_{r_p}^{R_p} f[T(r, 0, t)]rdr, \quad (2.4)$$

pole powierzchni nominalnego obszaru kontaktu jest równe:

$$A_a = \pi(R_p^2 - r_p^2), \quad (2.5)$$

a promień ekwiwalentny obszaru kontaktu, tzw. pierścienia ciernego, obliczono ze wzoru:

$$r_{eq}(t) = \frac{\int_{r_p}^{R_p} f[T(t, 0, r)]r^2dr}{\int_{r_p}^{R_p} f[T(t, 0, r)]rdr}. \quad (2.6)$$

Przy stałej wartości współczynnika tarcia ze wzoru (2.6) otrzymujemy powszechnie stosowany wzór do obliczenia  $r_{eq}$  (1.4).

## 2. Osiowosymetryczny 2D model hamulca tarczowego

---

Biorąc pod uwagę związki (2.3)–(2.4), rozwiązanie zagadnienia początkowego (2.1)–(2.2) zapisano w postaci:

$$V(t) = V_0 - BF_{av}(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.7)$$

gdzie:

$$B = \frac{16\pi(R_p^3 - r_p^3)p_0}{3mR_w}, \quad F_{av}(t) = \int_0^t f_{av}(\tau)d\tau. \quad (2.8)$$

Z warunku zatrzymania  $V(t_s) = 0$ , z uwzględnieniem wzorów (2.7) i (2.8), do wyznaczenia czasu hamowania  $t_s$  otrzymano następujące nieliniowe równanie funkcyjne:

$$F_{av}(t_s) = C \equiv V_0 B^{-1}. \quad (2.9)$$

Stała  $C$ , występująca w równaniu (2.9), z uwzględnieniem związku  $m = 2W_0 V_0^{-2}$  jest równa:

$$C = \frac{3W_0 R_w}{8\pi(R_p^3 - r_p^3)V_0 p_0}. \quad (2.10)$$

Z założenia 2) wynika, że obszar obliczeniowy jest ograniczony wyłącznie do połowy grubości tarczy  $z = \delta_d$ . Biorąc pod uwagę założenia 6)–8), osiowosymetryczne pole temperatury  $T(r, z, t)$  nakładki i tarczy podczas hamowania, wyznaczono z rozwiązania następującego początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego (rys. 2.1):

$$K_p \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho_p c_p \frac{\partial T}{\partial t}, \quad r_p < r < R_p, \quad 0 < z < \delta_p, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (2.11)$$

$$K_d \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho_d c_d \frac{\partial T}{\partial t}, \quad r_d < r < R_d, \quad -\delta_d < z < 0, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (2.12)$$

2.1. Osiosymetryczne zagadnienie cieplne tarcia przy hamowaniu jednokrotnym

---

$$K_d \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0^-} - K_p \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0^+} = q(r, t), \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.13)$$

$$T(r, 0^+, t) = T(r, 0^-, t), \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.14)$$

$$K_p \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=\delta_p} = h[T_0 - T(r, \delta_p, t)], \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.15)$$

$$K_p \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_p} = h[T(r_p, z, t) - T_0], \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.16)$$

$$K_p \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_p} = h[T_0 - T(R_p, z, t)], \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.17)$$

$$K_d \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0^-} = h[T_0 - T(r, 0^-, t)], \quad r_d \leq r \leq r_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.18)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=-\delta_d} = 0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.19)$$

$$K_d \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_d} = h[T(r_d, z, t) - T_0], \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.20)$$

$$K_d \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_d} = h[T_0 - T(R_d, z, t)], \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.21)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad (2.22)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad (2.23)$$

gdzie gęstość mocy tarcia  $q(r, t)$ , występującą po prawej stronie warunku (2.13), wyznaczano ze wzoru:

$$q(r, t) = f[T(r, 0, t)] p_0 r V(t) R_w^{-1}, \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (2.24)$$

a zmianę prędkości pojazdu  $V(t)$ , jak również czas zatrzymania  $t_s$  znaleziono ze wzorów (2.7)–(2.10).

Zagadnienie początkowo-brzegowe (2.11)–(2.23) odnosi się do klasy zagadnień z zewnętrzną nieliniowością. Poprzez zależny od temperatury współczynnik tarcia zagadnienia (2.1), (2.2) i (2.7)–(2.24) są współzależne.

## 2.2. Dyskretyzacja MES

Rozwiązanie początkowo-brzegowe zagadnienia przewodnictwa ciepłego (2.11)–(2.23) otrzymano numerycznie, stosując standardową metodę Galerkiną w postaci macierzowej [60, 61]:

$$[\mathbf{C}] \frac{d}{dt} \{\mathbf{T}\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{T}\} = \{\mathbf{Q}\}^l + \{\mathbf{Q}\}^n, \quad (2.25)$$

gdzie  $\{\mathbf{Q}\}^l$  i  $\{\mathbf{Q}\}^n$  – są to wektory obciążenia ciepłego uwzględniające między innymi zależny od temperatury współczynnik tarcia.

Rozwiązanie układu nieliniowych równań różniczkowych rzędu pierwszego (2.25) otrzymano za pomocą następującego schematu różnicowego:

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}] \{\beta\{\mathbf{T}\}_{n+1} + (1 - \beta)\{\mathbf{T}\}_n\} + (\Delta t)^{-1} [\mathbf{C}] \{\{\mathbf{T}\}_{n+1} - \{\mathbf{T}\}_n\} = \\ = \{\beta\{\mathbf{Q}\}_{n+1}^l + (1 - \beta)\{\mathbf{Q}\}_n^l\} + (1 + \beta)\{\mathbf{Q}\}_n^n - \beta\{\mathbf{Q}\}_{n-1}^n, \end{aligned} \quad (2.26)$$

gdzie indeks dolny  $n$  oznacza  $n$ -ty krok czasowy, a parametr  $0 \leq \beta \leq 1$ , dobierano tak, aby zapewnić stabilność procesu obliczeniowego oraz zadaną dokładność rozwiązania. Przekształcając układ równań (2.26), schemat iteracyjny do otrzymania rozwiązania zapisano w następującej postaci:

$$\begin{aligned} [(\Delta t)^{-1} [\mathbf{C}] + \beta [\mathbf{K}]] \{\mathbf{T}\}_{n+1} = [(\Delta t)^{-1} [\mathbf{C}] - (1 - \beta) [\mathbf{K}]] \{\mathbf{T}\}_n + \\ + \beta \{\mathbf{Q}\}_{n+1}^l + (1 - \beta) \{\mathbf{Q}\}_n^l + (1 + \beta) \{\mathbf{Q}\}_n^n - \beta \{\mathbf{Q}\}_{n-1}^n. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Obszar obliczeniowy układu hamulcowego podzielono na 1630 osiosymetrycznych elementów skończonych (1209 – nakładka, 550 – tarcza) (rys. 2.1). Rozkład elementów w kierunku osiowym jest równomierny i wynosi 30 dla nakładki oraz 10 dla tarczy. Istotne z punktu widzenia dokładności roz-

wiązania było uwzględnienie wysokich gradientów temperatury w pobliżu powierzchni kontaktu, stąd wprowadzono niejednorodny rozkład elementów w kierunku osiowym o stosunku najmniejszego do największego elementu równym 0,2.

### 2.3. Współzależne zmiany prędkości i temperatury podczas hamowania

Rozpatrywany jest proces hamowania jednokrotnego pojazdu o masie  $m = 5671,91$  kg, od prędkości początkowej  $V_0 = 100$  km h<sup>-1</sup> ( $\approx 27,8$  m s<sup>-1</sup>) do zatrzymania, przy nominalnym ciśnieniu kontaktowym  $p_0 = 1,47$  MPa. Temperatura początkowa układu  $T_0$  równa jest temperaturze otoczenia  $T_a = 20^\circ\text{C}$ . Wymiary elementów układu hamulcowego zaprezentowano w tabeli 1.1. Obliczenia wykonano dla dwóch materiałów nakładki, Retinaxu FC-16L typu A (wytwarzane na bazie żywic fenolowo-formaldehydowych i wzmocnione drutem z dodatkiem wiórów mosiężnych) i metaloceramiki FMC-11 (64% Fe, 15% Cu, 3% SiO<sub>2</sub>, 6% BaSO<sub>4</sub>, 3% azbestu i 9% grafitu), skojarzonych z żeliwną (ChNMKh) tarczą (tab. 1.3), przy stałej wartości współczynnika wymiany ciepła  $h = 60$  W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup> [77]. Początkowa energia kinetyczna pojazdu wynosi  $W_0 = 2,188$  MJ. Należy zaznaczyć, że te same parametry operacyjne, przy stałym współczynniku tarcia  $f = 0,5$ , wykorzystane były w artykule [92]. W rozpatrywanym przypadku uwzględniono wzajemne powiązanie prędkości i temperatury. Pozwoliło to ocenić wpływ takiego sprzężenia na zmianę prędkości kątowej  $\omega$  w czasie hamowania, czas potrzebny do zatrzymania pojazdu  $t_s$  oraz pole temperatury  $T$  nakładki i tarczy.

Obliczenia wykonano przy stałym, odpowiadającym temperaturze początkowej  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  i zależnym od temperatury współczynniku tarcia zgodnie z danymi doświadczalnymi zaadaptowanymi z pracy [24]. Odpowiednie wzory aproksymacyjne dla tych danych mają postać [92]:

$$f(T) = f_1 + \frac{f_2}{1 + [f_3(T - T_{f_1})]^2} + \frac{f_4}{1 + [f_5(T - T_{f_2})]^2}, \quad (2.28)$$

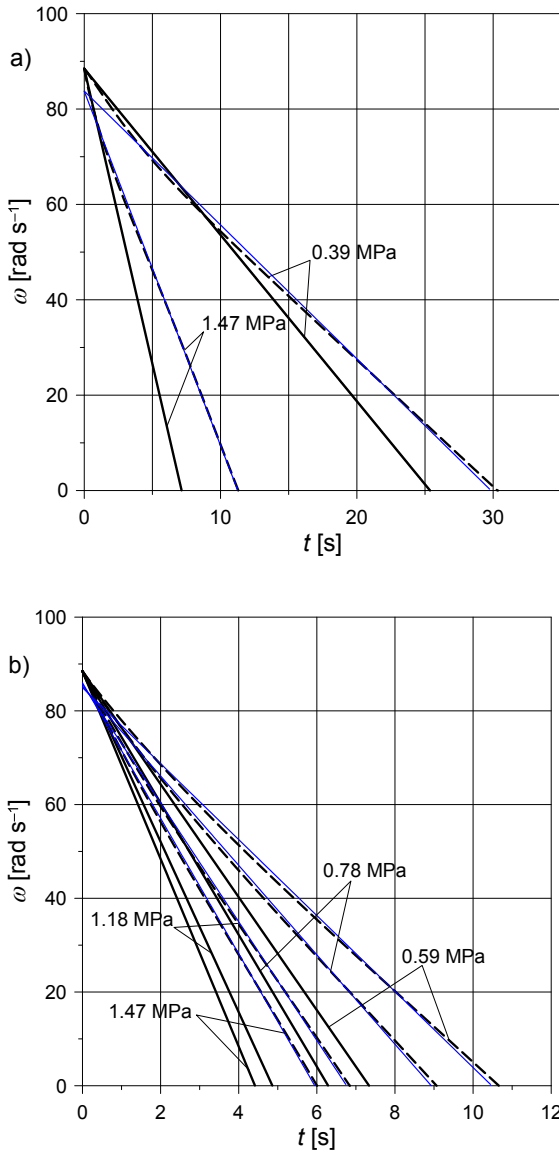
gdzie wartości współczynników  $f_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ,  $T_{f_1}$  i  $T_{f_2}$  zestawiono w tabeli 2.1.

**Tab. 2.1.** Współczynniki aproksymacyjne funkcji  $f(T)$  we wzorze (2.28) [46]

$f_1$	$f_2$	$f_3, ^\circ\text{C}^{-1}$	$T_{f_1}, ^\circ\text{C}$	$f_4$	$f_5, ^\circ\text{C}^{-1}$	$T_{f_2}, ^\circ\text{C}$
FC-16L-ChNMKh						
$p_0 = 0,39 \text{ MPa}$						
0	0,286	$5,5 \cdot 10^{-3}$	105	0,286	$2,5 \cdot 10^{-3}$	800
1,47 MPa						
0,020	0,288	$7 \cdot 10^{-3}$	95	0,2	$3 \cdot 10^{-3}$	800
FMC-11-ChNMKh						
$0,59 \text{ MPa}$						
$6,35 \cdot 10^{-3}$	0,762	$1,9 \cdot 10^{-3}$	-180	0	0	0
0,78 MPa						
0,032	0,642	$1,9 \cdot 10^{-3}$	-180	0	0	0
1,18 MPa						
0,029	0,570	$1,62 \cdot 10^{-3}$	-250	0	0	0
1,47 MPa						
0,036	0,480	$1,5 \cdot 10^{-3}$	-250	0	0	0

Zmiany prędkości kątowej tarczy dwóch analizowanych par ciernych przy stałym (linie ciągłe) i zależnym (linie przerywane) od temperatury współczynnika tarcia pokazano na rysunku 2.2. Uwzględnienie temperaturowej zależności współczynnika tarcia powoduje wydłużenie czasu hamowania w każdym z analizowanych przypadków. Natomiast zmiany prędkości w czasie hamowania były zbliżone do liniowych (linie niebieskie). Czasy hamowania osiągnane przy ciśnieniu 1,47 MPa są krótsze dla nakładek wykonanych z metaloceramiki FMC-11 (odpowiednio o 37% przy stałym współczynniku tarcia i 47% przy uwzględnieniu zależności  $f = f(T)$ ). Zgodnie ze wzorem (2.28) i tabelą 2.1 współczynnik tarcia dla pary FMC-11-ChNMKh w zakresie zmian temperatury od 20°C do 800°C maleje, stąd również czas do zatrzymania stale wydłuża się względem przypadku  $f = f(20^\circ\text{C})$ , natomiast przy nakładce wykonanej z materiału FC-16L zmiana współczynnika tarcia jest nieliniowa, dlatego w początkowym etapie hamowania ( $p_0 = 0,39 \text{ MPa}$ ) prędkość spada szybciej niż przy stałej wartości współczynnika tarcia  $f = f(20^\circ\text{C})$ .

### 2.3. Współzależne zmiany prędkości i temperatury podczas hamowania



**Rys. 2.2.** Zmiany prędkości kątowej  $\omega$  tarczy podczas hamowania: a) FC-16L-ChNMKh, b) FMC-11-ChNMKh; linie przerywane –  $f = f(T)$ , linie ciągłe czarne –  $f = f(20^\circ\text{C})$  [40], linie ciągłe niebieskie – aproksymacja liniowa rezultatów otrzymanych przy  $f = f(T)$



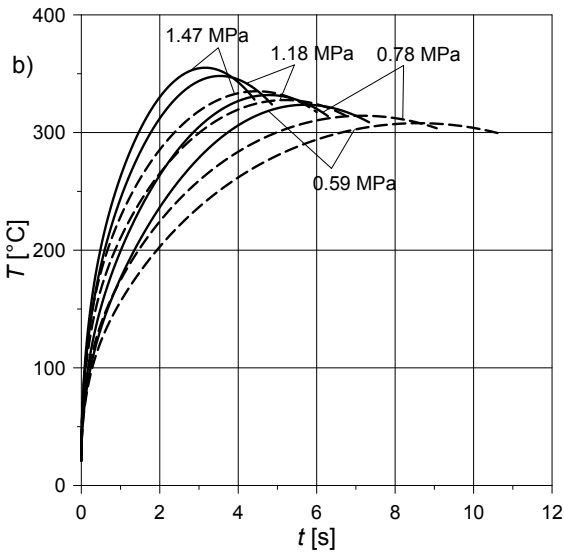
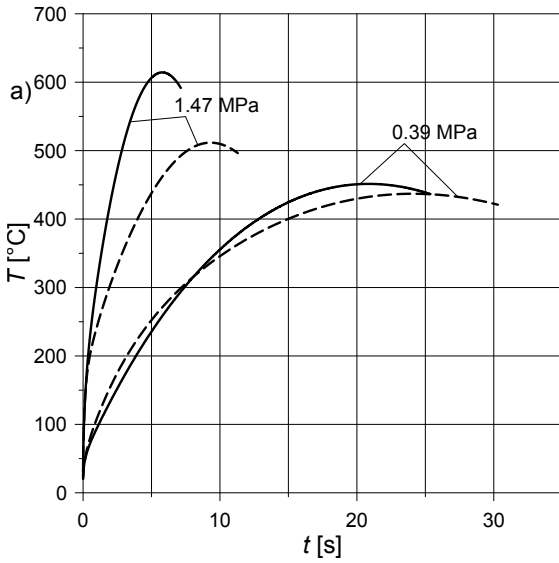
Ewolucje temperatury na promieniu ekwiwalentnym  $r_{eq} = 96,2$  mm obszaru kontaktu nakładki z tarczą przy stałym i zależnym od temperatury współczynnika tarcia pokazano na rysunku 2.3. Wpływ wrażliwości termicznej jest znaczący, zarówno na wartość temperatury maksymalnej, czas jej osiągnięcia, jak również na czas hamowania  $t_s$ .

Uwzględnienie zależności współczynnika tarcia od temperatury dla pary FC-16L-ChNMKh prowadzi do wyraźnie niższej temperatury maksymalnej w porównaniu do przypadku hamownia ze stałym współczynnikiem tarcia (rys. 2.3a). Jednocześnie całkowity czas hamowania wydłuża się. Zależność temperaturowa współczynnika tarcia pary FMC-11-ChNMKh również powoduje zmniejszenie wartości temperatury maksymalnej i wydłużenie czasu hamowania. Różnice te są tym mniejsze, im niższa jest nominalna wartość ciśnienia.

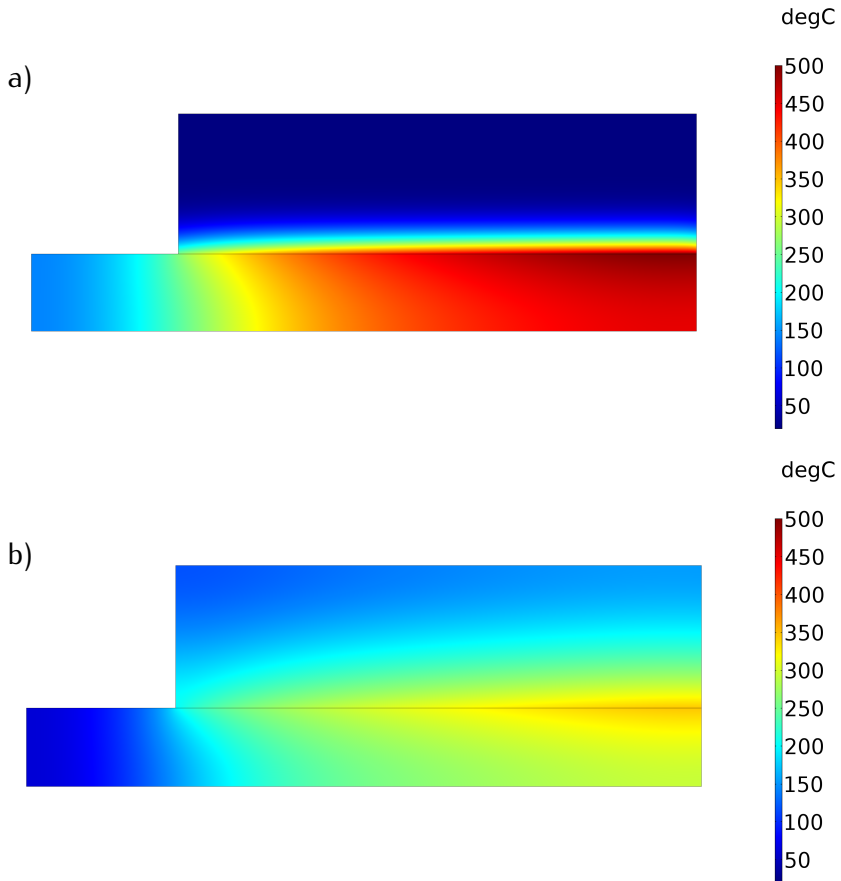
Rozkłady temperatury w przekroju poprzecznym  $\{r, z\}$  tarczy i nakładki przy zależnym od temperatury współczynnika tarcia pokazano na rysunku 2.4. Zasadniczy wpływ na rozkład temperatury w kierunku osi obrotu każdego elementu hamulca mają właściwości termofizyczne ich materiałów, szczególnie współczynnik przewodzenia ciepła (tab. 1.3). Przy niskiej jego wartości (FC-16L) najwyższe wartości temperatury zaobserwowano w pobliżu powierzchni tarcia (rys. 2.4a). Szerokość warstwy o podwyższonej temperaturze nie przekracza 20% grubości nakładki. Dla metaloceramicznej nakładki (FMC-11) współczynnik przewodzenia ciepła jest zbliżony do odpowiedniej wartości materiału żeliwnej tarczy, stąd rozkłady temperatury w obu elementach są niemal symetryczne względem powierzchni tarcia (rys. 2.4b), a nagrzewanie występuje na całej grubości.

Znając pole temperatury na powierzchni kontaktu tarczy z nakładką, za pomocą wzoru (2.28) obliczono rozkłady współczynnika tarcia w kierunku promieniowym (rys. 2.5). Najwyższe wartości  $f$  występują na krawędzi wewnętrznej  $r = r_p$  obszaru kontaktu. W przypadku pary ciernej FC-16L-ChNMKh współczynnik tarcia zmniejsza się, a następnie zwiększa się do wartości maksymalnej  $r = R_p$ . Natomiast w przypadku nakładki wykonanej z FMC-11 –  $f$  maleje monotonicznie w całym zakresie  $r_p \leq r \leq R_p$ . Rozkłady te odzwierciedlają zmiany temperatury pokazane na rysunkach 2.3 i 2.4.

### 2.3. Współzależne zmiany prędkości i temperatury podczas hamowania

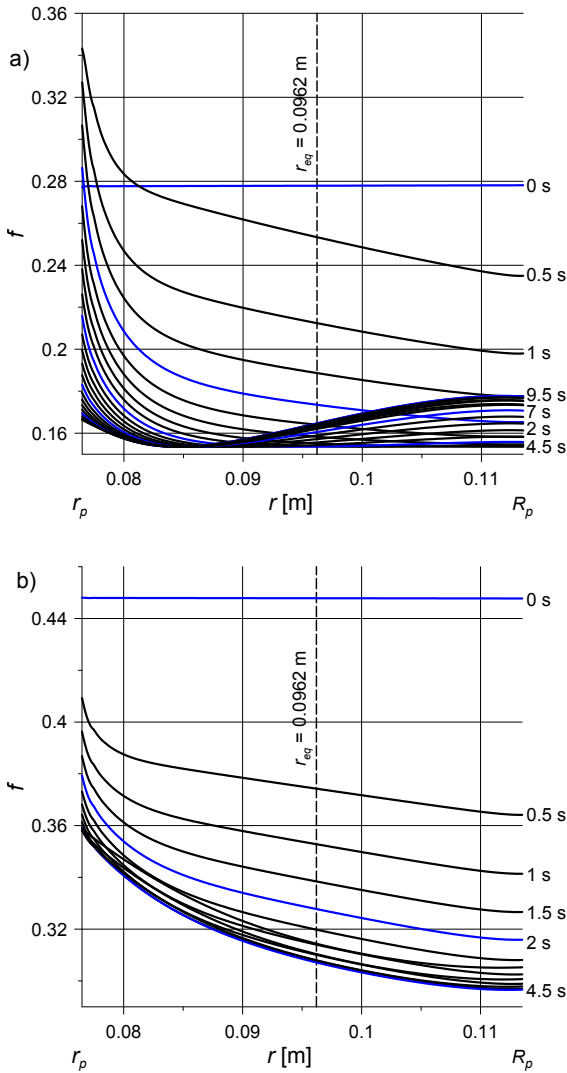


**Rys. 2.3.** Zmiany temperatury na powierzchni tarcia  $r = r_{eq} = 96,2$  mm: a) FC-16L-ChNMKh, b) FMC-11-ChNMKh; linie przerywane –  $f = f(T)$ , linie ciągłe –  $f = f(20^\circ\text{C})$  [40]



**Rys. 2.4.** Rozkłady temperatury w płaszczyźnie  $\{r,z\}$  układu nakładka-tarcza w chwili czasu  $t = 0,5t_s$  przy  $p_0 = 1,47$  MPa,  $f = f(T)$ : a) FC-16L-ChNMKh  $0,5t_s = 5,65$  s; b) FMC-11-ChNMKh  $0,5t_s = 3$  s

### 2.3. Współzależne zmiany prędkości i temperatury podczas hamowania



**Rys. 2.5.** Rozkłady współczynnika tarcia  $f$  w kierunku promieniowym  $r$ , przy ciśnieniu  $p_0 = 1,47$  MPa: a) FC-16L-ChNMKh ( $t_s = 11,3$  s), b) FMC-11-ChNMKh ( $t_s = 6$  s)

#### 2.4. Wpływ geometrycznych cech hamulca tarczowego na temperaturę

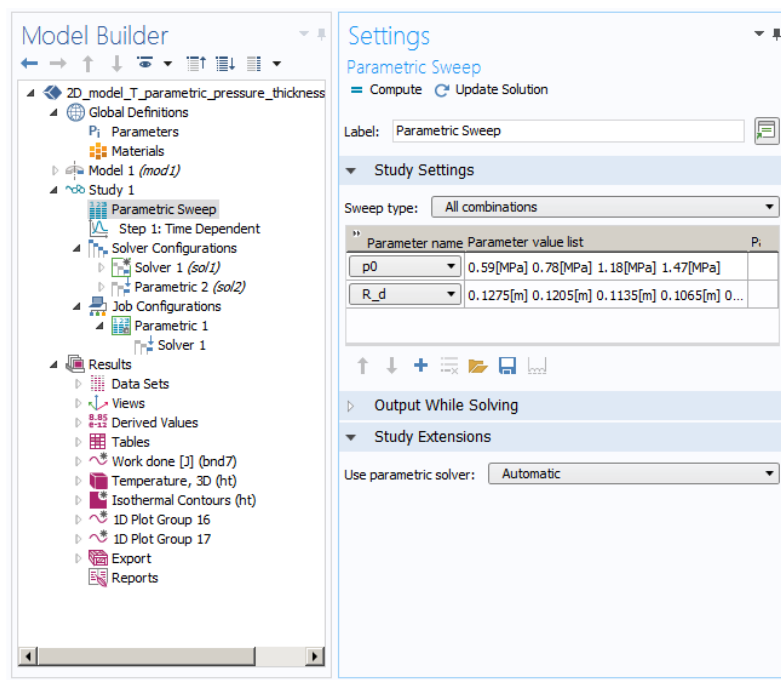
Jeden ze sposobów uzyskania większej wartości momentu hamowania polega na zwiększeniu kąta przykrycia nakładek hamulcowych i tym samym uzyskaniu większej siły nacisku przy zachowaniu wartości ciśnienia kontaktowego. Wielotarczowe układy hamulcowe, których współczynnik przykrycia jest bliski jedności, są powszechnie stosowane w lotnictwie. Innym sposobem na uzyskanie większej siły (momentu hamowania) jest zwiększenie średnicy (promienia ekwiwalentnego) bieżni hamulcowej. Tym niemniej o ile zwiększanie kąta przykrycia nie wiąże się bezpośrednio z ograniczeniami geometrycznymi, o tyle średnica tarczy (nakładki) nie może przekroczyć dopuszczalnych wartości z uwagi na ograniczenia konstrukcyjne hamulca. Należy również przy tym pamiętać o minimalizacji masy nieresorowanej.

W niniejszym podrozdziale zbadano wpływ zmiany wymiarów nakładek (FMC-11) i tarczy (żeliwo) na rozkład temperatury podczas hamowania jednokrotnego. Zmianę prędkości podczas hamowania oraz pole temperatury elementów hamulca wyznaczono numerycznie za pomocą metody elementów skończonych z rozwiązania odpowiednio zagadnienia początkowego dla równania ruchu (2.1)–(2.2) i początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego (2.11)–(2.24), powiązanych wzajemnie poprzez zależny od temperatury współczynnik tarcia.

Rozpatrzono proces nagrzewania tarczowego w układzie nakładka-tarcza podczas hamowania jednokrotnego pojazdu o masie i prędkości początkowej z podrozdziału 2.3. Zbadano pięć konfiguracji geometrycznych układu hamulcowego różniących się średnicą zewnętrzną  $R_d = R_p = 0,0995; 0,1065; 0,1135; 0,1205; 0,1275$  m, przy zachowaniu jednakowej szerokości bieżni hamulcowej nakładki ( $R_p - r_p$ ) i tarczy ( $R_d - r_d$ ) oraz objętości elementów pary czarnej (tab. 2.2). Symulacje numeryczne nagrzewania tarczowego podczas hamowania jednokrotnego przeprowadzono z uwzględnieniem temperaturowej zależności współczynnika tarcia, przy czterech różnych wartościach ciśnienia kontaktowego  $p_0 = 0,59; 0,78; 1,18; 1,47$  MPa. Uwzględnienie pięciu wariantów wymiarów daje dwadzieścia różnych konfiguracji parametrów wejściowych. Zbadano zależności temperatury maksymalnej oraz czasu hamowania od wielkości promienia zewnętrznego tarczy i nakładki.

Tab. 2.2. Wymiary nakładki i tarczy [85]

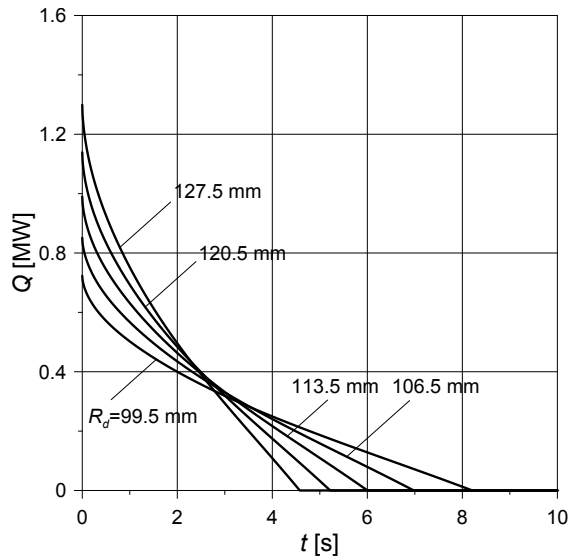
nr	$R_p$ , mm	$r_p$ , mm	$\delta_p$ , mm	$R_d$ , mm	$r_d$ , mm	$\delta_d$ , mm
1	99,5	62,5	11,7	99,5	52	6,5
2	106,5	69,5	10,8	106,5	59	6,0
3	113,5	76,5	10,0	113,5	66	5,5
4	120,5	83,5	9,3	120,5	73	5,1
5	127,5	90,5	8,7	127,5	80	4,8



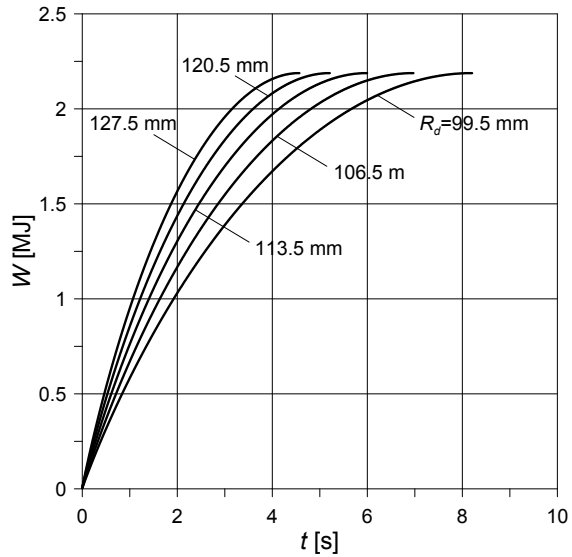
Rys. 2.6. Parametryzacja procesu hamowania

Tabelę z modułu *Parametric sweep* programu COMSOL Multiphysics®, dotyczącą parametryzacji danych wejściowych, zaprezentowano na rysunku 2.6.

**Rys. 2.7.** Zmiana mocy tarcia  $Q$  podczas hamowania przy  $p_0 = 1,47$  MPa i różnych promieniach zewnętrznych tarczy  $R_d$



**Rys. 2.8.** Zmiana pracy tarcia  $W$  podczas hamowania przy  $p_0 = 1,47$  MPa i różnych promieniach zewnętrznych tarczy  $R_d$



Wymiary nakładki i tarczy dla wariantu 3 (tab. 2.2) oraz parametry hamowania zaadaptowano z pracy [77]. W celu umożliwienia wykonania analizy porównawczej założono, że praca tarcia jest jednakowa dla każdej z analizowanych dwudziestu konfiguracji. Zmiany mocy tarcia w czasie hamowania  $Q(t) = \theta_0 \int_{r_p}^{R_p} q(r,t) r dr$  przy ciśnieniu  $p_0 = 1,47$  MPa i różnych wartościach średnicy zewnętrznej tarczy przedstawiono na rysunku 2.7, a odpowiednie ewolucje pracy tarcia  $W(t) = 8 \int_0^t Q(s) ds$  na rysunku 2.8.

Zgodnie z powyższym  $W(t_s) = 8 \int_0^{t_s} Q(t) dt = 2,188$  MJ. Tę samą wartość całkowitej pracy tarcia zachowano we wszystkich pozostałych konfiguracjach obliczeniowych.

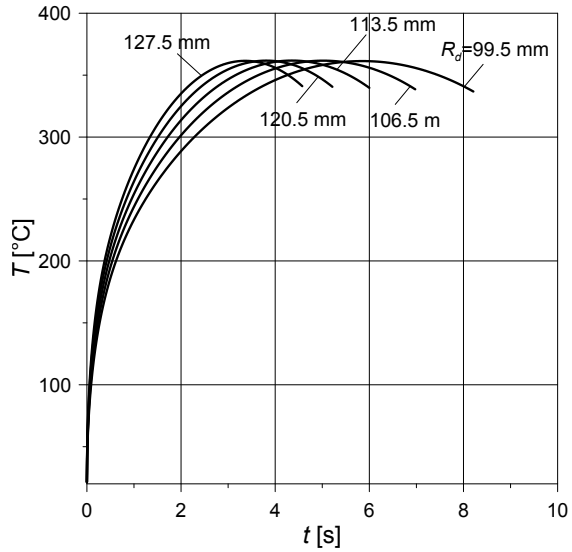
Zmiany temperatury w czasie hamowania na powierzchni kontaktu przy  $r = R_d = R_p$  pokazano na rysunku 2.9. Można zauważyć, że najwyższą wartość temperatury maksymalnej  $T_{\max} = 361,6^\circ\text{C}$  spośród pięciu analizowanych wariantów geometrycznych otrzymano przy największej średnicy i najmniejszej grubości tarczy ( $R_d = 0,1275$  m) oraz najwyższym ciśnieniu kontaktowym  $p_0 = 1,47$  MPa. Wraz ze spadkiem ciśnienia oraz zmniejszeniem średnicy zewnętrznej tarczy temperatura maksymalna maleje, aż do  $T_{\max} = 325,3^\circ\text{C}$ .

Zależność temperatury maksymalnej od promienia zewnętrznego tarczy hamulcowej przy różnych wartościach ciśnienia kontaktowego pokazano na rysunku 2.10. Ustalono, że zwiększenie promienia zewnętrznego tarczy  $R_d$  powoduje nieznaczne podwyższenie temperatury maksymalnej. Większy wpływ na temperaturę maksymalną ma ciśnienie kontaktowe  $p_0$ . Jest to związane z tym, że, wynikający z większej siły hamowania, krótszy czas do zatrzymania nie pozwala na dyssypację generowanego ciepła, tak jak ma to miejsce przy niższych wartościach ciśnienia. Obniżenie temperatury maksymalnej w analizowanym układzie hamulcowym, przy zwiększeniu średnicy zewnętrznej tarczy i założeniu stałej objętości oraz szerokości bieżni hamulcowej, odbywa się w bardzo wąskim zakresie. O jego wielkości decydują minimalna grubość oraz maksymalna średnica tarczy, możliwe do wykorzystania w danej przestrzeni konstrukcyjnej.

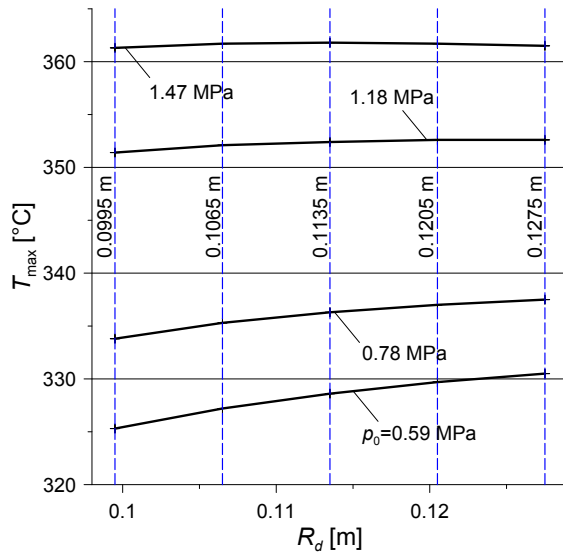
Z uwagi na wzrost momentu hamowania przy zwiększeniu średnicy obszaru kontaktu czas potrzebny do zatrzymania skraca się (rys. 2.11). Różnice przy każdej z analizowanych wartości ciśnienia kontaktowego sięgają 44%.



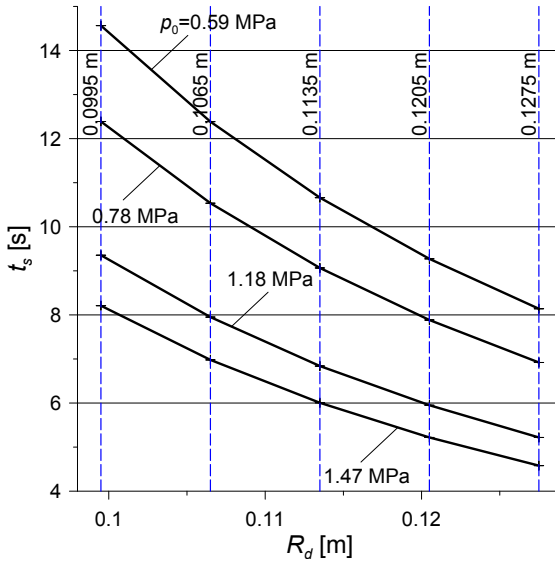
Rys. 2.9. Ewolucje temperatury  $T(R_d, 0, t)$  powierzchni kontaktu przy  $p_0 = 1,47$  MPa i różnych wartościach promienia zewnętrznego tarczy  $R_d$



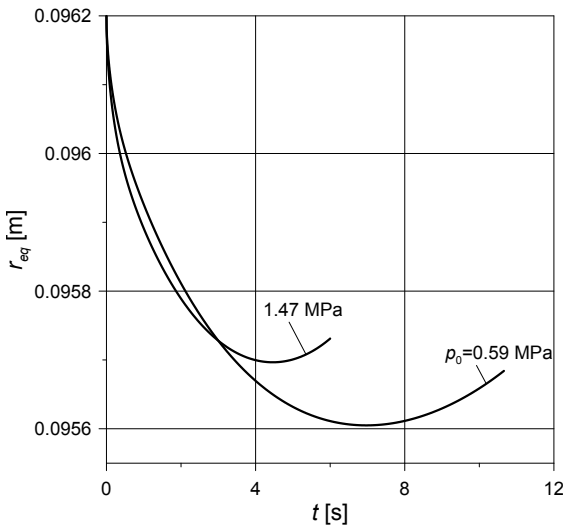
Rys. 2.10. Zależności temperatury maksymalnej  $T_{\max} = T(R_d, 0, t_{\max})$  od promienia zewnętrznego tarczy przy różnych wartościach ciśnienia kontaktowego  $p_0$



## 2.4. Wpływ geometrycznych cech hamulca tarczowego na temperaturę

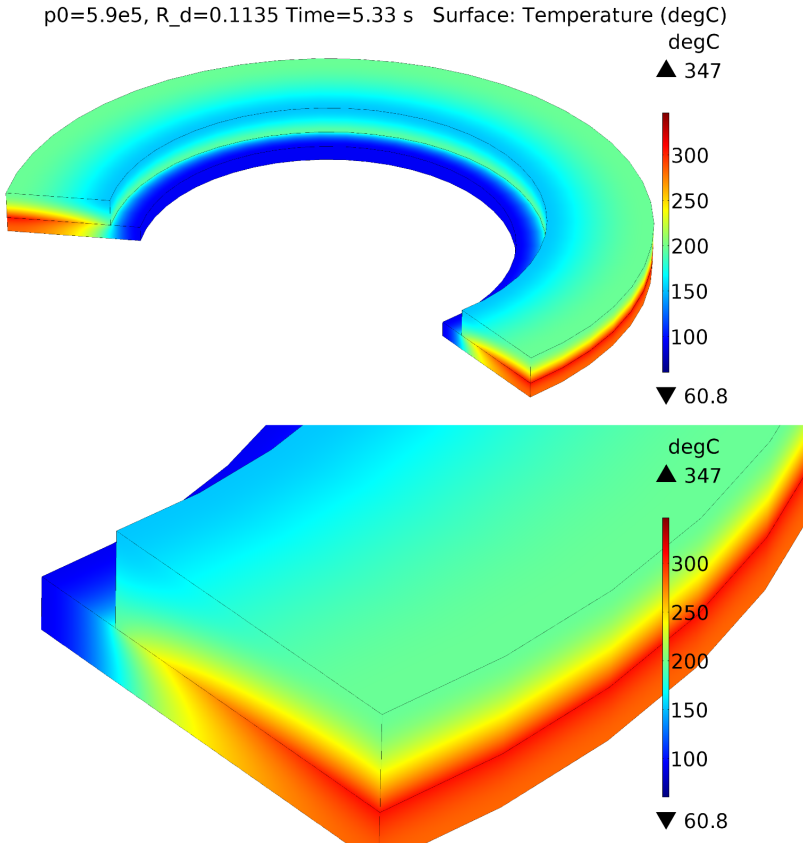


**Rys. 2.11.** Zależności czasu hamowania  $t_s$  od promienia zewnętrznego tarczy hamulcowej przy różnych wartościach ciśnienia kontaktowego  $p_0$



**Rys. 2.12.** Zmiany promienia ekwiwalentnego  $r_{eq}(t)$  podczas hamowania dla promienia zewnętrznego tarczy  $R_d = 0,1135$  m przy dwóch wartościach ciśnienia kontaktowego

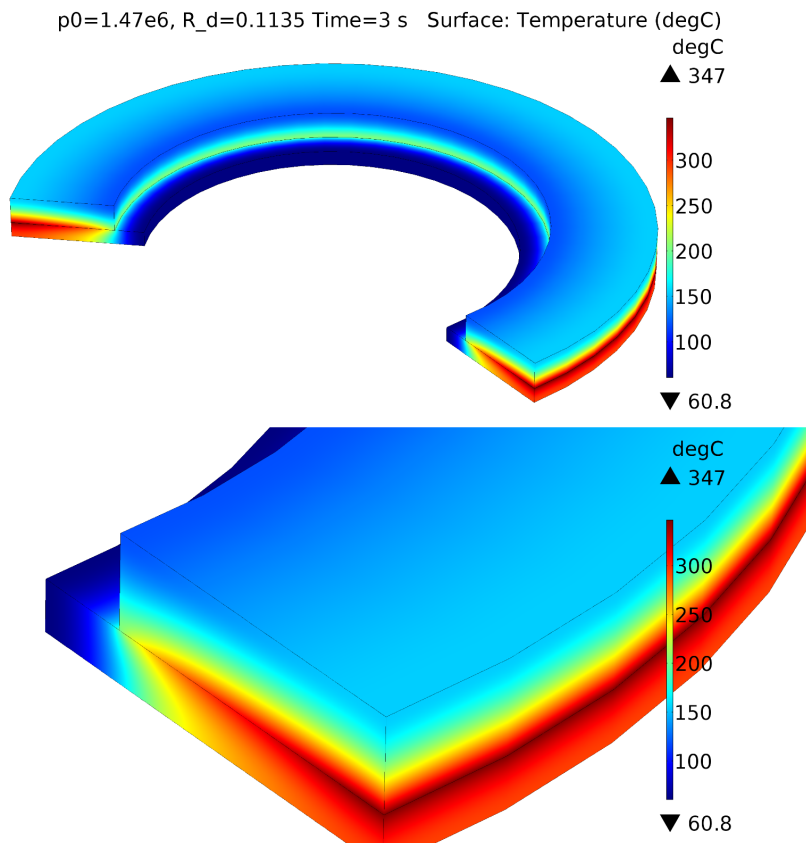
Ewolucję promienia ekwiwalentnego  $r_{eq}(t)$  (wzór (2.6)) w procesie hamowania pokazano na rysunku 2.12. Ustalono, że różnica pomiędzy największą i najmniejszą  $r_{eq}$  nie przekracza 0,6 mm (0,6%). Dlatego uzasadnione jest korzystanie przy wyznaczeniu temperatury hamulca tarczowego ze stałej wartości tego promienia obliczanej ze wzoru (1.4).



**Rys. 2.13.** Rozkłady przestrzenne temperatury w nakładce i tarczy w chwili  $t = 0,5t_s$  przy  $p_0 = 0,59$  MPa,  $R_d = 0,1135$  m

Rozkłady przestrzenne temperatury  $T$  w elementach układu hamulcowego w ustalonej chwili czasu  $t = 0,5t_s$ , przy najmniejszym  $p_0 = 0,59$  MPa i naj-

większym  $p_0 = 1,47$  MPa wartościach ciśnienia kontaktowego pokazano odpowiednio na rysunkach 2.13 i 2.14. W ustalonej chwili czasu  $t = 0,5t_s$ , która w przybliżeniu odpowiada chwili czasu osiągnięcia temperatury maksymalnej, wzrost ciśnienia kontaktowego powoduje zwiększenie niejednorodności rozkładów temperatury w tarczy i nakładce oraz jej wartości maksymalnych.



**Rys. 2.14.** Rozkłady przestrzenne temperatury w nakładce i tarczy w chwili  $t = 0,5t_s$  przy  $p_0 = 1,47$  MPa,  $R_d = 0,1135$  m

## 2.5. Wnioski

Zaproponowano osiosymetryczny model obliczeniowy z wykorzystaniem MES do analizy pól temperatury w hamulcu tarczowym. Uwzględniono w nim sprzężenie prędkości pojazdu i temperatury poprzez zależny od temperatury współczynnik tarcia. Obliczenia przeprowadzono przy stałym i zależnym od temperatury współczynniku tarcia. Ustalono, że bez względu na przyjęty wariant obliczeniowy, dla badanych materiałów, wymiarów układu hamulcowego oraz parametrów hamowania, pominięcie wrażliwości temperaturowej prowadzi do istotnej zmiany czasu hamowania. Natomiast wartości temperatury maksymalnej znalezione z uwzględnieniem i bez uwzględnienia temperaturowej zależności współczynnika tarcia są zbliżone.

Przeprowadzono symulacje MES nagrzewania tarcowego w układzie nakładka-tarcza podczas hamowania jednokrotnego przy różnych wymiarach geometrycznych elementów ciernych. W obliczeniach przyjęto, że zwiększenie średnicy tarczy odbywa się bez zmiany jej objętości. Uwzględnienie współzależności prędkości hamowania oraz temperatury powierzchni roboczych pozwoliło na zaobserwowanie korelacji pomiędzy wymiarami tarczy (średnicą zewnętrzną), osiąganą temperaturą maksymalną oraz czasem zatrzymania. Ustalono, że zwiększenie średnicy bieżni hamulcowej o 28% (od  $R_d = 0,0995$  m do  $0,1275$  m) prowadzi do skrócenia czasu hamowania nawet o 44%. Związek ten zachodzi przy każdej z analizowanych wartości ciśnienia kontaktowego  $p_0$  w zakresie  $0,59 \div 1,47$  MPa. Z kolei skrócenie czasu hamowania przy stałej wartości pracy całkowitej tarcia powodowało podniesienie temperatury na powierzchni kontaktu. Największy wzrost temperatury, spowodowany zwiększeniem średnicy zewnętrznej tarczy, przy najniższym z analizowanych ciśnień  $p_0 = 0,59$  MPa wyniósł 1,6%. Można zatem stwierdzić, że w warunkach hamowania zbliżonych do analizowanych zmiana wymiarów układu hamulcowego przy zachowaniu jego stałej objętości nie spowoduje znaczących zmian temperatury maksymalnej, jej gradientu w kierunku osiowym, jednakże pozwoli na znaczne skrócenie czasu i co za tym idzie, drogi hamowania.

Część badań zawartych w tym rozdziale opublikowano w pracy [85].

### 3. Uwzględnienie temperatury błysku przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej w trójtarczowym nieliniowym termicznie układzie hamulcowym

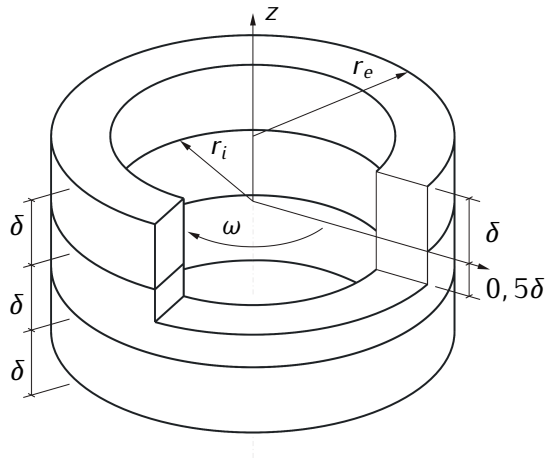
Opracowano model numeryczny do wyznaczenia temperatury maksymalnej wielotarczowego układu hamulcowego. Uwzględniono w nim wrażliwość termiczną materiału oraz parametry chropowatości powierzchni tarcia. Temperaturę maksymalną, osiąganą na każdej z powierzchni kontaktu tarcz, wyznaczono w postaci sumy temperatury średniej tych powierzchni oraz temperatury błysku, zgodnie z hipotezą Chichinadze. Wartości temperatury maksymalnej, obliczonej z wykorzystaniem metody elementów skończonych przy rozwiązywaniu nieliniowego osiowosymetrycznego zagadnienia cieplnego tarcia, porównano z temperaturą wyznaczoną na podstawie dokładnego rozwiązania jednowymiarowego początkowo-brzegowego zagadnienia przy stałych właściwościach termofizycznych materiału. Analizie poddano również ewolucje pola obszaru rzeczywistego i jego średnicy podczas hamowania oraz rozkłady temperatury tarcz na promieniu ekwiwalentnym w wybranych chwilach procesu.

#### 3.1. Zmiana prędkości kątowej w czasie hamowania

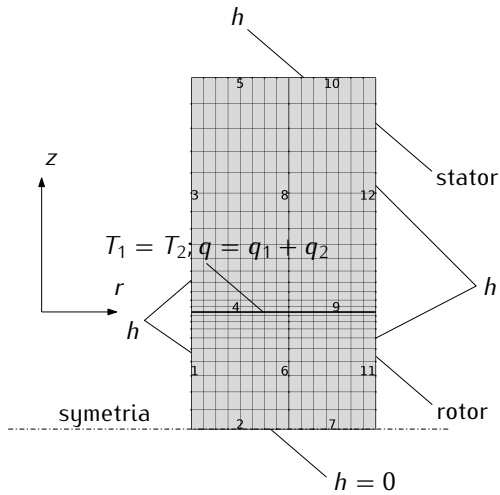
Rozpatrzono węzeł tarcia składający się z trzech jednakowych tarcz (rys. 3.1). Tarcza centralna obraca się ze stałą prędkością kątową  $\omega_0$ , jedna z zewnętrznych jest nieruchoma, natomiast druga przemieszcza się wzdłuż osi obrotu z. W chwili początkowej  $t = 0$  każda z nieruchomych tarcz dociskana jest do powierzchni czołowej obracającej się tarczy zmiennym w czasie ciśnieniem kontaktowym:

$$p(t) = p_0 p^*(t), \quad p^*(t) = \begin{cases} \frac{t}{t_m}, & 0 \leq t \leq t_m, \\ 1, & t_m \leq t \leq t_s. \end{cases} \quad (3.1)$$

3. Uwzględnienie temperatury błysku przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej



Rys. 3.1. Schemat trójtarczowego układu hamulcowego



Rys. 3.2. Siatka osiowosymetrycznych (2D) elementów skończonych

Prędkość kątową  $\omega(t)$  tarczy środkowej wyznaczono z rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania ruchu:

$$I_0 \frac{d\omega(t)}{dt} = -2M(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad \omega(0) = \omega_0, \quad (3.2)$$

gdzie:

$$I_0 = \frac{2W_0}{\omega_0^2} \quad (3.3)$$

jest momentem bezwładności pary ciernej o energii kinetycznej  $W_0$ ;

$$M(t) = M_0 p^*(t), \quad M_0 = f p_0 A_a r_{eq} \quad (3.4)$$

jest momentem tarcia jednej powierzchni kontaktu;

$$A_a = \pi(r_e^2 - r_i^2), \quad r_{eq} = \frac{2(r_e^2 + r_i r_e + r_i^2)}{3(r_e + r_i)} \quad (3.5)$$

są odpowiednio polem obszaru kontaktu nominalnego oraz promieniem ekwiwalentnym [95],  $r_e$ ,  $r_i$  są odpowiednio zewnętrznym i wewnętrznym promieniem tarczy.

Rozwiązanie zagadnienia początkowego (3.2) z uwzględnieniem wzorów (3.3)–(3.5) ma postać:

$$\omega(t) = \omega_0 \omega^*(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.6)$$

gdzie:

$$\omega^*(t) = \begin{cases} 1 - \frac{t^2}{2t_m t_s^0}, & 0 \leq t \leq t_m, \\ 1 - \frac{1}{t_s^0} \left( t - \frac{1}{2} t_m \right), & t_m \leq t \leq t_s, \end{cases} \quad (3.7)$$

$$t_s^0 = \frac{I_0 \omega_0}{2M_0}. \quad (3.8)$$

Z warunku zatrzymania  $\omega(t_s) = 0$  ze wzorów (3.6)–(3.8) obliczono czas



hamowania:

$$t_s = t_s^0 + 0,5t_m. \quad (3.9)$$

Należy zauważyć, że w przypadku granicznym  $t_m \rightarrow 0$  ze wzorów (3.1), (3.7) i (3.9) wynika, że ciśnienie kontaktowe  $p(t) = p_0$ , a prędkość kątowna (wzór (3.7)) zmniejsza się liniowo w czasie  $0 \leq t \leq t_s^0$ .

### 3.2. Średnia temperatura nominalnego obszaru kontaktu

Procesom jednoczesnego zwiększenia ciśnienia  $p(t)$  (wzór (3.1)) oraz redukcji prędkości kątowej  $\omega(t)$  (wzory (3.6)–(3.9)) towarzyszy generacja ciepła na skutek tarcia na powierzchniach kontaktu. Z uwagi na geometryczną i obciążeniową symetrię niestacjonarne pole temperatury rozpatrywanego układu tribologicznego będzie osiowosymetryczne, a przy jego znalezieniu wystarczy rozpatrzyć zagadnienie cieplne tarcia dla dwóch elementów – tarczy nieruchomej (o grubości  $\delta$ ) i tarczy obracającej się (o grubości  $0,5\delta$ ). Taki dwuelementowy układ cierny, odniesiony do układu współrzędnych walcowych  $r, \theta, z$ , pokazano na rysunku 3.2.

Zgodnie z hipotezą Linga [62] suma intensywności strumieni ciepła, skierowanych w kierunku normalnym od powierzchni kontaktu  $z = 0$  do wnętrza każdej z dwóch ślizgających się tarcz, równa jest gęstości mocy tarcia:

$$q(t) = fp(t)V_{eq}(t), \quad V_{eq}(t) = V_{eq}^{(0)}\omega^*(t), \quad V_{eq}^{(0)} = r_{eq}\omega_0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.10)$$

gdzie  $V_{eq}(t)$  jest liniową prędkością poślizgu na promieniu ekwiwalentnym  $r = r_{eq}$ . Biorąc pod uwagę zależności (3.1) i (3.6)–(3.8), wzór (3.10) zapisano w postaci:

$$q(t) = q_0q^*(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.11)$$

gdzie:

$$q_0 = fp_0V_{eq}^{(0)}, \quad q^*(t) = p^*(t)\omega^*(t), \quad (3.12)$$

a czas zatrzymania  $t_s$  obliczono ze wzoru (3.9).

Zakłada się, że opór termiczny powierzchni ciernych jest pomijalnie mały i dlatego odpowiednie wartości temperatury są równe. Z uwagi na symetrię względem osi z powierzchnia  $z = -0,5\delta$  obracającej się tarczy jest adiabatyczna, a na pozostałych powierzchniach wolnych ma miejsce chłodzenie konwekcyjne ze stałym współczynnikiem wymiany ciepła  $h$ . Temperatura początkowa  $T_0$  takiego węzła tarcia równa jest temperaturze otoczenia  $T_a$ . Wszystkie tarcze wykonano z jednakowego wrażliwego termicznie materiału, tj. jego współczynnik przewodzenia ciepła  $K$  oraz ciepło właściwe  $c$  zmieniają się wraz z temperaturą  $T$ . Do aproksymacji danych doświadczalnych zależności tych właściwości termofizycznych od temperatury zastosowano wzory:

$$K(T) = K_0 K^*(T), \quad K_0 \equiv K(T_0), \quad c(T) = c_0 c^*(T), \quad c_0 \equiv c(T_0), \quad (3.13)$$

$$K^*(T) = K_1 + \frac{K_2}{[K_3(T - T_{K_1})]^2 + 1} + \frac{K_4}{[K_5(T - T_{K_2})]^2 + 1}, \quad (3.14)$$

$$c^*(T) = c_1 + \frac{c_2}{[c_3(T - T_{c_1})]^2 + 1} + \frac{c_4}{[c_5(T - T_{c_2})]^2 + 1}, \quad (3.15)$$

gdzie  $K_i, c_i, i = 1, 2, 3, 4, 5; T_{K_i}, T_{c_i}, i = 1, 2$  są to stałe, dobierane na podstawie metodyki opisanej w pracy [93].

Nieustalone osiowosymetryczne pola temperatury  $T(r, z, t)$  tarcz znaleziono z rozwiązania następującego początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r K(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho c(T) \frac{\partial T}{\partial t}, \quad r_i < r < r_e, \quad -0,5\delta < z < \delta, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (3.16)$$

$$K(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^-} - K(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^+} = q(t), \quad r_i \leq r \leq r_e, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.17)$$

$$T(r, 0^+, t) = T(r, 0^-, t), \quad r_i \leq r \leq r_e, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.18)$$

### 3. Uwzględnienie temperatury błysku przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej

$$K(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\delta} = h[T_0 - T(r, \delta, t)], \quad r_i \leq r \leq r_e, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.19)$$

$$K(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_i} = h[T(r_i, z, t) - T_0], \quad 0 \leq z \leq \delta, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.20)$$

$$K(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_e} = h[T_0 - T(r_e, z, t)], \quad 0 \leq z \leq \delta, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=-0,5\delta} = 0, \quad r_i \leq r \leq r_e, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.22)$$

$$K(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_i} = h[T(r_i, z, t) - T_0], \quad -0,5\delta \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.23)$$

$$K(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_e} = h[T_0 - T(r_e, z, t)], \quad -0,5\delta \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s. \quad (3.24)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad r_i \leq r \leq r_e, \quad -0,5\delta \leq z \leq \delta, \quad (3.25)$$

gdzie gęstość mocy tarcia  $q(t)$  ma postać (3.11), (3.12).

Rozwiązanie nieliniowego początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego (3.16)–(3.25) otrzymano numerycznie z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Rozkład elementów w kierunku promieniowym jest jednorodny, natomiast w kierunku osiowym są one zagęszczone w pobliżu powierzchni kontaktu. Całkowita liczba elementów skończonych wynosi 275 (165 dla nakładki i 110 dla tarczy) (rys. 3.2). Krok czasowy  $\Delta t$  w obliczeniach był wybierany automatycznie.

Znając przestrzenno-czasowy rozkład temperatury powierzchni kontaktu temperaturę średnią obliczano ze wzoru:

$$T_m(t) = \frac{2\pi}{A_a} \int_{r_i}^{r_e} T(r, 0, t) r dr, \quad 0 \leq t \leq t_s. \quad (3.26)$$

### 3.3. Temperatura błysku

Temperatura błysku  $T_f$  jest to temperatura rzeczywistego obszaru kontaktu i może być traktowana jako nadwyżkowa nad temperaturą średnią  $T_m$  (wzór (3.26)). Znane metody obliczeniowe stosowane do wyznaczenia  $T_f$  oparte są na założeniu, że temperatura dowolnego punktu chropowatości przed wejściem w kontakt jest jednakowa i równa temperaturze jej podstawy, czyli średniej powierzchniowej temperaturze  $T_m$  (wzór (3.26)). Do wyznaczenia temperatury błysku wykorzystano następujący wzór [30, 37]:

$$T_f(t) = \frac{1,707 Q(t) d_r(t)}{A_r(t) [4\bar{K}(t) + \sqrt{\pi\rho V_{eq}(t) d_r(t) \bar{K}(t) \bar{c}(t)}]}, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.27)$$

gdzie:

$$Q(t) = Q_0 q^*(t), \quad Q_0 = q_0 A_a, \quad (3.28)$$

$$A_r(t) = A_a \frac{p(t)}{\bar{H}\bar{B}(t)}, \quad (3.29)$$

$$d_r(t) = 2 \left( \frac{2r_{av} h_{\max}}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{p_c(t)}{\bar{H}\bar{B}(t) b_0} \right)^{\frac{1}{2\nu}}, \quad (3.30)$$

$$p_c(t) = \frac{p(t) A_a}{A_c(t)}, \quad (3.31)$$

$$A_c(t) = A_a \left[ \frac{p(t) b_0^{\nu-1}}{\bar{H}\bar{B}(t)} \right]^{\frac{1}{1+\nu}}, \quad (3.32)$$

$$\bar{K}(t) \equiv K[T_m(t)], \quad \bar{c}(t) \equiv c[T_m(t)], \quad \bar{H}\bar{B}(t) = HB[T_m(t)], \quad (3.33)$$

$$HB(T) = HB_0 \cdot HB^*(T), \quad HB_0 \equiv HB(T_0), \quad (3.34)$$

### 3. Uwzględnienie temperatury błysku przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej

$$HB^*(T) = HB_1 + \frac{HB_2}{[HB_3(T - T_{HB_1})]^2 + 1} + \frac{HB_4}{[HB_5(T - T_{HB_2})]^2 + 1}. \quad (3.35)$$

$HB_i, i = 1, 2, 3, 4, 5, T_{HB_i}, i = 1, 2$  są stałymi doświadczalnymi; funkcja  $q^*(t)$  ma postać (3.12);  $b_0, \nu, h_{\max}, r_{av}$ ; są to parametry profilogramu powierzchni sztywniejszego elementu pary ciernej (tarczy).

Należy zaznaczyć, że postać wzoru (3.27) jest przydatna przy dowolnym mechanizmie odkształcenia chropowatości (sprężyste, plastyczne ze wzmocnieniem lub bez wzmocnienia materiału). Różnica przy stosowaniu tego wzoru przy tym czy innym mechanizmie odkształcenia polega na stosowaniu odpowiednich wzorów do znalezienia  $d_r$  i  $A_r$ . Wzory (3.29)–(3.32) należy stosować przy plastycznym mikrokontakcie wierzchołków chropowatości, który jest najbardziej wiarygodny podczas intensywnego hamowania z towarzyszącą mu generacją znacznej ilości ciepła [22].

Z uwzględnieniem wzorów (3.10)–(3.12) oraz (3.28), (3.29), (3.31) i (3.32) otrzymano następujące wzory do obliczenia temperatury błysku  $T_f$  (3.27) i średnicy rzeczywistego obszaru kontaktu  $d_r$  (3.30) w postaci [53]:

$$T_f(t) = \frac{1,707 f V_{eq}(t) d_r(t) \bar{H}B(t)}{4\bar{K}(t) + \sqrt{\pi \rho V_{eq}(t) d_r(t) \bar{K}(t) \bar{c}(t)}}, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.36)$$

$$d_r(t) = 2 \left( \frac{2r_{av} h_{\max}}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{p(t)}{\bar{H}B(t) b_0^2} \right]^{\frac{1}{2(1+\nu)}}. \quad (3.37)$$

Podstawiając do wzoru (3.37) ciśnienie kontaktowe  $p(t)$  (wzór (3.1)) oraz twardość  $\bar{H}B(t)$  (wzór (3.35)), otrzymujemy:

$$d_r(t) = d_{r0} d_r^*(t), \quad (3.38)$$

gdzie:

$$d_{r0} = 2 \left( \frac{2r_{av} h_{\max}}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{p_0}{\bar{H}B_0 b_0^2} \right)^{\frac{1}{2(1+\nu)}}, \quad (3.39)$$

$$d_r^*(t) = \left[ \frac{p^*(t)}{\bar{H}\bar{B}^*(t)} \right]^{\frac{1}{2(1+\nu)}}. \quad (3.40)$$

Następnie, biorąc pod uwagę wzory (3.8), (3.9) do wyznaczenia liniowej prędkości  $V_{eq}(t)$  i średnicy obszaru kontaktu rzeczywistego  $d_r(t)$  (wzory (3.38)–(3.40)) oraz wzory aproksymacyjne (3.13)–(3.15), (3.34), (3.35), rozwiązanie (3.36) zapisano w postaci:

$$T_f(t) = T_{f0}T_f^*(t), 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.41)$$

gdzie:

$$T_{f0} = 1,62fHB_0 \left( \frac{V_{eq}^{(0)}}{K_0\rho c_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{r_{av}h_{\max}}{\nu} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{p_0}{HB_0b_0^2} \right)^{\frac{1}{4(1+\nu)}}, \quad (3.42)$$

$$T_f^*(t) = \frac{\omega^*(t)d_r^*(t)\bar{H}\bar{B}^*(t)}{\mu\bar{K}^*(t) + \sqrt{\omega^*(t)d_r^*(t)\bar{K}^*(t)\bar{c}^*(t)}}, \quad (3.43)$$

$$\mu = 1,342 \left( \frac{K_0}{V_{eq}^{(0)}\rho c_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\nu}{r_{av}h_{\max}} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{HB_0b_0^2}{p_0} \right)^{\frac{1}{4(1+\nu)}}. \quad (3.44)$$

Należy zaznaczyć, że w przypadku stałych właściwości termofizycznych i twardości materiału tarcz ( $\bar{K}^*(t) = \bar{c}^*(t) = \bar{H}\bar{B}^*(t) = 1$ ) przy stałym ciśnieniu kontaktowym ( $t_m \rightarrow 0, p^*(t) = 1$ ) ze wzoru (3.40) wynika, że  $d_r^*(t) = 1$ , a bezwymiarowa zmiana w czasie temperatury błysku  $T_f^*(t)$  (wzór (3.43)) przyjmie postać [22]:

$$T_f^*(t) = \frac{\omega^*(t)}{\mu + \sqrt{\omega^*(t)}}, \quad (3.45)$$

gdzie parametr  $\mu$  wyznaczano ze wzoru (3.44), a profil czasowy prędkości kątowej  $\omega^*(t)$  ustalono na podstawie wzorów (3.7) i (3.8).

### 3.4. Temperatura maksymalna

Ewolucję temperatury maksymalnej na powierzchni tarcia przy hamowaniu jednokrotnym wyznaczano w postaci sumy [16]:

$$T_{\max}(t) = T_m(t) + T_f(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.46)$$

gdzie  $T_m$  jest to temperatura średnia obszaru kontaktu (wzór (3.26)), a  $T_f$  to temperatura błysku (wzory (3.41)–(3.44)).

Należy podkreślić, że podczas rozwiązywania nieliniowego zagadnienia początkowo-brzegowego przewodnictwa cieplnego (3.16)–(3.25) w celu znalezienia temperatury średniej  $T_m$  (wzór (3.26)) oraz przy obliczeniach temperatury błysku  $T_f$  za pomocą wzorów (3.41)–(3.44) niezbędne jest zadanie w postaci analitycznej zależności właściwości termofizycznych i twardości materiałów pary czarnej typu (wzory (3.13)–(3.15) oraz (3.34), (3.35)). Jeżeli takie zależności nie są znane lub są podane w postaci tabeli, to otrzymanie rozwiązań wyżej wymienionych zagadnień oraz wzorów może być utrudnione. Uproszczone podejście zaproponowano w pracy [33], gdzie pokazano, że rozwiązania zagadnień cieplnych tarcia, otrzymane z uwzględnieniem wrażliwości termicznej materiałów lub z wykorzystaniem w obliczeniach wartości średnich właściwości termofizycznych, dają zbliżone do siebie rezultaty. Dla rozpatrywanego układu hamulcowego średnia temperatura w czasie hamowania równa jest [22]:

$$T_{av} = \frac{2}{3A_a \delta \rho c_0 t_s} \int_0^{t_s} W(t) dt, \quad (3.47)$$

gdzie, z uwzględnieniem mocy tarcia  $Q(t)$  (wzór (3.28)), pracę tarcia znaleziono w postaci:

$$W(t) = \int_0^t Q(t) dt = Q_0 W^*(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3.48)$$

$$W^*(t) = \int_0^t q^*(t) dt. \quad (3.49)$$

Podstawiając do prawej strony wzoru (3.49) funkcję  $q^*(t)$  (3.1), (3.7),

(3.12), po wykonaniu całkowania otrzymano:

$$W^*(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2t_m} \left(1 - \frac{t^2}{4t_s^0 t_m}\right), & 0 \leq t \leq t_m, \\ \left(1 - \frac{t_m}{4t_s^0}\right) \frac{t_m}{2} + \left(1 - \frac{t}{2t_s^0}\right) (t - t_m), & t_m \leq t \leq t_s. \end{cases} \quad (3.50)$$

Następnie, podstawiając pracę tarcia (wzory (3.48), (3.50)) do wzoru (3.47) i całkując, obliczono temperaturę średnią w czasie hamowania w postaci:

$$T_{av} = \frac{q_0 \bar{W}}{3\delta\rho c_0}, \quad (3.51)$$

gdzie:

$$\bar{W} = \frac{t_m^2}{3t_s} \left(1 + \frac{t_m}{10t_s^0}\right) - t_m \left(1 + \frac{t_m}{4t_s^0}\right) + t_s \left(1 + \frac{t_m}{2t_s^0}\right) - \frac{t_s^2}{3t_s^0}. \quad (3.52)$$

Przy temperaturze  $T = T_{av}$  (3.51), (3.52) ze wzorów (3.13)–(3.15), (3.34) i (3.35) obliczane są wartości współczynnika przewodzenia ciepła  $K_{av} \equiv K(T_{av})$ , ciepła właściwego  $c_{av} \equiv c(T_{av})$  oraz twardości  $HB_{av} \equiv HB(T_{av})$ . Znalezione w ten sposób wartości wykorzystywane są w obliczeniach temperatury średniej  $T_m$  (wzór (3.26)) i temperatury błysku  $T_f$  (wzory (3.41)–(3.44)), i ostatecznie, temperatury maksymalnej  $T_{max}$  (wzór (3.46)).

### 3.5. Rezultaty obliczeń dla tarczy kompozytowej wzmocnionej włóknami węglowymi

Na podstawie opracowanego wyżej modelu obliczeniowego temperaturę maksymalną  $T_{max}$  wyznaczono dla układu hamulcowego, w którym wszystkie trzy tarcze wykonano z materiału ciernego wzmocnionego włóknami węglowymi Termar-ADF [21]. Parametry operacyjne procesu hamowania, jak również wartości właściwości termofizycznych i twardości tego materiału przy temperaturze początkowej  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  i czasie narastania ciśnienia  $t_m = 0,5\text{ s}$  są podane w tabeli 3.1 na podstawie danych z artykułu [23]. Odpowied-



### 3. Uwzględnienie temperatury błysku przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej

nie parametry wejściowe, znalezione z wykorzystaniem danych z tabeli 3.1, są zawarte w tabeli 3.2. Doświadczalne zależności współczynnika przewodzenia ciepła, ciepła właściwego i twardości rozpatrywanego materiału od temperatury oraz ich aproksymacje za pomocą wzorów (3.13)–(3.15) oraz (3.34) i (3.35) pokazano na rysunkach 3.3–3.5.

**Tab. 3.1.** Właściwości materiału, parametry hamowania i wymiary tarcz [23]

$c_0, \text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	$K_0, \text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	$HB_0, \text{MPa}$	$b_0$	$\nu$
728,5	21	90,2	2,5	1,5
$h_{\max}, \mu\text{m}$	$r_{av}, \mu\text{m}$	$f$	$h, \text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	$W_0, \text{kJ}$
2,2	630	0,27	100	103,54
$p_0, \text{MPa}$	$\omega_0, \text{rad s}^{-1}$	$r_i, \text{m}$	$r_e, \text{m}$	$\delta, \text{m}$
0,602	736,5	0,0265	0,0375	0,014

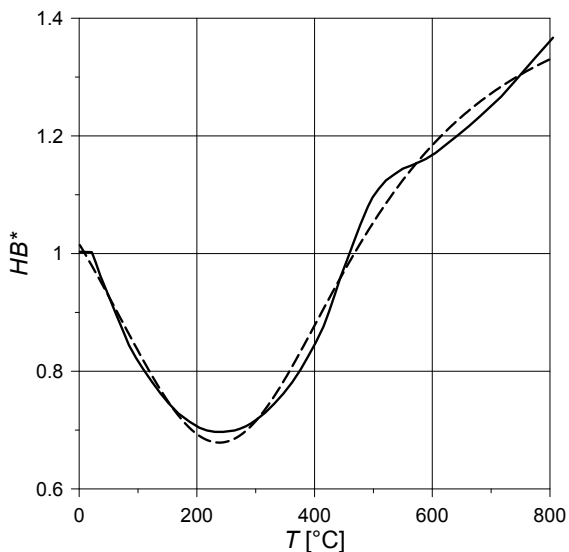
**Tab. 3.2.** Wartości parametrów wejściowych [87]

$A_a, \text{m}^2$	$d_{r0} \cdot 10^5, \text{m}$	$I_0, \text{kg m}^2$	$M_0, \text{N m}$	$r_{eq}, \text{m}$	$q_0, \text{MW m}^{-2}$
0,0022	2,188	0,382	11,62	0,0323	3,868
$t_s^0, \text{s}$	$t_s, \text{s}$	$T_{f0}, ^\circ\text{C}$	$T_{av}, ^\circ\text{C}$	$V_{eq}^{(0)}, \text{m s}^{-1}$	$\mu$
12,1	12,35	102,045	555,25	23,8	0,396

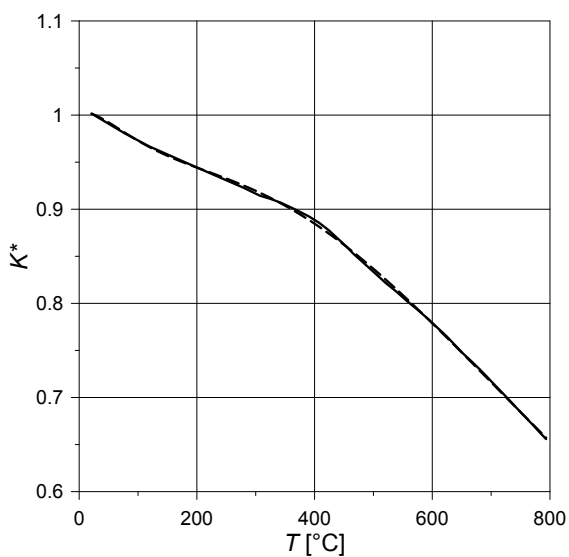
**Tab. 3.3.** Współczynniki we wzorach aproksymacyjnych (3.14), (3.15) i (3.35)

$K_1$	$K_2$	$K_3, ^\circ\text{C}^{-1}$	$T_{K_1}, ^\circ\text{C}$	$K_4$	$K_5, ^\circ\text{C}^{-1}$	$T_{K_2}, ^\circ\text{C}$
0,111	0,778	0,001214	246,3	0,187	0,006447	-34,5
$c_1$	$c_2$	$c_3, ^\circ\text{C}^{-1}$	$T_{c_1}, ^\circ\text{C}$	$c_4$	$c_5, ^\circ\text{C}^{-1}$	$T_{c_2}, ^\circ\text{C}$
2,738	7,524	0,004789	57,88	-9,119	0,004381	43,4
$HB_1$	$HB_2$	$HB_3, ^\circ\text{C}^{-1}$	$T_{HB_1}, ^\circ\text{C}$	$HB_4$	$HB_5, ^\circ\text{C}^{-1}$	$T_{HB_2}, ^\circ\text{C}$
1,508	-8685	0,781	2232,2	-0,825	0,003489	238,1

### 3.5. Rezultaty obliczeń dla tarczy kompozytowej wzmocnionej włóknami węglowymi

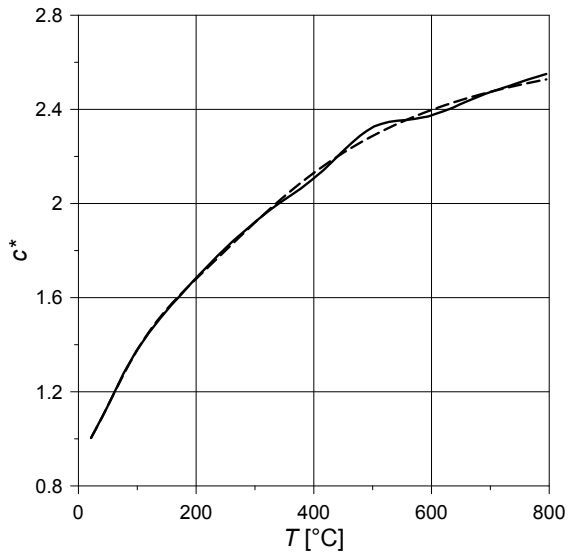


**Rys. 3.3.** Zależność bezwymiarowej twardości Brinella  $HB^*$  od temperatury  $T$ : linia ciągła – dane doświadczalne [23], linia przerywana – krzywa aproksymacyjna

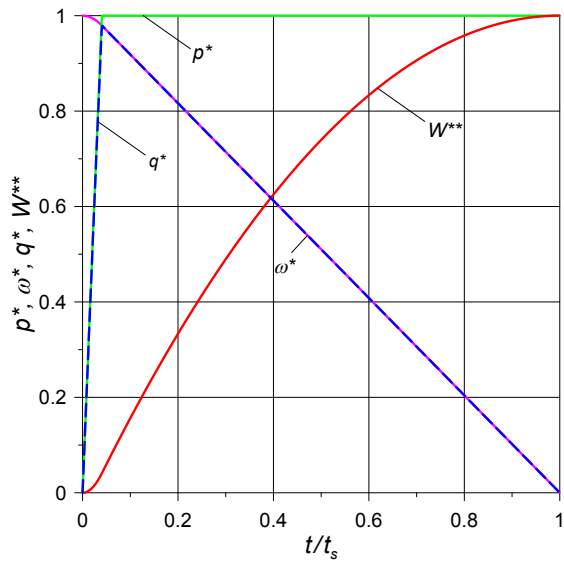


**Rys. 3.4.** Zależność bezwymiarowego współczynnika przewodzenia ciepła  $K^*$  od temperatury  $T$ : linia ciągła – dane doświadczalne [23], linia przerywana – krzywa aproksymacyjna

### 3. Uwzględnienie temperatury błysku przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej

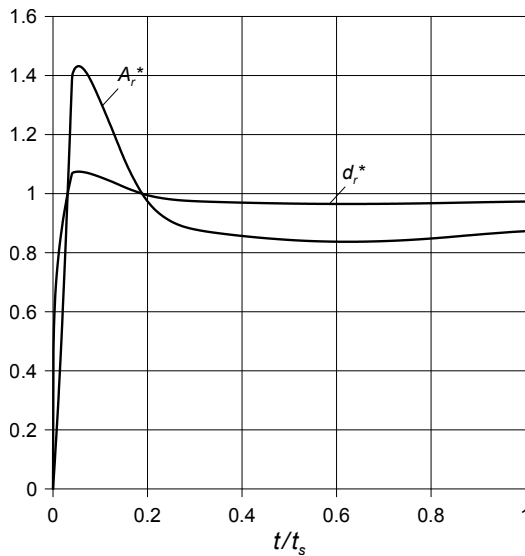


**Rys. 3.5.** Zależność bezwymiarowego ciepła właściwego  $c^*$  od temperatury  $T$ : linia ciągła – dane doświadczalne [23], linia przerywana – krzywa aproksymacyjna



**Rys. 3.6.** Zmiany bezwymiarowych ciśnienia kontaktowego  $p^*$ , prędkości kątowej  $\omega^*$ , gęstości mocy tarcia  $q^*$  oraz pracy tarcia  $W^{**}$  podczas hamowania

Zmiany w czasie hamowania bezwymiarowych ciśnienia  $p^*(t)$  (wzór (3.1)), prędkości obrotowej  $\omega^*(t)$  (wzory (3.7), (3.8)), gęstości mocy tarcia  $q^*(t)$  (wzór (3.12)) i pracy tarcia  $W^{**} = W^*(t)/W^*(t_s)$ , gdzie funkcja  $W^*(t)$  ma postać (wzór (3.50)), pokazano na rysunku 3.6. Ewolucje bezwymiarowych pola  $A_r^*(t) = A_r(t)/A_a$  (wzór (3.29)) oraz średnicy  $d_r^*(t)$  (wzór (3.40)) rzeczywistego obszaru kontaktu zaprezentowano na rysunku 3.7. Obie charakterystyki wykazują nagły wzrost na początku procesu, po którym następuje spadek i utrzymanie wartości na stałym poziomie do końca hamowania. Taki sam charakter zmian tych parametrów uzyskano również w pracy [23].

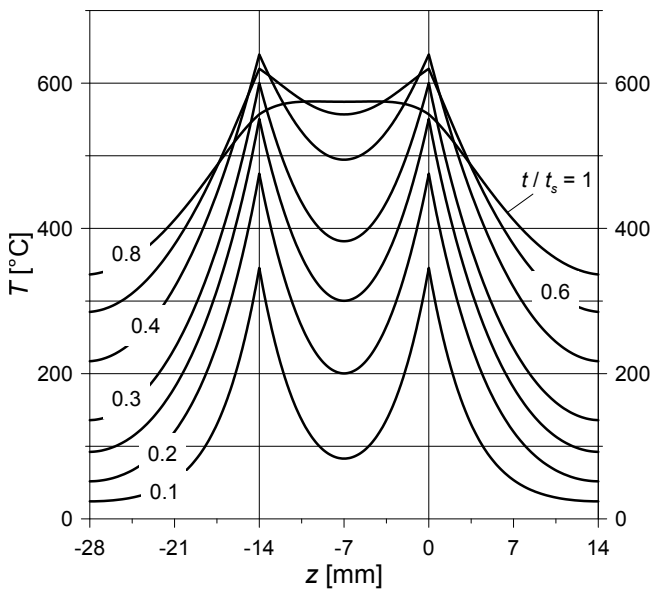


Rys. 3.7. Ewolucje bezwymiarowego pola obszaru rzeczywistego  $A_r^*$  i jego średnicy  $d_r^*$  podczas hamowania

Zmiany temperatury w kierunku osi  $z$  w trzech analizowanych tarczach dla promienia ekwiwalentnego  $r = r_{eq}$  w wybranych chwilach czasu hamowania pokazano na rysunku 3.8. Ponieważ tarcze są wykonane z tego samego materiału, to profile temperatury są symetryczne względem powierzchni środkowej ruchomej tarczy centralnej. W każdej z chwil czasu  $t/t_s = 0,1 \div 0,8$

### 3. Uwzględnienie temperatury błysku przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej

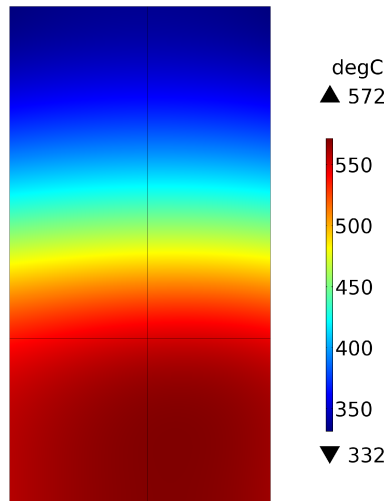
maksymalne temperatury są osiągane na powierzchniach tarcia  $z = 0$  i  $z = -14$  mm. Z oddaleniem od tych powierzchni temperatura zmniejsza się. Natomiast w chwili zatrzymania  $t/t_s = 1$  najwyższa temperatura jest osiągana w płaszczyźnie symetrii  $z = -7$  mm wewnątrz tarczy ruchomej. Jest to spowodowane przebiegiem ewolucji temperatury na powierzchniach tarcia, gdzie temperatura najpierw wzrasta, następnie osiąga wartość maksymalną przy  $t/t_s = 0,6$ , po czym obniża się do chwili zatrzymania. Wewnątrz każdej z tarcz ma miejsce efekt opóźnienia osiągnięcia temperatury maksymalnej i dlatego występujące później obniżenie temperatury słabnie wraz z oddaleniem od powierzchni kontaktu. Jakościowo rezultaty zaprezentowane na rysunku 3.8 są zgodne z danymi otrzymanymi w artykule [23] na podstawie rozwiązania dokładnego jednowymiarowego układu równań CDTZ. Nieznaczne różnice ilościowe mogą wynikać z zadanego warunku izolacji termicznej powierzchni zewnętrznej tarczy (wzór (3.22)).



Rys. 3.8. Rozkłady temperatury  $T$  po grubości tarcz (w kierunku osi  $z$ )

### 3.5. Rezultaty obliczeń dla tarczy kompozytowej wzmocnionej włóknami węglowymi

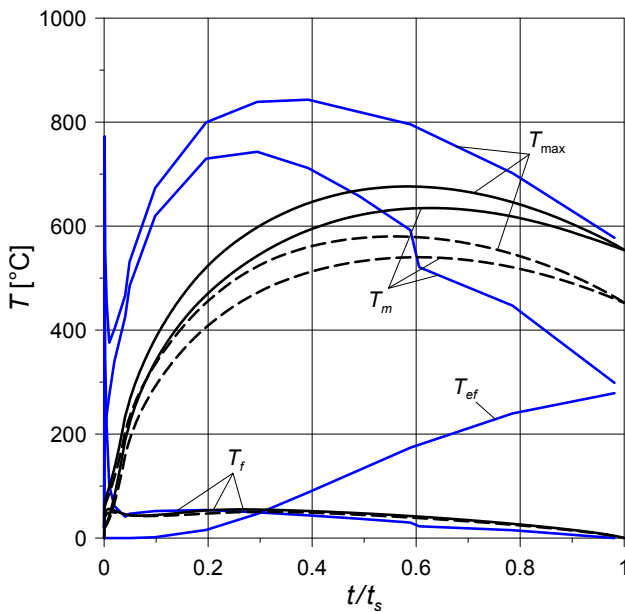
Pole temperatury  $T(r, z, t)$  w płaszczyźnie  $\{r, z\}$  w chwili zatrzymania  $t = t_s$  pokazano na rysunku 3.9. Można zauważyć, że w ustalonej odległości od powierzchni tarcia rozkład temperatury w kierunku promieniowym jest niemal jednorodny w stacjonarnych tarczach zewnętrznych. Natomiast w tarczy obracającej się rozkład ten ma charakter odmienny – wraz ze zwiększeniem odległości od wewnętrznej powierzchni  $r = r_i$  tarczy temperatura wzrasta, osiągając wartość maksymalną w pobliżu promienia ekwiwalentnego  $r = r_{eq}$ , a następnie maleje wraz ze zbliżeniem do promienia zewnętrznego  $r = r_e$ . Przy ustalonej wartości  $r$  zwiększenie odległości od powierzchni tarcia w kierunku osiowym powoduje monotoniczne obniżenie temperatury w tarczach nieruchomych. W obracającej się tarczy temperatura z oddaleniem od powierzchni tarcia zwiększa się, osiągając wartość maksymalną na środkowej powierzchni  $z = -7$  mm, co potwierdza rezultaty zaprezentowane wcześniej na rysunku 3.8. Wszystkie trzy elementy są nagrzewane na całej grubości – temperatura na zewnętrznych powierzchniach nieruchomych tarcz osiąga wartość około  $330^\circ\text{C}$ .



**Rys. 3.9.** Rozkład temperatury w dwóch elementach pary ciernej w chwili zatrzymania  $t = t_s$

### 3. Uwzględnienie temperatury błysku przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej

Zmiany w czasie hamowania temperatury średniej  $T_m$  (wzór (3.26)), temperatury błysku  $T_f$  (wzory (3.41)–(3.44)) oraz temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  (wzór (3.46)) są pokazane liniami ciągłymi na rysunku 3.10. Liniami przerywanymi na tym rysunku zaprezentowano odpowiednie rezultaty, otrzymane w wyniku obliczeń przy stałych właściwościach termofizycznych materiałów  $K(T_{av}) = 16,6 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  i  $c(T_{av}) = 1720 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , gdzie, na podstawie wzorów (3.51) i (3.52), mamy  $T_{av} = 575,25^\circ\text{C}$ . Przy obliczeniach temperatury błysku za każdym razem uwzględniana była również zależność twardości Brinella  $HB$  analizowanego materiału Termar-ADF od temperatury (rys. 3.3).



**Rys. 3.10.** Zmiany temperatury  $T$  podczas hamowania: linie ciągłe – rozwiązanie numeryczne z uwzględnieniem wrażliwości termicznej materiału, linie przerywane – rozwiązanie numeryczne przy stałych właściwościach termofizycznych materiałów, linie niebieskie – rozwiązanie analityczne z artykułu [23]

Otrzymane rezultaty świadczą o tym, że wpływ wrażliwości termicznej materiału należy uwzględnić przy obliczeniach temperatury średniej  $T_m$  powierzchni kontaktu, tzn. i temperatury maksymalnej  $T_{\max}$ . Natomiast w obliczeniach temperatury błysku  $T_f$ , która dla rozpatrywanego układu hamulcowego osiąga względnie niewysokie wartości ( $T_{f_{\max}} \approx 54^\circ\text{C}$ ), można stosować modele obliczeniowe przy stałych właściwościach termofizycznych materiałów. Maksymalna wartość temperatury średniej  $T_m$  wynosi  $634^\circ\text{C}$  i jest osiągana w chwili czasu  $t/t_s = 0,64$ . Dodanie do temperatury średniej temperatury błysku powoduje zwiększenie temperatury maksymalnej do  $675,3^\circ\text{C}$ . Wartość temperatury maksymalnej w chwili zatrzymania równa jest  $T_{\max}(t_s) = 554^\circ\text{C}$  i różni się nieznacznie od wartości  $577^\circ\text{C}$ , znalezionej na podstawie rozwiązania analitycznego w artykule [23].

### 3.6. Wnioski

Poprawa dokładności przy oszacowaniu temperatury maksymalnej jest niezbędnym zadaniem, rozwiązanie którego pozwala na zaprojektowanie hamulca z roboczymi charakterystykami, zbliżonymi do optymalnych, oraz na prawidłowe określenie warunków jego eksploatacji. W tym celu w niniejszym rozdziale zaproponowano model obliczeniowy do wyznaczenia temperatury maksymalnej wielotarczowego układu hamulcowego, którą na podstawie hipotezy Chichinadze przedstawiono w postaci sumy temperatury średniej powierzchni kontaktu tarcz i temperatury błysku. Do obliczenia temperatury średniej został opracowany osiowosymetryczny model numeryczny z wykorzystaniem MES, uwzględniający zmianę ciśnienia kontaktowego i prędkości w czasie hamowania oraz zależności współczynnika przewodzenia ciepła i ciepła właściwego od temperatury. Temperaturę błysku obliczono za pomocą znanych rozwiązań analitycznych nieliniowego jednowymiarowego zagadnienia cieplnego tarcia z uwzględnieniem zależności twardości Brinella materiału od temperatury.

Jednocześnie zaproponowano metodykę do oszacowania temperatury maksymalnej przy stałych właściwościach termofizycznych i twardości, odpowiadających temperaturze objętościowej.

Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla tarcz wykonanych z węglowego materiału ciernego Termar-ADF, wykorzystywanego w wielotarczowym



### 3. Uwzględnienie temperatury błysku przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej

wych układach hamulcowych lotniczych. Ustalono, że uwzględnienie temperatury błysku przy obliczeniu temperatury maksymalnej zwiększa jej wartość o około 6%. Taki niewielki wzrost  $T_{\max}$  jest spowodowany głównie tym, że badany materiał posiada niewielką twardość Brinella, wynoszącą 90 MPa przy 20°C.

Rezultaty zaprezentowane w niniejszym rozdziale częściowo opublikowano w artykule [87].

## 4. Zastosowanie 2D układu równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia (CDTZ) do wyznaczenia temperatury maksymalnej w tarczowym układzie hamulcowym przy hamowaniu jednokrotnym

Sformułowano układ równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia dla układu tribologicznego nakładka-tarcza podczas hamowania jednokrotnego. Uwzględniono w nim zależność współczynnika tarcia od temperatury maksymalnej, która jest sumą średniej temperatury nominalnego obszaru kontaktu i temperatury błysku rzeczywistego obszaru kontaktu. Właściwości termofizyczne i mechaniczne materiałów pary ciernej są wrażliwe termicznie. Rozwiązanie układu równań CDTZ otrzymano na podstawie osiowosymetrycznego kontaktowego modelu obliczeniowego MES. Celem badania było ustalenie wzajemnego wpływu temperatury, prędkości i zużycia termomechanicznego powierzchni kontaktu podczas hamowania.

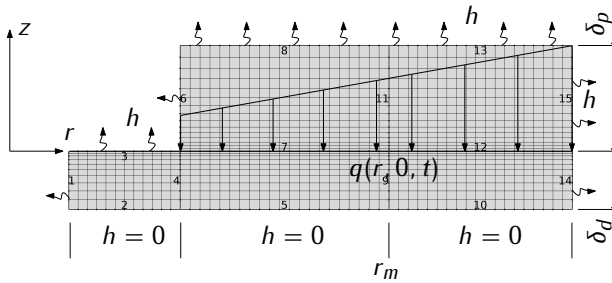
### 4.1. Model matematyczny hamulca tarczowego

Rozpatrzono trójelementowy układ hamulcowy, składający się z obracającej się litej tarczy o grubości  $2\delta_d$  i dwóch stacjonarnych nakładek o grubości  $\delta_p$  każda. W początkowym momencie  $t = 0$  nakładki dociskane są do powierzchni roboczych tarczy i na skutek tarcia prędkość kątowa  $\omega$  maleje od wartości początkowej  $\omega_0$  do zera w chwili zatrzymania  $t = t_s$ . Procesowi temu towarzyszy nagrzewanie elementów ślizgowych i zużycie ich powierzchni roboczych.

Ze względu na symetrię obciążenia analizowanego hamulca tarczowego zastosowano układ zastępczy składający się z jednej nakładki ślizgającej się po tarczy o grubości  $\delta_d$  (rys. 4.1). W układzie współrzędnych walcowych  $(r, \theta, z)$  obszary przestrzenne zawierające tarczę i nakładkę oznaczono jako  $\Omega_d = \{r_d \leq r \leq R_d, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -\delta_d \leq z \leq 0\}$  oraz  $\Omega_p = \{r_p \leq r \leq R_p,$

#### 4. Zastosowanie 2D układu równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia

$0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,  $0 \leq z \leq \delta_p$ , a niestacjonarne pole temperatury układu dwuele-  
mentowego jest osiowosymetryczne, tj.  $T \equiv T(r, z, t)$ .



**Rys. 4.1.** Siatka osiowosymetrycznych 2D elementów skończonych: chłodzenie 1, 3, 6, 8, 13, 15, 14; nagrzewanie 7, 12; izolacja termiczna 2, 5, 10

Ciepła właściwe  $c_{d,p}$  i współczynniki przewodzenia ciepła  $K_{d,p}$  materiałów tarczy i nakładki zmieniają się wraz ze wzrostem temperatury. Zależności właściwości termofizycznych materiałów są uzyskiwane za pomocą metod eksperymentalnych [45, 93]. Podobnie jak w rozdziale 3 (wzory (3.13)–(3.15)) dane doświadczalne aproksymowano w postaci:

$$K_{d,p}(T) = K_{d,p}^{(0)} K_{d,p}^*(T), \quad c_{d,p}(T) = c_{d,p}^{(0)} c_{d,p}^*(T), \quad (4.1)$$

gdzie:

$$K_{d,p}^{(0)} \equiv K_{d,p}(T_0), \quad c_{d,p}^{(0)} \equiv c_{d,p}(T_0), \quad (4.2)$$

$$K_{d,p}^*(T) = K_{d,p}^{(1)} + \frac{K_{d,p}^{(2)}}{[(T - T_{K_1})K_{d,p}^{(3)}]^2 + 1} + \frac{K_{d,p}^{(4)}}{[(T - T_{K_2})K_{d,p}^{(5)}]^2 + 1}, \quad (4.3)$$

$$c_{d,p}^*(T) = c_{d,p}^{(1)} + \frac{c_{d,p}^{(2)}}{[(T - T_{c_1})c_{d,p}^{(3)}]^2 + 1} + \frac{c_{d,p}^{(4)}}{[(T - T_{c_2})c_{d,p}^{(5)}]^2 + 1}. \quad (4.4)$$

Współczynniki  $K_{d,p}^{(i)}$ ,  $c_{d,p}^{(i)}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ,  $T_{K_j}$ ,  $T_{c_j}$ ,  $j = 1, 2$  wyznaczone według metodyki opisanej w artykule [93].

Zgodnie z koncepcją układu równań CDTZ ewolucja maksymalnej temperatury na powierzchni tarcia przy hamowaniu jednokrotnym zostanie wyznaczona jako suma:

$$T_{\max}(t) = T_m(t) + T_f(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.5)$$

gdzie  $T_m$  jest to średnia temperatura nominalnego obszaru kontaktu, a  $T_f$  jest temperaturą błysku rzeczywistego obszaru kontaktu [19].

Zależności współczynnika tarcia od temperatury maksymalnej (wzór (4.5)) określonej pary ciernej wyznaczono doświadczalnie przy użyciu standardowej metody badań stabilności cieplnej [52]. Do aproksymacji tych danych stosowano, jak wyżej, wzory aproksymacyjne w postaci:

$$f[T_{\max}(t)] \equiv f^{(0)}f^*[T_{\max}(t)], \quad f^{(0)} \equiv f(T_0), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.6)$$

$$f^*[T_{\max}(t)] = f^{(1)} + \frac{f^{(2)}}{[(T_{\max}(t) - T_{f_1})f^{(3)}]^2 + 1} + \frac{f^{(4)}}{[(T_{\max}(t) - T_{f_2})f^{(5)}]^2 + 1}, \quad (4.7)$$

gdzie zalecenia dotyczące wyboru współczynników  $f^{(i)}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  i  $T_{f_j}$ ,  $j = 1, 2$  podano w artykule [93].

Gęstość mocy tarcia w obszarze kontaktu nakładki z tarczą wynosi [16]:

$$q(r, t) = f[T_{\max}(t)]p(t)r\omega(t), \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.8)$$

gdzie:

$$p(t) = p_0p^*(t), \quad p^*(t) = 1 - e^{-t/t_m}. \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.9)$$

Zależność współczynnika tarcia  $f$  od temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  ma postać (4.6), (4.7), a parametr  $t_m$  jest to czas narastania ciśnienia kontaktowego od zera do wartości nominalnej  $p_0$ . W przypadku granicznym  $t_m \rightarrow 0$  ze wzoru (4.9) otrzymano  $p(t) = p_0$ , czyli natychmiastowe osiągnięcie nominalnej wartości ciśnienia wraz z początkiem hamowania.

Zmianę prędkości kątowej w czasie hamowania znaleziono z rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania ruchu:

$$I_0 \frac{d\omega(t)}{dt} = -2M(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad \omega(0) = \omega_0, \quad (4.10)$$

gdzie moment tarcia wyznaczano ze wzoru:

$$M(t) = M_0 M^*(t), \quad M_0 = f^{(0)} p_0 A_a r_{eq}, \quad M^*(t) = f^*[T_{\max}(t)] p^*(t), \quad (4.11)$$

a pole nominalnego obszaru kontaktu  $A_a$  ze wzoru (2.5), zaś promień ekwiwalentny  $r_{eq}$  obszaru kontaktu i moment bezwładności  $I_0$  obliczano odpowiednio ze wzorów (2.6) i (3.3).

Rozwiązanie zagadnienia początkowego (4.10), (4.11) ma postać:

$$\omega(t) = \omega_0 \omega^*(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.12)$$

gdzie:

$$\omega^*(t) = 1 - \frac{1}{t_s^0} F(t), \quad F(t) = \int_0^t M^*(\tau) d\tau, \quad t_s^0 = \frac{I_0 \omega_0}{2M_0}. \quad (4.13)$$

Z warunku zatrzymania  $\omega(t_s) = 0$  z rozwiązania (wzory (4.12), (4.13)) otrzymano równanie funkcyjne:

$$F(t_s) = t_s^0 \quad (4.14)$$

do obliczenia czasu hamowania  $t_s$ .

Przy stałym współczynniku tarcia  $f = f^{(0)}$  ( $f^*(t) = 1$ ) i ciśnieniu kontaktowym  $p = p_0$  ( $p^*(t) = 1$ ) ze wzorów (4.11), (4.13) i (4.14) wynika, że  $M^*(t) = 1$ ,  $F(t) = t$ ,  $\omega^*(t) = 1 - t/t_s^0$ ,  $0 \leq t \leq t_s^0$ . Zatem parametr  $t_s^0$  (wzór (4.13)) jest czasem zatrzymania przy hamowaniu ze stałym opóźnieniem.

W sformułowanym modelu obliczeniowym założenie o zmianie temperaturowej współczynnika tarcia pozwoliło uwzględnić wzajemne relacje i współzależność wszystkich parametrów procesu tarcia. Prędkość kątowna  $\omega$  (wzory (4.12), (4.13)) podczas hamowania zależy od zmiany ciśnienia  $p$  (wzór (4.9)) i współczynnika tarcia  $f$  (wzory (4.6), (4.7)). Powoduje to zmianę profilu czasowego gęstości mocy tarcia  $q$  (wzór (4.8)), która determinuje temperaturę nakładki i tarczy. I odwrotnie, nagrzewanie tarciove w obszarze kontaktu tych elementów zmienia siłę tarcia, a tym samym prowadzi do zmiany prędkości.

#### 4.2. Nagrzewanie tarciove w nominalnym obszarze kontaktu

Nominalny obszar kontaktu  $\Gamma = \{r_p \leq r \leq R_p = R_d, 0 \leq \theta \leq 2\pi, z = 0\}$  jest określony przez wymiary nakładki. Przyjęto, że termiczny kontakt tarcia między nakładką a tarczą w obszarze  $\Gamma$  jest doskonały, tzn. że suma gęstości strumieni ciepła skierowanych prostopadle od powierzchni kontaktu do wewnątrz nakładki i tarczy jest równa gęstości mocy tarcia (wzór (4.8)), a temperatury ich powierzchni roboczych są równe. Powierzchnia  $z = -\delta_d$  tarczy jest adiabatyczna, a na wszystkich swobodnych powierzchniach elementów ślizgowych ma miejsce chłodzenie konwekcyjne o stałej wartości współczynnika wymiany ciepła  $h$  (rys. 4.1).

Zgodnie z powyższymi założeniami rozkład nieustalonego pola temperatury  $T(r, z, t)$  w układzie nakładka-tarcza zostanie wyznaczony z rozwiązania następującego osiowosymetrycznego początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r K_d(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_d(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho_d c_d(T) \frac{\partial T}{\partial t}, \quad r_d < r < R_d, \quad -\delta_d < z < 0, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (4.15)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r K_p(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_p(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho_p c_p(T) \frac{\partial T}{\partial t}, \quad r_p < r < R_p, \quad 0 < z < \delta_p, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (4.16)$$

$$K_d(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^-} - K_p(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^+} = q(r, t), \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.17)$$

$$T(r, 0^+, t) = T(r, 0^-, t), \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.18)$$

$$K_p(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\delta_p} = h[T_0 - T(r, \delta_p, t)], \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.19)$$

$$K_p(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_p} = h[T(r_p, z, t) - T_0], \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.20)$$

$$K_p(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_p} = h[T_0 - T(R_p, z, t)], \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.21)$$

$$K_d(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^-} = h[T_0 - T(r, 0^-, t)], \quad r_d \leq r \leq r_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=-\delta_d} = 0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.23)$$

$$K_d(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_d} = h[T(r_d, z, t) - T_0], \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.24)$$

$$K_d(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_d} = h[T_0 - T(R_d, z, t)], \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.25)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad (r, z) \in \Omega_p \cup \Omega_d. \quad (4.26)$$

Gęstość mocy tarcia  $q(r, t)$  wyznaczono ze wzoru (4.8), funkcje  $K_{d,p}(T)$ ,  $c_{d,p}(T)$  mają postać (4.1)–(4.5), a czas zatrzymania  $t_s$  znaleziono na podstawie rozwiązania numerycznego równania funkcyjnego (4.14).

Znając pole temperatury  $T(r, z, t)$ , wyznaczono ewolucję średniej temperatury obszaru kontaktu:

$$T_m(t) = \frac{2\pi}{A_a} \int_{r_p}^{R_p} T(r, 0, t) r dr, \quad 0 \leq t \leq t_s. \quad (4.27)$$

Zagadnienie cieplne tarcia (4.15)–(4.26) zawiera nieliniowości zarówno w operatorach różnicowych (4.15), (4.16) (nieliniowość wewnętrzna), jak i w warunkach brzegowych (4.17)–(4.25) (nieliniowość zewnętrzna), tak więc odnosi się ono do klasy zagadnień o istotnej nieliniowości termicznej. Rozwiązanie powyższego nieliniowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego uzyskano za pomocą metody elementów skończonych [27]. Siatkę MES układu hamulcowego pokazano na rysunku 4.1. Zastosowano ośmiowęzłowe, osiowosymetryczne czworoboczne elementy. Całkowita liczba elementów skończonych układu wynosi 610 elementów i 1937 węzłów (nakładka – 330 elementów, tarcza – 280). Wymiary elementów w kierunku  $z$  zmniejszają się wraz z odległością od powierzchni kontaktu, zarówno w tarczy (10 elementów), jak i w nakładce (15 elementów). Stosunek długości boku najmniejszego do największego elementu (tzw. arytmetyczny współczynnik sekwencji) wynosił 0,2. W kierunku promieniowym rozkład elementów jest równomierny: 22 elementy dla nakładki, 28 elementów dla tarczy. Rezultaty obliczeń otrzymano przy kroku czasowym  $\Delta t = 5$  ms.

### 4.3. Temperatura w rzeczywistym obszarze kontaktu

Temperatura powierzchni ciernych nakładek i tarczy zmieniająca się na skutek tarcia wpływa również na ich mikrogeometrię [80]. Nagrzewanie tarciove z równoczesnym zużyciem powodują, że powierzchnie robocze posiadają znaczącą chropowatość i falistość. Liczba rzeczywistych obszarów kontaktu (powierzchni styku dwóch chropowatości) zależy zarówno od obciążenia, jak i od topografii powierzchni. W procesie hamowania obszary te ulegają ciągłej zmianie. Czas istnienia określonego obszaru w połączeniu z ciśnieniem kontaktowym, prędkością poślizgu, współczynnikiem tarcia oraz właściwo-



ściami termofizycznymi wyznaczają temperaturę błysku [16]. Wiadomo, że oddziaływanie powierzchni tarcia podczas hamowania nie występuje na całej nominalnej powierzchni kontaktu, ale w pewnych obszarach, utworzonych przez grupy chropowatości, tzw. fale chropowatości [57]. W ten sposób powstaje konturowy obszar kontaktu o polu powierzchni  $A_c$ , złożony z obszarów kontaktu pojedynczych fal. Należy zaznaczyć, że sumaryczne pole rzeczywistych obszarów kontaktu  $A_r$ , zwykle stanowi tylko niewielką część nominalnego pola obszaru kontaktu  $A_r = (0,001 \div 0,01)A_a$  [18]. Przy określaniu relacji między  $A_r$ ,  $A_c$  i  $A_a$  za pomocą metod teoretycznych stosowano następujące założenia upraszczające [16, 22]:

1. Falistość powierzchni jest pomijana, tzn.  $A_c \approx A_a$ . Jest to uzasadnione, jeśli pole obszaru kontaktu nominalnego jest małe w porównaniu z wymiarami ciał lub gdy podjęto działania w celu zmniejszenia falistości.
2. Brak jest interakcji pomiędzy obszarami kontaktu rzeczywistego.
3. Chropowatości mają kształt sferycznych segmentów, umiejscowionych na powierzchni twardszego elementu pary ciernej (tarczy). Powierzchnia bardziej miękkiego materiału (nakładki) jest gładka.
4. Kontakt chropowatości z gładką powierzchnią jest plastyczny. Występuje on w parach ciernych z zauważalnym wzrostem temperatury prowadzącym do pojawienia się odkształceń plastycznych (np. hamulce tarczowe).
5. Przy wyznaczeniu pola rzeczywistego obszaru kontaktu według plastycznego mechanizmu odkształceń chropowatości, zakłada się, że jeden element pary ciernej posiada znacząco mniejszą twardość, sztywność oraz chropowatość.
6. Poślizg pojedynczej chropowatości po gładkiej powierzchni trwa do momentu jej deformacji na skutek wzrostu temperatury i zrównania się twardości materiałów, po którym następuje kontakt innej mikronierówności.

7. Temperatura w każdym punkcie chropowatości przed wystąpieniem kontaktu jest jednakowa i równa średniej temperaturze powierzchniowej  $T_m$  (wzór (4.27)), tzn. temperaturze u podstaw chropowatości.

Przy założeniach 1–7 zmianę średnicy chropowatości  $d_r$  i pola  $A_r$  rzeczywistego obszaru kontaktu w funkcji czasu hamowania, obliczano na podstawie wzorów [30]:

$$d_r(t) = \left( \frac{8r_{av}h_{\max}}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{p(t)}{\bar{H}B_p(t)b_0} \right]^{\frac{1}{2\nu}}, \quad (4.28)$$

$$A_r(t) = \frac{p(t)A_a}{\bar{H}B_p(t)}, \quad (4.29)$$

gdzie ewolucja ciśnienia kontaktowego  $p$  ma postać (4.9),  $r_{av}$  i  $h_{\max}$  są odpowiednio uśrednionym promieniem zaokrąglenia i maksymalną wysokością chropowatości,  $b_0$  i  $\nu$  są parametrami krzywej powierzchni odniesienia tarczy. Metodyka ich wyznaczania oparta jest na analizie profilogramów obszaru kontaktu w kierunkach wzdłużnym i poprzecznym [31].

Przybliżenie danych doświadczalnych zależności twardości Brinella  $\bar{H}B_p(t) \equiv HB_p[T_m(t)]$  materiału nakładki od średniej temperatury  $T_m$  (4.27) nominalnego obszaru kontaktu ma postać [24]:

$$\bar{H}B_p(t) = HB_p^{(0)} \cdot HB_p^*[T_m(t)], \quad HB_p^{(0)} \equiv HB_p(T_0), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.30)$$

gdzie:

$$HB_p^*[T_m(t)] = HB_p^{(1)} + \frac{HB_p^{(2)}}{\{[T_m(t) - T_{HB1}]HB_p^{(3)}\}^2 + 1} + \frac{HB_p^{(4)}}{\{[T_m(t) - T_{HB2}]HB_p^{(5)}\}^2 + 1}. \quad (4.31)$$

$HB_p^{(i)}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  i  $T_{HBj}$ ,  $j = 1, 2$  są współczynnikami aproksymacyjnymi.

Temperaturę błysku, czyli temperaturę pojedynczego rzeczywistego ob-

szaru kontaktu, wyznaczamy ze wzoru [19]:

$$T_f(t) = \frac{1,73 Q(t) d_r(t)}{A_r(t)[4\bar{K}_d(t) + \sqrt{\pi d_r(t) V_{eq}(t) \bar{K}_p(t) \bar{c}_p(t) \rho_p}]}, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.32)$$

gdzie:

$$Q(t) = q(r_{eq}, t) A_a, \quad V_{eq}(t) = \omega(t) r_{eq}, \quad (4.33)$$

$$\bar{K}_{d,p}(t) \equiv K_{d,p}[T_m(t)], \quad \bar{c}_p(t) \equiv c_p[T_m(t)]. \quad (4.34)$$

Gęstość mocy tarcia  $q$  wzdłuż promienia ekwiwalentnego  $r_{eq}$  (wzór (1.4)) jest obliczana ze wzoru (4.8), zmianę prędkości kątowej  $\omega$  w funkcji czasu opisuje rozwiązanie (4.12), (4.13), a zmianę średnicy  $d_r$  i pola  $A_r$  rzeczywistego obszaru kontaktu wyznaczano odpowiednio ze wzorów (4.28) i (4.29).

Rozwiązanie (4.32) wykazuje, że temperaturę błysku wyznacza się na podstawie parametrów tarcia, właściwości materiałów pary ciernej, jak również charakterystyk topografii powierzchni kontaktu. Z kolei właściwości termofizyczne i mechaniczne materiałów zmieniają się pod wpływem temperatury. Pominięcie tych zależności powoduje znaczące przeszacowanie w obliczeniach temperatury błysku [72].

#### 4.4. Proces zużycia elementów trących hamulca tarczowego

Przy obliczaniu zużycia powierzchni kontaktu nakładki i tarczy podczas hamowania należy uwzględnić ciągłą i współzależną zmianę wszystkich parametrów procesu, a mianowicie obciążenia, prędkości, temperatury, siły tarcia i właściwości materiałów. Takie zależności i wzajemne uwarunkowania parametrów tarcia podczas hamowania otrzymano przy wykonaniu obliczeń z wykorzystaniem zaproponowanego wyżej układu równań CDTZ. Zmianę zużycia masowego podczas hamowania obliczano według wzoru [22]:

$$I(t) = \int_0^t I_w[T_{\max}(\tau)] Q(\tau) d\tau, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.35)$$

gdzie  $T_{\max}$  jest maksymalną temperaturą powierzchni tarcia (4.5),  $Q$  jest mocą tarcia (wzór (4.33)), zależność współczynnika intensywności zużycia masowego  $I_w$  od temperatury maksymalnej ma postać wzorów (4.6), (4.7):

$$I_w[T_{\max}(t)] = I_w^{(0)} I_w^*[T_{\max}(t)], \quad I_w^{(0)} \equiv I_w(T_0), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.36)$$

gdzie:

$$I_w^*[T_{\max}(t)] = I_w^{(1)} + \frac{I_w^{(2)}}{\{[T_{\max}(t) - T_{I_1}]I_w^{(3)}\}^2 + 1} + \frac{I_w^{(4)}}{\{[T_{\max}(t) - T_{I_2}]I_w^{(5)}\}^2 + 1}, \quad (4.37)$$

a ogólne zalecenia dotyczące doboru stałych  $I_w^{(i)}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ ,  $T_{I_j}$ ,  $j = 1, 2$  podano w artykule [92].

**Tab. 4.1.** Wartości nominalnego ciśnienia kontaktowego  $p_0$ , współczynników tarcia  $f^{(0)}$ , intensywności zużycia masowego  $I_w^{(0)}$  oraz twardości  $HB_p^{(0)}$  przy temperaturze początkowej  $T_0 = 20^\circ\text{C}$

$p_0$ , MPa	$f^{(0)}$	$I_w^{(0)}$ , $\mu\text{g N}^{-1}\text{m}^{-1}$	$HB_p^{(0)}$ , MPa
0,59	0,672	0,5838	1373
1,47	0,448	0,8396	1373

#### 4.5. Badania symulacyjne rozkładów temperatury i analiza otrzymanych wyników

Obliczenia przeprowadzono dla hamulca tarczowego, w którym nakładki wykonane są z metaloceramiki FMC-11, a tarcza z żeliwa. Wymiary nakładek i tarczy zawarto w tabeli 1.1, a termofizyczne właściwości materiałów przy temperaturze początkowej podano w tabeli 1.3. Parametry operacyjne do wykonania obliczeń pokazano w tabelach 4.1 i 4.2 [22]. Wartości współczynników we wzorach aproksymacyjnych (4.3), (4.4) i (4.7), (4.31) i (4.37) zaprezentowano w tabeli 4.3.

4. Zastosowanie 2D układu równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia

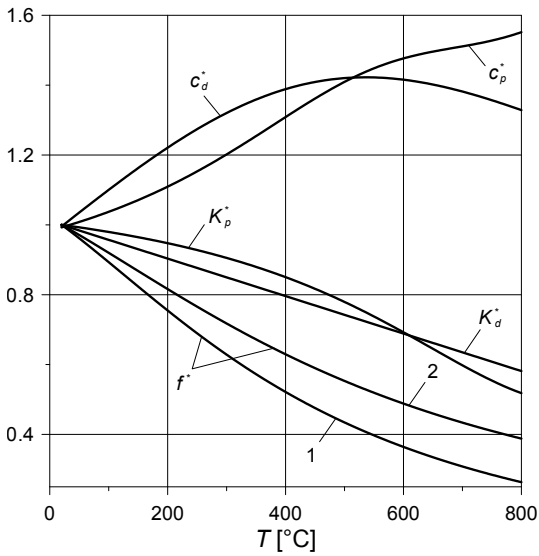
**Tab. 4.2.** Parametry operacyjne do wykonania obliczeń [38]

parametr	wartość
początkowa energia kinetyczna układu $W_0$ , kJ	547,06
początkowa prędkość kątowna $\omega_0$ , $\text{rad s}^{-1}$	88,464
czas narastania ciśnienia $t_m$ , s	0,5
temperatura początkowa $T_0$ , °C	20
współczynnik wymiany ciepła $h$ , $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	60
parametr krzywej powierzchni odniesienia tarczy $b_0$	1
parametr krzywej powierzchni odniesienia tarczy $\nu$	2,1
maksymalna wysokość chropowatości $h_{\max}$ , $\mu\text{m}$	2,5
uśredniony promień zaokrąglenia chropowatości $r_{av}$ , $\mu\text{m}$	450

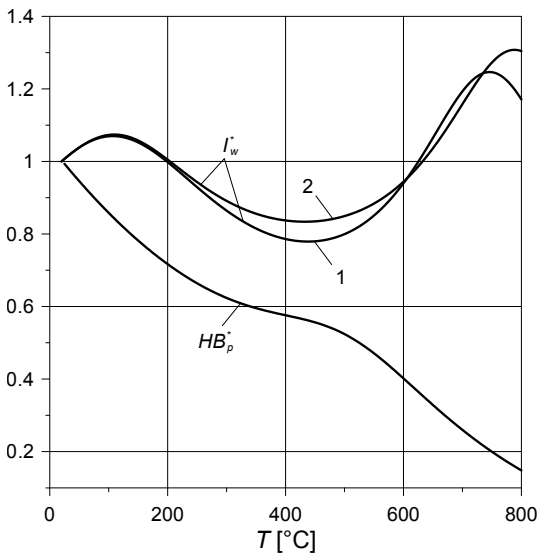
**Tab. 4.3.** Współczynniki we wzorach (4.3), (4.4), (4.7), (4.31), (4.37) [38]

(1)	(2)	(3), °C <sup>-1</sup>	(T <sub>1</sub> ), °C	(4)	(5), °C <sup>-1</sup>	(T <sub>2</sub> ), °C
$K_p^*$ i $c_p^*$						
1,125	-0,6393	$2,3 \cdot 10^{-3}$	900	0	0	0
0,7748	0,7385	$3,5 \cdot 10^{-3}$	1059	0,4992	$2,6 \cdot 10^{-3}$	573
$K_d^*$ i $c_d^*$						
-2,3706	4,223	$0,1962 \cdot 10^{-3}$	-2543	0	0	0
-0,8461	6,598	$0,5711 \cdot 10^{-3}$	4903	1,372	$1,2 \cdot 10^{-3}$	443
$f^*$ , 0,59 MPa i 1,47 MPa						
$9,45 \cdot 10^{-3}$	1,134	$1,9 \cdot 10^{-3}$	-180	0	0	0
$8,04 \cdot 10^{-2}$	1,071	$1,5 \cdot 10^{-3}$	-250	0	0	0
$HB_p^*$						
-0,4267	0,2563	4,5	505,8	2,997	$15,47 \cdot 10^{-4}$	-677
$I_w^*$ , 0,59 MPa i 1,47 MPa						
0,377	0,644	$4 \cdot 10^{-3}$	100	0,786	$6 \cdot 10^{-3}$	750
0,602	0,437	$5 \cdot 10^{-3}$	105	0,672	$6,2 \cdot 10^{-3}$	790

4.5. Badania symulacyjne rozkładów temperatury i analiza otrzymanych wyników



**Rys. 4.2.** Zależności bezwymiarowych właściwości materiałów  $K_{d,p}^*$ ,  $c_{d,p}^*$  oraz współczynnika tarcia  $f^*$  od temperatury  $T$ : 1 – przy  $p_0 = 0,59$  MPa, 2 – przy  $p_0 = 1,47$  MPa [38]



**Rys. 4.3.** Zależności bezwymiarowych twardości materiału nakładki  $HB_p^*$  oraz intensywności zużycia  $I_w^*$  od temperatury  $T$ : 1 – przy  $p_0 = 0,59$  MPa, 2 – przy  $p_0 = 1,47$  MPa [38]

Skonstruowane przy użyciu tych współczynników, zależności bezwymiarowego współczynnika przewodzenia ciepła  $K_{d,p}^*$  (wzór (4.3)), ciepła właściwego  $c_{d,p}^*$  (wzór (4.4)) i współczynnika tarcia  $f^*$  (wzór (4.7)) od temperatury pokazano na rysunku 4.2. Odpowiednie zależności dla bezwymiarowej twardości materiału nakładki  $HB_p^*$  (wzór (4.31)) i współczynnika intensywności zużycia  $I_w^*$  (wzór (4.37)) przedstawiono na rysunku 4.3. Tu i poniżej krzywe oznaczone 1 odpowiadają rezultatom uzyskanym przy  $p_0 = 0,59$  MPa, a 2 – przy  $p_0 = 1,47$  MPa.

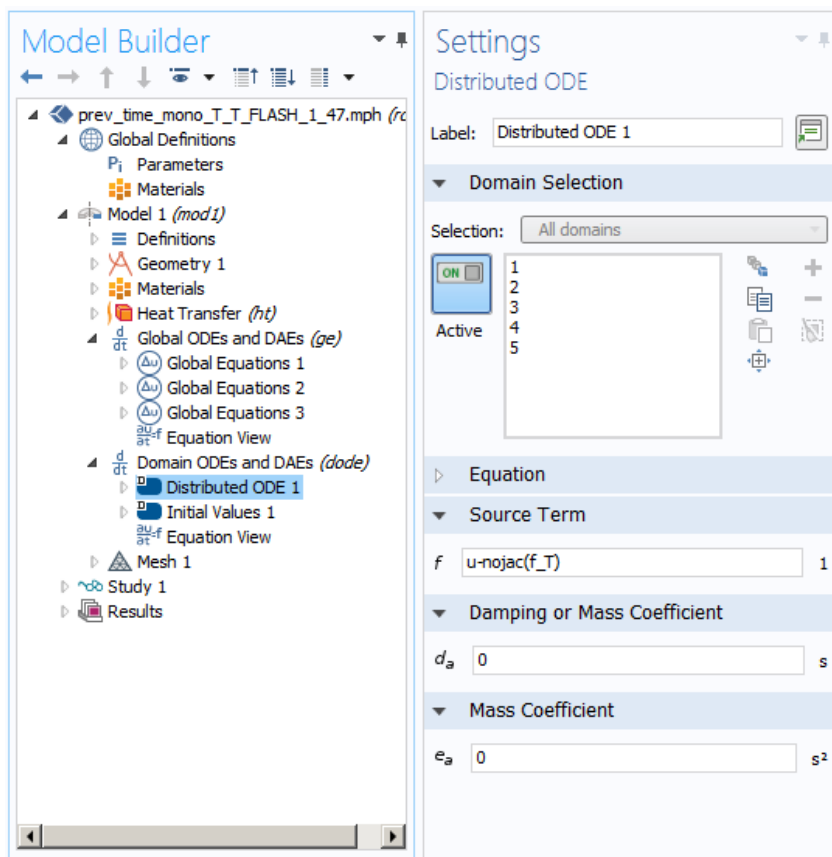
Podczas wyznaczenia temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  (4.5), będącej sumą temperatury średniej  $T_m$  i temperatury błysku  $T_f$ , należało w każdym kroku czasowym znać wartości tych dwóch składowych. Z kolei do znalezienia temperatury błysku  $T_f$  potrzebna była znajomość współczynnika tarcia, zależnego od temperatury maksymalnej. Dlatego przy obliczeniach  $T_{\max}$  w zadanej chwili czasu  $t$ , stosowano proces iteracyjny, polegający na stosowaniu wartości współczynnika tarcia znalezionej w poprzednim kroku czasowym.

W tym celu wykorzystano narzędzia *Domain ODEs and DAEs (dode)* z modułu *Mathematics* (rys. 4.4) oraz *Previous Solution* w grupie *Study*. Program COMSOL Multiphysics® pozwala na prowadzenie symulacji niustalonych procesów za pomocą dwóch metod: *Segregated* lub *Fully Coupled*, przy czym obliczenia za pomocą drugiej trwają nieco dłużej.

Należy zaznaczyć, że w zakładce *Study* dla zagadnień niustalonych zawarto między innymi niejawne metody *BDF* (ang. *backward differentiation formula*) i *Generalized Alfa*, które wykorzystują dane z kilku kroków wstecz. Natomiast dane te są one dostępne wyłącznie po wykorzystaniu ww. narzędzia *Previous Solution*.

Głównym celem obliczeń numerycznych było zbadanie wzajemnego wpływu temperatury i prędkości kątowej w procesie hamowania jednokrotnego. Rezultaty otrzymane z uwzględnieniem zależności  $f(T_{\max})$  przy wrażliwych termicznie materiałach nakładek i tarczy zaprezentowano na rysunkach 4.5–4.10 liniami ciągłymi. Odpowiednie dane uzyskane z uwzględnieniem zależności współczynnika tarcia  $f$  od średniej temperatury  $f(T_m)$  (wzór (4.27)) oznaczono liniami przerywanymi [87]. Ponadto liniami kropkowanymi na tych samych rysunkach posłużono się do przedstawienia wyników obliczeń z uwzględnieniem zależności  $f(T_m)$  przy stałych właściwościach termicznych materiałów i ciśnieniu kontaktowym  $p_0 = 1,47$  MPa [95].

#### 4.5. Badania symulacyjne rozkładów temperatury i analiza otrzymanych wyników



**Rys. 4.4.** Konfiguracja narzędzi *Domain ODEs and DAEs (dode)* w programie COMSOL Multiphysics® przy wyznaczeniu  $T_{\max}$

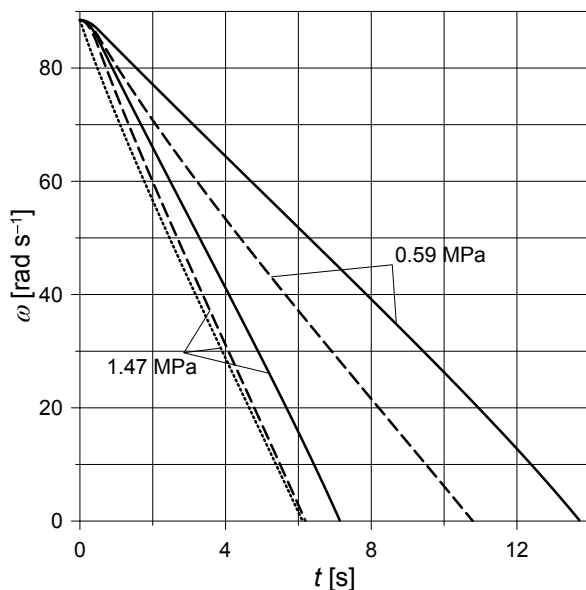
Zmianę prędkości kątowej  $\omega$  podczas hamowania pokazano na rysunku 4.5. Wpływ zależności współczynnika tarcia od temperatury przejawia się przede wszystkim w tym, że profile czasowe prędkości kątowej są nieliniowe w początkowej fazie hamowania. Widać to najwyraźniej w przypadku wrażliwych termicznie materiałów nakładek i tarczy. Hamowanie jest najkrótsze  $t_s = 6, 11$  s w przypadku stałych właściwości materiałów (linia kropkowana).



Uwzględnienie narastania ciśnienia od zera do wartości nominalnej w ciągu  $t_m = 0,5$  s oraz wrażliwości termicznej materiałów elementów ciernych powoduje zwiększenie czasu hamowania. Przy  $p_0 = 1,47$  MPa w przypadku zależności temperaturowej współczynnika tarcia w postaci  $f(T_m)$  czas hamowania wynosi  $t_s = 6,2$  s (linia przerywana), natomiast przy uwzględnieniu zależności  $f(T_{\max})$ ,  $t_s = 7,14$  s (linia ciągła). Jest to spowodowane zmniejszeniem współczynnika tarcia wraz ze wzrostem temperatury (rys. 4.2). Dlatego wprowadzenie w obliczeniach zależności funkcyjnej  $f(T_{\max})$  (relacja  $T_{\max} \geq T_m$  w każdej chwili jest zachowana) wydłuża czas hamowania w stosunku do tego, który otrzymano przy korzystaniu z zależności  $f(T_m)$ . Obniżenie ciśnienia kontaktowego do  $p_0 = 0,59$  MPa znacznie wydłuża czas hamowania. Jest on równy 10,79 s przy zależności  $f(T_m)$  i 13,71 s z uwzględnieniem zależności  $f(T_{\max})$ .

Ewolucje temperatury średniej  $T_m$ , temperatury błysku  $T_f$  i temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  pokazano na rysunku 4.6. Otrzymane profile czasowe temperatury średniej  $T_m$  są typowe przy hamowaniu jednokrotnym pojazdu ze stałym opóźnieniem do zatrzymania – wzrost temperatury do wartości maksymalnej w połowie drogi hamowania, po którym następuje nieznaczny spadek. Takie zachowanie  $T_m$  jest determinowane głównie profilem czasowym gęstości mocy tarcia  $q$  (wzór (4.8)) po prawej stronie warunku brzegowego (4.17). Najwyższa wartość temperatury średniej przy  $p_0 = 0,59$  MPa wynosi  $T_m \cong 290^\circ\text{C}$  (rys. 4.6a), a przy  $p_0 = 1,47$  MPa wartość ta jest równa  $T_m \cong 316^\circ\text{C}$  (rys. 4.6b). W początkowym okresie hamowania, przy niewysokiej średniej temperaturze kontaktu, temperatura błysku gwałtownie narasta. Przy  $p_0 = 0,59$  MPa maksymalne wartości temperatury błysku są równe  $T_f = 533,6^\circ\text{C}$  dla zależności funkcyjnej  $f(T_m)$  i znacząco mniej  $T_{\max} = 320,3^\circ\text{C}$  z uwzględnieniem sprzężenia  $f(T_{\max})$  (rys. 4.6a). W przypadku  $p_0 = 1,47$  MPa maksymalna wartość temperatury błysku jest równa  $T_f \cong 384^\circ\text{C}$ , przy korzystaniu z zależności  $f(T_m)$  i  $T_f \cong 280^\circ\text{C}$ , jeżeli bieżę się pod uwagę zależność  $f(T_{\max})$  (rys. 4.6b).

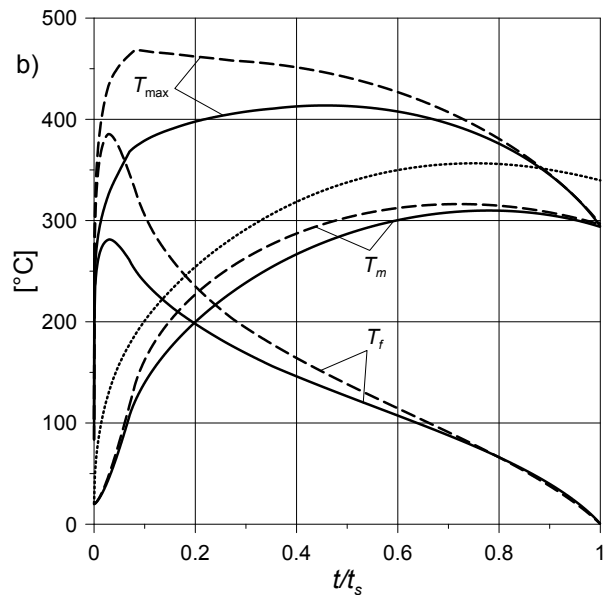
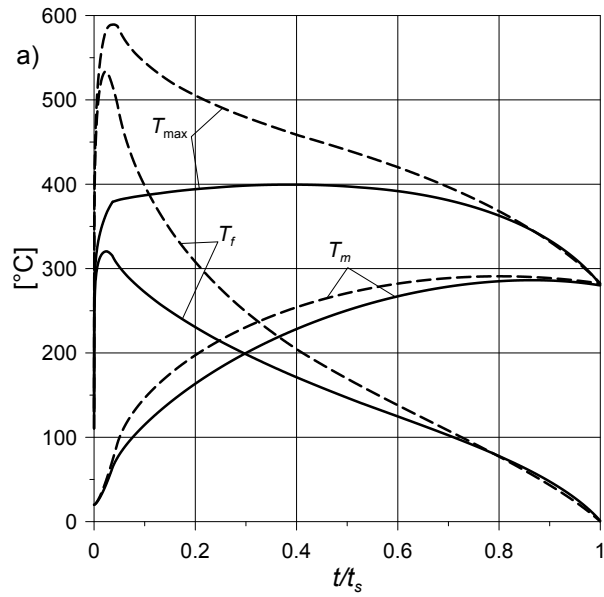
Temperatura maksymalna  $T_{\max}$  (wzór (4.5)) jest sumą temperatury średniej  $T_m$  i temperatury błysku  $T_f$ . Najwyższe wartości  $T_{\max}$  przy  $p_0 = 0,59$  MPa są równe  $589^\circ\text{C}$  ( $f(T_m)$ ) i  $400^\circ\text{C}$  ( $f(T_{\max})$ ) (rys. 4.6a), a przy ciśnieniu  $p_0 = 1,47$  MPa wartości te wynoszą  $468^\circ\text{C}$  i  $414^\circ\text{C}$  odpowiednio przy  $f(T_m)$  i  $f(T_{\max})$  (rys. 4.6b).



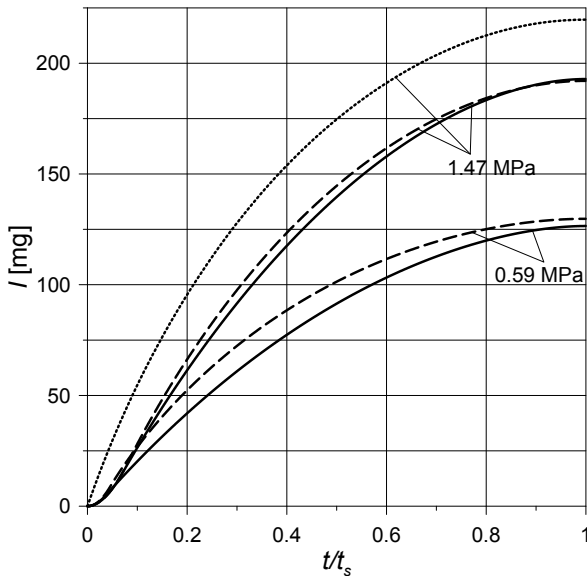
**Rys. 4.5.** Zmiany prędkości kątowej  $\omega$  w czasie hamowania  $t$ : linie ciągłe –  $f(T_{\max})$ , linie przerywane –  $f(T_m)$ , linia kropkowana –  $f(T_m)$  przy stałych właściwościach termofizycznych materiałów

Przy natychmiastowym osiągnięciu wartości nominalnej ciśnienia  $p_0 = 1,47$  MPa i przy niezmiennych właściwościach termofizycznych materiałow nakładki i tarczy średnia temperatura narasta szybciej niż przy uwzględnieniu czasu narastania ciśnienia i wrażliwości materiałów (linia kropkowana na rysunku 4.6b). Maksymalna wartość temperatury średniej  $356,6^\circ\text{C}$  w tym przypadku jest najwyższa i zostaje osiągnięta w chwili czasu  $t = 0,75t_s$ .

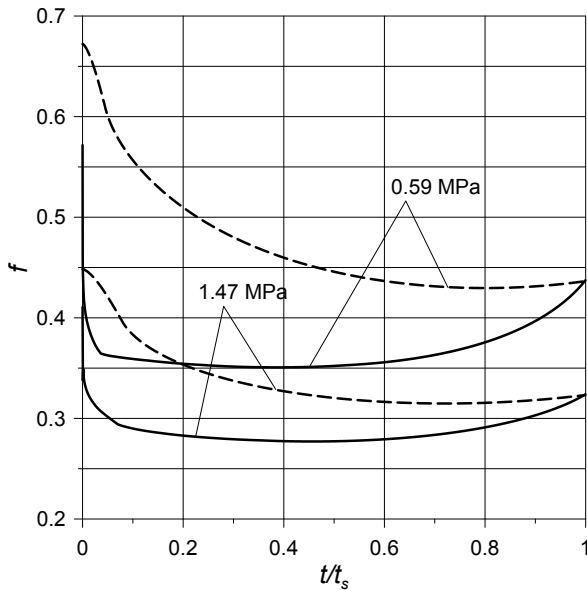
Zmiany zużycia masowego  $I$  (wzór (4.35)) podczas hamowania pokazano na rysunku 4.7. Z początku procesu zużycie wzrasta monotonicznie, osiągając wartość maksymalną w momencie zatrzymania. W ustalonej chwili zużycie jest tym większe, im wyższe jest ciśnienie kontaktowe. Wpływ zależności temperaturowych współczynnika tarcia  $f(T_m)$  i  $f(T_{\max})$  na zużycie przy wysokim ciśnieniu kontaktowym  $p_0 = 1,47$  MPa jest nieznaczny. Natomiast przy ciśnieniu  $p_0 = 0,59$  MPa różnice pomiędzy rezultatami znalezionymi przy uwzględnieniu obu tych zależności stają się zauważalne. Utrzymywanie stałego ciśnienia w obszarze kontaktu nakładki i tarczy bez uwzględnienia wrażliwości termicznej materiałów prowadzi do przeszacowania zużycia.



**Rys. 4.6.** Zmiany temperatury w czasie hamowania  $t$  przy nominalnym ciśnieniu kontaktowym  $p_0$ : a) 0,59 MPa, b) 1,47 MPa; linie ciągłe –  $f(T_{max})$ , linie przerywane –  $f(T_m)$ , linia kropkowana –  $f(T_m)$  przy stałych właściwościach termofizycznych materiałów

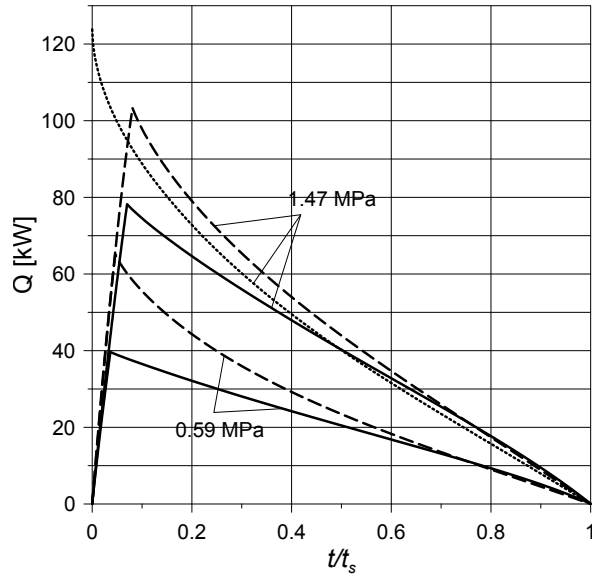


**Rys. 4.7.** Zmiany zużycia  $I$  w czasie hamowania  $t$ : linie ciągłe –  $f(T_{max})$ , linie przerywane –  $f(T_m)$ , linia kropkowana –  $f(T_m)$  przy stałych właściwościach termofizycznych materiałów

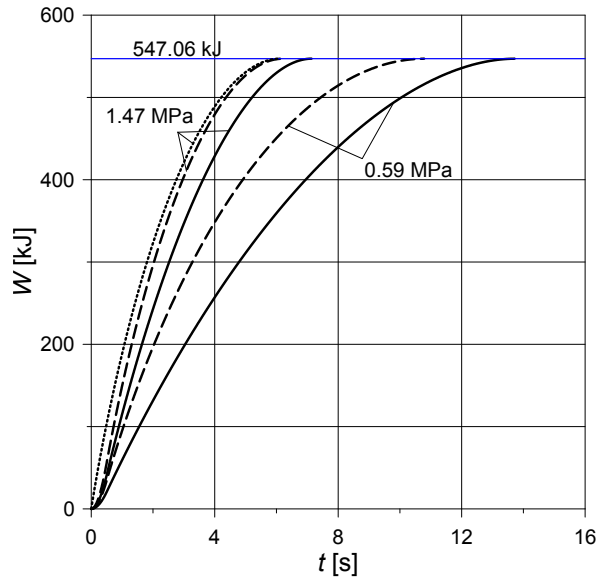


**Rys. 4.8.** Zmiany współczynnika tarcia w czasie hamowania  $t$ : linie ciągłe –  $f(T_{max})$ , linie przerywane –  $f(T_m)$

**Rys. 4.9.** Zmiany mocy tarcia  $Q$  w układzie nakładka-tarcza w czasie hamowania: linie ciągłe –  $f(T_{\max})$ , linie przerywane –  $f(T_m)$ , linia kropkowana –  $f(T_m)$  przy stałych właściwościach termofizycznych materiałów



**Rys. 4.10.** Zmiany pracy tarcia  $W$  podczas hamowania na jeden układ hamulcowy: linie ciągłe –  $f(T_{\max})$ , linie przerywane –  $f(T_m)$ , linia kropkowana –  $f(T_m)$  przy stałych właściwościach termofizycznych materiałów



Znając zmiany średniej i maksymalnej temperatury podczas hamowania (rys. 4.6), za pomocą wzoru (4.7) wyznaczono ewolucję współczynnika tarcia  $f$  (rys. 4.8). W przeciwieństwie do zużycia (rys. 4.7) wybór zależności  $f(T_m)$  lub  $f(T_{\max})$  przy wykonaniu obliczeń prowadzi do zauważalnej różnicy w profilach czasowych  $f(t)$ . To właśnie dlatego występują tak znaczące różnice w osiąganych najwyższych wartościach temperatury błysku, pokazanych na rysunku 4.6. W procesie hamowania współczynnik tarcia zmniejsza się do wartości minimalnej w chwili osiągnięcia maksymalnej wartości temperatury, a następnie zaczyna łagodnie zwiększać się aż do zatrzymania. W całym procesie hamowania  $0 < t < t_s$  zachowana jest nierówność  $f^*[T_m(t)] > f^*[T_{\max}(t)]$ , natomiast w chwili zatrzymania z powodu zerowania się temperatury błysku  $f[T_m(t_s)] = f[T_{\max}(t_s)]$ .

Pracę tarcia w ustalonej chwili czasu wyznaczano ze wzoru:

$$W(t) = 2 \int_0^t Q(\tau) d\tau, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4.38)$$

gdzie moc tarcia  $Q(t)$  jednego układu tarczowego wyznaczano ze wzoru (4.33). Wykresy funkcji  $Q(t)$  (4.33) i  $W(t)$  (4.38) pokazano odpowiednio na rysunkach 4.9 i 4.10. W każdym z analizowanych przypadków pola obszarów pod krzywymi  $Q(t)$  na rysunku 4.9 są równe  $W(t_s) = W_s = 547,06 \text{ kJ}$  (tab. 4.2). Uzasadnia to poprawność porównania otrzymanych rezultatów we wszystkich rozpatrywanych przypadkach.

## 4.6. Wnioski

Opracowano osiowosymetryczny układ równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia dla hamulca tarczowego podczas hamowania jednokrotnego. Uwzględnia on zależne od temperatury współczynniki tarcia i intensywności zużycia oraz wrażliwość termiczną materiałów. Maksymalną temperaturę na powierzchni kontaktu w ustalonej chwili podczas hamowania przedstawiono w postaci sumy średniej temperatury nominalnego obszaru kontaktu i temperatury błysku rzeczywistego obszaru kontaktu. W zaproponowanym układzie równań CDTZ zagadnienie początkowe dla równania ruchu i początkowo-brzegowe zagadnienie przewodnictwa cieplnego z uwzględnieniem nagrzewania tarcowego w nominalnym i rzeczywistym obszarach kon-

taktu są ze sobą powiązane poprzez zależny od temperatury współczynnik tarcia. Jednoczesne rozwiązywanie zagadnień uzyskano numerycznie przy użyciu MES. Analizowano wpływ temperatury średniej  $T_m$  i temperatury błysku  $T_f$  na czas hamowania, prędkość kątową i zużycie masowe, a także ich wzajemne relacje przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej. Poprawność obliczeń została zweryfikowana przez spełnienie warunku równości całkowitej pracy tarcia we wszystkich rozpatrywanych wariantach obliczeniowych. Symulacje komputerowe przeprowadzono dla pary ciernej składającej się z metaloceramicznej nakładki i żeliwnej tarczy. Obliczenia wykonano dla trzech wariantów:

- 1) z uwzględnieniem zależności współczynnika tarcia  $f$  od temperatury maksymalnej  $T_{\max}$ , wrażliwości termicznej materiałów i zwiększającego się w czasie ciśnienia kontaktowego;
- 2) przy podobnych jak w pkt 1) założeniach z wykorzystaniem zależności  $f(T_m)$ , gdzie  $T_m$  jest temperaturą średnią nominalnego obszaru kontaktu;
- 3) na podstawie zależności  $f(T_m)$  przy stałych właściwościach materiałów nakładek i tarczy oraz natychmiastowym osiągnięciu wartości nominalnej ciśnienia 1,47 MPa (hamowanie ze stałym opóźnieniem).

Na podstawie otrzymanych rezultatów obliczeń ustalono, że:

- 1) przy ciśnieniu kontaktowym równym 0,59 MPa temperatura maksymalna  $T_{\max}$  obliczona z uwzględnieniem zależności  $f(T_{\max})$  jest o 48% wyższa niż przy wykorzystaniu zawiązku  $f(T_m)$ ; zwiększenie ciśnienia do wartości 1,47 MPa powoduje zmniejszenie tej różnicy do 13%;
- 2) temperatura błysku  $T_f$  powinna być brana pod uwagę przy wyznaczaniu temperatury maksymalnej tarczowego układu hamulcowego;
- 3) czas hamowania  $t_s$  uzyskany przy korzystaniu z zależności  $f(T_{\max})$ , jest dłuższy, niż przy uwzględnieniu zależności funkcyjnej  $f(T_m)$ : o 27% przy  $p_0 = 0,59$  MPa i o 15% przy  $p_0 = 1,47$  MPa;
- 4) wybór zależności  $f(T_m)$  lub  $f(T_{\max})$  ma znaczny wpływ na ewolucję współczynnika tarcia podczas hamowania.

## 5. Przestrzenny 3D model hamulca tarczowego z uwzględnieniem wzajemnego wpływu temperatury i prędkości

Przeprowadzono 3D symulację numeryczną generacji ciepła na skutek tarcia w hamulcu tarczowym pojazdu samochodowego przy hamowaniu jednokrotnym. Sprzężenie zagadnienia początkowego dla równania ruchu i początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego uzyskano poprzez zależny od temperatury współczynnik tarcia. Analizę numeryczną przeprowadzono dla dwóch materiałów nakładki powiązanych z tą samą żeliwną tarczą.

### 5.1. Zagadnienie cieplne tarcia dla układu nakładka-tarcza z uwzględnieniem zależności temperaturowej współczynnika tarcia

Niech pojazd o masie  $m$  porusza się ze stałą prędkością liniową  $V_0$ . W chwili początkowej  $t = 0$  dwie nakładki dociskane są do powierzchni obracającej się tarczy i na skutek tarcia prędkość pojazdu zmniejsza się do zera w chwili  $t_s$ . Procesowi hamowania towarzyszy zamiana energii kinetycznej w ciepło generowane w obszarze kontaktu nakładki z tarczy.

Założenia modelowe są takie same jak założenia 1) – 7) podane w podrozdziale 2.1. Natomiast w odróżnieniu od założenia 8) przyjęto, że współczynnik przykrycia jest znacznie mniejszy od jedności. Skutkuje to tym, że pole temperatury układu jest trójwymiarowe.

Zmianę prędkości pojazdu podczas hamowania znaleziono z rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania ruchu:

$$m \frac{dV(t)}{dt} = -F(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad V(0) = V_0, \quad (5.1)$$



gdzie:

$$F(t) = 8f_{av}(t)p_0A_aR_w^{-1}r_{eq}, \quad (5.2)$$

$$f_{av}(t) = \frac{1}{A_a} \iint_{\Gamma} f(T)d\Gamma, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (r, \theta) \in \Gamma, \quad (5.3)$$

$$A_a = 0,5(R_p^2 - r_p^2)\theta_0. \quad (5.4)$$

Promień ekwiwalentny obszaru kontaktu  $\Gamma = \{r_p \leq r \leq R_p, |\theta| \leq 0,5\theta_0, z = 0\}$  wyznaczamy ze wzoru (1.4), a w celu uniknięcia niejednorodności rozkładu prędkości wprowadza się uśrednioną wartość współczynnika tarcia (5.3).

Rozwiązanie zagadnienia początkowego (5.1) ma postać:

$$V(t) = V_0 - BF_{av}(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.5)$$

gdzie:

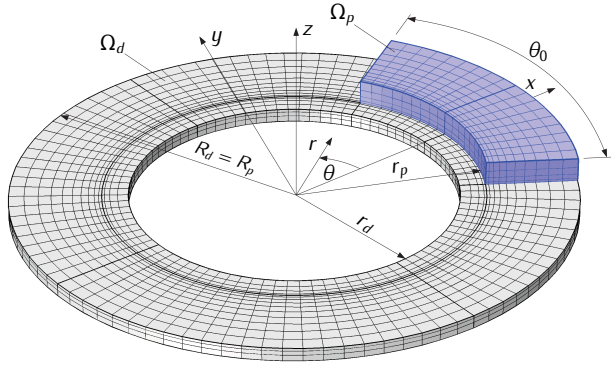
$$B = \frac{8\theta_0(R_p^3 - r_p^3)p_0}{3mR_w}, \quad F_{av}(t) = \int_0^t f_{av}(\tau)d\tau. \quad (5.6)$$

Z warunku zatrzymania  $V(t_s) = 0$ , z rozwiązania (5.5), (5.6), otrzymano nieliniowe równanie funkcyjne do wyznaczenia czasu hamowania  $t_s$ :

$$F_{av}(t_s) = V_0B^{-1}. \quad (5.7)$$

Nieustalone pole temperatury nakładki i tarczy w układzie współrzędnych walcowych  $T(r, \theta, z, t)$  znaleziono z rozwiązania następującego początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego (rys. 5.1):

$$K_p \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho_p c_p \frac{\partial T}{\partial t}, \quad r_p < r < R_p, \quad |\theta| < 0,5\theta_0, \\ 0 < z < \delta_p, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (5.8)$$



Rys. 5.1. Model 3D MES układu hamulcowego

$$K_d \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho_d c_d \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{V(t)}{R_w} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right], \quad r_d < r < R_d, \\ 0 < \theta < 2\pi, \quad -\delta_d < z < 0, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (5.9)$$

$$K_d \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^-} - K_p \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^+} = q(r, \theta, 0, t), \quad (r, \theta) \in \Gamma, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.10)$$

$$T(r, \theta, 0^+, t) = T(r, \theta, 0^-, t), \quad (r, \theta) \in \Gamma, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.11)$$

$$K_p \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_p} = h[T(r_p, \theta, z, t) - T_0], \quad |\theta| \leq 0,5\theta_0, \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.12)$$

$$K_p \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_p} = h[T_0 - T(R_p, \theta, z, t)], \quad |\theta| \leq 0,5\theta_0, \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.13)$$

$$K_p \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=-0,5\theta_0} = h[T(r, -0,5\theta_0, z, t) - T_0], \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.14)$$

$$K_p \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0,5\theta_0} = h[T_0 - T(r, 0,5\theta_0, z, t)], \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.15)$$

$$K_p \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\delta_p} = h[T_0 - T(r, \theta, \delta_p, t)], \quad (r, \theta) \in \Gamma, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.16)$$

$$K_d \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_d} = h[T(r_d, \theta, z, t) - T_0], \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.17)$$

$$K_d \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_d} = h[T_0 - T(R_d, \theta, z, t)], \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.18)$$

$$K_d \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^-} = h[T_0 - T(r, \theta, 0^-, t)], \quad r_d \leq r \leq r_p, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.19)$$

$$K_d \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0^-} = h[T_0 - T(r, \theta, 0^-, t)], r_p \leq r \leq R_p = R_d, |\theta| \geq 0,5\theta_0, 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.20)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=-\delta_d} = 0, r_d \leq r \leq R_d, 0 \leq \theta \leq 2\pi, t \geq 0, z = -\delta_d, 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.21)$$

$$T(r, \theta, z, 0) = T_0, r_p \leq r \leq R_p, |\theta| \leq 0,5\theta_0, 0 \leq z \leq \delta_p, \quad (5.22)$$

$$T(r, \theta, z, 0) = T_0, r_d \leq r \leq R_d, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -\delta_d \leq z \leq 0, \quad (5.23)$$

gdzie gęstość mocy tarcia występująca po prawej stronie warunku brzegowego (5.10) jest równa:

$$q(r, \theta, t) = f(T)p_0 r R_w^{-1} V(t), (r, \theta) \in \Gamma, 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.24)$$

a prędkość  $V(t)$  i czas zatrzymania  $t_s$  wyznaczono ze wzorów (5.5)–(5.7).

Znając pole temperatury  $T(r, \theta, z, t)$ , wyznaczono zużycie masowe powierzchni kontaktu nakładki z tarczą [95]:

$$I(T) = A_a \int_0^t I_w(T) q(r, \theta, \tau) d\tau, (r, \theta) \in \Gamma, 0 \leq t \leq t_s, \quad (5.25)$$

gdzie  $I_w(T)$  jest zależnym od temperatury współczynnikiem intensywności zużycia masowego.

## 5.2. Zmiana temperatury, prędkości i zużycia masowego w czasie hamowania

Symulację MES nagrzewania tarcowego rozpatrywanego układu podczas hamowania jednokrotnego przeprowadzono z wykorzystaniem programu COMSOL Multiphysics® [27]. Siatkę MES układu pokazano na rysunku 5.1. Wiadomo, że czas obliczeń na podstawie nieliniowego modelu jest znacznie dłuższy niż przy korzystaniu z modeli liniowych. Dlatego istotną cechą

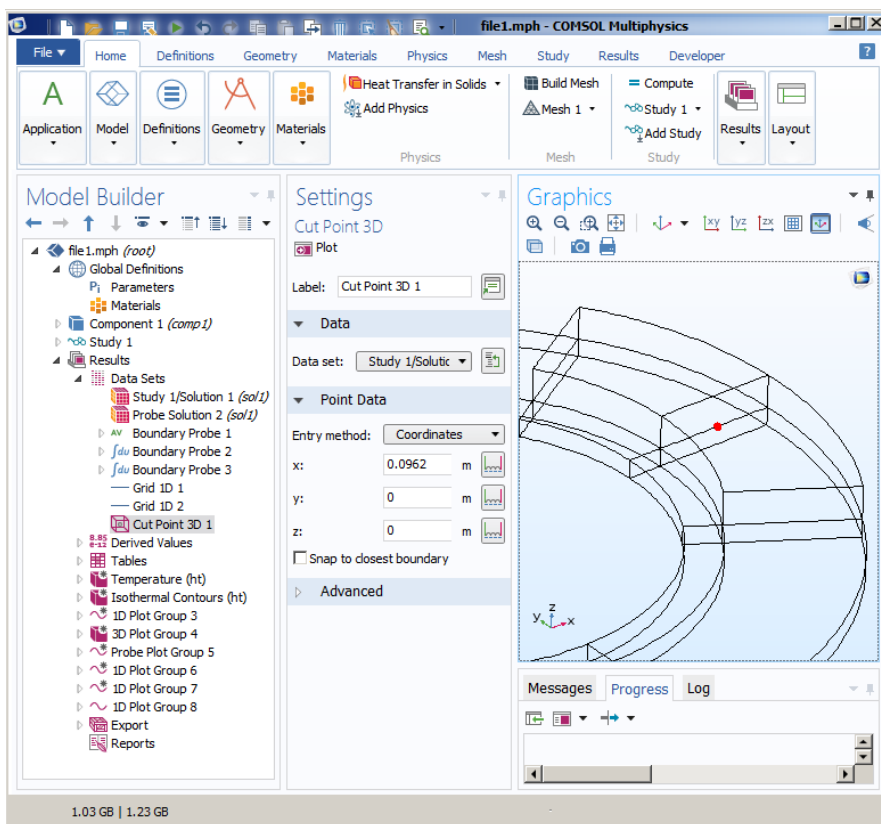
schematu obliczeniowego było znalezienie optymalnej liczby stopni swobody modelu MES, pozwalającej otrzymać rezultaty z wymaganą dokładnością. W celu tym zbudowano różne siatki MES elementów skończonych o liczbie 3678 oraz 25224 i wyznaczono temperatury maksymalne powierzchni tarcia. Z uwagi na wysoki gradient temperatury w obu siatkach wprowadzono niejednorodny rozkład elementów w kierunku osi obrotu tarczy. Ustalono, że dwukrotny wzrost liczby elementów w każdym kierunku powodował zmianę temperatury maksymalnej nie więcej niż 1%. Dlatego do obliczeń wybrano siatkę o liczbie 3678 (576 dla nakładki i 3102 dla tarczy) elementów zarówno przy stałym, jak i zależnym od temperatury współczynniku tarcia. Przy uwzględnieniu oscylacji temperatury w wybranym punkcie powierzchni roboczej tarczy krok czasowy  $\Delta t = 0,002$  s, a przy wyznaczeniu temperatury powierzchni kontaktu nakładki  $\Delta t = 0,005$  s.

Wymiary nakładki i tarczy hamulcowej zaprezentowano w tabeli 1.1. Symulacje hamowania jednokrotnego przeprowadzono dla dwóch materiałów nakładki – metaloceramiki FMC-11 oraz Retinaxu FC-16L typu A skojarzonych z żeliwną (ChNMKh) tarczą. Właściwości termofizyczne materiałów pary czarnej podano w tabeli 1.3. W chwili początkowej temperatura nakładki i tarczy równa jest temperaturze otoczenia  $T_0 = T_a = 20^\circ\text{C}$ . Na wolnych powierzchniach elementów pary czarnej ma miejsce chłodzenie konwekcyjne ze stałym współczynnikiem wymiany ciepła  $h = 60$  W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>. Całkowitą pracę tarcia  $W_s = 8 \int_0^{t_s} Q(t)dt = 392,1$  kJ zaadaptowano z pracy [1] oraz rozdziału 1. Odpowiada ona masie pojazdu  $m = 1016,2$  kg, początkowej prędkości  $V_0 = 100$  km h<sup>-1</sup>, ciśnieniu kontaktowemu  $p_0 = 1,47$  MPa, współczynnikowi tarcia  $f = 0,5$  i czasowi hamowania  $t_s = 3,96$  s.

Obliczenia przeprowadzono zarówno przy stałym, jak i zależnym od temperatury współczynniku tarcia, zachowując przy tym ww. niezmienną wartość całkowitej pracy tarcia  $W_s$ . Współczynniki we wzorach (4.7), (4.37) zależności temperaturowej  $f(T)$ ,  $I_w(T)$  podano odpowiednio w tabelach 7.4 i 7.5. W tabeli 5.1 zaprezentowano drogi hamowania wyznaczone dla dwóch analizowanych par ciernych nakładka-tarcza (FC-16L-ChNMKh oraz FMC11-ChNMKh). W przypadku pierwszej pary materiałów droga hamowania jest krótsza, jeżeli uwzględnia się zależność temperaturową współczynnika tarcia. Odwrotna relacja występuje dla drugiej pary cierniej – droga hamowania wydłuża się przy wrażliwym termicznie współczynniku tarcia.

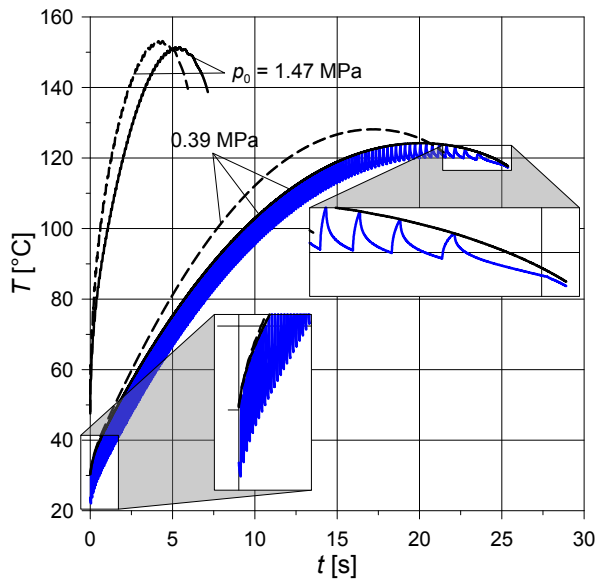
Tab. 5.1. Droga hamowania

		0,39 MPa	0,59 MPa	0,78 MPa	1,18 MPa	1,47 MPa
FC-16L	$f(T)$	303,3 m	–	–	–	81,99 m
	$f$	352,5 m				99,24 m
FMC-11	$f(T)$	–	111 m	95,18 m	73,16 m	66,19 m
	$f$	–	102 m	87,36 m	67,57 m	61,32 m

Rys. 5.2. Definiowanie punktów *Cut Point 3D* do tworzenia wykresów

Na rysunku 5.2 zaprezentowano narzędzia *Cut Point* z grupy *Results* programu COMSOL Multiphysics® do definiowania punktu, z którego następnie odczytywano zmiany temperatury w obszarze kontaktu. Z uwagi na wprowadzone założenie, że podczas hamowania nakładka pozostaje nieruchoma, a tarcza obraca się z prędkością  $V(t)/R_w$ , zaznaczony na rysunku czerwony punkt powiązany jest z nakładką. Odpowiada to przebiegom czasowym temperatury oznaczonym liniami czarnymi na rysunkach 5.3 i 5.3.

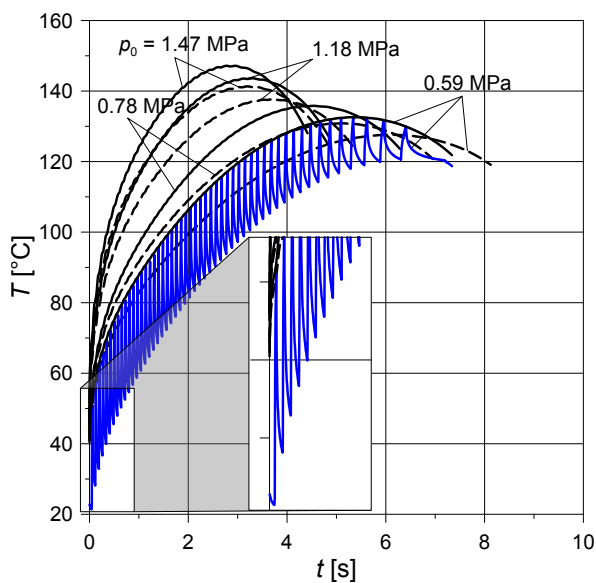
**Rys. 5.3.** Zmiany temperatury  $T$  podczas hamowania w punkcie  $r = 113,5\text{mm}, \theta = 0,5\theta_0, z = 0$  na powierzchni nakładki (FC-16L, linie czarne) i odpowiednim punkcie na powierzchni tarczy (ChNMKh, linie niebieskie); linie przerywane – z uwzględnieniem zależności  $f = f(T)$ , linie ciągłe – przy  $f = f^{(0)}$



Ewolucje temperatury w wybranym punkcie na powierzchni roboczej nakładki  $T(r = R_d = 113,5 \text{ mm}, \theta = 0,5\theta_0, z = 0, t)$  wykonanej z Retinaxu typu A FC-16L (linie czarne) i odpowiednim punkcie na powierzchni roboczej żeliwnej tarczy (linie niebieskie) pokazano na rysunku 5.3. Jeżeli nakładka częściowo pokrywa tarczę w kierunku obwodowym, położenie obszaru kontaktu na bieżni hamulcowej tarczy wskutek jej obrotu zmienia się cyklicznie. Odpowiednio w ustalonym punkcie na powierzchni kontaktu tarczy profil czasowy temperatury będzie oscylacyjny. Natomiast temperatura w zadanym punkcie nakładki w wyniku jej permanentnego kontaktu z tarczą będzie zmieniać

się płynnie. Potwierdzają to dane zaprezentowane na rysunku 5.3. Widzimy, że zmiana temperatury z czasem w ustalonym punkcie powierzchni roboczej obracającej się tarczy ma charakter oscylacyjny, a zmiana temperatury nieruchomej nakładki jest gładka. Przy czym ewolucja temperatury nakładki jest górną obwiednią wykresu temperatury tarczy.

Odpowiednie rezultaty dla pary cieiernej FMC-11-ChNMKh przy czterech wartościach ciśnienia kontaktowego pokazano na rysunku 5.4. Można zauważyć, że w przypadku nakładki z Retinaxu FC-16L temperatura obliczona przy stałej wartości współczynnika tarcia (linie ciągłe) jest niższa niż przy zależnym od temperatury współczynnika tarcia (linie przerywane). W przypadku metaloceramicznej nakładki FMC-11 zależności te są odwrotne.

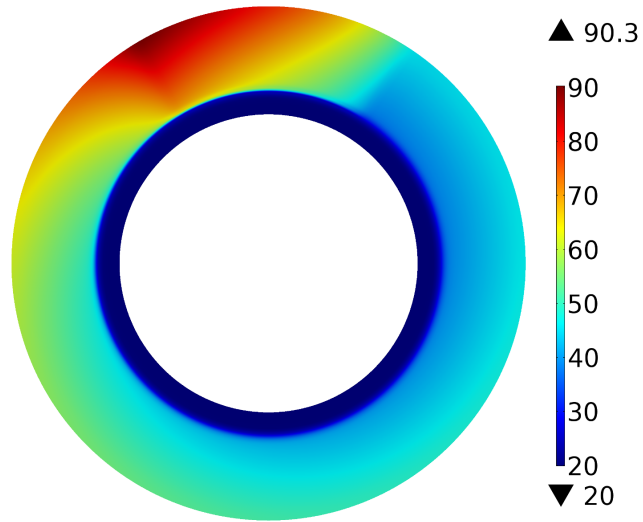


**Rys. 5.4.** Zmiany temperatury  $T$  podczas hamowania w punkcie  $r = 113,5\text{mm}$ ,  $\theta = 0,5\theta_0$ ,  $z = 0$  na powierzchni nakładki (FMC-11, linie czarne) i odpowiednim punkcie na powierzchni tarczy (ChNMKh, linie niebieskie); linie przerywane – z uwzględnieniem zależności  $f = f(T)$ , linie ciągłe – przy  $f = f^{(0)}$

Maksymalne wartości temperatury przy stałym i zależnym od temperatury współczynnika tarcia różnią się nieznacznie (3%), natomiast czasy hamowania wykazują większe różnice (12%). Należy zauważyć, że nieliniowa zależność współczynnika tarcia od temperatury pary FC-16L-ChNMKh prowadzi do skrócenia czasu hamowania w porównaniu z odpowiednim czasem przy



stałej wartości współczynnika tarcia (rys. 5.3). Przy liniowym spadku współczynnika tarcia pary FMC-11-ChNMKh wraz ze wzrostem temperatury czas hamowania jest dłuższy niż przy stałej wartości współczynnika tarcia (rys. 5.4). Wraz ze wzrostem ciśnienia kontaktowego zwiększa się moc tarcia i tym samym temperatura.

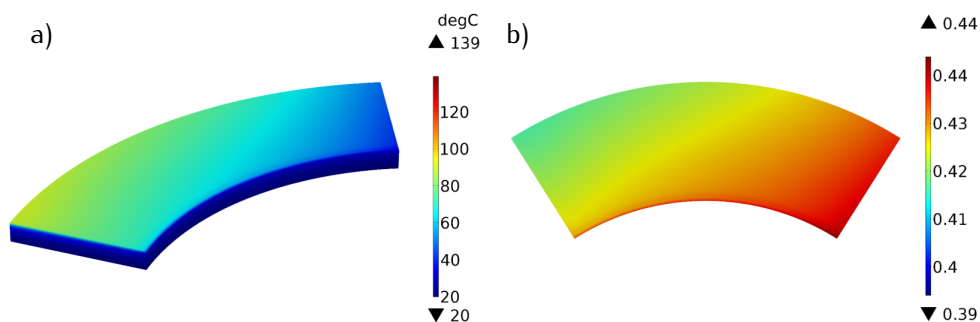


**Rys. 5.5.** Rozkład temperatury ( $^{\circ}\text{C}$ ) na powierzchni roboczej żeliwnej tarczy w chwili  $t = 0,05t_s$  (nakładka FMC-11)

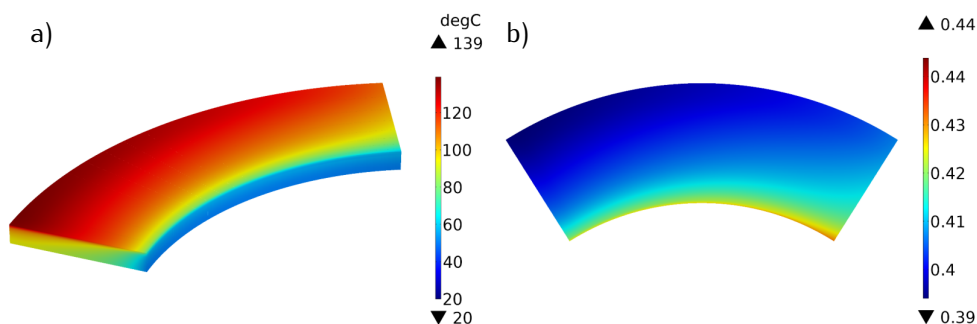
Rozkład przestrzenny temperatury na powierzchni roboczej tarczy dla pary FMC-11-ChNMKh w ustalonej chwili  $t = 0,05t_s$  pokazano na rysunku 5.5. Ze względu na obracanie się tarczy w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara, najniższą temperaturę w obszarze kontaktu zaobserwowano na prawej (wejściowej) krawędzi nakładki. Z oddaleniem od tej krawędzi w kierunku obwodowym temperatura wzrasta, osiągając maksymalną wartość przy lewej (wychodzącej) krawędzi nakładki. Przy danej wartości zmiennej obwodowej temperatura wzrasta wraz ze wzrostem odległości od wewnętrznej granicy obszaru kontaktu  $r = r_d$ , osiągając maksymalną wartość na zewnętrznej krawędzi  $r = R_d$ . Najbardziej nagrzanym miejscem tarczy jest punkt  $r = R_d, \theta = 0,5\theta_0$  w lewym górnym rogu obszaru kontaktu. To właśnie dlatego punkt ten został wybrany do badania ewolucji temperatury zaprezentowanych na rysunkach 5.3 i 5.4. Należy również zauważyć, że podobny charakter rozkładu przestrzennego temperatury ma miejsce również w

przypadku nakładki wykonanej z Retinaxu przy wszystkich rozpatrywanych wariantach obliczeniowych.

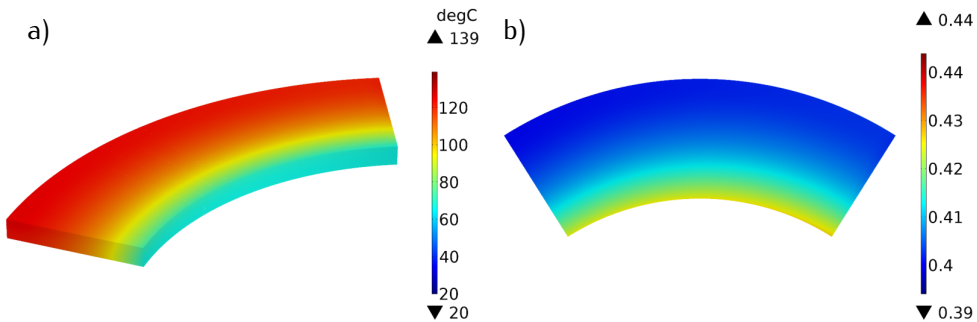
Rozkłady przestrzenne temperatury i współczynnika tarcia w obszarze kontaktu na początku ( $0, 1t_s$ ), w połowie ( $0, 5t_s$ ) i na końcu ( $t_s$ ) procesu hamowania pary ciernej FMC-11-ChNMKh pokazano odpowiednio na rysunkach 5.6–5.8. Na początku procesu hamowania rozkład temperatury jest nierównomierny zarówno w kierunku promieniowym, jak i obwodowym.



**Rys. 5.6.** Rozkłady a) temperatury i b) współczynnika tarcia w obszarze kontaktu w chwili czasu  $t = 0, 1t_s$  (nakładka FMC-11)



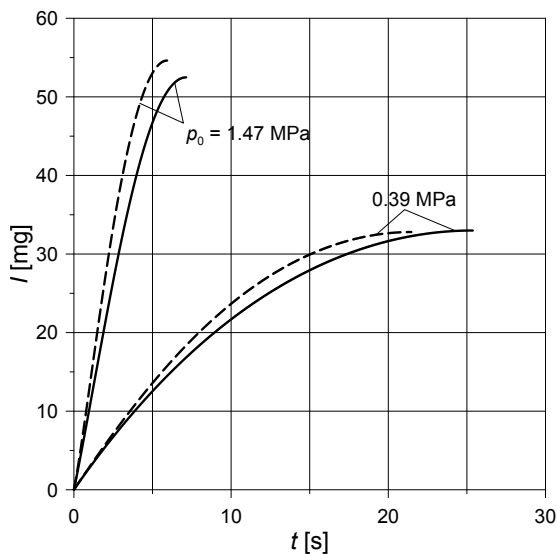
**Rys. 5.7.** Rozkłady a) temperatury i b) współczynnika tarcia w obszarze kontaktu w chwili czasu  $t = 0, 5t_s$  (nakładka FMC-11)



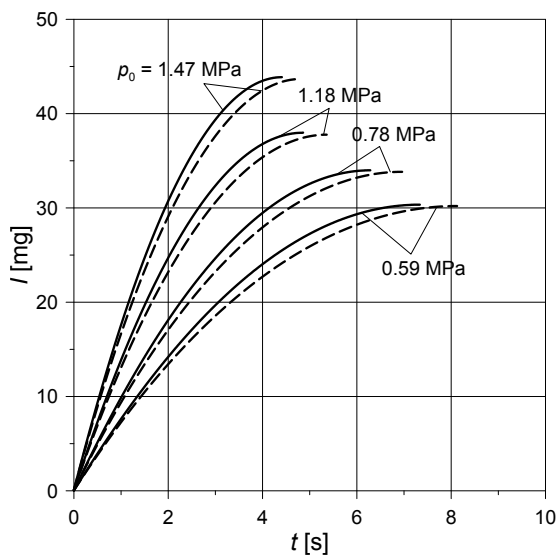
**Rys. 5.8.** Rozkłady a) temperatury i b) współczynnika tarcia w obszarze kontaktu w chwili zatrzymania  $t = t_s$  (nakładka FMC-11)

Wraz z czasem (rys. 5.7a i rys. 5.8a) temperatura wyrównuje się w kierunku obwodowym oraz z powodu lokalnej różnicy we względnej prędkości poślizgu pozostaje zmienna w kierunku promieniowym. Ponieważ zależność współczynnika tarcia od temperatury jest prawie liniowa, jego rozkłady (rys. 5.6b, rys. 5.7b rys. 5.8b) są ściśle powiązane z polem temperatury (rys. 5.6a, rys. 5.7a, rys. 5.8a).

Obliczenie zużycia powierzchni tarcia elementów układu hamulcowego wykonano na podstawie wzoru (5.25), w którym uwzględniono zależności współczynnika tarcia i intensywności zużycia od temperatury. Rezultaty obliczeń zaprezentowano na rysunku 5.9 (nakładka FC-16L) i rysunku 5.10 (nakładka FMC-11). W ciągu procesu hamowania zużycie wzrasta monotonicznie, osiągając maksymalną wartość w chwili zatrzymania. Wzrost ciśnienia kontaktowego powoduje zwiększenie zużycia masowego w przypadku obu materiałów nakładek. Jest to wyraźnie widoczne dla pary FC-16L-ChNMKh przy  $p_0 = 1,47$  MPa (rys. 5.9). Uwzględnienie zależności współczynnika tarcia od temperatury prowadzi do wzrostu zużycia dla FC-16L-ChNMKh (rys. 5.9), podczas gdy dla pary FMC-11-ChNMKh zużycie nieznacznie się zmniejsza (rys. 5.10).



**Rys. 5.9.** Zmiany zużycia  $I$  podczas hamowania (nakładka FC-16L); linie przerywane – z uwzględnieniem zależności  $f = f(T)$ , linie ciągłe – przy  $f = f^{(0)}$



**Rys. 5.10.** Zmiany zużycia  $I$  podczas hamowania (nakładka FMC-11); linie przerywane – z uwzględnieniem zależności  $f = f(T)$ , linie ciągłe – przy  $f = f^{(0)}$

### 5.3. Wnioski

Opracowano trójwymiarowy model obliczeniowy z wykorzystaniem MES na podstawie układu równań CDTZ do wyznaczenia temperatury hamulca tarczowego przy stałych właściwościach termofizycznych materiałów i zależnym od temperatury współczynniku tarcia. W obliczeniach zużycia masowego uwzględniono również zmiany współczynnika intensywności zużycia przy zwiększeniu temperatury układu. Symulacje komputerowe przeprowadzono dla dwóch materiałów nakładki (FC-16L i FMC-11) skojarzonych z żeliwną tarczą. Ustalono, że temperaturowa zmiana współczynnika tarcia o około  $10 \div 20\%$  w stosunku do wartości początkowej w zakresie temperaturowym  $20 \div 150^\circ\text{C}$  zmienia czas hamowania o  $12\%$ , zmniejszając go w przypadku nakładki FC-16L i zwiększając przy użyciu nakładki z metaloceramiki FMC-11. Natomiast maksymalna temperatura i całkowite zużycie masowe zmieniają się nieznacznie (odpowiednio o około  $3\%$  i  $1\%$ ). Dane te pozwalają stwierdzić, że decydującym czynnikiem do ustalenia czasu, a zatem i drogi hamowania są zmiany temperaturowe współczynnika tarcia.

Ze względu na krótkotrwałość rozpatrywanego procesu hamowania maksymalne wartości temperatury osiągnęte przy stałym i wrażliwym termicznie współczynniku tarcia były niemal równe. Tak więc do obliczenia maksymalnej temperatury podczas krótkotrwałych procesów hamowania mogą być stosowane niesprężone modele obliczeniowe. Należy dodać, że zaproponowany w tym rozdziale model obliczeniowy zawiera zewnętrzną (w warunkach brzegowych) nieliniowość termiczną, natomiast stosowane równania przewodnictwa cieplnego były liniowe.

Część badań z tego rozdziału została opublikowana w pracy [91].

## 6. Przestrzenny 3D model obliczeniowy do wyznaczenia temperatury w nieliniowym termicznie hamulcu tarczowym

Istotną różnicą opracowanego w tym rozdziale modelu obliczeniowego w odniesieniu do modelu 3D z poprzedniego rozdziału jest uwzględnienie w nim wrażliwości termicznej materiałów nakładki i tarczy oraz eksponencjalnej zmiany ciśnienia kontaktowego w czasie hamowania (wzór (4.9)). Przeprowadzono symulację hamowania jednokrotnego dla pary ciernej zawierającej nakładkę wykonaną z metaloceramiki oraz żeliwną tarczę. Rozkłady temperatury, czasu i drogi hamowania wyznaczonych na podstawie rozwiązania numerycznego z wykorzystaniem MES sformułowanego układu równań CDTZ porównano z odpowiednimi rezultatami otrzymanymi przy stałym współczynniku tarcia.

### 6.1. Nieliniowy układ równań CDTZ

Symulację generacji ciepła podczas hamowania pojazdu o masie  $m$  od początkowej prędkości  $V_0$  do zatrzymania rozpatrzono w rozdziale 5. Rozwiązanie opracowanego w nim układu równań CDTZ otrzymano przy założeniu, że ciśnienie kontaktowe jest stałe podczas hamowania, a właściwości termofizyczne materiałów pary ciernej nie zmieniają się pod wpływem temperatury. W niniejszym rozdziale w układzie równań CDTZ uwzględniono eksponencjalne narastanie ciśnienia  $p$  w czasie oraz wrażliwość termiczną materiałów nakładek i tarczy. Przy wyznaczeniu zmiany prędkości podczas hamowania oraz czasu zatrzymania korzystano ze wzorów (5.5)–(5.7).

Nieustalone przestrzenne pole temperatury  $T(r, \theta, z, t)$  układu hamulcowego wyznaczono na podstawie rozwiązania początkowo-brzegowego za-

gadnienia przewodnictwa cieplnego (rys. 1.2).

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( K_p(T) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( K_p(T) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_p(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho_p c_p(T) \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (6.1)$$

$$r_p < r < R_p, \quad |\theta| < 0,5\theta_0, \quad 0 < z < \delta_p, \quad 0 < t \leq t_s,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( K_d(T) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( K_d(T) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_d(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

$$= \rho_d c_d(T) \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{V(t)}{R_w} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right], \quad r_d < r < R_d, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad (6.2)$$

$$-\delta_d < z < 0, \quad 0 < t \leq t_s,$$

$$K_d(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^-} - K_p(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^+} = q(r, \theta, t), \quad (r, \theta) \in \Gamma, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (6.3)$$

$$T(r, \theta, 0^+, t) = T(r, \theta, 0^-, t), \quad (r, \theta) \in \Gamma, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (6.4)$$

$$K_p(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_p} = h[T(r_p, \theta, z, t) - T_0], \quad |\theta| \leq 0,5\theta_0, \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (6.5)$$

$$K_p(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_p} = h[T_0 - T(R_p, \theta, z, t)], \quad |\theta| \leq 0,5\theta_0, \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (6.6)$$

$$K_p(T) \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=-0,5\theta_0} = h[T(r, -0,5\theta_0, z, t) - T_0], \quad (6.7)$$

$$r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s,$$

$$K_p(T) \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0,5\theta_0} = h[T_0 - T(r, 0,5\theta_0, z, t)], \quad (6.8)$$

$$r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad 0 \leq t \leq t_s,$$

$$K_p(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\delta_p} = h[T_0 - T(r, \theta, \delta_p, t)], \quad (r, \theta) \in \Gamma, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (6.9)$$

$$K_d(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_d} = h[T(r_d, \theta, z, t) - T_0], \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (6.10)$$

$$K_d(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_d} = h[T_0 - T(R_d, \theta, z, t)], \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (6.11)$$

$$K_d(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^-} = h[T_0 - T(r, \theta, 0^-, t)], \quad r_d \leq r \leq r_p, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (6.12)$$

$$K_d(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0^-} = h[T_0 - T(r, \theta, 0^-, t)], \quad r_p \leq r \leq R_p = R_d, \quad |\theta| \geq 0,5\theta_0, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (6.13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=-\delta_d} = 0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad t \geq 0, \quad z = -\delta_d, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (6.14)$$

$$T(r, \theta, z, 0) = T_0, \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad |\theta| \leq 0,5\theta_0, \quad 0 \leq z \leq \delta_p, \quad (6.15)$$

$$T(r, \theta, z, 0) = T_0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad (6.16)$$

gdzie gęstość mocy tarcia ma postać (wzór (5.24)), a  $\Gamma = \{r_p \leq r \leq R_p, |\theta| \leq 0,5\theta_0, z = 0\}$ ,  $(r, \theta, z)$  są to współrzędne układu walcowego, zaś zależności właściwości termofizycznych od temperatury opisują wzory aproksymacyjne

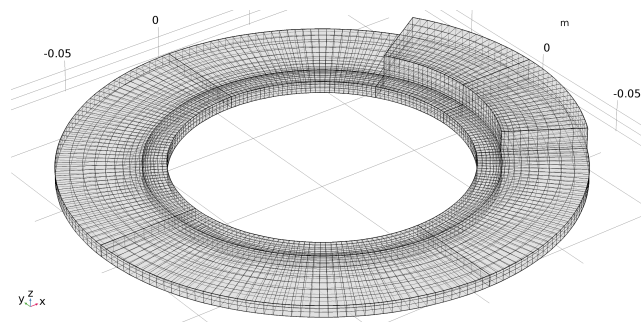


$K_{d,p}(T), c_{d,p}(T)$  (4.1).

W sformułowanym w ten sposób nieliniowym układzie równań CDTZ prędkość poślizgu i temperatura są wzajemnie powiązane poprzez wprowadzenie zależnego od temperatury współczynnika tarcia. Zagadnienie początkowe dla równania ruchu (5.5)–(5.7) i początkowo-brzegowe zagadnienie przewodnictwa cieplnego (6.1)–(6.16) są rozwiązywane jednocześnie zgodnie ze schematem:

- 1) w początkowym okresie  $0 < t \leq t_1$  zakłada się, że  $p(t) = p_0, f(T) = f^{(0)}, V(t) = V_0, K(T) = K(T_0), k(T) = k(T_0)$  – wtedy początkowo-brzegowe zagadnienie przewodnictwa cieplnego (6.1)–(6.16) jest liniowe, a jego rozwiązanie w postaci pola temperatury  $T(r, \theta, z, t), 0 < t \leq t_1$  otrzymuje się numerycznie;
- 2) następnie obliczane jest ciśnienie  $p(t_1)$  (wzór (4.9)) i przy temperaturze  $T(r, \theta, z, t), 0 < t \leq t_1$  wyznacza się zależność współczynnika tarcia  $f(T)$  ze wzoru aproksymacyjnego (2.28), jego średnią wartość  $f_{av}(t)$  (wzór (5.3)), prędkość poślizgu  $V(t_1)$  (wzory (5.5)–(5.7)) oraz właściwości termofizyczne materiałów  $K(T)$  i  $c(T)$  na podstawie funkcji aproksymacyjnych  $K_{d,p}^*(T)$  (wzór (4.3)),  $c_{d,p}^*(T)$  (wzór (4.4));
- 3) w zakresie czasowym  $t_1 \leq t \leq t_2 = t_1 + \Delta t$  rozwiązywano zagadnienie (6.1)–(6.16) przy temperaturze początkowej  $T(r, \theta, z, t_1)$  i w efekcie znaleziono pole temperatury  $T(r, \theta, z, t), t_1 \leq t \leq t_2$ ;
- 4) krok 2) powtarzano przy  $t = t_2$  i podobnie jak przy kroku 3) wyznaczana była temperatura  $T(r, \theta, z, t), t_2 \leq t \leq t_3$  przy temperaturze początkowej  $T(r, \theta, z, t_2)$ . Następnie przechodzimy do kolejnego kroku czasowego;
- 5) przechodzi się do kolejnego kroku czasowego – obliczenia zgodnie z tym schematem wykonywane są do chwili osiągnięcia czasu zatrzymania  $t_s$  poprzez sprawdzanie warunku  $V(t_s) = 0$ ; znając zmianę prędkości  $V(t), 0 \leq t \leq t_s$ , wyznaczono drogę hamowania:

$$S(t) = \int_0^t V(\tau) d\tau, \quad 0 \leq t \leq t_s. \quad (6.17)$$



Rys. 6.1. Siatka elementów skończonych układu hamulcowego

## 6.2. Przykład badań charakterystyk stanu temperaturowego hamulca tarczowego

Analizowano parę cierną FMC-11-ChNMKh o wymiarach przedstawionych w tabeli 1.1. Obliczenia przeprowadzono dla tej samej masy  $m = 1016,2$  kg i prędkości początkowej  $V_0 = 100$  km h<sup>-1</sup> co w rozdziale 5, przy stałym i zależnym od temperatury współczynniku tarcia. Zmiany współczynnika tarcia pod wpływem temperatury podano w postaci funkcji (2.28) (tab. 2.1). Zależności właściwości termofizycznych opisano funkcjami (4.3), (4.4) ze współczynnikami aproksymacyjnymi zawartymi w tabeli 4.3. Wartości współczynnika tarcia odpowiadające temperaturze początkowej  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  wynosiły  $f^{(0)} = 0,672; 0,593; 0,507$  i  $0,448$  odpowiednio przy wartościach ciśnienia nominalnego  $p_0 = 0,59$  MPa;  $0,78$  MPa;  $1,18$  MPa i  $1,47$  MPa. Jak zaznaczono w rozdziale 1, wykorzystane w obliczeniach oprogramowanie zawiera moduły, które można łączyć ze sobą w celu rozwiązania rozpatrywanego zagadnienia sprzężonego. Uwzględnienie sprzężenia pomiędzy zależnym od temperatury współczynnikiem tarcia, prędkością oraz zmiennym w czasie naciskiem kontaktowym wymagało, poza standardowym modułem wymiany ciepła *Heat Transfer*, korzystania z dodatkowego modułu *Mathematics*. Kluczowym czynnikiem przy wykonaniu obliczeń było wyznaczenie funkcji na każdym kroku czasowym  $F_{av}(t)$  (wzór (5.7)), pozwalającej uwzględnić wzajemny wpływ prędkości i temperatury. Takie podejście istotnie różni się od opracowanych wcześniej 2D [92] i 3D [90] modelach obliczeniowych, w których zależność współczynnika tarcia od temperatury była uwzględniana tylko w zagadnieniu cieplnym tarcia, natomiast zagadnienie początkowe dla rów-

nania ruchu rozwiązywano przy stałej jego wartości.

Symulacje komputerowe przeprowadzono dla siatek o różnej gęstości. Różnica pomiędzy wyznaczonymi wartościami temperatury maksymalnej nie przekraczała 2% przy wykorzystaniu siatek o najmniejszej i największej liczbie elementów. Rozkład elementów był niejednorodny w kierunku osiowym i najbardziej zagęszczony w warstwach przypowierzchniowych nakładki i tarczy. Ostateczna liczba heksagonalnych elementów skończonych dla modelu MES hamulca wynosiła 4668 (720 dla nakładki i 3948 dla tarczy) (rys. 6.1).

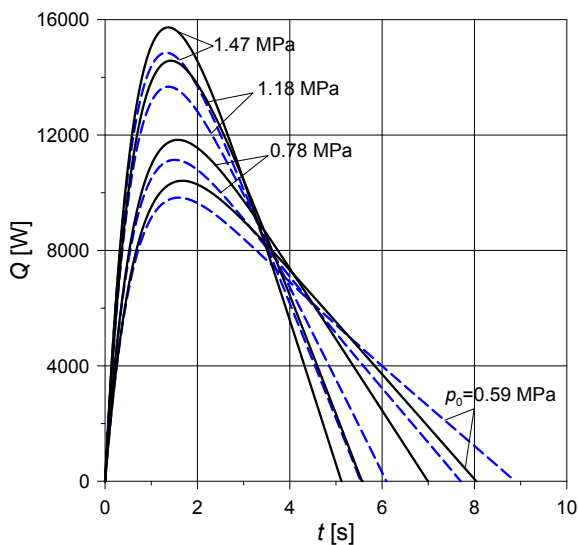
Głównym celem obliczeń było zbadanie interakcji pomiędzy prędkością pojazdu (prędkością kątową tarczy), zależnym od temperatury współczynnikiem tarcia, właściwościami materiałów i zależnym od czasu naciskiem kontaktowym oraz ustalenie ich bezpośredniego wpływu na kluczowe parametry procesu, takie jak czas i droga hamowania oraz temperatura maksymalna. Ponieważ ciśnienie kontaktowe wzrasta podczas hamowania od zera do wartości nominalnej  $p_0$  (wzór (4.9)), również moc tarcia  $Q(t) = \int_{-0,5\theta_0}^{0,5\theta_0} \int_{r_p}^{R_p} r q(r, t) dr d\theta$  na powierzchni kontaktu nakładka-tarcza narasta stopniowo, osiągając wartość maksymalną, a następnie maleje aż do chwili zatrzymania (rys. 6.2). Do przeprowadzenia analizy porównawczej rezultatów przy różnych ciśnieniach kontaktowych i współczynnikach tarcia utrzymywano stałą wartość całkowitej pracy tarcia podczas hamowania. Jak widać na rysunku 6.2, pola powierzchni pod wszystkimi krzywymi są jednakowe i równe 49 kJ.

**Tab. 6.1.** Drogi  $S$  i czasy hamowania  $t_s$  przy stałym  $f = f^{(0)}$  i zależnym od temperatury  $f(T)$  współczynniku tarcia

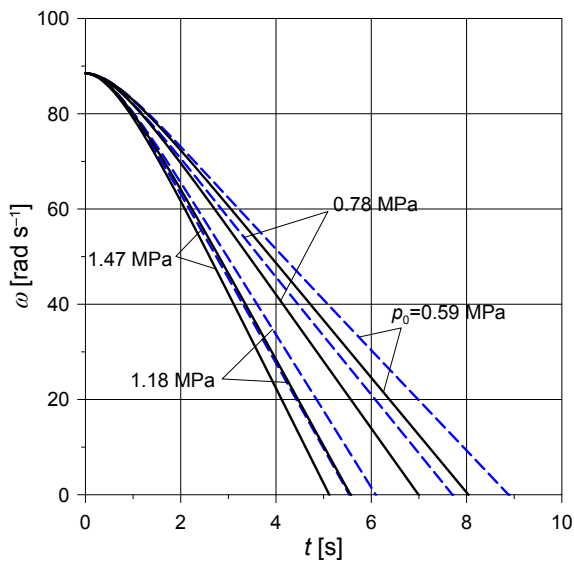
$p_0$	0,59 MPa	0,78 MPa	1,18 MPa	1,47 MPa
$S, f = f^{(0)}$	120,4 m	105,8 m	85,6 m	79,3 m
$S, f(T)$	130,3 m	114,1 m	92 m	84,4 m
$t_s, f = f^{(0)}$	8,04 s	7 s	5,58 s	5,11 s
$t_s, f(T)$	8,87 s	7,69 s	6,1 s	5,54 s

Uwzględnienie temperaturowej zależności współczynnika tarcia powoduje wydłużenie czasu zatrzymania pojazdu, a nieliniowa zamiana prędkości w czasie występuje tylko w początkowym okresie hamowania (rys. 6.3).

6.2. Przykład badań charakterystyk stanu temperaturowego hamulca tarczowego



**Rys. 6.2.** Zmiany mocy tarcia  $Q$  podczas hamowania przy różnych wartościach ciśnienia nominalnego  $p_0$ ; linie przerywane – z uwzględnieniem zależności  $f(T)$ , linie ciągłe – przy  $f = f^{(0)}$

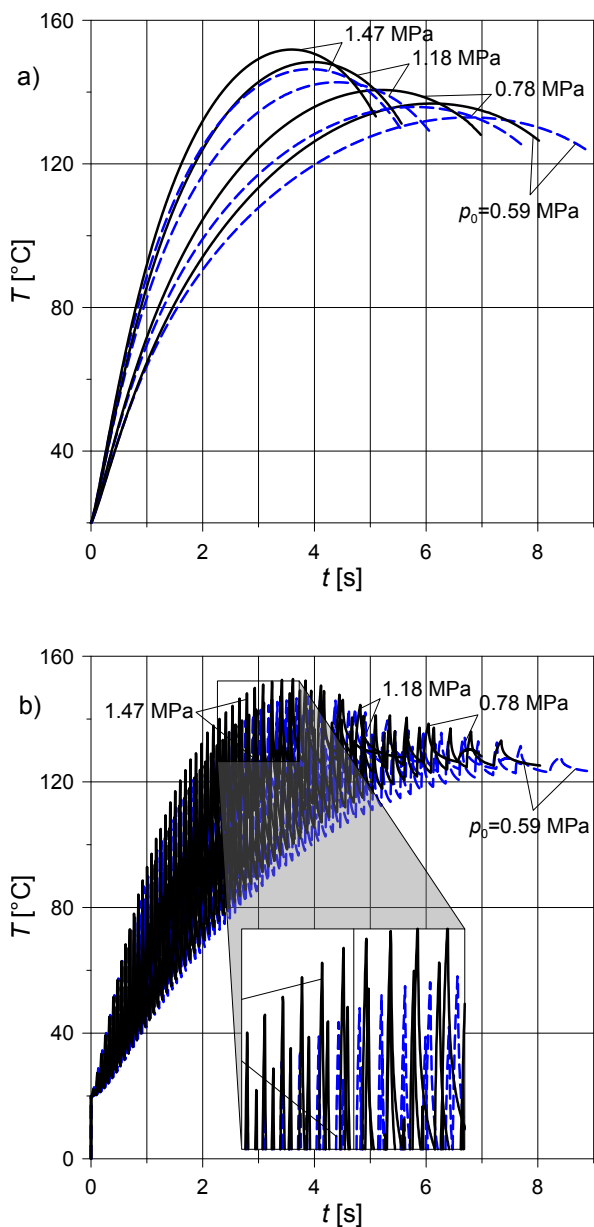


**Rys. 6.3.** Zmiany prędkości kątowej tarczy  $\omega$  podczas hamowania przy różnych wartościach ciśnienia nominalnego  $p_0$ ; linie przerywane – z uwzględnieniem zależności  $f = f(T)$ , linie ciągłe – przy  $f = f^{(0)}$

Drogi hamowania  $S(t_s)$  wyznaczone na podstawie wzoru (6.17) oraz czasy hamowania  $t_s$  przy stałym i zależnym od temperatury współczynniku tarcia zaprezentowano w tabeli 6.1. Droga hamowania przy  $p_0 = 0,59; 0,78; 1,18$  i  $1,47$  MPa i niezmiennym współczynniku tarcia  $f = f^{(0)}$  jest krótsza odpowiednio o 7,6%; 7,3%; 7,0% i 6,0% (średnia 7%) w stosunku do przypadku temperaturowej zależności współczynnika tarcia  $f = f(T)$ . Należy zaznaczyć, że dla badanej pary ciernej współczynnik tarcia maleje wraz z temperaturą niezależnie od nominalnej wartości ciśnienia kontaktowego  $p_0$ . Zatem uwzględnienie zależności temperaturowej współczynnika tarcia powoduje wydłużenie czasu hamowania w stosunku do odpowiednich wartości znalezionych przy jego stałej wartości (tab. 6.1) (średnio o 8,7%). Podobne rezultaty (9,1%) przy stałym ciśnieniu kontaktowym i niezależnych od temperatury właściwościach termofizycznych materiałów otrzymano w rozdziale 5. Uwzględnienie czasu narastania ciśnienia do wartości nominalnej  $p_0$  w niniejszym rozdziale powoduje zwiększenie czasu hamowania zarówno przy stałym, jak i zależnym od temperatury współczynniku tarcia.

Ewolucje temperatury na powierzchni nakładki w punkcie  $r = 113,5$  mm,  $\theta = 0,5\theta_0$ ,  $z = 0$  i odpowiednim punkcie na powierzchni kontaktu tarczy pokazano na rysunku 6.4. Charakter przebiegu temperatury na powierzchniach nakładki i tarczy jest podobny do zaobserwowanego w rozdziale 5: linie gładkie zmian temperatury w nakładce oraz oscylacje w wybranym punkcie na powierzchni tarczy. Zwiększenie ciśnienia kontaktowego powoduje wzrost temperatury zarówno w nakładce, jak i w tarczy oraz skrócenie czasu hamowania. Przy zadanym ciśnieniu kontaktowym w ustalonej chwili czasu temperatura nakładki jest równa temperaturze maksymalnej tarczy w odpowiednim cyklu oscylacyjnym. Wpływ czasu narastania ciśnienia kontaktowego na temperaturę przejawia się w tym, że wzrost temperatury w początkowym okresie hamowania jest bardziej łagodny w porównaniu z przypadkiem natychmiastowego osiągnięcia wartości nominalnej ciśnienia. Wartości maksymalne temperatury znalezione przy zależności temperaturowej współczynnika tarcia są wyższe niż odpowiednie wartości przy stałym współczynniku tarcia.

6.2. Przykład badań charakterystyk stanu temperaturowego hamulca tarczowego



**Rys. 6.4.** Zmiany temperatury  $T$  podczas hamowania: a) w wybranym punkcie  $r = 113,5$  mm,  $\theta = 0,5\theta_0$ ,  $z = 0$  na powierzchni nakładki; b) w odpowiednim punkcie na powierzchni tarczy; linie przerywane – z uwzględnieniem zależności  $f = f(T)$ , linie ciągłe – przy  $f = f^{(0)}$

### 6.3. Wnioski

Opracowano nieliniowy przestrzenny model obliczeniowy 3D z wykorzystaniem MES do wyznaczenia nieustalonych pól temperatury w układzie nakładka-tarcza przy hamowaniu jednokrotnym. Przyjęto, że ciśnienie kontaktowe wzrasta eksponencjalnie w czasie od zera do wartości nominalnej, a współczynnik tarcia i właściwości termofizyczne materiałów są zależne od temperatury. Przy zachowaniu stałej całkowitej pracy tarcia znaleziono rozkłady temperatury w nakładce i tarczy, wyznaczono na podstawie czasu i drogi hamowania. Otrzymane rezultaty skonfrontowano z odpowiednimi danymi znalezionymi na podstawie niesprężonego modelu MES przy stałej wartości współczynnika tarcia.

Ze względu na charakter zmian w czasie hamowania ciśnienia kontaktowego (zwiększa się eksponencjalnie od zera do wartości nominalnej) i prędkości poślizgu (zmniejsza się prawie liniowo) moc tarcia w obszarze kontaktu nakładki z tarczą wzrasta od zera do wartości maksymalnej, a następnie zmniejsza się w chwili zatrzymania. Taka zmiana obciążenia cieplnego powoduje zwiększenie oscylacji temperatury w ustalonym punkcie powierzchni roboczej tarczy, w porównaniu do odpowiednich oscylacji temperatury przy stałym ciśnieniu kontaktowym (rozdz. 5). Porównując rezultaty, zaprezentowane w tym rozdziale i w rozdziale 5, dla pary ciernej FMC-11-ChNMKh, ustalono, że uwzględnienie wrażliwości termicznej materiałów podczas hamowania jednokrotnego nie ma znaczącego wpływu na pole temperatury. Maksymalna temperatura powierzchni kontaktu przy stałym współczynniku jest zawyżona o około 3,6% względem wartości  $T_{\max}$  znalezionej przy zależnym od temperatury współczynniku tarcia. Natomiast droga hamowania obliczona przy stałym współczynniku tarcia jest krótsza o 7%, a czas hamowania mniejszy o około 8,7% w odniesieniu do wartości uzyskanych z uwzględnieniem zależności współczynnika tarcia od temperatury.

Rezultaty zaprezentowane w niniejszym rozdziale częściowo opublikowano w artykule [94].

## 7. Wpływ temperatury błysku na temperaturę maksymalną tarczowego układu hamulcowego – nieliniowy model 3D

W modelu obliczeniowym 3D, zaproponowanym w rozdziale 6, wykorzystano zależność współczynnika tarcia od temperatury średniej powierzchni kontaktu nakładki z tarczą, przy ich doskonałym kontakcie cieplnym. Założenie o równości temperatury tych elementów w obszarze kontaktu jest uzasadnione przy idealnie gładkich powierzchniach tarcia. Natomiast rzeczywisty kontakt zachodzi w wierzchołkach oddzielnych chropowatości (tzw. rzeczywisty obszar kontaktu) i prowadzi do powstania temperatury błysku. Jej uwzględnienie przy wyznaczeniu temperatury maksymalnej układu hamulcowego w osiowosymetrycznym modelu obliczeniowym zaproponowano w rozdziale 4. W niniejszym rozdziale rozpatrzono odpowiedni model 3D oraz przeprowadzono porównanie wartości temperatury maksymalnej znalezionej z wykorzystaniem dwóch różnych podejść do wyznaczenia temperatury błysku. Ewolucję temperatury maksymalnej powierzchni tarcia przy hamowaniu jednokrotnym wyznaczono w postaci sumy:

$$T_{\max}(t) = T_m(t) + T_f(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (7.1)$$

gdzie temperaturę średnią obszaru kontaktu nominalnego wyznaczano ze wzoru:

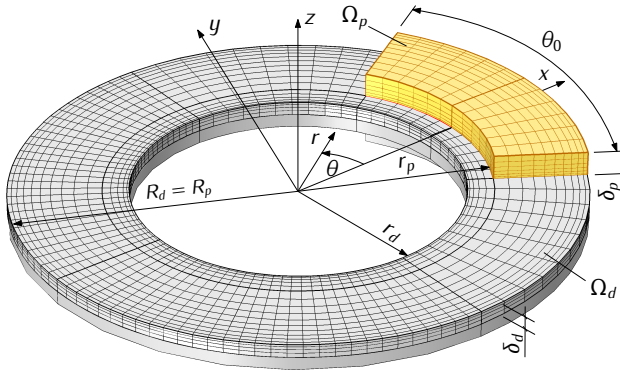
$$T_m(t) = \frac{1}{A_a} \int_{-0,5\theta_0}^{0,5\theta_0} \int_{r_p}^{R_p} T(r, \theta, 0, t) r dr d\theta, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (7.2)$$

gdzie  $T_f(t)$  jest temperaturą błysku w rzeczywistym obszarze kontaktu [19]. Temperaturę  $T(r, \theta, 0, t)$  nominalnego obszaru kontaktu o polu  $A_a = 0,5(R_p^2 - r_p^2)\theta_0$  (wzór (1.4)) otrzymano w wyniku rozwiązania układu równań CDTZ z rozdziału 6.

Druga składowa we wzorze (7.1), a mianowicie  $T_f(t)$ , zostanie wyznaczona



na podstawie dwóch różnych podejść w następnym podrozdziale.



Rys. 7.1. Schemat układu nakładka-tarcza z siatką elementów skończonych

## 7.1. Temperatura błysku

Wzory do wyznaczenia pola  $A_r$  i średnicy  $d_r$  rzeczywistego obszaru kontaktu różnią się w zależności od zaistniałego mechanizmu odkształcenia wierzchołków chropowatości: sprężysty, sprężysto-plastyczny lub plastyczny [22]. W przypadku krótkotrwałych wysoko obciążonych procesów hamowania z generacją znacznej ilości ciepła i osiągniętej wysokiej temperaturze najbardziej prawdopodobny jest kontakt plastyczny [9, 56]. Przy takim mechanizmie odkształcenia jedno ze ślizgających się ciał pary cierniej posiada znacznie mniejszą twardość, sztywność i chropowatość powierzchni. Zazwyczaj jest to materiał nakładek (okładzin ciernych) układu hamulcowego. Zmiany w czasie parametrów  $A_r$  i  $d_r$  podczas hamowania przy plastycznym mechanizmie deformacji wyznaczano ze wzorów [30]:

$$A_r(t) = \frac{p(t)A_a}{HB_p[T_m(t)]}, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (7.3)$$

$$d_r(t) = \left( \frac{8r_{av}h_{\max}}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{p(t)}{HB_p[T_m(t)]b_0} \right]^{\frac{1}{2\nu}}, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (7.4)$$

gdzie twardość Brinella materiału ciernego (nakładki) oblicza się na podstawie wzorów aproksymacyjnych (4.30), (4.31), a narastanie ciśnienia  $p(t)$  w czasie hamowania ma postać (4.9).

Wzory do obliczenia temperatury błysku podczas hamowania opracowano w monografiach [16, 22]. Zgodnie z przyjętymi oznaczeniami mają one następującą postać:

$$T_f(t) = \frac{1,707 Q(t)d_r(t)}{D(t)A_r(t)}, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (7.5)$$

gdzie:

$$Q(t) = q(r_{eq}, t)A_a, \quad (7.6)$$

$$D(t) = 4K_d[T_m(t)] + \left\{ \pi d_r(t)V_{eq}(t)K_p[T_m(t)]c_p[T_m(t)]\rho_p \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (7.7)$$

$$V_{eq}(t) = \omega(t)r_{eq}. \quad (7.8)$$

Gęstość mocy tarcia  $q$  na promieniu średnim  $r_{eq}$  (wzór (1.4)) obliczano ze wzoru:

$$q(r, t) = f[T_{\max}(t)]p(t)r\omega(t), \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 < t \leq t_s, \quad (7.9)$$

a zmianę prędkości kątovej w czasie opisują wzory (4.10)–(4.14).

Obliczenie temperatury rzeczywistego obszaru kontaktu zależy od poprawności oszacowania poszczególnych parametrów zawartych we wzorach (4.30), (4.31) oraz (7.3)–(7.8). Można zauważyć, że temperatura błysku zależy nie tylko od parametrów tarcia i właściwości materiałów, ale również od charakterystyki mikrogeometrii stykających się powierzchni  $b_0$ ;  $\nu$ ;  $h_{\max}$ ;  $r_{av}$ . Wiadomo również, że obliczenie temperatury błysku bez uwzględnienia zależności temperaturowej właściwości termofizycznych i mechanicznych ma-

teriałów prowadzi do istotnego błędu przy określeniu  $T_f$ , a więc także  $T_{\max}$  (wzór (7.1)) [72]. Wartości współczynnika przewodzenia ciepła, ciepła właściwego i twardości we wzorach (4.30), (4.31) oraz (7.3)–(7.8) wyznaczono przy temperaturze średniej (wzór (7.2)) powierzchni kontaktu na podstawie opracowanego w rozdziale 6 układu równań CDTZ.

Podczas obliczania temperatury błysku za pomocą wzorów (7.5)–(7.8) korzysta się z bieżących wartości właściwości fizycznych materiałów obliczanych z wykresów funkcji aproksymujących przy temperaturze średniej obszaru kontaktu (wzór (7.2)). Natomiast w literaturze naukowej brakuje danych o zmianach w czasie charakterystyk mikrogeometrii powierzchni tarcia. Zwykle do obliczeń wykorzystywane są dane uzyskane w wyniku badania powierzchni kontaktu elementu powierzchni ciernej po zakończeniu procesu tarcia. Zakłada się przy tym, że ustalona po okresie docierania chropowatość powierzchni nie zmienia się podczas tarcia [57]. Jednak takie założenie może być dopuszczalne tylko w przypadku tarcia stacjonarnego. W przypadku niestacjonarnego nagrzewania tarciovego, które ma miejsce podczas hamowania, chropowatość powierzchni trących może się zauważalnie zmienić, a w konsekwencji zmienią się również parametry mikrogeometrii we wzorach (4.30), (4.31) oraz (7.3)–(7.8). Czynnikiem decydującym o zmianach mechanicznych i termofizycznych właściwości materiału chropowatości, a zatem o wielkości rzeczywistego obszaru kontaktu, jest temperatura średnia  $T_m$ . Badania eksperymentalne wykazały, że wraz ze wzrostem temperatury średniej  $T_m$  temperatura błysku  $T_f$  maleje [32], a związek pomiędzy nimi ma postać [19, 64]:

$$T_f(t) = B(t) \exp[-C(t)T_m(t)], \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (7.10)$$

gdzie:

$$B(t) = \left( \frac{p(t)V_{eq}(t)}{l_1} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad C(t) = \frac{l_2}{V_{eq}(t)} + l_3. \quad (7.11)$$

Ewolucję prędkości liniowej wzdłuż promienia ekwiwalentnego  $V_{eq}(t)$  obliczamy ze wzoru (7.8), a  $l_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  są to współczynniki wyznaczone doświadczalnie dla wybranej pary ciernej. Doświadczalne metody wyznaczenia współczynników we wzorach (7.10), (7.11), w tym konstruowanie nomogra-

mów, zostały przedstawione w pracach [22, 63, 64].

Zastosowanie wzorów (7.10) i (7.11) pozwala na znaczne skrócenie czasu obliczeń temperatury błysku dzięki eliminacji konieczności wprowadzenia do wzorów obliczeniowych zależności temperaturowej właściwości mechanicznych i termofizycznych materiałów, a także zmiany w czasie parametrów mikrogeometrii powierzchni tarcia. Weryfikację wartości temperatury maksymalnej, otrzymanej na podstawie wzorów (7.10) i (7.11), przeprowadzono w pracy [63].

## 7.2. Analiza porównawcza temperatury maksymalnej

Obliczenia wykonano dla hamulca tarczowego o wymiarach zawartych w tabeli 1.1, przy następujących parametrach operacyjnych:  $p_0 = 1,47 \text{ MPa}$ ,  $h = 60 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ ,  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $t_m = 0,5 \text{ s}$ .

Trzy różne materiały nakładki – metaloceramiki FMC-11 i MCV-50 (64% Fe, 10% Cu, 5%  $\text{B}_4\text{C}$ , 5% SiC, 5%  $\text{FeSO}_4$ , 3% azbestu) oraz Retinax FC-16L typu A – zestawiano z żeliwną (ChNMKh) tarczą hamulcową. Gęstości materiałów  $\rho_{d,p}$  wynoszą odpowiednio  $7100 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $4700 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $5300 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $2500 \text{ kg m}^{-3}$  dla ChNMKh, FMC-11, MCV-50 i FC-16L. Wartości właściwości termofizycznych  $K_{d,p}^{(0)}$ ,  $c_{d,p}^{(0)}$  (wzór (4.2)) i mechanicznych  $HB_p^{(0)}$  (wzór (4.30)) materiałów w temperaturze początkowej  $T_0$  podano odpowiednio w tabelach 7.1–7.3. W tabelach tych zawarto również współczynniki aproksymacyjne w funkcjach  $K_{d,p}^*(T)$  (4.3),  $c_{d,p}^*(T)$  (4.4),  $HB_p^*(T)$  (4.31), wykresy których przedstawiono na rysunku 7.2. Należy zauważyć, że właściwości termofizyczne wyżej wymienionych materiałów, z wyjątkiem Retinaxu FC-16L, istotnie zmieniają się pod wpływem temperatury.

Elementami układu równań CDTZ, niezbędnymi do wykonania obliczeń, są również zależności temperaturowe współczynników tarcia  $f(T)$  (wzór (4.6)) i intensywności zużycia masowego  $I_w(T)$  (wzór (4.36)), które uzyskuje się w wyniku badań doświadczalnych nad stabilnością cieplną par ciernych [24]. Wartości tych parametrów przy temperaturze początkowej  $f^{(0)}$  i  $I_w^{(0)}$ , oraz współczynniki aproksymacyjne w funkcjach  $f^*(T)$  (wzór (4.7)) i  $I_w^*(T)$  (wzór (4.37)) dla trzech analizowanych par ciernych przedstawiono odpowiednio w tabelach 7.4 i 7.5.

7. Wpływ temperatury błysku na temperaturę maksymalną

Tab. 7.1. Współczynniki aproksymacyjne funkcji  $K_{d,p}^*$  (4.3)

$K^*$	FMC-11	MCV-50	FC-16L	ChNMKh
$K^{(0)}, \text{Wm}^{-1}\text{°C}^{-1}$	35,005	30,78	0,79	52,167
$K^{(1)}$	1,125	-0,0621	-	-2,3706
$K^{(2)}$	-0,6393	0,5717	-	4,223
$K^{(3)}, \text{°C}^{-1}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$5,43 \cdot 10^{-6}$	-	$0,196 \cdot 10^{-3}$
$T_{K_1}, \text{°C}$	900	-2037	-	-2543
$K^{(4)}$	0	0,544	-	0
$K^{(5)}, \text{°C}^{-1}$	0	$2,76 \cdot 10^{-3}$	-	0
$T_{K_2}, \text{°C}$	0	-100	-	0

Tab. 7.2. Współczynniki aproksymacyjne funkcji  $c_{d,p}^*$  (4.4)

$c^*$	FMC-11	MCV-50	FC-16L	ChNMKh
$c^{(0)}, \text{Jkg}^{-1}\text{°C}^{-1}$	478,9	397,3	961	444,6
$c^{(1)}$	0,7748	-0,786	-	-0,8461
$c^{(2)}$	0,7385	2,759	-	6,598
$c^{(3)}, \text{°C}^{-1}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$	$0,583 \cdot 10^{-3}$	-	$0,571 \cdot 10^{-3}$
$T_{c_1}, \text{°C}$	1059	1306	-	4903
$c^{(4)}$	0,4992	0,02	-	1,372
$c^{(5)}, \text{°C}^{-1}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$4,72 \cdot 10^{-3}$	-	$1,2 \cdot 10^{-3}$
$T_{c_2}, \text{°C}$	573	44	-	443

Wykresy funkcji  $f^*(T)$  i  $I_w^*(T)$  pokazano na rysunku 7.3. Ewolucję pracy tarcia podczas hamowania obliczano ze wzoru:

$$W(t) = 2 \int_0^t Q(\tau) d\tau, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (7.12)$$

gdzie  $Q(t)$  jest mocą tarcia (wzór (7.6)). Utrzymywano stałą całkowitą pracę tarcia  $W_s = W(t_s)$  dla wszystkich trzech par ciernych i zastosowanych parametrów wejściowych. Obliczenia przeprowadzono przy czterech początkowych prędkościach:  $V_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$ ,  $10 \text{ m s}^{-1}$ ,  $15 \text{ m s}^{-1}$  i  $20 \text{ m s}^{-1}$ . Wartości te odpowiadały początkowej prędkości kątowej tarczy:  $\omega_0 = 51,98 \text{ rad s}^{-1}$ ;

103,95 rad s<sup>-1</sup>; 155,92 rad s<sup>-1</sup>; 207,9 rad s<sup>-1</sup>, a także pracy tarcia w jednym układzie hamulcowym, odpowiednio  $W_s = 50,7$  kJ; 203 kJ; 456,7 kJ i 812 kJ.

**Tab. 7.3.** Współczynniki aproksymacyjne funkcji  $HB_p^*$  (4.31)

$HB^*$	FMC-11	MCV-50	FC-16L
$HB^{(0)}$ , MPa	1373	1225,8	392,3
$HB^{(1)}$	-0,926	-0,5665	-0,686
$HB^{(2)}$	0,823	1,08	1,271
$HB^{(3)}$ , °C <sup>-1</sup>	$2,34 \cdot 10^{-3}$	$0,594 \cdot 10^{-3}$	$6,62 \cdot 10^{-4}$
$T_{HB_1}$ , °C	546	-246	362
$HB^{(4)}$	2,02	0,553	41,7
$HB^{(5)}$ , °C <sup>-1</sup>	$2,02 \cdot 10^{-3}$	$3,7 \cdot 10^{-3}$	$5,8 \cdot 10^{-2}$
$T_{HB_2}$ , °C	-233	-57	-141

**Tab. 7.4.** Współczynniki aproksymacyjne funkcji  $f^*$  (4.7)

$f^*$	FMC-11- ChNMKh	MCV-50- ChNMKh	FC-16L- ChNMKh
$f^{(0)}$	0,45	0,45	0,28
$f_1$	$8,04 \cdot 10^{-2}$	0,08	0,072
$f_2$	1,071	0,26	1,041
$f_3$ , °C <sup>-1</sup>	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$-2,16 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$
$T_{f_1}$ , °C	-250	-167	95
$f_4$	0	0,73	0,723
$f_5$ , °C <sup>-1</sup>	0	$1,756 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$
$T_{f_2}$ , °C	0	-106	800

Temperaturę błysku  $T_f$  obliczono, stosując dwa różne podejścia. Pierwsze z nich (wariant 1) oparte jest na wzorach (7.3)–(7.8) oraz (4.30), (4.31) i wykorzystuje następujące parametry chropowatości powierzchni ciernej sztywniejszego elementu (żeliwna tarcza):  $b_0 = 1$ ;  $\nu = 2,1$ ;  $h_{\max} = 2,5 \mu\text{m}$ ;  $r_{av} = 450 \mu\text{m}$  [22]. Odpowiednie wartości współczynników  $l_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,

## 7. Wpływ temperatury błysku na temperaturę maksymalną

które zostały wykorzystane w obliczeniach według wzorów (7.10) i (7.11) (wariant 2), przedstawiono w tabeli 7.6 [22, 64]. Wyniki obliczeń, uzyskane w ramach wariantu 1, są oznaczone liniami ciągłymi, a z wykorzystaniem wariantu 2 – liniami przerywanymi.

**Tab. 7.5.** Współczynniki aproksymacyjne funkcji  $I_w^*$  (4.37)

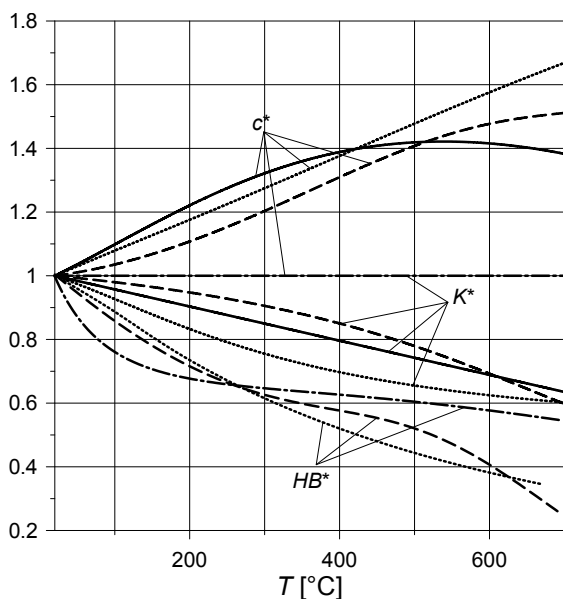
$I_w^*$	FMC-11- ChNMKh	MCV-50- ChNMKh	FC-16L- ChNMKh
$I_w^{(0)}, \mu\text{gN}^{-1}\text{m}^{-1}$	0,839	0,543	1,479
$I_w^{(1)}$	0,602	0,282	0
$I_w^{(2)}$	0,437	1,877	3,412
$I_w^{(3)}, ^\circ\text{C}^{-1}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$0,4 \cdot 10^{-2}$	$0,8 \cdot 10^{-2}$
$T_{I_1}, ^\circ\text{C}$	105	-300	850
$I_w^{(4)}$	0,672	1,877	0,93
$I_w^{(5)}, ^\circ\text{C}^{-1}$	$6,2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$0,4 \cdot 10^{-2}$
$T_{I_2}, ^\circ\text{C}$	790	870	0

**Tab. 7.6.** Współczynniki we wzorze (7.11)

nakładka-tarcza	$l_1, \text{W m}^{-2} ^\circ\text{C}^{-3}$	$l_2, \text{m s}^{-1} ^\circ\text{C}^{-1}$	$l_3 \cdot 10^3, ^\circ\text{C}^{-1}$
FMC-11-ChNMKh	0,981	0,02	1,9
MCV-50-ChNMKh	1,177	0,02	1,9
FC-16L-ChNMKh	4,619	0,04	2,0

Temperatura błysku, niezależnie od prędkości początkowej, gwałtownie wzrasta na początku procesu hamowania i osiąga wartość maksymalną w przybliżeniu w tym samym czasie ( $t = 0,25 \div 0,5$  s) dla każdego z trzech materiałów nakładek i obu wariantów obliczeniowych  $T_f$  (rys. 7.4–7.6). Po osiągnięciu wartości maksymalnej temperatura błysku zmniejsza się szybciej w przypadku drugiego wariantu. Przy zwiększeniu prędkości początkowej czas osiągnięcia wartości maksymalnej temperatury błysku zmniejsza się. Świadczy to o tym, że przy dłuższych czasach hamowania temperatura bł-

sku nie wykazuje znaczącego wpływu na wartość temperatury maksymalnej. Wybór jednego z dwóch rozważanych wariantów ma wpływ na wartości maksymalne temperatury błysku, szczególnie przy wysokich prędkościach początkowych i materiałach nakładek o większej twardości. Ustalono, że rezultaty otrzymane dla nakładek wykonanych z materiałów metaloceramicznych (FMC-11, MCV-50) są zbliżone. Wynika to bezpośrednio z podobnych właściwości tych materiałów (rys. 7.2 i rys. 7.3).



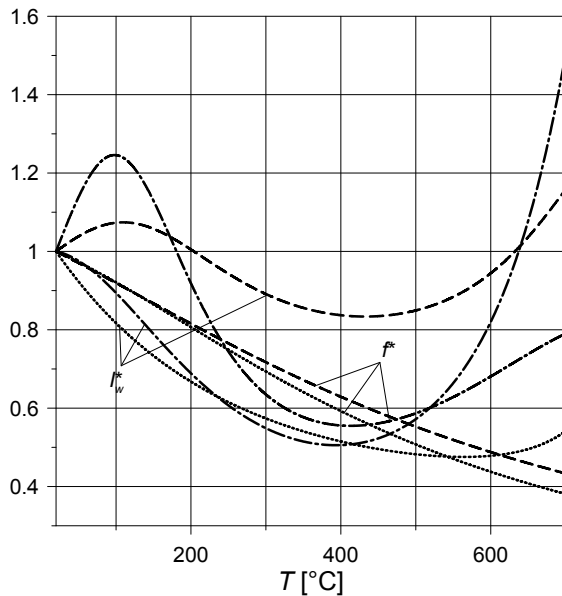
**Rys. 7.2.** Zależności bezwymiarowych funkcji  $c^*$ ,  $K^*$  i  $HB_p^*$  od temperatury  $T$ ; linie ciągłe - ChNMKh, linie kropka-kreska - FC-16L, linie przerywane FMC-11, linie kropkowane MCV-50 [39]

Zmiany temperatury średniej  $T_m$  (wzór (7.2)), wyznaczonej na podstawie temperatury  $T(r, \theta, z, t)$  z rozwiązania przestrzennego 3D układu równań CDTZ, pokazano na rysunkach 7.7–7.9. Dodatkowo na tych wykresach pokazano ewolucje temperatury  $T$  w ustalonym punkcie ( $r = r_{eq} = 96,2$  mm,  $\theta = 0$ ,  $z = 0$ ) na powierzchni roboczej tarczy przy prędkości  $V_{eq}^{(0)} = 20$  m s<sup>-1</sup>. Uwzględnienie czasu narastania ciśnienia kontaktowego i odpowiedniej zmiany mocy tarcia powodują monotoniczne zwiększenie średniej temperatury z upływem czasu do osiągnięcia wartości maksymalnej z następnym nieznacznym jej obniżeniem. Wpływ temperatury błysku  $T_f$  na średnią



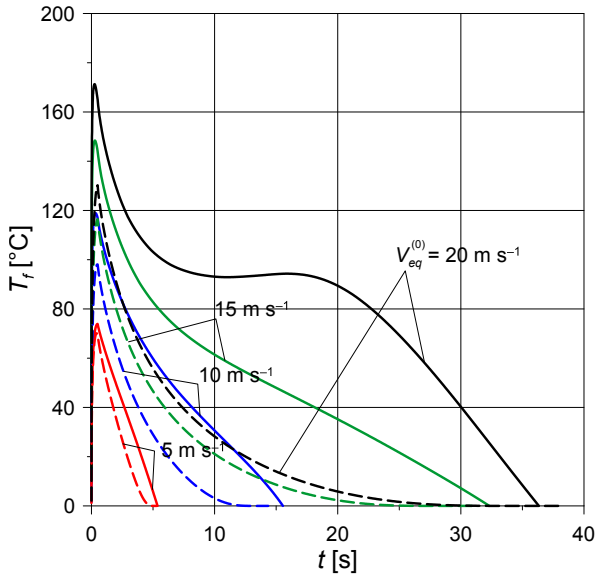
## 7. Wpływ temperatury błysku na temperaturę maksymalną

temperaturę  $T_m$  jest nieznaczny. Zauważalne różnice przy obliczeniu  $T_m$  na podstawie dwóch wariantów występują przy prędkości początkowej  $V_{eq}^{(0)} = 20 \text{ m s}^{-1}$ . Należy również zauważyć, że przy niskich początkowych prędkościach maksymalne wartości średniej temperatury  $T_m$  dla metaloceramicznych nakładek są mniejsze niż odpowiednie wartości maksymalne temperatury błysku (rys. 7.4–7.6). Może to wynikać z tego, że twardość materiałów metaloceramicznych (FMC-11, MCV-50) jest znacznie (prawie trzy razy) wyższa niż twardość Retinaxu FC-16L (tab. 7.3).

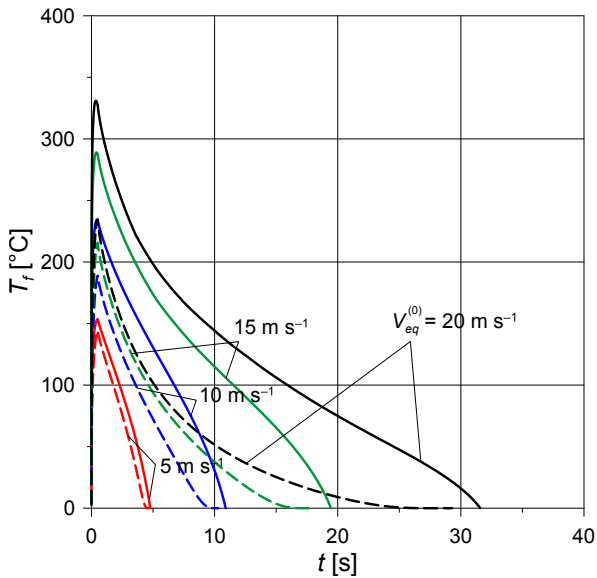


**Rys. 7.3.** Zależności bezwymiarowych funkcji  $f^*$  i  $I_w^*$  od temperatury  $T$ ; linie kropka-kreska – FC-16L-ChNMKh, linie przerywane FMC-11-ChNMKh, linie kropkowane MCV-50-ChNMKh [39]

Zmiany temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  (wzór (7.1)) podczas hamowania pokazano na rysunkach 7.10–7.12. Ustalono, że temperatura ta jest bardziej wrażliwa na wybór wariantu obliczeniowego temperatury błysku  $T_f$  niż temperatura średnia  $T_m$ . Przy wybranym wariantcie obliczenia  $T_f$  różnica między odpowiednimi wartościami średniej i maksymalnej temperatury jest najbardziej znacząca w początkowym etapie hamowania, gdy temperatura  $T_f$  jest najwyższa. Wraz ze wzrostem czasu hamowania i nagrzewania powierzchni kontaktu różnica ta maleje.

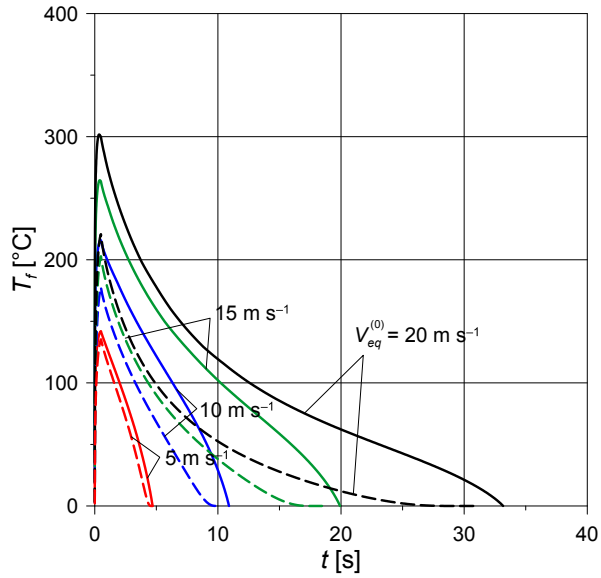


**Rys. 7.4.** Zmiany temperatury błysku  $T_f$  podczas hamowania pary ciernej FC-16L-ChNMKh; linie ciągłe – wariant 1, linie przerywane – wariant 2

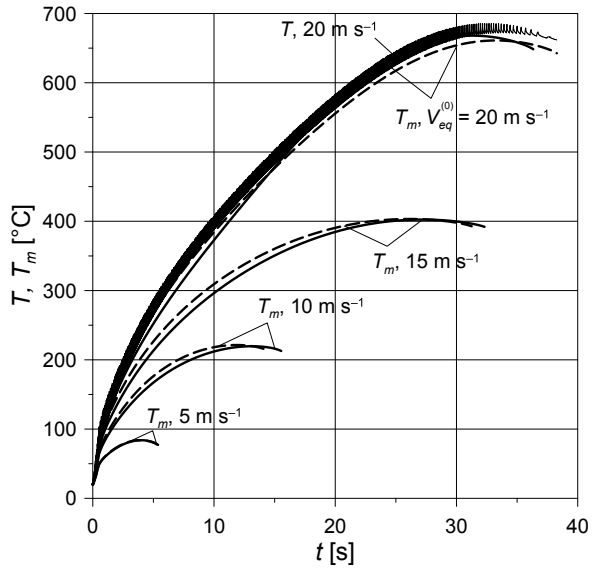


**Rys. 7.5.** Zmiany temperatury błysku  $T_f$  podczas hamowania pary ciernej FMC-11-ChNMKh; linie ciągłe – wariant 1, linie przerywane – wariant 2

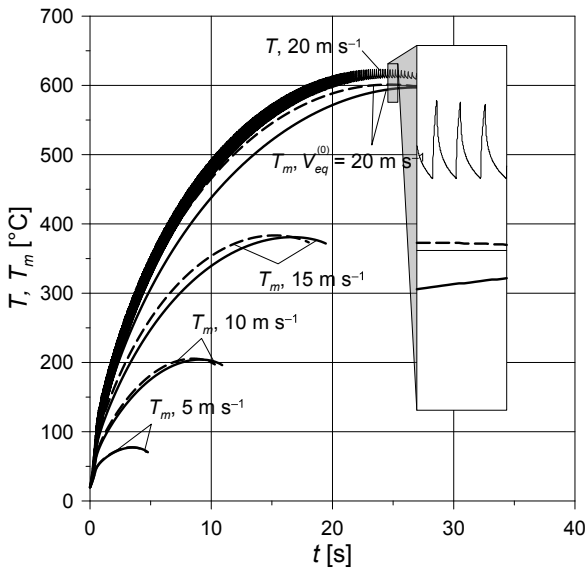
**Rys. 7.6.** Zmiany temperatury błysku  $T_f$  podczas hamowania pary ciernej MCV-50-ChNMKh; linie ciągłe – wariant 1, linie przerywane – wariant 2



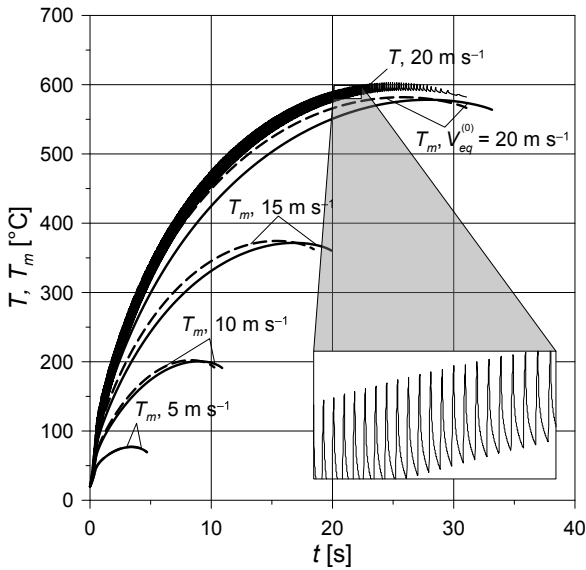
**Rys. 7.7.** Zmiany temperatury średniej  $T_m$  oraz temperatury  $T$  w punkcie (96,2 mm, 0, 0) podczas hamowania pary materiałów FC-16L-ChNMKh; linie ciągłe – wariant 1, linie przerywane – wariant 2



7.2. Analiza porównawcza temperatury maksymalnej



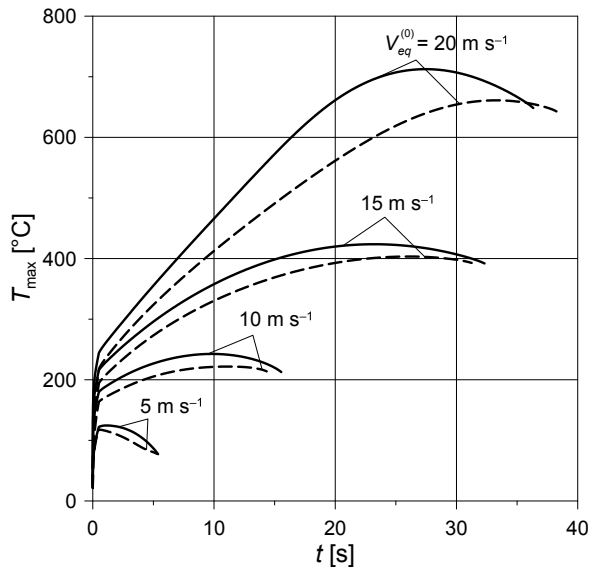
Rys. 7.8. Zmiany temperatury średniej  $T_m$  oraz temperatury  $T$  w punkcie (96,2 mm, 0, 0) podczas hamowania pary materiałów FMC-11-ChNMKh; linie ciągłe – wariant 1, linie przerywane – wariant 2



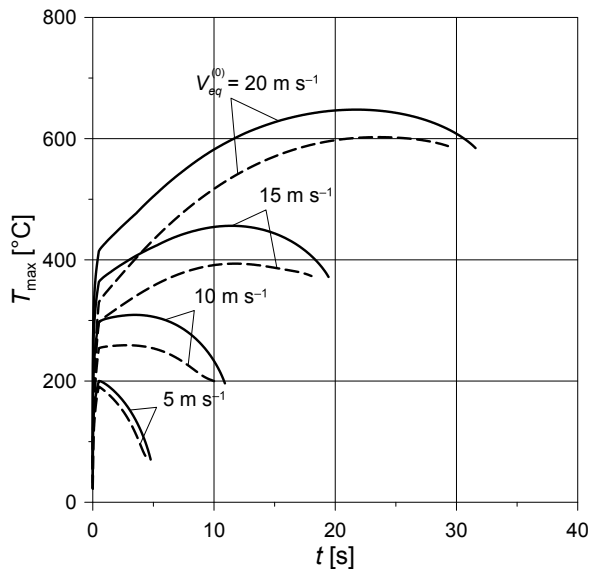
Rys. 7.9. Zmiany temperatury średniej  $T_m$  oraz temperatury  $T$  w punkcie (96,2 mm, 0, 0) podczas hamowania pary materiałów MCV-50-ChNMKh; linie ciągłe – wariant 1, linie przerywane – wariant 2

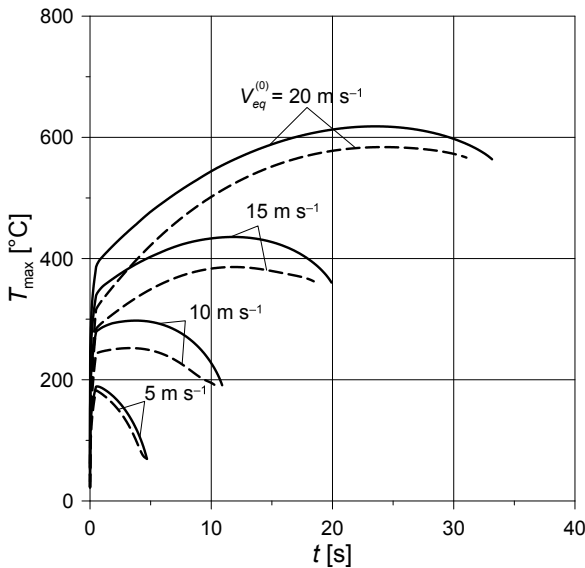
## 7. Wpływ temperatury błysku na temperaturę maksymalną

Rys. 7.10. Zmiany temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  podczas hamowania pary ciernej FC-16L-ChNMKh; linie ciągłe – wariant 1, linie przerywane – wariant 2



Rys. 7.11. Zmiany temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  podczas hamowania pary ciernej FMC-11-ChNMKh; linie ciągłe – wariant 1, linie przerywane – wariant 2





**Rys. 7.12.** Zmiany temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  podczas hamowania pary ciernej MCV-50-ChNMKh; linie ciągłe – wariant 1, linie przerywane – wariant 2

### 7.3. Wnioski

Głównym celem analizy temperaturowej w danym rozdziale było porównanie rezultatów wyznaczenia temperatury maksymalnej tarczowego układu hamulcowego uzyskanych przy zastosowaniu dwóch różnych wariantów obliczania temperatury błysku. Symulacje komputerowe przeprowadzono dla trzech materiałów nakładek: metaloceramiki FCM-11, MCV-50, Retinax typu A FC-16L w zestawieniu z żeliwną (ChNMKh) tarczą hamulcową. Na podstawie otrzymanych rezultatów sformułowano następujące wnioski:

1. Przy niskich prędkościach początkowych ( $5, 10 \text{ m s}^{-1}$ ) i korzystaniu z metaloceramicznych nakładek maksymalna temperatura błysku  $T_f$  jest wyższa od maksymalnej wartości średniej temperatury  $T_m$  powierzchni ciernej.
2. Ewolucje temperatury błysku znalezione przy użyciu dwóch wariantów obliczeniowych są praktycznie zbieżne (różnica  $\approx 5\%$ ) przy najniższej ( $V_{eq}^{(0)} = 5 \text{ m s}^{-1}$ ) z rozpatrywanych prędkości początkowej. Odpo-

## 7. Wpływ temperatury błysku na temperaturę maksymalną

---

wiednie wartości maksymalne  $T_f$  przy wyższych prędkościach początkowych różnią się zauważalnie (w przybliżeniu do 29% przy prędkości  $V_{eq}^{(0)} = 20 \text{ m s}^{-1}$ ).

3. Przy wysokiej ( $\geq 10 \text{ m s}^{-1}$ ) prędkości początkowej najwyższe wartości temperatury średniej  $T_m$  i maksymalnej temperatury  $T_{\max}$ , wyznaczone za pomocą dwóch różnych wariantów obliczeniowych zmieniają się nieznacznie.
4. Temperatura błysku osiąga swoją wartość najwyższą w początkowym okresie hamowania, a temperatura średnia – w przybliżeniu w połowie procesu hamowania. Decydujący wpływ na temperaturę maksymalną  $T_{\max}$  wykazuje temperatura średnia  $T_m$  obszaru kontaktu nakładki z tarczą.
5. Przy ustalonej prędkości początkowej  $V_{eq}^{(0)} = 10 \text{ m s}^{-1}$  czasy hamowania w obu analizowanych wariantach różnią się o 6% (nakładki metaloceramiczne) i o 8% w przypadku nakładek wykonanych z Retinaxu FC-16L.
6. Wzory empiryczne (7.10) i (7.11), oparte na zależności między temperaturą błysku rzeczywistego obszaru kontaktu a temperaturą średnią nominalnego obszaru kontaktu, są w pełni uzasadnione przy wyznaczaniu temperatury maksymalnej powierzchni roboczych tarczowego układu hamulcowego.

Rezultaty zaprezentowane w niniejszym rozdziale częściowo opublikowano w artykule [39].

## 8. Sprężone modele numeryczne procesu nagrzewania tarcowego w układzie nakładka-tarcza podczas hamowania wielokrotnego

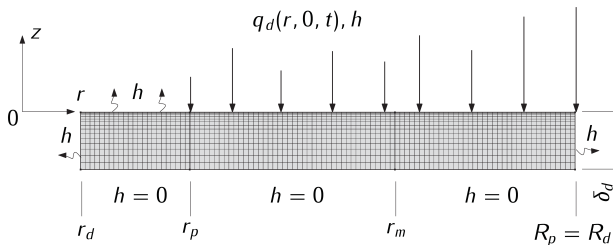
Symulacja komputerowa wybranego etapu hamowania wielokrotnego ze stanowiska dynamometrycznego lub hamowania w warunkach rzeczywistych wymaga określenia początkowego (przed rozpoczęciem kolejnej aplikacji hamulca) pola temperatury elementów analizowanej pary ciernej. Pomiary temperatury w całym obszarze kontaktu nakładki z tarczą są skomplikowane [80]. Stąd przy opracowaniu modeli analitycznych wprowadza się uproszczenia polegające na założeniu, że pole temperatury układu jest jednorodne w jednym lub dwóch kierunkach. Innym rozwiązaniem może być odtworzenie całego, często długotrwałego procesu hamowania wielokrotnego przy zmiennym w czasie profilu generowanej mocy tarcia i intensywności chłodzenia. Podejście takie jest utrudnione między innymi z uwagi na konieczność przetwarzania znacznej ilości danych wynikających z gabarytów hamulca oraz wydłużonego czasu trwania procesu, w stosunku do hamowania jednokrotnego. Próbę rozwiązania problemu podjęto w niniejszym rozdziale, gdzie opracowano osiowosymetryczne (2D) i przestrzenne (3D) modele numeryczne z wykorzystaniem MES do wyznaczenia temperatury elementów pary ciernej hamulca tarczowego przy hamowaniu wielokrotnym. Uwzględniono w nich zależność od temperatury współczynnika tarcia i właściwości termofizycznych materiałów, zmienne w czasie ciśnienie kontaktowe oraz zależny od prędkości pojazdu współczynnik wymiany ciepła. Główna idea w opracowanych modelach polega na jednoczesnym sprężeniu trzech czynników w każdej chwili podczas pracy hamulca: średniej temperatury  $T_m$  powierzchni kontaktu, temperatury błysku  $T_f$  i temperatury objętościowej  $T_{V_n}$  przy  $n$ -tym hamowaniu. Otrzymane rezultaty porównano z odpowiednimi wartościami znalezionymi przy stałych współczynniku tarcia i ciśnieniu kontaktowym oraz niezmiennych właściwościach termofizycznych materiałów [1]. Wykazano, że średnia temperatura nagrzewanego obszaru obliczona



z uwzględnieniem i bez uwzględnienia temperaturowej zależności ww. parametrów różni się nieznacznie. Natomiast temperatura błysku jest najwyższa podczas pierwszego hamowania i stopniowo zmniejsza się przy każdej kolejnej aplikacji hamulca.

### 8.1. Osiowosymetryczny model wrażliwej termicznie tarczy hamulcowej

Rozpatrzono proces hamowania pojazdu z początkową energią kinetyczną  $W_0$  poruszającego się ze stałą prędkością liniową  $V_0$ . Pojazd wyposażono w cztery układy hamulcowe z tarczami litymi o grubości  $2\delta_d$  i odpowiednio wewnętrznym i zewnętrznym promieniem  $r_d$  i  $R_d$ . Każdy układ zawiera również dwie nakładki o grubości  $2\delta_p$  i kącie rozwarcia  $\theta_0$  (rys. 1.2). W chwili początkowej procesu nakładki każdego układu hamulcowego dociskane są do powierzchni bocznych tarczy ciśnieniem  $p$  zwiększającym się eksponencjalnie w czasie od zera do wartości nominalnej  $p_0$  według wzoru (4.9).



Rys. 8.1. Siatka osiowosymetrycznych 2D elementów skończonych tarczy

Proces hamowania składa się z czterech cykli, z których każdy polega na redukcji prędkości od wartości początkowej  $V_0$  do zera w chwili zatrzymania  $t_{sn}$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$  i ponownego rozpędzania pojazdu do prędkości  $V_0$  z uwzględnieniem chłodzenia konwekcyjnego. Czas hamowania  $t_{sn}$  każdej aplikacji  $n$  wyznaczany jest z rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania ruchu, natomiast czas przyspieszania jest stały  $t_{cn} = 10\text{ s}$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$ . Ponadto wprowadzono następujące założenia:

- 1) z uwagi na występującą symetrię obszar obliczeniowy ograniczono do połowy grubości litej tarczy i jednej nakładki;
- 2) materiały tarczy i nakładek są wrażliwe termicznie – ich właściwości termofizyczne zależą od temperatury  $T$ ;
- 3) współczynnik tarcia zależy od temperatury maksymalnej  $T_{\max}$ ;
- 4) powierzchnie wolne tarczy są chłodzone konwekcyjnie ze stałym współczynnikiem wymiany ciepła  $h$  w całym analizowanym procesie hamowania [89].

Celem symulacji komputerowej hamowania wielokrotnego było wyznaczenie temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  powierzchni roboczej tarczy, którą przedstawiono w postaci sumy [18, 23]:

$$T_{\max}(t) = T_m(t) + T_f(t), \quad 0 \leq t \leq t_t, \quad (8.1)$$

gdzie  $T_m(t)$  jest to temperatura średnia nominalnego obszaru kontaktu, a  $T_f(t)$  – temperatura błysku rzeczywistego obszaru kontaktu.

Zmianę prędkości pojazdu podczas hamowania ustalono z rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania ruchu [94]:

$$\frac{2W_0}{V_0^2} \frac{dV(t)}{dt} = -F(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (8.2)$$

$$V(0) = V_0. \quad (8.3)$$

gdzie wypadkowa siła tarcia opóźniająca ruch pojazdu wynosi:

$$F(t) = 8f_{av}(t)p(t)A_aR_w^{-1}r_{eq}, \quad (8.4)$$

pole obszaru kontaktu nakładki z tarczą jest równe [77]:

$$A_a = \eta\pi(R_p^2 - r_p^2), \quad \eta = \theta_0/2\pi, \quad (8.5)$$

uśredniony współczynnik tarcia  $f_{av}(t)$  obliczano ze wzoru:

$$f_{av}(t) = \frac{2\pi\eta}{A_a} \int_{r_p}^{R_p} f[T_{\max}(r, 0, t)] r dr, \quad (8.6)$$

a promień ekwiwalentny  $r_{eq}$  wyznaczano ze wzoru (1.4).

Biorąc pod uwagę zależności (8.4)–(8.6), rozwiązanie zagadnienia początkowego dla równania ruchu (8.2), (8.3) w procesie hamowania wielokrotnego, odbywającego się zgodnie z opisanym wyżej schematem, ma postać:

$$V(t) = \begin{cases} V(t) = V_0 - B F_{av}(t), & 0 \leq t \leq t_{sn}, \\ V(t) = \frac{V_0}{t_{cn}}(t - t_{sn}), & t_{sn} \leq t \leq t_{sn} + t_{cn}, \end{cases} \quad (8.7)$$

gdzie:

$$B = \frac{8\pi\eta(R_p^3 - r_p^3)V_0^2}{3W_0R_w}, \quad F_{av}(t) = \int_0^t f_{av}(\tau)p(\tau)d\tau. \quad (8.8)$$

Z warunku zatrzymania  $V(t_{sn}) = 0$  ze wzorów (8.7) i (8.8) otrzymano nieliniowe równanie funkcyjne do wyznaczenia czasu hamowania  $t_{sn}$ :

$$F_{av}(t_{sn}) = V_0 B^{-1}. \quad (8.9)$$

Na skutek tarcia generowane jest ciepło i temperatura elementów układu hamulcowego wzrasta. Nieustalone osiowosymetryczne pole temperatury tarczy  $T(r, z, t)$  wyznaczone zostanie z rozwiązania początkowo-brzegowego zagadnienia przewodnictwa cieplnego (rys. 8.1):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r K_d(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K_d(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \rho_d c_d(T) \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (8.10)$$

$$r_d < r < R_d, \quad -\delta < z < 0, \quad 0 < t \leq t_t,$$

$$K_d(T) \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \begin{cases} \gamma(T)\eta q(r, t) - h(1 - \eta)[T_0 - T(r, 0, t)], \\ \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_{sn}, \\ h[T_0 - T(r, 0, t)], \quad r_p \leq r \leq R_p, \\ \quad t_{sn} \leq t \leq t_{sn} + t_{cn}, \end{cases} \quad (8.11)$$

$$K_d(T) \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_d} = h[T_0 - T(r, 0, t)], \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 < t \leq t_t, \quad (8.12)$$

$$K_d(T) \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_d} = h[T(r, 0, t) - T_0], \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad 0 < t \leq t_t, \quad (8.13)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=-\delta} = 0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad 0 < t \leq t_t, \quad (8.14)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad r_d \leq r \leq R_d, \quad -\delta_d \leq z \leq 0, \quad (8.15)$$

gdzie gęstość mocy tarcia, w obszarze kontaktu wynosi [38]:

$$q(r, t) = f[T_{\max}(t)]\omega(t)rp(t), \quad r_p \leq r \leq R_p, \quad 0 \leq t \leq t_{sn}, \quad (8.16)$$

a współczynnik rozdzielenia strumieni ciepła obliczano ze wzoru [4]:

$$\gamma(T) = \frac{\sqrt{K_d(T)\rho_d c_d(T)}}{\sqrt{K_d(T)\rho_d c_d(T)} + \sqrt{K_p(T)\rho_p c_p(T)}}. \quad (8.17)$$

Występującą we wzorze (8.1) temperaturę średnią, obliczano ze wzoru:

$$T_m(t) = \frac{2\pi\eta}{A_a} \int_{r_p}^{R_p} T(r, 0, t)rdr, \quad 0 \leq t \leq t_t, \quad (8.18)$$

temperaturę objętościową tarczy po  $n$ -tej aplikacji wyznaczano na podstawie wzoru:

$$T_{V_n}(t) = \frac{2\pi\eta}{A_a} \int_{-\delta}^0 \int_{r_d}^{R_d} T(r, 0, t)rdrdz, \quad 0 \leq t \leq t_{sn}, \quad (8.19)$$

a przy wyznaczeniu temperatury błysku  $T_f$ , korzystano ze wzoru (4.32).

Doświadczalne dane o zależności właściwości termofizycznych materiałów od temperatury aproksymowano z wykorzystaniem funkcji aproksymujących (4.3), (4.4), (4.7), (4.31).

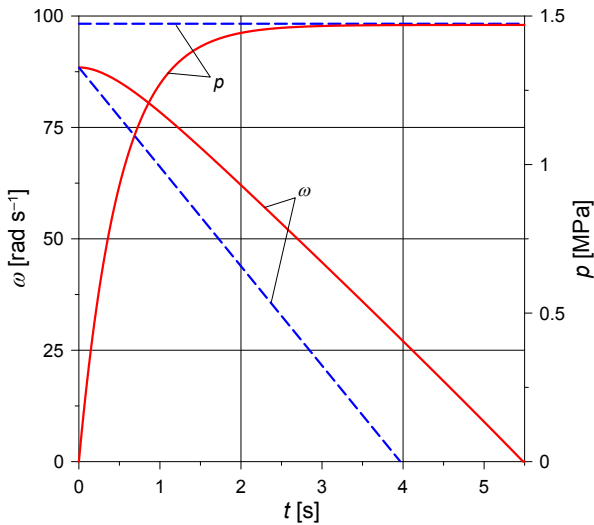
## 8.2. Rozwiązanie numeryczne układu równań CDTZ

Rozwiązanie sformułowanego wyżej układu równań CDTZ otrzymano z wykorzystaniem niejawnej metody BDF (*backward differentiation formula*) z adaptacyjnym krokiem czasowym [28]. Siatka MES składała się z 520 czworobocznych elementów z funkcjami kształtu Lagrange'a drugiego rzędu (rys. 8.1). Z powodu występowania największego gradientu temperatury w kierunku oddziaływania tarcowego strumienia ciepła na powierzchnię roboczą tarczy: w cienkiej warstwie w pobliżu nagrzewanej powierzchni siatkę elementów zagęszczono. Z oddaleniem od tego obszaru do wnętrza tarczy rozmiar elementów skończonych zwiększał się liniowo (10 elementów). Arytmetyczny współczynnik sekwencji, tak jak w rozdziale 4, był równy 0,2.

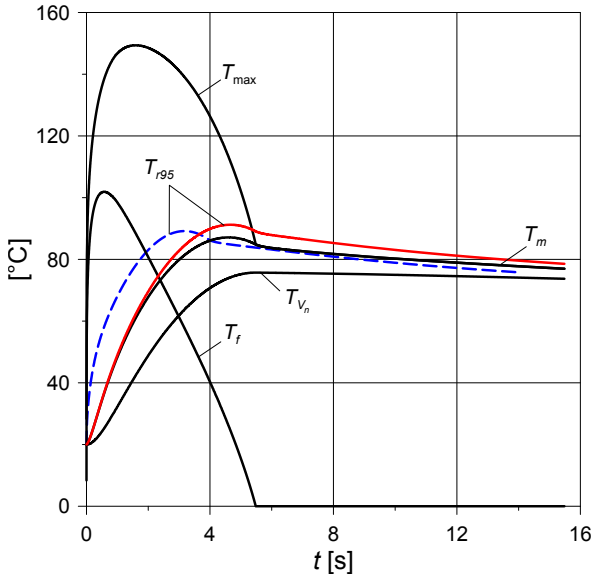
Nakładki wykonano z metaloceramiki FMC-11, a tarczę z żeliwa ChNMKh. Parametry wejściowe do analizy termicznej zostały zaadaptowane z artykułu [1]:  $W_0 = 392,1 \text{ kJ}$ ,  $V_0 = 27,78 \text{ m s}^{-1}$ ,  $p_0 = 1,47 \text{ MPa}$ ,  $f^{(0)} = 0,448$ ,  $h = 100 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ ,  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $r_d = 66 \text{ mm}$ ,  $r_p = 76,5 \text{ mm}$ ,  $R_d = R_p = 113,5 \text{ mm}$ ,  $R_w = 314 \text{ mm}$ ,  $\theta_0 = 64,5^\circ$ . Czas narastania ciśnienia kontaktowego wynosił  $t_m = 0,5 \text{ s}$ , a parametry chropowatości powierzchni tarcia żeliwnej tarczy zawarto w tabeli 4.2. Współczynniki we wzorach aproksymacyjnych (4.3), (4.4), (4.7), (4.31) dla wybranych materiałów podano w tabeli 4.3. Rezultaty obliczeń (rys. 8.2–8.6), otrzymane w wyniku rozwiązania sformułowanego układu równań CDTZ (linie ciągłe), porównano z odpowiednimi danymi przy stałych współczynniku tarcia  $f$  i ciśnieniu kontaktowym  $p$  oraz niezmiennych współczynniku przewodzenia ciepła  $K_{d,p}$  i ciepłe właściwym  $c_{d,p}$  (linie przerywane) [1].

Już przy pierwszej aplikacji hamulca uwzględnienie narastania ciśnienia, wrażliwości termicznej materiału oraz zależności temperaturowej współczynnika tarcia powoduje zwiększenie czasu hamowania o 38% (rys. 8.2).

Zmiany temperatury maksymalnej  $T_{\max}$ , temperatury błysku  $T_f$ , temperatury średniej  $T_m$ , temperatury objętościowej  $T_{V_n}$  i temperatury wybranego punktu na powierzchni tarczy  $T_{r95} = T(95 \text{ mm}, 0, t)$  pokazano na rysunku 8.3. Przebiegi czasowe w procesie hamowania temperatury objętościowej, średniej i w wybranym punkcie powierzchni kontaktu są podobne: wraz z rozpoczęciem nagrzewania temperatura zwiększa się, osiąga wartości maksymalne, a następnie zmniejsza się do chwili zatrzymania.



**Rys. 8.2.** Zmiany ciśnienia kontaktowego  $p$  i prędkości kątowej  $\omega$  podczas pierwszego hamowania; linie ciągłe – rozwiązanie na podstawie układu CDTZ, linie przerywane – model niesprężony [1]

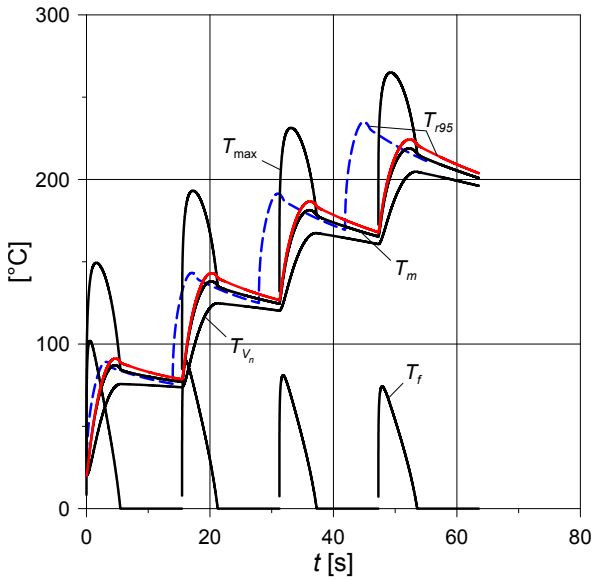


**Rys. 8.3.** Zmiany temperatury podczas pierwszego cyklu hamowania; linie ciągłe – rozwiązanie na podstawie układu CDTZ, linie przerywane – model niesprężony [1]

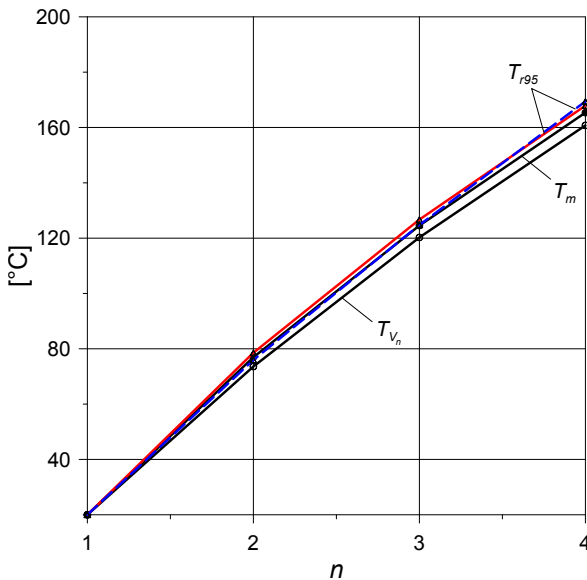
Zgodnie z ustaleniami z poprzednich rozdziałów temperatura błysku przyjmuje najwyższe wartości w krótkim czasie po rozpoczęciu hamowania – wzrasta od zera do  $101,9^{\circ}\text{C}$  w czasie  $t = 0,6$  s i szybko spada do zera w chwili zatrzymania  $t_{s1} = 5,48$  s. Należy zaznaczyć, że w przypadku wyższych prędkości początkowych temperatura błysku jest istotna wyłącznie na początku procesu, po czym spada i jest niższa od średniej temperatury powierzchni tarcia [23]. Zerowa wartość temperatury błysku nie jest związana z przyjętą skalą – jest to tylko nadwyżka nad temperaturą średnią. Przy stałych parametrach wejściowych (linie przerywane) wzrost temperatury w początkowym etapie hamowania jest szybszy niż przy uwzględnieniu ich wrażliwości termicznej. Natomiast odpowiednie wartości maksymalne temperatury różnią się nieznacznie:  $T_{r,95} = 89,1^{\circ}\text{C}$  przy  $t = 3,17$  s (linia przerywana) i  $T_{r,95} = 91,9^{\circ}\text{C}$  przy  $t = 5,13$  s (linia ciągła). Wydłużenie czasu hamowania przy korzystaniu z rozwiązania układu równań CDTZ ( $t_{s1} = 5,48$  s) w porównaniu z czasem hamowania przy stałym opóźnieniu ( $t_{s1} = 3,96$  s) [1] wynika głównie z uwzględnienia w modelu CDTZ czasu narastania ciśnienia, a także z różnicy w wartościach współczynnika tarcia. Maksymalna wartość osiągniętej temperatury maksymalnej  $T_{\text{max}} = 149,3^{\circ}\text{C}$  jest prawie dwukrotnością najwyższej wartości temperatury średniej  $T_m = 87,15^{\circ}\text{C}$ . Jak można zauważyć, na etapie rozpędzania pojazdu, w ciągu  $t_{c1} = 10$  s, następuje nieznacznie obniżenie temperatury we wszystkich analizowanych przypadkach.

Zmiany temperatury podczas czterech aplikacji hamulca pokazano na rysunku 8.4. Ustalono, że czas hamowania wydłuża się przy każdej kolejnej aplikacji (od  $t_{s1} = 5,48$  s do  $t_{s4} = 6,28$  s), temperatura objętościowa tarczy  $T_{V_n}$  zwiększa się przy każdym następnym hamowaniu, a wartości najwyższe temperatury błysku wraz z czasem zmniejszają się.

Wartości temperatury  $T_m$ ,  $T_{V_n}$  i  $T_{r,95}$  w chwilach początkowych kolejnych załączeń hamulca  $t = t_{sn} + t_{cn}$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$  pokazano na rysunku 8.5. Ustalono, że temperatura  $T_{r,95}$  wyznaczona na podstawie modelu niesprzężonego (krzywa przerywana) różni się zauważalnie od odpowiednich danych otrzymanych z rozwiązania układu równań CDTZ wyłącznie w ostatnim cyklu hamowania. Na początku każdego cyklu temperatura błysku jest równa zeru, dlatego temperatura maksymalna jest równa temperaturze średniej powierzchni kontaktu. Różnice pomiędzy temperaturą średnią  $T_m$  a temperaturą objętościową  $T_{V_n}$  wzrastają wraz ze zwiększeniem cyklu hamowania.

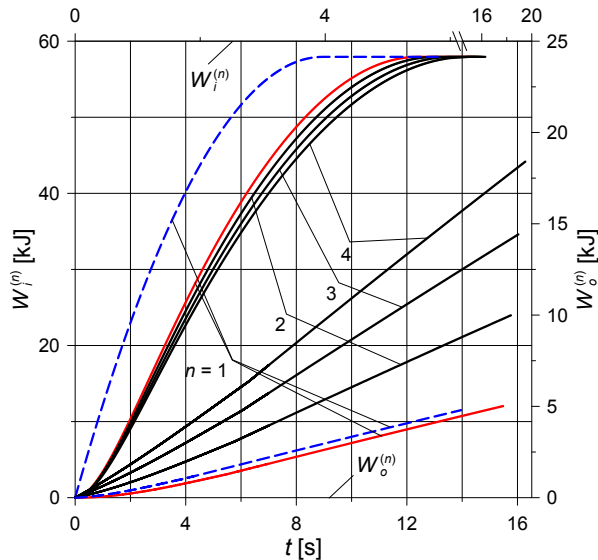


**Rys. 8.4.** Zmiany temperatury podczas czterech aplikacji hamulca; linie ciągłe – rozwiązanie na podstawie układu CDTZ, linie przerywane – model niesprężony [1]



**Rys. 8.5.** Zależności temperatury  $T_m$ ,  $T_{V_n}$  i  $T_{r95}$  w chwilach początkowych każdego cyklu od liczby aplikacji  $n$ ; linie ciągłe – rozwiązanie na podstawie układu CDTZ, linie przerywane – model niesprężony [1]





**Rys. 8.6.** Zmiany pracy tarcia  $W_i^{(n)}$  i energii dyssypowanej  $W_o^{(n)}$  w czasie czterech aplikacji hamulca; linie ciągłe – rozwiązanie na podstawie układu CDTZ, linie przerywane – model niesprzężony [1]

Przebieg czasowy pracy tarcia  $W_i^{(n)}$  wykonanej w jednym układzie nakładka-tarcza i energię dyssypowaną  $W_o^{(n)}$  na skutek chłodzenia konwekcyjnego wyznaczano ze wzorów:

$$W_i^{(n)}(t) = 2\gamma\eta \int_0^{t_{sn}+t_{cn}} Q^{(n)}(\tau) d\tau, \quad 0 \leq t \leq t_{sn} + t_{cn}, \quad (8.20)$$

$$W_o^{(n)}(t) = 2 \int_0^{t_{sn}+t_{cn}} Q_o^{(n)}(\tau) d\tau, \quad 0 \leq t \leq t_{sn} + t_{cn}, \quad (8.21)$$

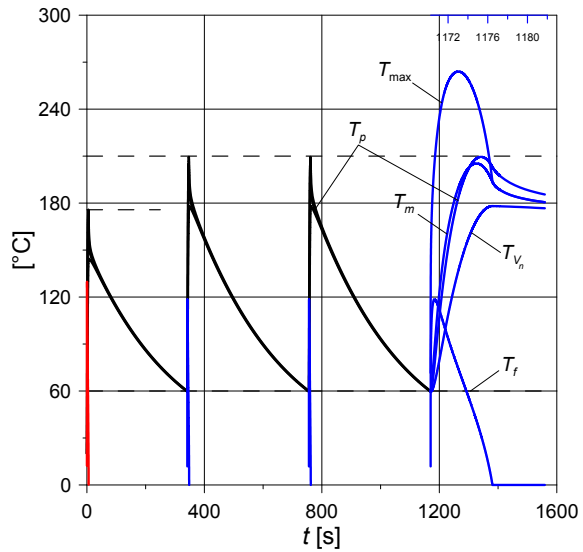
gdzie  $Q^{(n)}(\tau)$  jest to moc tarcia układu podczas  $n$ -tego hamowania,  $Q_o^{(n)}(\tau)$  jest strumieniem ciepła rozpraszającym z powierzchni tarczy (rys. 8.6). Wraz ze zwiększeniem czasu praca tarcia układu zwiększa się od zera do wartości 57,94 kJ w chwili zatrzymania, a energia dyssypowana zwiększa się od początku hamowania aż do końca etapu chłodzenia każdego cyklu  $t_{sn} + t_{cn}$ .

### 8.3. Generacja ciepła w obszarze kontaktu nakładki z tarczą – model 2D

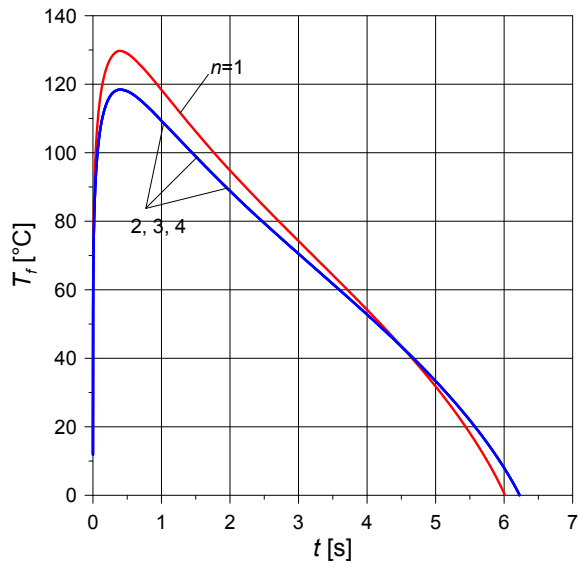
W podrozdziale 8.1 zaproponowano schemat obliczeniowy na podstawie układu równań CDTZ do wyznaczenia temperatury maksymalnej tarczy przy hamowaniu wielokrotnym. Wpływ materiału nakładki na temperaturę uwzględniano tylko poprzez zadanie współczynnika rozdzielenia strumieni ciepła. W tym podrozdziale zaprezentowano podejście do wyznaczenia  $T_{\max}$  z rozwiązania numerycznego układu równań CDTZ, zawierającego zagadnienie początkowe dla równania ruchu (4.10)–(4.14) oraz zagadnienie ciepłne tarcia dla układu nakładka-tarcza z warunkami doskonałego kontaktu cieplnego (4.15)–(4.26) (rys. 4.1). Aplikacje hamulca realizowano w postaci następujących cykli: redukcja prędkości od wartości początkowej do zera, z ponownym rozpędzeniem pojazdu do tej samej prędkości, przy założeniu, że w czasie chłodzenia, występującym po procesie hamowania, wartość temperatury tarczy w wybranym punkcie pod powierzchnią kontaktu spada do określonej stałej wartości  $T_p = 60^\circ\text{C}$ . W chwili tej zaczyna się kolejny cykl hamowania. Zużycie masowe powierzchni kontaktu układu hamulcowego wyznaczono na podstawie wzoru (4.35).

Nakładki wykonano z metaloceramiki FMC-11, a tarczę z żeliwa ChNMKh. Materiały pary ciernej są termowrażliwe, a ciśnienie kontaktowe narastało eksponencjalnie w czasie hamowania od zera do wartości nominalnej  $p_0$  (4.9). Parametry wejściowe do obliczeń wynoszą:  $W_0 = 323,37\text{ kJ}$ ,  $V_0 = 27,78\text{ m s}^{-1}$ ,  $p_0 = 1,47\text{ MPa}$ ,  $h = 100\text{ W m}^{-1}\text{ K}^{-1}$ ,  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ,  $t_m = 0,5\text{ s}$ . Współczynniki we wzorach aproksymacyjnych (4.3), (4.4), (4.7), (4.31) materiałów nakładki i tarczy zawarto w tabeli 4.3, a parametry chropowatości powierzchni kontaktu tarczy żeliwnej podano w tabeli 4.2. Lokalizację punktu pomiarowego oraz wartość temperatury  $T_p = 60^\circ\text{C}$  dobrano na podstawie danych doświadczalnych i symulacji komputerowych z artykułu [41]. Ustalono, że punkt ten w każdej chwili czasu  $t$  jest zlokalizowany na promieniu ekwiwalentnym tarczy  $r_{eq} = (96,2\text{ mm})$ , w odległości 1 mm pod powierzchnią kontaktu. Wykorzystaną do przeprowadzenia obliczeń siatkę elementów skończonych pokazano na rysunku 4.1. Kolorem czerwonym oznaczono rezultaty uzyskane podczas pierwszego cyklu, natomiast kolor niebieski odnosi się do wyników przy  $n = 2, 3, 4$ .

Rys. 8.7. Zmiany temperatury podczas czterech aplikacji hamowania i chłodzenia do temperatury  $T_p = 60^\circ\text{C}$



Rys. 8.8. Zmiany temperatury błysku  $T_f$  podczas czterech aplikacji hamowania

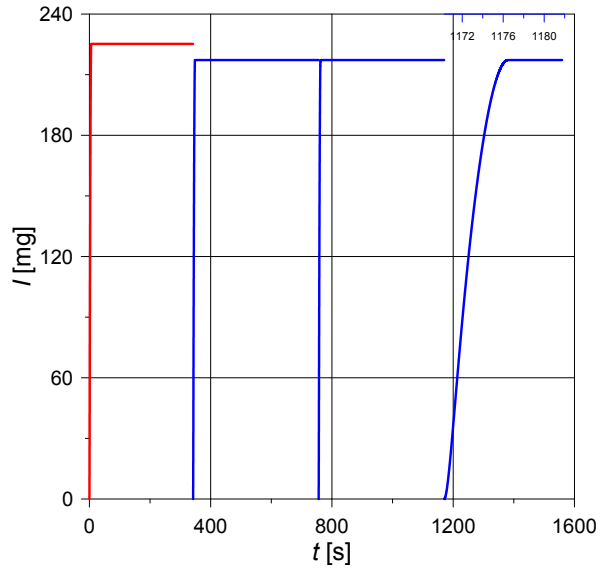


Zmiany temperatury  $T_p$ ,  $T_m$ ,  $T_f$ ,  $T_{\max}$  i  $T_{V_n}$  podczas czterech cykli procesu pokazano na rysunku 8.7. Etap hamowania stanowi niewielki w stosunku do etapu chłodzenia przedział czasowy, dlatego wyniki z ostatniego cyklu pokazano w zmienionej skali czasowej. Charakter wszystkich prezentowanych ewolucji temperatury jest zbliżony do rezultatów omawianych w podrozdziale 8.1, gdzie analizowano nagrzewanie tarcie tarczy hamulcowej podczas hamowania wielokrotnego. Wszystkie temperatury narastają na początku hamowania, a następnie maleją wraz z czasem chłodzenia, aż do uzyskania temperatury  $T_p = 60^\circ\text{C}$ . Proces narastania i kolejnego spadku temperatury stabilizuje się już po pierwszym cyklu – przy każdej kolejnej aplikacji ewolucje temperatury  $T_p$ ,  $T_m$ ,  $T_f$ ,  $T_{\max}$  i  $T_{V_n}$  są takie same. Przebiegi czasowe temperatury błysku z rysunku 8.7 podczas etapu hamowania pokazano na rysunku 8.8. Widoczne zmiany  $T_f$  potwierdzają ustalenia dotyczące stabilizacji procesu po pierwszym cyklu. Można również zauważyć, że pierwsze hamowanie trwa krócej (6 s) niż trzy kolejne. Stąd również maksymalna wartość temperatury błysku w tym etapie jest najwyższa.

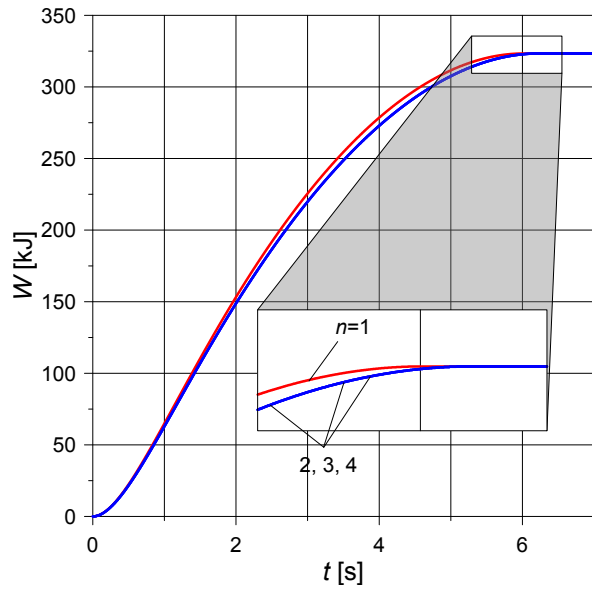
Zmiany zużycia  $I$  podczas czterech cykli hamowania i chłodzenia pokazano na rysunku 8.9. Zwiększa się ono monotonicznie wyłącznie do końca hamowania. W celu obliczenia sumarycznego zużycia powierzchni kontaktu należy uwzględnić wartości maksymalne z czterech cykli. Analogicznie do przypadku ewolucji temperatury, zaprezentowanych na rysunku 8.7 i 8.8, przebieg czasowy zużycia  $I$  stabilizuje się po pierwszym cyklu procesu.

Weryfikację zachowania jednakowej pracy tarcia  $W(t)$  podczas hamowania w każdym z czterech analizowanych cykli przeprowadzono w oparciu o dane pokazane na rysunku 8.10. Niewielkie rozbieżności w rezultatach obliczeń przy  $n = 1, 2, 3, 4$ , występujące w drugiej połowie procesu, zmniejszają się wraz z czasem procesu do zera. Całkowita praca tarcia w chwili zatrzymania wynosi  $W_s = W(t_s) = 323,37 \text{ kJ}$ .

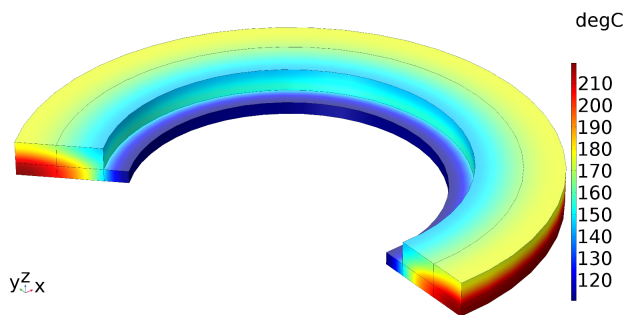
Jednym z celów przeprowadzonych obliczeń była analiza pola temperaturowego elementów hamulca tarczowego w chwili rozpoczęcia kolejnych jego aplikacji. Wizualizacje przestrzenne osiowosymetrycznych pól temperatury w nakładce i tarczy hamulcowej odpowiednio w chwili zatrzymania  $t_{s2} = 6,224 \text{ s}$  i na koniec chłodzenia  $t_{c2} = 407,906 \text{ s}$  pokazano na rysunkach 8.11 i 8.12. Jak ustalono powyżej, pola te pozostają niezmiennie w każdym z kolejnych cykli  $n = 3, 4$ .



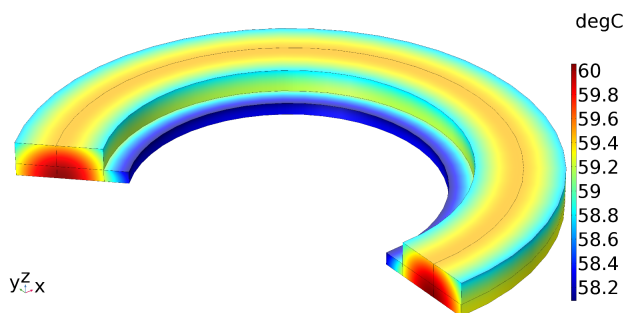
Rys. 8.9. Zmiany zużycia  $I$  podczas czterech aplikacji hamowania i chłodzenia do temperatury  $T_p = 60^\circ\text{C}$



Rys. 8.10. Zmiany pracy tarcia  $W$  podczas czterech aplikacji hamowania i chłodzenia do temperatury  $T_p = 60^\circ\text{C}$



Rys. 8.11. Rozkład przestrzenny temperatury w hamulcu tarczowym w chwili zatrzymania  $t_{s2} = 6,224$  s



Rys. 8.12. Rozkład przestrzenny temperatury w hamulcu tarczowym w końcowej chwili etapu chłodzenia  $t_{c2} = 407,906$  s

Rozkład temperatury w chwili zatrzymania jest niejednorodny w kierunkach promieniowym i osiowym. Natomiast na koniec etapu chłodzenia temperatura w każdym punkcie nakładki i tarczy jest niemal taka sama (różnice wahają się od 58,2°C do 60°C). Stąd w przypadku symulacji jednego wybranego cyklu hamowania wielokrotnego zasadne jest obliczenie temperatury objętościowej i założenie, że wartość ta jest wartością początkową temperatury układu hamulcowego w kolejnej aplikacji hamulca.

#### 8.4. Przestrzenny model obliczeniowy wentylowanej tarczy hamulcowej

Rozpatrzono proces hamowania składający się z czterech cykli, z których każdy zawiera redukcję prędkości od wartości początkowej  $V_0 = 100 \text{ km h}^{-1}$  do zera z ponownym rozpędzaniem pojazdu do tej samej prędkości z przyspieszeniem  $0,5 \text{ m s}^{-2}$ . Czas rozpędzania w każdym cyklu wynosił  $t_c \approx 55,6 \text{ s}$ , natomiast czas hamowania różnił się w zależności od wzajemnej relacji parametrów sprzężonych, tj. współczynnika tarcia, współczynnika wymiany ciepła, temperatury maksymalnej  $T_{\max}$ , temperatury średniej obszaru kontaktu  $T_m$ , temperatury błysku  $T_f$  oraz właściwości termofizycznych materiałów wybranej pary ciernej. Przy wyznaczeniu współczynnika wymiany ciepła  $h$  skorzystano z równania kryterialnego dla przepływu wymuszonego powietrza wzdłuż płaskiej płyty [26, 44]:

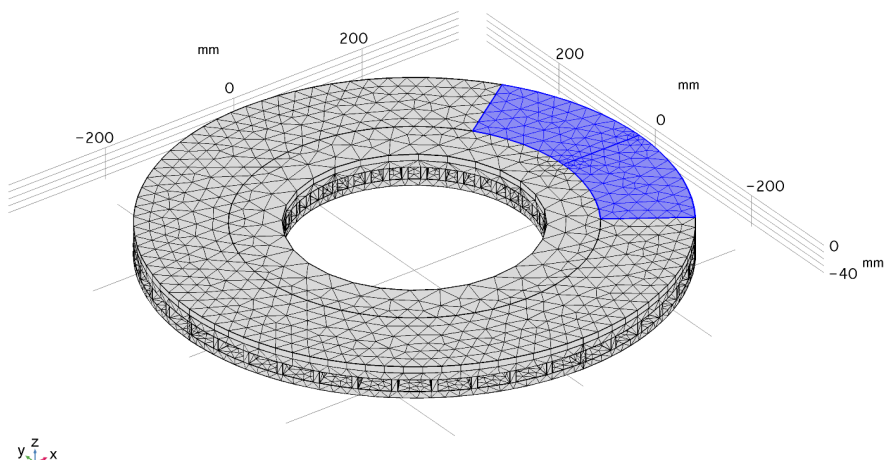
$$\text{Nu} = 0,037 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,33}, \quad (8.22)$$

gdzie Nu – liczba Nusselta, Pr – liczba Prandtla, Re – liczba Reynoldsa  $\text{Re} = VL/\nu_k$ , obliczana przy wymiarze charakterystycznym  $L = 2R_d$ ,  $\nu_k$  – lepkość kinematyczna. Uwzględniając związek liczby Nusselta ze współczynnikiem wymiany ciepła we wzorze (8.22), otrzymano [29, 78]:

$$h = 6,601 V^{0,8}. \quad (8.23)$$

Parametry wejściowe do wykonania obliczeń zawarto w tabeli 8.1. Obliczenia wykonano dla pary ciernej FMC-11 (nakładka) – żeliwo (tarcza). Uwzględniono zależności temperaturowe właściwości termofizycznych  $K_{d,p}(T)$ ,  $c_{d,p}(T)$  i twardości  $HB_p(T)$ . Wartości tych parametrów przy tempe-

raturze początkowej oraz współczynniki aproksymacyjne zawarto odpowiednio w tabelach 7.1, 7.2, 7.3. Wykresy bezwymiarowych funkcji  $K_{d,p}^*(T)$  (wzór (4.3)),  $c_{d,p}^*(T)$  (wzór (4.4)),  $HB_p^*(T)$  (wzór (4.31)) zaprezentowano na rysunku 7.2. Gęstości materiałów podano w tabeli 1.3.



Rys. 8.13. Siatka elementów skończonych tarczy wentylowanej

Sprężenie zagadnienia początkowego dla równania ruchu oraz przestrzennego zagadnienia początkowo-brzegowego przewodnictwa ciepłego w 3D układzie równań CDTZ zrealizowano poprzez zależny od temperatury maksymalnej współczynnik tarcia  $f(T_{\max})$  (wzór (4.6)). Wartość współczynnika tarcia przy temperaturze początkowej  $f^{(0)}$  oraz współczynniki aproksymacyjne w funkcjach bezwymiarowych  $f^*(T)$  (wzór (4.7)) analizowanej pary ciernej przedstawiono w tabeli 7.5, wykres funkcji  $f^*(T)$  pokazano na rysunku 7.3.

Obliczenia przeprowadzono dla dwóch wariantów:

- 1) stała uśredniona wartość współczynnika wymiany ciepła  $h = 60 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  (tab. 8.1);
- 2) z uwzględnieniem zależności  $h(V)$  (wzór (8.23)).



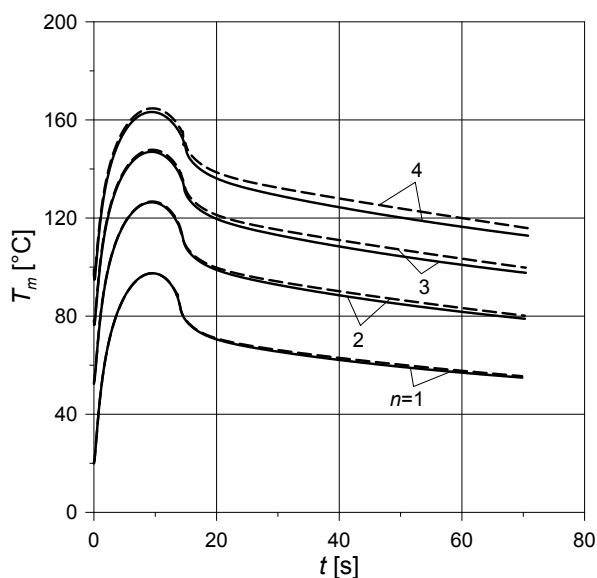
Tab. 8.1. Parametry procesu hamowania i wymiary układu hamulcowego

prędkość początkowa pojazdu $V_0$ , $\text{km h}^{-1}$	[41]	100
średnie maksymalne opóźnienie $a$ , $\text{m s}^{-2}$	[51]	1,9
czas narastania ciśnienia $t_m$ , s	[38]	0,5
czas chłodzenia po zatrzymaniu $t_{cn}$ , s	[41]	55,6
nominalne ciśnienie kontaktowe $p_0$ , MPa	[24]	0,59
masa przypadająca na jedną tarczę $m$ , kg	[51]	6700
promień zewnętrzny koła $R_w$ , m	[51]	0,445
promień zewnętrzny tarczy/nakładki $R_{d,p}$ , m	[100]	0,35
promień wewnętrzny tarczy $r_d$ , m	[100]	0,165
promień wewnętrzny nakładki $r_p$ , m	[100]	0,2318
grubość tarczy $\delta_d$ , m	[100]	0,045
kąt rozwarcia nakładki $\theta_0$ , stopień	[100]	70
pole obszaru kontaktu nominalnego $A_a$ , $\text{m}^2$	[100]	0,042
promień ekwiwalentny powierzchni tarcia $r_{eq}$ , m	[100]	0,295
uśredniony współczynnik wymiany ciepła $h$ , $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	[77]	60
temperatura początkowa/otoczenia $T_0$ , $^{\circ}\text{C}$		20
współczynnik rozdzielenia strumieni ciepła przy $T = T_0$ , $\gamma$		0,592

Rezultaty otrzymane przy stałym współczynniku  $h$  pokazano na wykresach liniami ciągłymi, natomiast linie przerywane reprezentują odpowiednie dane znalezione przy  $h = h(V)$ . Analizie poddano zmiany w procesie hamowania wielokrotnego temperatury średniej  $T_m$  (rys. 8.14), temperatury błysku  $T_f$  (rys. 8.15), temperatury maksymalnej  $T_{\max}$  (rys. 8.16), współczynnika rozdzielenia strumieni ciepła  $\gamma$  (wzór (8.17)) (rys. 8.17) oraz współczynnika wymiany ciepła  $h$  (rys. 8.19).

Wiadomo, że uwzględnienie zmienności intensywności chłodzenia konwekcyjnego ma największe znaczenie wyłącznie po zatrzymaniu [1, 3]. W analizowanym przypadku jest to trwający dosyć długo,  $t_{cn}=55,6$  s, okres rozpędzania pojazdu. Jak pokazano na rysunku 8.14, zauważalne różnice temperatury średniej, znalezionej przy stałej wartości  $h = 60 \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-1}$  (linie ciągłe) oraz przy  $h = h(V)$  (linie przerywane), wystąpiły już po pierw-

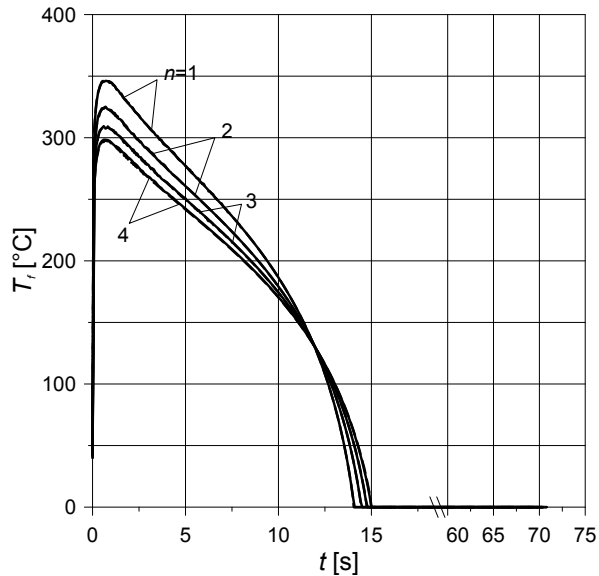
szym hamowaniu. Wraz ze zwiększeniem liczby aplikacji hamulca  $n$  różnice te zwiększają się. Wynika to z długotrwałego etapu hamowania (około 15 s). Temperatury otrzymane przy stałej wartości  $h$  są niższe niż przy uwzględnieniu zależności  $h = h(V)$ . Można zatem wnioskować, że należałoby przyjmując niższą wartość uśrednionego współczynnika wymiany ciepła. Wartość  $h = 70 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  do obliczeń temperatury tarczy wentylowanej wykorzystano w pracy [100], a  $h = 100 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  stosowano do wyznaczenia temperatury tarczy litej w artykule [41].



**Rys. 8.14.** Zmiany temperatury średniej powierzchni kontaktu podczas czterech aplikacji hamulca  $n$ ; linie ciągłe –  $h = 60 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ , linie przerywane –  $h = h(V)$

Odpowiednie zmiany temperatury błysku  $T_f$  pokazano na rysunku 8.15. Wraz ze wzrostem liczby aplikacji hamulca temperatura błysku maleje. Jak ustalono w podrozdziale 8.1, jest to spowodowane podwyższeniem między innymi temperatury objętościowej tarczy, a tym samym zmniejszeniem twardości materiału nakładek. Zgodnie z przeprowadzonymi obliczeniami  $T_f$  maleje wraz ze wzrostem liczby aplikacji hamowania. Należy zaznaczyć, że wartość maksymalna  $T_f \approx 346^\circ\text{C}$  przy pierwszym hamowaniu jest znacząca – przekracza ona dwukrotnie najwyższą temperaturę średnią przy ostatnim czwartym hamowaniu. Charakterystyczną cechą profilu czasowego tempera-

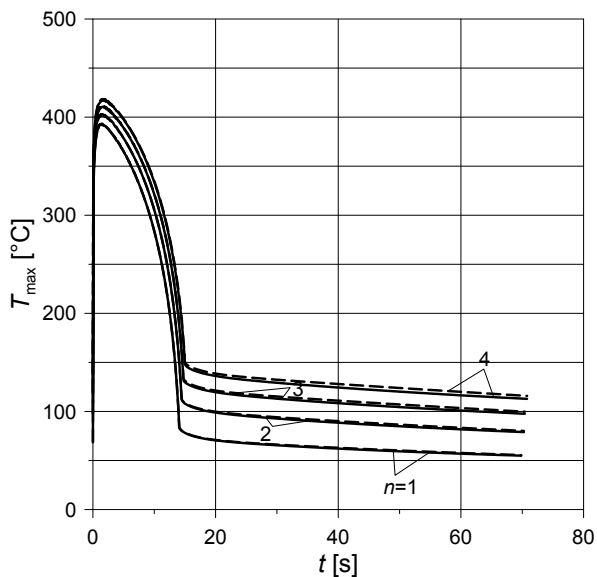
tury błysku jest jej zerowanie się w chwili zatrzymania. Czas hamowania przy każdej aplikacji różni się, dlatego spadek temperatury błysku do zera odbywa się w różnych chwilach czasu. Tak więc uwzględnienie zależności współczynnika wymiany ciepła od prędkości nie powoduje znaczącego wpływu na temperaturę błysku.



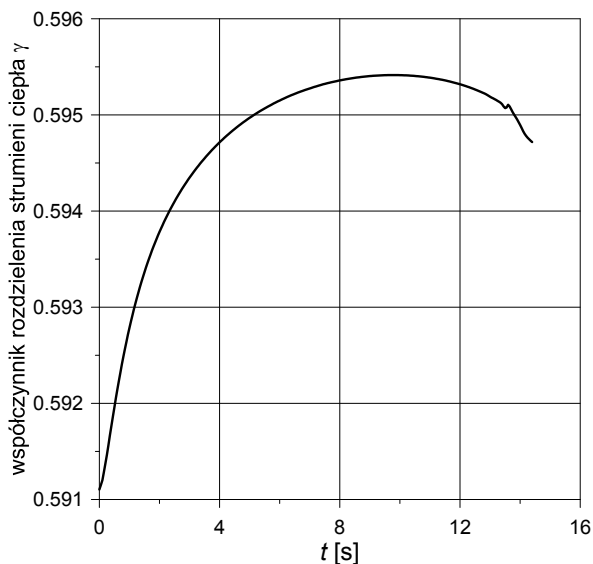
**Rys. 8.15.** Zmiany temperatury błysku powierzchni kontaktu podczas czterech aplikacji hamulca  $n$ ; linie ciągłe –  $h = 60 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ , linie przerywane –  $h = h(V)$

Efektom sumowania się temperatury błysku i temperatury średniej powierzchni kontaktu, od których uzależniono w tym badaniu współczynnik tarcia zgodnie z zależnością (4.5), są ewolucje pokazane na rysunku 8.16. Zaprezentowane zmiany stanowią wyłącznie odzwierciedlenie zależności omawianych na rysunkach 8.14 i 8.15. Przebiegi czasowe temperatury maksymalnej wyznaczone przy stałym i zależnym od prędkości współczynnika wymiany ciepła niemal się pokrywają. Różnice tych wartości są widoczne wyłącznie na etapie rozpędzania pojazdu i zwiększają się wraz z liczbą aplikacji hamulca od 1 do 4.

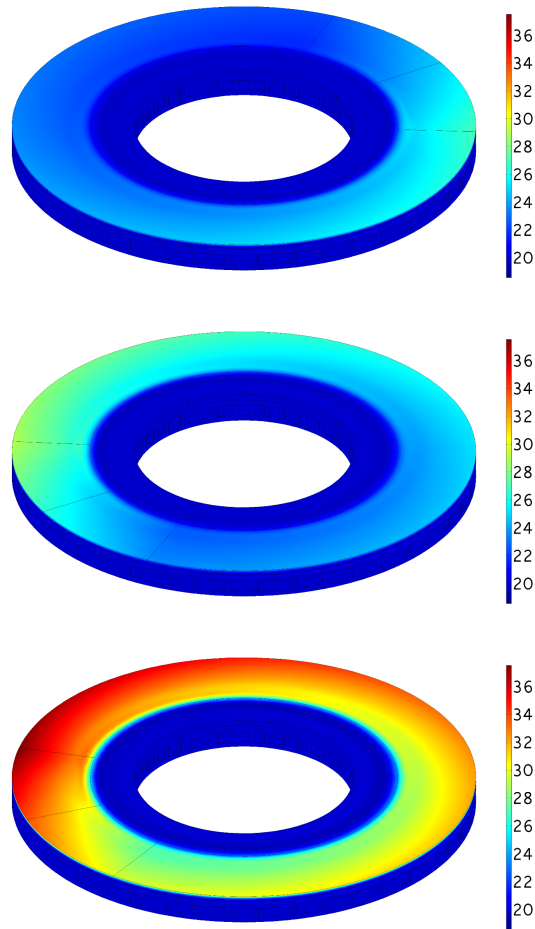
Zbadano również zmienność współczynnika rozdzielania strumieni ciepła  $\gamma$  (wzór (8.17)) (rys. 8.17). W ciągu rozpatrywanego cyklu hamowa-



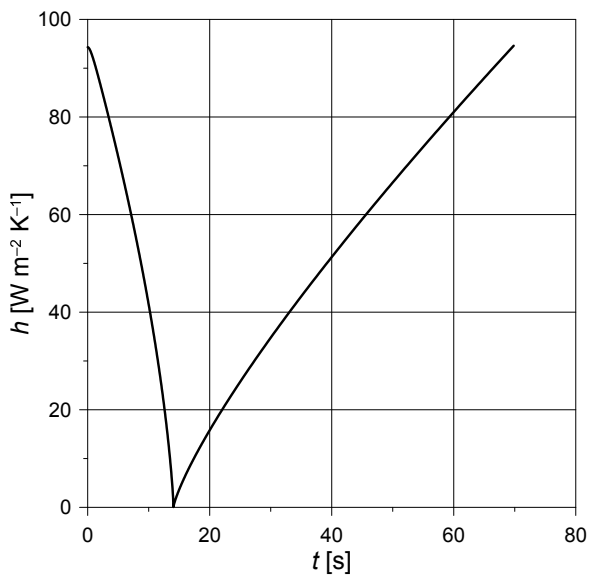
**Rys. 8.16.** Zmiany temperatury maksymalnej powierzchni kontaktu podczas czterech aplikacji hamulca  $n$ ; linie ciągłe –  $h = 60 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ , linie przerywane –  $h = h(V)$



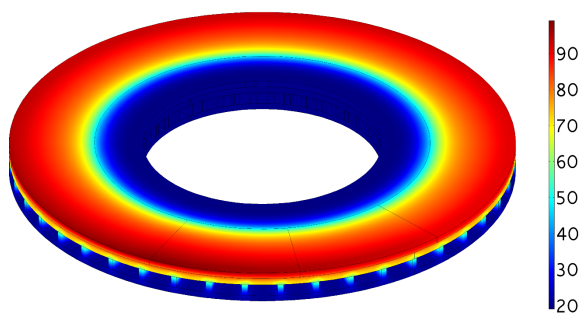
**Rys. 8.17.** Zmiana współczynnika rozdzielenia strumieni ciepła  $\gamma$  w punkcie  $(r = 0,295 \text{ m}, 0,0)$  podczas pierwszego cyklu hamowania przy  $h(V)$



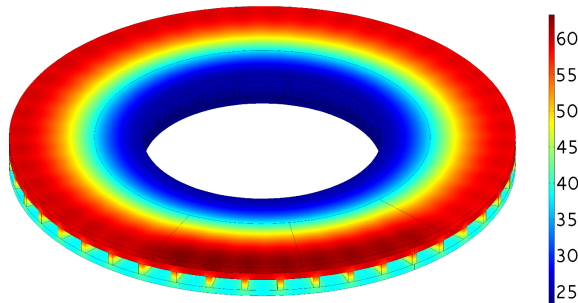
**Rys. 8.18.** Rozkład temperatury  $T$  °C tarczy podczas hamowania w chwili a)  $t = 0,2$  s; b)  $t = 0,25$  s; c)  $t = 0,45$  s



**Rys. 8.19.** Zmiana współczynnika wymiany ciepła  $h$  podczas pierwszego cyklu hamowania-chłodzenie



**Rys. 8.20.** Rozkład temperatury  $T$  °C tarczy w chwili zatrzymania  $t=14,05$  s



**Rys. 8.21.** Rozkład temperatury  $T$  °C tarczy na koniec etapu chłodzenia, po rozpędzeniu pojazdu do prędkości  $100 \text{ km h}^{-1}$

nia współczynnik ten zwiększa się monotonicznie, osiągając wartość maksymalną, a następnie maleje, aż do chwili zatrzymania. Różnica pomiędzy największą i najmniejszą wartością  $\gamma$  jest nieznaczna i wynosi 0,7%. Potwierdza to znany rezultat, że założenie stałej wartości współczynnika rozdzielania strumieni ciepła nie wnosi znaczącego błędu w obliczeniach pola temperatury tarczy. Natomiast, jak ustalono w pracy [86], przy wyznaczeniu temperatury nakładek należy uwzględnić temperaturowe zależności właściwości termofizycznych materiałów.

Ewolucje współczynnika wymiany ciepła w czasie pierwszego cyklu wyznaczone na podstawie zależności (8.23) pokazano na rysunku 8.19. Zmniejszenie prędkości pojazdu powoduje obniżenie  $h$  od wartości początkowej do zera w chwili zatrzymania z następnym, prawie liniowym wzrostem przy zwiększeniu prędkości podczas rozpędzania pojazdu.

Rozkłady przestrzenne temperatury  $T$  w tarczy hamulcowej z uwzględnieniem zależności  $h = h(V)$  podczas pierwszego cyklu hamowania w chwilach  $t = 0,2 \text{ s}$ ;  $0,25 \text{ s}$ ;  $0,45 \text{ s}$  pokazano na rysunku 8.18. Jak wynika z przedstawionych wyników, w początkowym etapie procesu hamowania dochodzi do zmiany temperatury wyłącznie na niewielkiej odległości od powierzchni kontaktu bieżni hamulcowej. W wewnętrznej części, poza obszarem nagrzewania, temperatura tarczy z upływem czasu praktycznie nie zmienia się.

Temperatura na powierzchni oraz wewnątrz tarczy podczas hamowania wyrównuje się w kierunku obwodowym (rys. 8.20). W końcowej chwili rozprędkowania pojazdu (rys. 8.21) rozkład temperatury na powierzchni roboczej tarczy ponownie staje się niejednorodny.

## 8.5. Wnioski

Opracowano osiowosymetryczne (nagrzewanie tarczy litej lub generacja ciepła w układzie nakładka-tarcza) i przestrzenny (nagrzewanie tarczy wentylowanej) modele numeryczne do wyznaczenia pola temperatury hamulca tarczowego przy hamowaniu wielokrotnym. W tym celu zapisano odpowiednie układy równań CDTZ, uwzględniające zależność temperaturową współczynnika tarcia i właściwości termofizycznych materiałów, zmianę ciśnienia kontaktowego i współczynnika wymiany ciepła w procesie hamowania. Rozwiązania sformułowanych układów równań otrzymano z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Pozwoliło to na wyznaczenie ewolucji temperatury średniej nominalnego obszaru kontaktu nakładki z tarczą, temperatury błysku w obszarze kontaktu rzeczywistym oraz temperatury objętościowej hamulca podczas każdej aplikacji. Temperaturę maksymalną układu hamulcowego wyznaczono w postaci sumy trzech ww. składników. Obliczenia przeprowadzono dla żeliwnej tarczy skojarzonej z metaloceramiczną nakładką.

Przeprowadzono analizę porównawczą zmiany parametrów hamowania, otrzymanych na podstawie układu równań CDTZ oraz z rozwiązania numerycznego modelu niesprężonego przy stałym współczynniku tarcia i ciśnieniu kontaktowym oraz niezmiennych właściwościach termofizycznych materiałów [1]. W wyniku przeprowadzonej analizy numerycznej ustalono, że:

1. W przypadku nagrzewania litej tarczy maksymalna temperatura podczas hamowania jest ponad dwukrotnie wyższa od temperatury średniej powierzchni kontaktu. Temperatura błysku  $T_f$  osiąga znaczące wartości tylko na początku każdego cyklu hamowania. Zwiększenie liczby aplikacji hamulca oraz towarzyszący jej wzrost temperatury objętościowej powodują zmniejszenie wartości maksymalnej  $T_f$ .
2. Zmniejszenie twardości materiału nakładki wraz ze wzrostem temperatury, ma znaczący wpływ na temperaturę błysku  $T_f$  i co za tym idzie,



na temperaturę maksymalną  $T_{\max}$  powierzchni roboczej tarczy podczas wszystkich aplikacji hamulca.

3. Wartości maksymalnej temperatury litej tarczy wyznaczone za pomocą modelu kontaktowego nieznacznie różnią się od odpowiednich wartości otrzymanych przy rozdzielnym nagrzewaniu tarczy strumieniem ciepła o zadanej *a priori* intensywności.
4. W przypadku modelu kontaktowego, uwzględniającego generację ciepła w obszarze kontaktu nakładki z tarczą, ustalono, że największe zmiany w ewolucji temperatury występują przy pierwszym cyklu. Wraz ze zwiększeniem aplikacji hamulca przebiegi czasowe temperatury stabilizują się. Największe zużycie powierzchni kontaktu ma miejsce również w pierwszym cyklu hamowania. Przy dalszym zwiększeniu liczby aplikacji hamulca zużycie pozostaje na tym samym poziomie.
5. Użycie modelu kontaktowego do wyznaczenia temperatury tarczy wentylowanej jest utrudnione ze względu na jej nieregularny kształt w kierunku obwodowym. Jak podano w monografii, nadanie obrotowego ruchu tarczy we wszystkich powyższych modelach zrealizowano poprzez wprowadzenie pola prędkości w module *Heat Transfer* za pomocą *Translational Motion*. W przypadku tarczy wentylowanej występują cyklicznie wolne przestrzenie w kierunku obwodowym, co uniemożliwia zastosowanie takiej metody. W niniejszym rozdziale wykorzystano narzędzie do odkształcalnej geometrii *Deformed Geometry (dg)*, służące do przemieszczenia obszaru nagrzewania po nieruchomej tarczy. Zbliżone podejście zastosowano również w pracy [100], gdzie analizowano proces hamowania wielokrotnego przy znanym profilu czasowym gęstości mocy tarcia.

Część wyników badań zawartych w tym rozdziale zaprezentowano na konferencji [84].

## Podsumowanie

Węzłom tarcia układów hamulcowych stawiane są rygorystyczne wymagania dotyczące stabilności ich pracy. Ich realizacja często bywa utrudniona, z uwagi na obciążenia zarówno dynamiczne, jak i statyczne, narażenie na działanie wysokiej temperatury i zużywanie powierzchni kontaktu. To właśnie temperatura, generowana na skutek tarcia, ma decydujący wpływ na charakter pracy i zużycie danej pary ciernej. Dlatego w procesie projektowania i konstruowania układu hamulcowego, jak również podczas jego testowania konieczne jest przeprowadzenie pomiarów temperatury lub, jeśli takie dane nie są dostępne, wykonanie obliczeń rozkładów temperatury w opracowanym węźle tarcia. Możliwość wstępnego określenia drogi i czasu hamowania przy projektowaniu ma zasadnicze znaczenie. Dane takie uzyskiwane są w drodze obliczeń, pozwalających ustalić zmiany w procesie hamowania prędkości, siły i mocy tarcia oraz temperatury maksymalnej w zależności od mechanicznych i termofizycznych właściwości materiałów, a także konstrukcyjnych, siłowych i kinematycznych parametrów hamulca. Parametry te – wartość ciśnienia i charakter jego zmiany podczas hamowania, prędkość początkowa i całkowita praca tarcia, typ i wymiary konstrukcyjne – znane są przed rozpoczęciem projektowania układu hamulcowego. Natomiast zmianę prędkości, temperatury i zużycia podczas hamowania najczęściej otrzymuje się za pomocą tzw. obliczeń temperaturowych węzła tarcia układu hamulcowego.

W niniejszej monografii zaproponowano kompleksowe podejście do wyznaczenia tych charakterystyk, uwzględniające ich wzajemne oddziaływanie w procesie hamowania. W tym celu opracowano układy równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia (CDTZ) modelujące nagrzewanie tarciove w hamulcu tarczowym. W postaci uogólnionej układ taki zawiera prawo zmiany ciśnienia w czasie hamowania, zagadnienie początkowe dla równania ruchu, początkowo-brzegowe zagadnienie przewodnictwa cieplnego z uwzględnieniem generacji ciepła na skutek tarcia w nominalnym obszarze kontaktu nakładki z tarczą, wzory do wyznaczenia temperatury błysku w rzeczywistym obszarze kontaktu, doświadczalne wzory zależności współ-

czynnika wymiany ciepła od prędkości pojazdu, doświadczalne zależności współczynników tarcia i intensywności zużycia masowego oraz mechanicznych i termofizycznych właściwości materiałów od temperatury. W zależności od cech geometrycznych hamulca (współczynnik przykrycia) i trybu hamowania (krótkotrwale lub nie) sformułowano dwa główne warianty układu równań CDTZ – osiowosymetryczny (2D) i przestrzenny (3D). Z kolei każdy z nich zawiera dwa modele obliczeniowe – sprzężony (kontaktowy) lub niesprzężony, z uwzględnieniem znanej *a priori* postaci współczynnika rozdzielania strumieni ciepła. Model sprzężony służył głównie do wyznaczenia prędkości, temperatury, czasu zatrzymania i zużycia podczas hamowania jednokrotnego, a za pomocą modelu niesprzężonego wyznaczano te charakterystyki przy hamowaniu wielokrotnym. Rozwiązanie opracowanych w ten sposób układów równań CDTZ otrzymano numerycznie z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Weryfikację otrzymanych rezultatów przeprowadzono, porównując je z odpowiednimi danymi doświadczalnymi lub otrzymując rozwiązania w przypadkach szczególnych (stały współczynnik tarcia przy określeniu siły lub mocy tarcia), znane w literaturze naukowej.

Opracowane w monografii układy równań CDTZ pozwalają na uzupełnienie, w przyszłości o takie podukłady, jak zagadnienie kontaktowe termo-sprężystości dla układu nakładka-tarcza, wyznaczenie stanu naprężeń mechanicznych i cieplnych tarczy w celu prognozowania inicjacji zużycia termomechanicznego jej powierzchni czarnej, zagadnienie mechaniki pęknięcia dla tarczy, uwzględnienie mikrostruktury materiałów kompozytowych, stosowanych do produkcji współczesnych materiałów ciernych, w tym warstw TBC (ang. *thermal barrier coating*) etc.

## Streszczenie w języku polskim

W niniejszej monografii zawarto numeryczne, z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES), rozwiązania osiowosymetrycznych i przestrzennych początkowo-brzegowych zagadnień przewodnictwa cieplnego i zagadnień początkowych dla równania ruchu podczas hamowania. Obliczenia wykonano w oparciu o układ równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia (CDTZ), uwzględniający prawo zmiany ciśnienia kontaktowego w czasie hamowania, doświadczalne zależności właściwości termofizycznych i twardości materiałów od temperatury, doświadczalne zależności współczynników tarcia i intensywności zużycia masowego powierzchni roboczych elementów pary ciernej od temperatury maksymalnej, prawo zużycia termomechanicznego elementów roboczych, zagadnienie początkowe dla równania ruchu, zagadnienie cieplne tarcia do wyznaczenia temperatury średniej  $T_m$  w nominalnym obszarze kontaktu nakładki z tarczą, analityczne wzory do wyznaczenia temperatury błysku – temperatury w rzeczywistym obszarze kontaktu  $T_f$ , hipotezę sumowania  $T_m$  i  $T_f$  w celu wyznaczenia temperatury maksymalnej  $T_{max}$ . Symulacje generacji ciepła na skutek tarcia w obszarze kontaktu przeprowadzono przy założeniu idealnego kontaktu cieplnego oraz w wariantcie uproszczonym, wprowadzając współczynnik rozdzielenia strumieni ciepła.

W części wprowadzającej omówiono rozwój układów równań cieplnej dynamiki tarcia i zużycia. Następnie przedstawiono podstawy numerycznego modelowania temperatury w hamulcach tarczowych na przykładzie nagrzewania tarczy strumieniem o znanym profilu czasowym podczas hamowania. Porównano odpowiednie rozwiązania osiowosymetryczne i trójwymiarowe z danymi literaturowymi. Kolejne rozdziały monografii dotyczą zagadnień sprzężonych. W początkowej części ujęto wyniki odnoszące się do wzajemnej zależności prędkości poślizgu i temperatury powierzchni kontaktu w hamulcu tarczowym z uwzględnieniem wpływu cech geometrycznych hamulca tarczowego na zmiany pól temperatury podczas hamowania jednokrotnego. Symulacje hamowania przeprowadzono przy współczynniku tarcia zależnym od temperatury średniej obszaru kontaktu nominalnego. Na

stępnie przeanalizowano modelowanie maksymalnej temperatury na przykładzie trójtarczowego nieliniowego termicznie układu hamulcowego, będącego zgodnie hipotezą Chichinadze sumą temperatury średniej i temperatury błysku. W dalszej części przedstawiono rezultaty obliczeń numerycznych dla hamowania wielokrotnego. Druga część zagadnień sprzężonych dotyczyła odpowiednich trójwymiarowych modeli tarczowych układów hamulcowych, w której wyznaczono między innymi zużycie masowe elementów pary ciernej, przy wykorzystaniu doświadczalnych zależności intensywności zużycia od temperatury. W ostatniej części monografii zaproponowano trójwymiarowy model obliczeniowy tarczy wentylowanej hamulca pojazdu do analizy wielokrotnego procesu hamowania. W przeprowadzonych obliczeniach numerycznych z wykorzystaniem metody elementów skończonych uwzględniono wzajemny związek prędkości poślizgu, temperatury maksymalnej, wrażliwości termicznej materiałów oraz współczynnika wymiany ciepła na powierzchniach wolnych od nagrzewania. Analizie poddano pola temperatury w tarczy hamulcowej pojazdu dla czterech cykli hamowania. Na podstawie otrzymanych rezultatów przeprowadzono analizę numeryczną pól temperatury w elementach hamulca tarczowego, w tym temperatury średniej obszaru kontaktu nominalnego, temperatury błysku, temperatury maksymalnej i temperatury objętościowej.

## Streszczenie w języku angielskim

Title: *Coupled numerical models of heat generation in disc brakes*

This monograph contains numerical, using the finite element method (FEM), solutions of axisymmetric and spatial boundary value heat conduction problems and initial value problems for the equation of motion during braking. The calculations were based on the heat dynamics of friction and wear system of equations (HDFW), taking into account the change in contact pressure during braking, experimental dependences of thermophysical properties and material hardness on temperature, experimental dependence of the coefficients of friction and intensity of mass wear of elements of friction couple on the maximum temperature, law of thermomechanical wear of the working elements, initial value problem for the equation motion, boundary value heat conduction problem for the equation of motion to determine the mean temperature  $T_m$  in the nominal contact area of the pad with the disc, analytical formulas for determining the flash temperature – temperature in the real contact area  $T_f$ , the summation hypothesis  $T_m$  and  $T_f$  to determine the maximum temperature  $T_{max}$ . Simulations of heat generation due to friction in the contact area were carried out with the assumption of the ideal thermal contact and in the simplified variant, introducing a heat partition coefficient.

The introductory part discusses the development of system of equations of heat dynamics of friction and wear. Next, the basics of numerical temperature modeling in disc brakes are presented on the example of heating the disc with a heat flux with a known time profile during braking. The corresponding axisymmetric and three-dimensional solutions were compared with the literature data. The following chapters of the monograph deal with the coupled problems. The initial part includes the results referring to the mutual dependence of the sliding velocity and contact surface temperature in the disc brake, taking into account the influence of geometrical features of the disc brake on changes in temperature fields during single braking. Simulations of braking were carried out with a coefficient of friction depending on the average tempe-

perature of the nominal contact area. Next, the modeling of maximum temperature was analyzed on the example of a thermally nonlinear three-disc braking system, which according to the Chichinadze hypothesis is the sum of mean temperature and flash temperature. Further the results of numerical calculations for a multiple braking were presented. The second part of the coupled problems concerned the corresponding three-dimensional models of disc braking systems, in which, among others, mass wear of friction pair elements, using experimental dependences of intensity of wear on temperature. In the last part of the monograph, a three-dimensional computational model of a ventilated brake disc of a vehicle for analyzing a multiple braking process was proposed. In numerical calculations with the use of the finite element method, the relationship between the sliding velocity, maximum temperature, thermal sensitivity of materials and the heat transfer coefficient on surfaces free from heating was taken into account. The temperature fields in the brake disc of a vehicle for four braking cycles were analyzed. On the basis of the results obtained, numerical analysis of temperature fields in disc brake elements was performed, including the average temperature of the nominal contact area, flash temperature, maximum temperature and volumetric temperature.

## Bibliografia

- [1] Adamowicz, A. Effect of convective cooling on temperature and thermal stresses in disk during repeated intermittent braking. *Journal of Friction and Wear* 37.2 (2016), s. 107–112.
- [2] Adamowicz, A., Grzes, P. Analysis of disc brake temperature distribution during single braking under non-axisymmetric load. *Applied Thermal Engineering* 31.6-7 (2011), s. 1003–1012.
- [3] Adamowicz, A., Grzes, P. Influence of convective cooling on a disc brake temperature distribution during repetitive braking. *Applied Thermal Engineering* 31.14-15 (2011), s. 2177–2185.
- [4] Adamowicz, A., Grzes, P. Three-dimensional FE model for calculation of temperature of a thermosensitive disc. *Applied Thermal Engineering* 50.1 (2013), s. 572–581.
- [5] Afzal, A., Abdul Mujeebu, M. Thermo-mechanical and structural performances of automobile disc brakes: a review of numerical and experimental studies. *Archives of Computational Methods in Engineering* (2018), s. 1–25.
- [6] Awrejcewicz, J., Pyr'yev, Yu. *Nonsmooth dynamics of contacting thermo-elastic bodies*. In: D. Gao, T. Ratiu, *Advances in mechanics and mathematics*. New York: Springer Science+Business Media, 2009.
- [7] Balakin, V.A., Sergienko, V.P. *Heat calculations of brakes and friction units*. In Russian. Gomel: MPRI of NASB, 1999.
- [8] Baranowski, P., Damaziak, K., Małachowski, J. Brake system studies using numerical methods. *Maintenance and Reliability* 15.4 (2013), s. 337–342.
- [9] Bhushan, B. *Introduction to tribology*. Second. New York: John Wiley & Sons, 2013.



- [10] Bhushan, B. *Modern Tribology Handbook, Two Volume Set*. Boca Raton: CRC Press, 2000.
- [11] Blok, H. Fundamental mechanical aspects of boundary lubrication. *SAE Transactions* 35 (1940), s. 54–68.
- [12] Blok, H. The flash temperature concept. *Wear* 6.6 (1963), s. 483–494.
- [13] Blok, H. Theoretical study of temperature rise at surfaces of actual contact under oiliness lubricating conditions. *Proceedings General Discussion on Lubrication and Lubricants, Inst. Mech. Eng. (London)* 2 (1937), s. 222–235.
- [14] Bogdanovich, P.N., Tkachuk, D.V. Thermal and thermomechanical phenomena in sliding contact. *Journal of Friction and Wear* 30.3 (2009), s. 153–163.
- [15] Charron, F. *Partage de la chaleur entre deux corps frottants*. Paris: Editions Blondel la Rougery, 1943.
- [16] Chichinadze, A.V. *Estimation and investigation of external friction during braking*. Moscow: Nauka, 1967.
- [17] Chichinadze, A.V. Investigation of temperature fields of some units of dry friction. In Russian. *Prac. dokt. IMASZ*, 1954.
- [18] Chichinadze, A.V., red. *Polymers in friction assemblies of machines and devices: A Handbook*. 280 pp. New York: Allerton Press Inc., 1984.
- [19] Chichinadze, A.V. Processes in heat dynamics and modelling of friction and wear (dry and boundary friction). *Tribology International* 28.1 (1995), s. 55–58.
- [20] Chichinadze, A.V. Theoretical and practical problems of thermal dynamics and simulation of the friction and wear of tribocouples. *Journal of Friction and Wear* 30.3 (2009), s. 199–215.
- [21] Chichinadze, A.V., Albagachiev, A.Yu., Kozhemyakina, V.D., Kokonin, S.S., Suvorov, A.V., Kulakov, V.V. Assessment of friction and wear characteristics of domestic friction composite materials in loaded aircraft brakes. *Journal of Friction and Wear* 30.4 (2009), s. 261–270.

- [22] Chichinadze, A.V., Braun, E.D., Ginsburg, A.G., Ignat'eva, E.V. *Calculation, testing and selection of friction couples*. In Russian. Moscow: Nauka, 1979.
- [23] Chichinadze, A.V., Kozhemyakina, V.D., Suvorov, A.V. Method of temperature-field calculation in model ring specimens during bilateral friction in multidisk aircraft brakes with the IM-58-T2 new multi-purpose friction machine. *Journal of Friction and Wear* 31.1 (2010), s. 23–32.
- [24] Chichinadze, A.V., Matveevskii, R.M., Braun, E.D. *Materials in the tribology of non-stationary processes*. In Russian. Moscow: Nauka, 1986.
- [25] Collignon, M., Cristol, A-L., Dufrénoy, P., Desplanques, Y., Balloy, D. Failure of truck brake discs: A coupled numerical–experimental approach to identifying critical thermomechanical loadings. *Tribology International* 59 (2013), s. 114–120.
- [26] *COMSOL Multiphysics 3.5, Heat Transfer Module User's Guide*. 1994–2008.
- [27] *COMSOL Multiphysics® v. 5.2a. www.comsol.com*. COMSOL AB. Stockholm, Sweden.
- [28] *COMSOL Multiphysics® v. 5.3. www.comsol.com*. COMSOL AB. Stockholm, Sweden.
- [29] Day, A.J. *Braking of road vehicles*. First. Oxford: Butterworth-Heinemann/Elsevier, 2014.
- [30] Demkin, N.B. *Contact of rough surfaces*. In Russian. Moscow: Nauka, 1970.
- [31] Demkin, N.B., Korotkov, M.A., Alekseev, V.M. Calculation and simulation of working mode of a brake and friction devices. W: In Russian. 1974. Rozdz. Method of calculating the characteristics of frictional contact, s. 5–15.
- [32] Earles, S.W.E., Hayler, M.G., Powell, D.G. A comparison of surface temperature theories and experimental results for high speed dry sliding. *A S L E Transactions* 14.2 (1971), s. 135–143.

- [33] Evans, D.J., Newcomb, T.P. Temperatures reached in braking when the thermal properties of drum or disc vary with temperature. *Journal of Mechanical Engineering Science* 3.4 (1961), s. 315–317.
- [34] Gecim, B., Winer, W.O. Transient temperatures in the vicinity of an asperity contact. *Journal of Tribology* 107.3 (1985), s. 333.
- [35] Ginzburg, A.G. Optimal use of friction materials in friction units of machines. W: In Russian. Moscow: Nauka, 1973. Rozdz. Theoretical and experimental bases for calculation of the single braking process with the help of the system of equations of heat dynamics of friction, s. 93–105.
- [36] Ginzburg, A.G., Chichinadze, A.V. Friction and wear of friction materials. W: In Russian. Moscow: Nauka, 1977. Rozdz. To calculation of wear during braking using the equations of thermal dynamics of friction, s. 26–30.
- [37] Ginzburg, A.G., Chichinadze, A.V. Problems of non-stationary friction in machines, devices and apparatus. W: In Russian. Moscow: Nauka, 1978. Rozdz. A comprehensive assessment of performance of the friction brakes at the design stage, s. 10–43.
- [38] Grzes, P. Determination of the maximum temperature at single braking from the FE solution of heat dynamics of friction and wear system of equations. *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications* 71.7 (2017), s. 737–753.
- [39] Grzes, P. Finite element solution of the three-dimensional system of equations of heat dynamics of friction and wear during single braking. *Advances in Mechanical Engineering* 10.11 (2018), s. 1–15.
- [40] Grzes, P. Non-linear models of frictional heating during braking. W: *Proceedings of the 22nd UK Conference of the Association for Computational Mechanics in Engineering*. Association for Computational Mechanics in Engineering (ACME). Exeter, UK, kw. 2014, s. 320–323.
- [41] Grzes, P., Oliferuk, W., Adamowicz, A., Kochanowski, K., Wasilewski, P., Yevtushenko, A.A. The numerical-experimental scheme for the analysis of temperature field in a pad-disc braking system of a rail-

- way vehicle at single braking. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 75 (2016), s. 1–6.
- [42] Gurskii, B.E., Chichinadze, A.V. Frictional heat problem and its evolution. Part 1. Blok model and its improvement. *Journal of Friction and Wear* 28 (2007), s. 316–329.
- [43] Gurskii, B.E., Chichinadze, A.V. Thermal friction problem and its development: part 2. the role of heat phenomena in fracture of tooth wheels of cylindrical involute gears of real dimensions. *Journal of Friction and Wear* 28 (2007), s. 395–400.
- [44] Heating Refrigerating, American Society of, Engineers, Air-Conditioning. *2009 Ashrae Handbook: Fundamentals, I-P Edition*. American Society of Heating, Refrigerating i Air-Conditioning Engineers, 2009.
- [45] Il'ichev, M.V., Mordynskii, V.B., Tereshonok, D.V., Tyuftyaev, A.S., Chikunov, S.E. Experimental determination of the temperature dependence of steel thermal conductivity. *High Temperature* 53.2 (2015), s. 193–198.
- [46] Jewtuszenko, O., red. *Analityczne i numeryczne modelowanie procesu nieustalanej generacji ciepła w elementach tarciovych układów hamulcowych*. Białystok: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2014.
- [47] Jewtuszenko, O., Kuciej, M., Och, E. *Nieliniowe modele nieustalonego nagrzewania tarciovego w układach hamulcowych*. Białystok: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2018.
- [48] Jewtuszenko, O., Kuciej, M., Tołstoj-Sienkiewicz, J. *Nieustalone i quasi-ustalone tarciove pola temperatury*. Białystok: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2015.
- [49] Kania, L., Dziurski, A. *Przykłady obliczeń z podstaw konstrukcji maszyn. Łożyska, sprzęgła i hamulce, przekładnie mechaniczne*. Red. Mazanek, E. T. 2. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, WNT, 2005.
- [50] Komanduri, R., Hou, Z.B. A review of the experimental techniques for the measurement of heat and temperatures generated in some manufacturing processes and tribology. *Tribology International* 34.10 (2001), s. 653–682.

- [51] Konowrocki, R., Kukulski, J., Walczak, S., Groll, W. Dystrybucja energii cieplnej w elementach układu hamulcowego pojazdów dużych prędkości. *Pojazdy Szybowe* 2 (2014), s. 1–14.
- [52] Korიაuli, I.P., Chichinadze, A.V. Problem of non-stationary friction in machines, apparatus and vehicles. W: In Russian. 1978. Rozdz. Temperature variation of the coefficient of friction, s. 217–219.
- [53] Koval'chyk, Yu.I. Correction of the well-known model of temperature flashes. *Materials Science* 41 (2005), s. 589–602.
- [54] Kowal, L., Turewicz, K., Kruczek, T. Pomiary temperatury tarcz hamulcowych maszyn wyciągowych górniczych wyciągów szybowych. *Maszyny Górnicze* 30.2 (2012), s. 3–12.
- [55] Kragelsky, I.V., Chupilko, G.E., Chichinadze, A.V. *Processes of friction in brakes of aviation wheels*. In Russian. Moscow: Publisher of AN SSSR, 1955.
- [56] Kragelsky, I.V., Demkin, N.B. Contact area of rough surfaces. *Wear* 3.3 (1960), s. 170–187.
- [57] Kragelsky, I.V., Dobychin, M.N., Komalov, V.S. *Friction and wear: calculation methods*. Oxford: Pergamon, 1982. 474 s.
- [58] Krupowicz, A. *Metody numeryczne zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych*. Warszawa: PWN, 1986.
- [59] Kuciej, M. *Analizy i modele nieustalonego nagrzewania tarczowego*. Białystok: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2012.
- [60] Lee, H.-P. *Nastran Thermal Analyzer – Theory and application including a guide to modeling engineering problems*. T. 1. National Aeronautics and Space Administration. Washington, D.C., 1977.
- [61] Lewis, R.W., Morgan, K., Thomas, H.R., Seetharamu, K.N. *The finite element method in heat transfer analysis*. Chichester: John Wiley & Sons, 1996.
- [62] Ling, F.F. *Surface mechanics*. New York: John Wiley & Sons, 1973.
- [63] Mamchegov, M.A. Determination of the maximum temperature of the sliding contact. *Mashinostroeniye* 1 (1977). In Russian, s. 107–112.

- [64] Mamchegov, N.A., Zinovyeva, Z.V., Ginzburg, A.G. Friction and wear. W: In Russian. Moscow, 1977. Rozdz. Questions of calculation of the maximum temperature at non-stationary friction with intensive heat generation, s. 46–53.
- [65] Matysiak, S.J., Yevtushenko, A.A. On heating problems of friction. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 3.39 (2001), s. 577–588.
- [66] Mitchell, A.R., Wait, R. *The finite element method in partial differential equations*. London: John Wiley & Sons, 1977.
- [67] *MSC.Patran, User's guide, 2010.*
- [68] Newcomb, T.P. Temperatures reached in disc brakes. *Journal of Mechanical Engineering Science* 2.3 (1960), s. 167–177.
- [69] Newcomb, T.P., Spurr, R.T. *Braking of road vehicles*. London: Chapman & Hall, 1967.
- [70] Nowacki, W. *Thermoelasticity*. Warsaw: Pergamon Press, 1962. 578 s.
- [71] Olesiak, Z., Pyryev, Yu., Yevtushenko, A. Determination of temperature and wear during braking. *Wear* 210.1-2 (1997), s. 120–126.
- [72] Powell, D.G., Earles, S.W.E. An assessment of surface temperature predictions in the high speed sliding of unlubricated SAE 1113 steel surfaces. *A S L E Transactions* 15.2 (1972), s. 103–112.
- [73] Pyr'yev, Yu., red. *Dynamika układów kontaktowych z uwzględnieniem wytwarzania ciepła, tarcia i zużycia*. Łódź: Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 2004.
- [74] Ricciardi, V., Augsburg, K., Gramstat, S., Schreiber, V., Ivanov, V. Survey on modelling and techniques for friction estimation in automotive brakes. *Applied Sciences* 7.9 (2017), s. 873.
- [75] Shyrovkov, V.V., Koval'chyk, Yu.I. Simulation of temperature flashes with regard for the physicomechanical properties of metals. *Materials Science* 34 (1998), s. 329–343.
- [76] Ścieszka, S.F. *Hamulce cierne. Zagadnienia konstrukcyjne, materiałowe i tribologiczne*. Radom: WZP – ITeE, 1998.

- [77] Talati, F., Jalalifar, S. Analysis of heat conduction in a disk brake system. *Heat and Mass Transfer* 45.8 (2009), s. 1047–1059.
- [78] Talati, F., Jalalifar, S. Investigation of heat transfer phenomena in a ventilated disk brake rotor with straight radial rounded vanes. *Journal of Applied Sciences* 8.20 (2008), s. 3583–3592.
- [79] Taler, J., Duda, P. *Rozwiązywanie prostych i odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, WNT, 2003.
- [80] Tian, X., Kennedy, F.E. Maximum and average flash temperatures in sliding contacts. *Journal of Tribology* 116.1 (1994), s. 167.
- [81] Wallis, L., Leonardi, E., Milton, B., Joseph, P. Air flow and heat transfer in ventilated disc brake rotors with diamond and tear-drop pillars. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications* 41.6-7 (2002), s. 643–655.
- [82] Wasilewski, P. Frictional heating in railway brakes: a review of numerical models. *Archives of Computational Methods in Engineering* (2018), s. 1–14.
- [83] Wauer, J., Schweizer, B. Dynamics of rotating thermoelastic disks with stationary heat source. *Applied Mathematics and Computation* 215.12 (2010), s. 4272–4279.
- [84] Yevtushenko, A., Grzes, P. Axisymmetric finite element model for the analysis of heat dynamics of friction and wear during repeated braking. W: *10th European Solid Mechanics Conference*. Bologna, Italy, lip. 2018.
- [85] Yevtushenko, A., Grzes, P. Effect of dimensions of pad and disk on the temperature and duration of braking. *Journal of Friction and Wear* 36.4 (2015), s. 280–285.
- [86] Yevtushenko, A., Grzes, P. Finite element analysis of heat partition in a pad/disc brake system. *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications* 59.7 (2011), s. 521–542.
- [87] Yevtushenko, A., Grzes, P. Maximum temperature in a three-disc thermally nonlinear braking system. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 68 (2015), s. 291–298.

- [88] Yevtushenko, A., Kuciej, M., Och, E. Some methods for calculating temperature during the friction of thermosensitive materials. *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications* 67.6 (2015), s. 696–718.
- [89] Yevtushenko, A., Kuciej, M., Och, E., Yevtushenko, O. Effect of the thermal sensitivity in modeling of the frictional heating during braking. *Advances in Mechanical Engineering* 8.12 (2016), s. 1–10.
- [90] Yevtushenko, A.A., Adamowicz, A., Grzes, P. Three-dimensional FE model for the calculation of temperature of a disc brake at temperature-dependent coefficients of friction. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 42 (2013), s. 18–24.
- [91] Yevtushenko, A.A., Grzes, P. 3D FE model of frictional heating and wear with a mutual influence of the sliding velocity and temperature in a disc brake. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 62 (2015), s. 37–44.
- [92] Yevtushenko, A.A., Grzes, P. Axisymmetric FEA of temperature in a pad/disc brake system at temperature-dependent coefficients of friction and wear. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 39.8 (2012), s. 1045–1053.
- [93] Yevtushenko, A.A., Grzes, P. Axisymmetric finite element model for the calculation of temperature at braking for thermosensitive materials of a pad and a disc. *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications* 62.3 (2012), s. 211–230.
- [94] Yevtushenko, A.A., Grzes, P. Mutual influence of the sliding velocity and temperature in frictional heating of the thermally nonlinear disc brake. *International Journal of Thermal Sciences* 102 (2016), s. 254–262.
- [95] Yevtushenko, A.A., Grzes, P. Mutual influence of the velocity and temperature in the axisymmetric FE model of a disc brake. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 57 (2014), s. 341–346.
- [96] Yevtushenko, A.A., Grzes, P. The FEM-modeling of the frictional heating phenomenon in the pad/disc tribosystem (a review). *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications* 58.3 (2010), s. 207–226.



- [97] Yevtushenko, A.A., Grzes, P., Adamowicz, A. Numerical analysis of thermal stresses in disk brakes and clutches (a review). *Numerical Heat Transfer; Part A: Applications* 67.2 (2015), s. 170–188.
- [98] Yevtushenko, A.A., Ivanyk, E.G., Yevtushenko, O.O. Exact formulae for determination of the mean temperature and wear during braking. *Heat and Mass Transfer* 35.2 (1999), s. 163–169.
- [99] Yevtushenko, A.A., Kuciej, M. One-dimensional thermal problem of friction during braking: The history of development and actual state. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 55.15-16 (2012), s. 4148–4153.
- [100] Yevtushenko, A.A., Kuciej, M., Grzes, P., Wasilewski, P. Temperature in the railway disc brake at a repetitive short-term mode of braking. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 84 (2017), s. 102–109.
- [101] Yi, Y.-B., Barber, J.R., Hartsock, D.L. Contact mechanics. W: red. Martins, J.A.C., Manuel, D.P., Marques, M. Dordrecht: Kluwer, 2002. Rozdz. Thermoelastic instabilities in automotive disc brakes – Finite element analysis and experimental verification, s. 187–202.

