

## ABSTRACTS

**Robert Baraniecki, Marcin Kudelski, Andrzej Leski**

*The numerical stress analysis of the aircraft flap*

The analysis of an aircraft flap is presented in this paper. The analysis was carried out after a structural damage had been found in one operational aircraft. Because the damage could lead to an accident the research effort have been undertaken to find a cause and an mechanism of the damage. In the paper an fragment of whole analysis is presented. Authors described the technique of preparation computer-based model and FE calculations. The optical 3D scanner ATOSIII was used to capture the shape of the object. Measurement data was transferred to the FE software where the FE model was created and FE calculations were performed. The FE calculations included linear stress analysis. The obtained results supported the damage cause investigation.

**Wacław Borkowski, Piotr Rybak, Zdzisław Hryciów, Bogusław Michałowski**

*Multi-axle special-purpose vehicle in blast load conditions*

In the paper there were described threats to multi-axle special-purpose vehicles in combat environment as well as within the confines of peace and stabilization missions. Into particular account was taken threats resulting from either so-called ground mine war or realization of patrol and intervention tasks. There were presented assumptions accepted in the process of creating mathematical model of the object and also the model of the blast load. Both models were built using finite elements method. Verification was accomplished based on the results of our own experimental tests. Testing the model of the vehicle structure was realized for most often encountered cases of improvised explosives applications. Presented methodology of research empowers to multivariate analysis of body structure as well as carrier chassis of specialized vehicles under the influence of explosive shock wave loads.

**Marian Dacko, Jacek Nowak**

*Analysis of blast loaded energy absorbing elements using LS-DYNA and MSC.DYTRAN systems*

The paper presents the problems of modeling cylindrical specimens, loaded by pressure wave from the blast of explosive charge. The numerical simulation was performed using MSC.Dytran and LS-Dyna. The test rig was setup in numerical model. It consisted of rigid base and the base plate resting on it. The model of energy absorbing cylinder was created. The load was modeled by applying a varying pressure to the top cover of the cylinder. The results of numerical simulation was compared to the results of experiments

**Leszek Flis**

*Taking computer physics to the initial analysis of the special container with the use of the ANSYS® AUTODYN® system*

In the article the initial approach of the author was showed to simulate the destruction course of the container intended to the explosives transportation after the explosion into his interior. The aims were presented in reaching them and possibilities of their realizing. Initial results of the computer simulation of the destruction of the special container were described. One qualified guidelines to the further work especially considering the validation of simulation results. To stimulatory subjects one used the latest software of the explicit type ANSYS® AUTODYN® dedicated for assignments of the non-linear dynamics.

**Zdzisław Gosiewski, Jerzy T. Sawicki, R. Zabielski**

*Signals exciting rotating machinery vibrations for shaft crack detections*

Various excitation techniques have been developed to extract information on dynamic state of rotating machinery. This paper will address the effectiveness of selected excitations and analysed signals towards health monitoring of rotating machines from the shaft crack point of view. The computer simulation study is based on the uncracked and cracked Jeffcott rotor models and the efficiency of the selected approaches is examined. As the excitation we have considered the rotor unbalance, additional harmonic forces, and input conditions. The combined resonances as diagnostic indicators of the cracked shaft are good seen in the total frequency spectrum in the case when we consider the difference between the spectra of cracked and uncracked shaft. We have also introduced a new model of the rotor which allows us to use different method of signal processing for the crack detection and the evaluation of its deep. So more, in such model we can take into account the number of excitation planes and directions of the applied forces, the choice of the analysed signals (e.g. transient, steady-state).

**Tomasz Hućcio, Franciszek Siemieniako**

*Algorithm of the selection of electromagnetic driving module of a planar aerostatic two-coordinate relative base .*

The paper describes the construction and the principle of operation of a planar aerostatic two-coordinate relative base with electromagnetic drive. The scope of the research of the planar aerostatic two-coordinate base is presented. Algorithm of the calculations enable determination of the number of the elementary electromagnetic driving modules and optimal distribution of the electromagnetic modules on the working surface of the relative base is presented.

**Mariola Jureczko**

*Optimization of dynamic properties of the wind turbine blade*

This paper discusses a computer software package for minimize dynamic properties of the blade. The numerical model of the blade, created with Ansys. Was used to optimize providing a high accuracy of the determination of strength and modal properties of the blade. Optimization studies were carried out by means of the authors' proprietary program that implemented a modified genetic algorithm. Models of reduced number of degrees of freedom were used for dynamic analysis. The consistence of free vibrations of the structural model of the system with the reduced model was investigated using the MAC criterion.

**Jan Kiciński, Grzegorz Żywica, Romuald Rządowski, Marcin Drewczyński**

*Numerical modelling of the structural layer of foil bearing*

Foil bearings fulfil most of the requirements of novel oil-free turbomachinery. Only the experimental investigation of foil bearings giving us the fundamental knowledge of their behaviour, because of the lack of good numerical models. This work presented the preliminary stage of numerical modelling of the structural layer of foil bearing. The FEM model of bump and top foil was prepared and mutual motion was analyzed. The results of FEM model were verified experimentally. A good agreement between numerical simulation and experiment was obtained.

**Cezary Kownacki**

*Estimating distributions of residual stress of axial compressor blade as the function of surface layer depth using wavelet analysis method of barkhausen signal*

Magnetic method of Barkhausen effect is able to explore properties of surface layer in non-destructive way. Present methods of Barkhausen signal analysis and also others nondestructive testing methods are useless for estimating distribution of surface layer properties as a function of measurement depth. Engaging continuous wavelet transform and spectral damping function of Barkhausen signal allowed create conversion function, which translates properties of Barkhausen signal into residual stress distributions of surface layer of turbine engine axial compressor blade as the function of residual stress.

**Wiesław Krasoń, Jerzy Małachowski, Jerzy Jachimowicz, Rafał Kajka**

*Chosen aspects of 3d model validation for dynamic tests of main landing gear*

Results gained from the simulation have proved how effective the 3D numerical model is and how many problems can be solved in the course of only one numerical run, e.g. the geometric and material non-linearities, the question of contact between mating components, investigation into kinematics of the landing gear and the checking of possible failure influence on the structure behaviour, which can appear in some elements due to overload. The major advantage of the presented numerical method is applicability thereof to landing gear examination with artificially introduced flaws, what is impossible to be performed with other methods, including experimental testing work.

**Agnieszka Sabik, Ireneusz Kreja**

*Analysis of laminated plates using equivalent single layer models*

The aim of the paper is to evaluate the performance of several equivalent single-layer models in the framework of linear static analysis of multilayered plates. The effectiveness of approaches based on the first-order as well as on the higher-order shear deformation theories is discussed. Special attention is paid to various techniques of shear correction, which is required in the case of first-order shear deformation based models. To test the efficiency of several shear correction methods, the authors perform computations with their own programs and commercial package MSC/Nastran.

**Eugeniusz Sajewicz, Tomasz Koronkiewicz, Jarosław Sidun**

*A comparative analysis of selected transpedicular stabilization systems*

In the paper the results of influence of lumbar spine flexibility on quality of transpedicular stabilization are presented. In particular, measurements of displacements of the lumbar spine subjected to simultaneous compression and bending (eccentric compression) are shown. The displacements were measured at L3 level in nine lumbar specimens stabilized by means of Socon, Omega and Bial-Stab systems. The obtained results were compared with the results of measurements carried out on the specimens without stabilization. It was also shown that a lack of continuity of the anterior column did not influence on quality of the stabilizations in the range of the used loading. The statistical analysis showed that lumbar flexibility sufficiently influenced on the displacements of the fixed lumbar spine. No statistical differences were observed between of the systems used as regards their biomechanical performance.

**Jacek Świniarski, Marian Królak, Katarzyna Kowal-Michalska**

*Approximated material characteristics versus experimental ones in comparative analysis of fem model and laboratory tests of stability of thin-walled columns*

The work is devoted to the model tests and numerical analyses of stability and load carrying capacity of thin-walled columns/girders of single cell and multi-cell cross-sections subjected to the uniform compression. The influence of the assumed material characteristics approximations on load-shortening curves obtained in numerical analysis using ANSYS v.11 package is presented. Regarding true material parameters, obtained from tensile tests, the procedure is described allowing for the estimation of ultimate load value of compressed thin-walled columns by finite element method that stays in good agreement with the results gained from laboratory tests.

**Roman Trochimeczuk**

*Device for laser engraving glass with polar positioning system*

There is presented the analysis of polar positioning system of laser device for glass engraving in the work. The new concept of polar positioning system, alternative for the Cartesian one, is presented too. The scripts of dislocations working arm and forming object in founded conception of polar positioning system is defined.

**Tadeusz Wegner, Andrzej Pęczak**

*Extensibility of object-oriented finite element class system with a conception of finite element based on a strain energy density function*

The main purpose of this article is a presentation of the computational method of finite element based on a strain energy density function and its implementation in an object-oriented environment. The original adaptation of the nonlinear finite element is introduced. The different use of the finite element is basing on the old-style framework of classes. Properties of a material are modeled with the modified strain energy density function. The local relaxing procedure is introduced as a solving method implemented in C++ language. The application of the proposed finite element is exposed on the example of computational object made of nearly incompressible hyperelastic material.

**Stanisław Wolny, Sławomir Badura**

*The strenght analysis of the wheel of koepe pulley of winding gear*

Winding gears in a mines are built and used from many years. However there are the theme of still experiments, which have the intent to know elements, which make improvement their characteristics exploitations. Dynamic analysis of the work for this constructions and strength's analysis the wheel of koepe pulley of winding gear. This is the theme of this work.

**Olena Yevtushenko**

*Frictional heat generation during cold rolling of metals*

Rozpatruje się zagadnienie niustalonego nagrzewania tarcowego pod czas zimnego walcowania metali. W celu tym za pomocą transformacji całkowitej Laplace'a otrzymano rozwiązanie równań przewodnictwa ciepła dla wałków i warstwy. Zbadano ewolucję temperatury oraz jej zależność od prędkości poślizgu.

## ANALIZA NUMERYCZNA STANU NAPRĘŻENIA W KLAPIE SAMOLOTU ODRZUTOWEGO

Robert BARANIECKI\*, Marcin KURDELSKI\*, Andrzej LESKI\*

\* Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, ul. Księcia Bolesława 6, 01-494 Warszawa

[robert.baraniecki@itwl.pl](mailto:robert.baraniecki@itwl.pl), [marcin.kurdelski@itwl.pl](mailto:marcin.kurdelski@itwl.pl), [andrzej.leski@itwl.pl](mailto:andrzej.leski@itwl.pl)

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono metodę analizy klapy samolotu myśliwsko-bombowego, która uległa uszkodzeniu podczas eksploatacji. Ponieważ uszkodzenie to było poważnym zagrożeniem dla bezpieczeństwa lotów, podjęto działania mające na celu określenie jego przyczyny i mechanizmu rozwoju. Przedstawiono fragment prac badawczych związany z procesem przygotowania i analizy modelu komputerowego. Model komputerowy wykonano z wykorzystaniem skanera optycznego ATOS III, który pozwala na automatyczny pomiar kształtu za pomocą dwóch kamer cyfrowych o wysokiej rozdzielczości. Wyniki pomiaru transferowane są następnie do środowiska MES, gdzie wykonuje się analizy wytrzymałościowe. Zakres obliczeń komputerowych obejmował statykę liniową. Wyniki pozwoliły na zweryfikowanie hipotez dotyczących mechanizmu uszkodzenia klapy.

### 1. PRZEDMIOT I CEL ANALIZY

Podczas kontroli przedlotowej wykryto uszkodzenie klapy wojskowego samolotu myśliwsko-bombowego. Oględziny samolotu wykazały pęknięcie górnego pasa jednego z żeberk klapy oraz ubytek poszycia między żeberkami o powierzchni ok. 48cm<sup>2</sup>. Oceniono, że ubytek poszycia jest skutkiem pęknięcia pasa górnego na żeberku klapy, wzdłuż szwu nitowego. Ponieważ uszkodzenie to było poważnym zagrożeniem dla bezpieczeństwa lotów podjęto działania mające na celu określenie jego przyczyny i mechanizmu rozwoju.

Jedną z pierwszych hipotez było nadmierne obciążenie klapy. Przeciążenie klapy może nastąpić na skutek jej użycia gdy prędkość samolotu jest większa od maksymalnej prędkości, dla której dopuszczalne jest używanie klap. Już wstępna analiza zarejestrowanych parametrów lotów wykonywanych na tym typie samolotu wykazała, że dochodziło do przekroczeń prędkości.

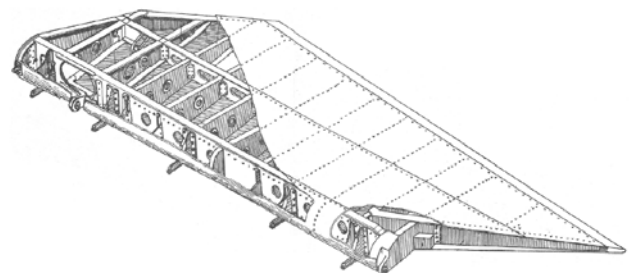
Celem analizy numerycznej było wykazanie czy przekroczenie ograniczeń eksploatacyjnych mogło być przyczyną wykrytego uszkodzenia.

Po wykonaniu modelu komputerowego klapy przeprowadzona została analiza MES stanu naprężenia. W przypadku gdy rejon uszkodzenia pokrywał by się z obszarem największego wyężenia materiału świadczyć by to mogło, że uszkodzenie nastąpiło na skutek przeciążenia klapy. Jeżeli miejsce najbardziej wyężone nie pokrywa się z uszkodzonym obszarem to jest to wskazówką, że istnieje inny mechanizm powstawania uszkodzenia, niezwiązany bezpośrednio z przeciążeniem klapy.

Kłapy skrzydłowe są częścią skrzydła samolotu. Ich użycie poprzez wysunięcie i wychylenie ma za zadanie zwiększyć siłę nośną skrzydła podczas lotu z małą

prędkością. Kłapy są stosowane podczas startu i lądowania samolotu. Po osiągnięciu odpowiedniej prędkości kłapy ustawiane są w taki sposób aby tworzyły jedną powierzchnię ze skrzydłem w celu zmniejszenia oporów lotu.

Szkielet siłowy klapy wychylanej składa się z dźwigara, tylnej ścianki, zestawu żeber, węzłów zawieszenia, węzła napędu i kształtownika krańcowego. Pokrycie klapy wychylanej składa się z czterech części: przedniej – wykonanej ze stopu aluminium o grubości 0,8 mm, górnej o grubości 2,5 mm, górnego pokrycia części tylnej o grubości 1,2 mm i dolnej o grubości 2,5 mm. Wszystkie części pokrycia z wyjątkiem przedniej, między żeberkami są trawione chemicznie do grubości 1,2 mm. Pokrycie górne i dolne łączy się w tylnej części klapy za pomocą kształtownika krańcowego. Wszystkie żebra klapy oprócz żeber nr 6 i 7, są wytłoczone z blachy ze stopu aluminium o grubości 1, 1,5 i 1,2 mm. Składają się one z części środkowej i tylnej, połączonych ze sobą na ścianie tylnej. Ścianka tylna wytłaczana jest z blachy ze stopu aluminium o grubości 1 mm.



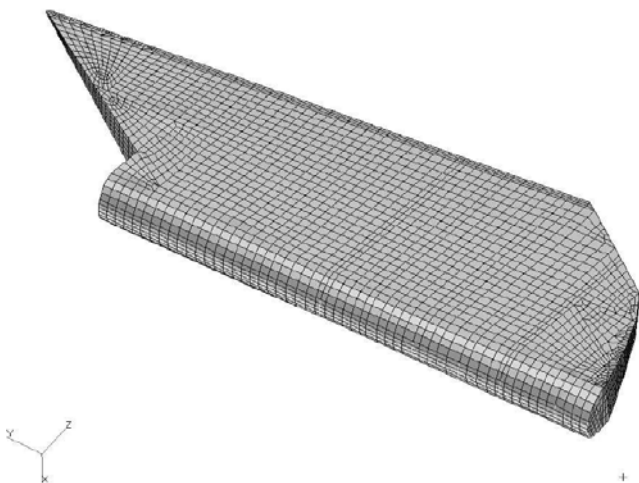
Rys. 1. Schemat budowy analizowanej klapy.

## 2. MODEL KOMPUTEROWY KLAPY

Przeprowadzenie obliczeń metodą elementów skończonych wymaga zbudowania modelu komputerowego obiektu. W przypadku analizowanej klapy jej model komputerowy wykonano na podstawie pomiarów rzeczywistego obiektu. Pomiar kształtu wykonano przy pomocy skanera ATOS III. Urządzenie to wykonuje automatyczny pomiar powierzchni za pomocą dwóch kamer wysokiej jakości, umieszczonych na wspólnym statywie. Kamery obserwują skanowany obiekt pod różnymi kątami dzięki czemu możliwe jest wyznaczenie kształtu powierzchni w przestrzeni. System pomiarowy wyposażony jest w oprogramowanie, które umożliwia wstępne przygotowanie modelu komputerowego. Wyniki pomiaru i wstępnego przygotowania modelu mogą być zapisane w kilku standardowych formatach CAD w postaci siatki trójkątów opisanych na powierzchni modelu, w postaci idealizowanych brył, powierzchni, linii i punktów lub w postaci przekrojów.

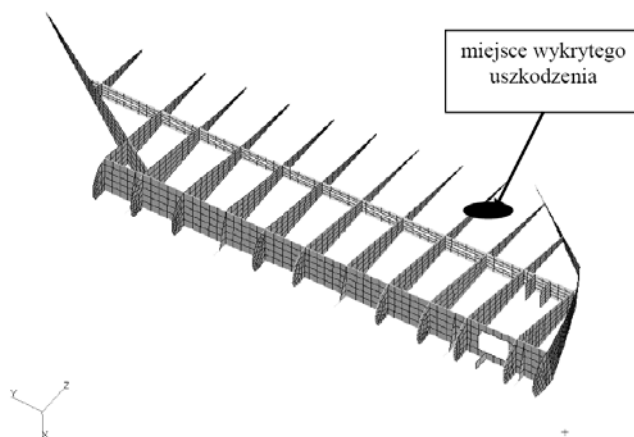


Rys. 2. System pomiarowy ATOS III



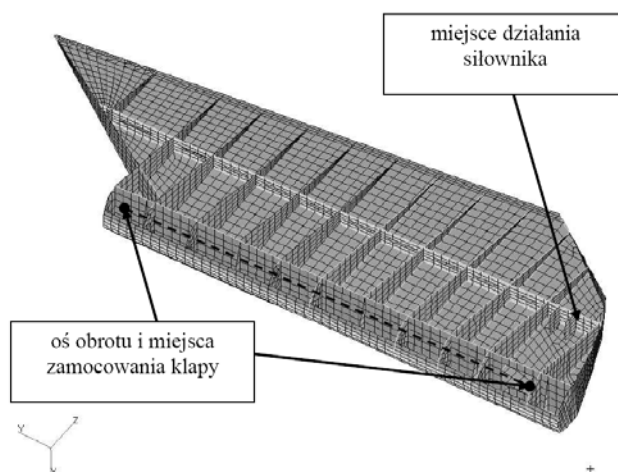
Rys. 3. Model MES klapy wychylanej

Z uszkodzonej klapy usunięte zostało poszycie co umożliwiło dokładne odtworzenie wewnętrznej struktury klapy. Na podstawie wyników pomiarów zbudowano w środowisku MSC.Patran model MES analizowanej klapy (rys.3 i 4).



Rys. 4. Model MES klapy wychylanej – żebra, dźwigar i ścianka tylna

Analizowana klapa zamocowana jest do skrzydła w trzech miejscach. Przez dwa z nich przechodzi oś obrotu klapy. Obrót klapy realizowany jest przez wymuszenie siłownikiem hydraulicznym (trzeci punkt zamocowania). Rozmieszczenie punktów podparcia klapy pokazane jest na rysunku 5.



Rys. 5. Rozmieszczenie punktów zamocowania klapy

Podczas lotu klapa obciążona jest siłami aerodynamicznymi. Wartości tych sił i ich rozkład na powierzchni klapy jest funkcją wielu zmiennych m.in. prędkości samolotu i kąta wychylenia klapy. Ponieważ autorom nie znany był rzeczywisty rozkład obciążenia wymiarującego, na potrzeby analizy przyjęto równomierny rozkład ciśnienia jednostkowego na powierzchni klapy. Takie uproszczenie spowodowało, że otrzymany rozkład naprężenia mógł być analizowany wyłącznie w sposób jakościowy a nie ilościowy. Dlatego też przeprowadzono obliczenia wyłącznie w zakresie liniowym bez odniesienia do rzeczywistej granicy wytrzymałości materiału.

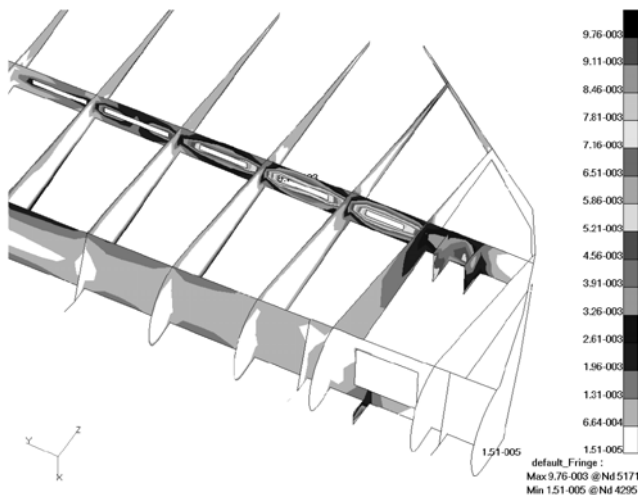
### 3. WYNIKI I WNIOSKI

Wyniku przeprowadzonych obliczeń wyznaczono pole naprężeń w klapie, zarówno w poszyciu zewnętrznym jak i żeberkach. Wyniki obliczeń pokazane są na rysunkach 6÷9.

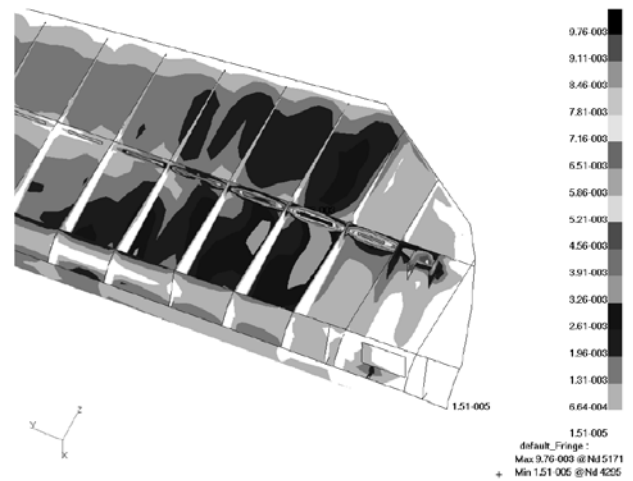
Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można sformułować następujące wnioski:

- Maksymalne naprężenia (Hubera-Misesa) powstają w ścianie tylnej w sąsiedztwie węzła napędu (rys. 7÷9).
- Na podstawie własności mechanicznych stopu aluminium (D16AT) można oszacować wartość ciśnienia, przy którym może nastąpić zniszczenie konstrukcji (~31 kPa).
- Rozkład naprężeń w żebrze nr 9 nie odbiega znacząco od sąsiednich żeber w klapie wychylanej (rys. 7÷9). Brak jest podstaw do stwierdzenia, że w konstrukcji klapy są żebra których stopień wyężenia znacząco odbiega od innych żeber, przez co są one bardziej podatne na uszkodzenie w wyniku przeciążenia klapy.
- Poszycie klapy (górze i spód) wyężone jest w różnym stopniu. Największe wyężenie poszycia występuje w okolicy żeber 8, 9 i 10 (rys. 7÷9). Może to prowadzić do większego obciążenia połączeń nitowych pomiędzy poszyciem i żebrzem.

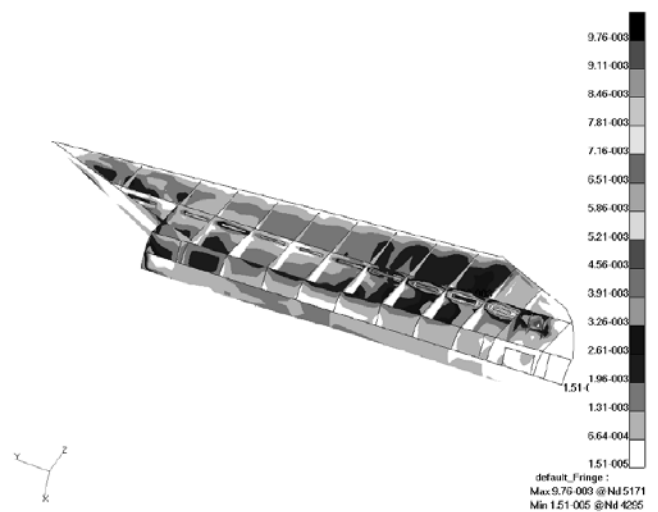
Przeprowadzona analiza numeryczna wykazała, że przeciążenie klapy nie było jedyną przyczyną powstania jej uszkodzenia. Obszar uszkodzenia nie pokrywa się bowiem z miejscami występowania maksymalnego wyężenia materiału. W trakcie dalszych poszukiwań przyczyn uszkodzenia ustalono, że przyczyną mogło być wadliwe połączenie nitowe pomiędzy poszyciem i żeberkiem.



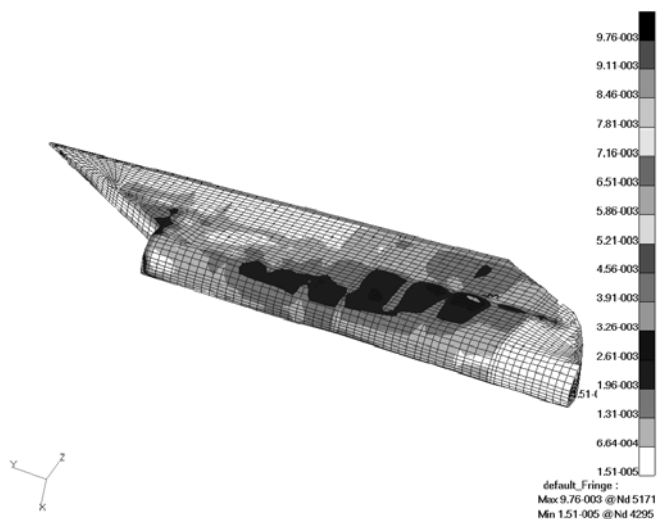
Rys. 6. Rozkład naprężeń (Hubera-Misesa) w ścianie tylnej, dźwigarze i żebrach



Rys. 7. Rozkład naprężeń (Hubera-Misesa) w ścianie tylnej, dźwigarze, żebrach i dolnym poszyciu



Rys. 8. Rozkład naprężeń (Hubera-Misesa) w ścianie tylnej, dźwigarze, żebrach i dolnym poszyciu



Rys. 9. Rozkład naprężeń (Hubera-Misesa) w klapie wychylanej – widok ogólny

W artykule zaprezentowano wykorzystanie nowoczesnych narzędzi, dzięki którym możliwe jest znaczne ułatwienie i przyspieszenie analiz wytrzymałościowych. Współpraca skanera trójwymiarowego i profesjonalnego pakietu do obliczeń numerycznych daje użytkownikowi możliwość wykonania szybkiej analizy dla obiektów o skomplikowanym kształcie, dla którego niedostępna jest dokumentacja techniczna. Dokładność pomiaru kształtu przez skaner znacznie przewyższa potrzeby analizy metodą elementów skończonych. Podstawowym ograniczeniem w zastosowaniu opisanego urządzenia jest skanowanie widocznych kształtów. W przypadku badanej klapy samolotu, kłapa ta przeznaczona była do badań niszczących więc była możliwość wykonania pomiaru struktury wewnętrznej.

## THE NUMERICAL STRESS ANALYSIS OF THE AIRCRAFT FLAP

**Abstract:** The analysis of an aircraft flap is presented in this paper. The analysis was carried out after a structural damage had been found in one operational aircraft. Because the damage could lead to an accident the research effort have been undertaken to find a cause and an mechanism of the damage. In the paper an fragment of whole analysis is presented. Authors described the technique of preparation computer-based model and FE calculations. The optical 3D scanner ATOSIII was used to capture the shape of the object. Measurement data was transferred to the FE software where the FE model was created and FE calculations were performed. The FE calculations included linear stress analysis. The obtained results supported the damage cause investigation.

## LITERATURA

1. **Baraniecki R. i inni** (2007) *Numeryczna analiza stanu naprężenia materiału w klapie wychylanej skrzydła samolotu Su-22, Sprawozdanie nr 21/31/2007*, ITWL, Warszawa.
2. **Klimaszewski S. i inni** (2007) *Badania przyczyn uszkodzenia górnego poszycia klapy wychylanej zabudowanej na samolocie Su-22, Sprawozdanie nr 20/31/2007*, ITWL Warszawa 2007.
3. **Bruhn E.F i inni** (1973) *Analysis and Design of Flight Vehicle Structures*. Jacobs Publishing, Carmel, USA.
4. *Samolot 52UM3K. Książka 3 Płatowiec*. Dowództwo Wojsk Lotniczych. Poznań 1988.

## WIELOOSIOWY POJAZD SPECJALNY W WARUNKACH OBCIĄŻENIA WYBUCHEM

Wacław BORKOWSKI, Piotr RYBAK,  
Zdzisław HRYCIÓW, Bogusław MICHAŁOWSKI \*

\* Katedra Pojazdów Mechanicznych i Transportu, Wydział Mechaniczny,  
Wojskowa Akademia Techniczna, ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

[w.borkowski@wme.wat.edu.pl](mailto:w.borkowski@wme.wat.edu.pl), [p.rybak@wme.wat.edu.pl](mailto:p.rybak@wme.wat.edu.pl), [zhryciow@wat.edu.pl](mailto:zhryciow@wat.edu.pl), [b.michalowski@wme.wat.edu.pl](mailto:b.michalowski@wme.wat.edu.pl)

**Streszczenie:** W pracy opisano zagrożenia wieloosiowych pojazdów specjalnych w działaniach wojennych oraz w ramach misji pokojowych i stabilizacyjnych. Szczególną uwagę zwrócono na zagrożenia wynikające z tzw. naziemnej wojny minowej oraz z realizacji zadań patrolowo – interwencyjnych. Przedstawiono założenia przyjęte do budowy modelu matematycznego obiektu badań oraz modelu obciążenia wybuchem. Model obiektu badań zbudowano przy wykorzystaniu metody elementów skończonych. Modele zweryfikowano w oparciu o rezultaty własnych badań eksperymentalnych. Badania konstrukcji pojazdu specjalnego zrealizowano dla wybranych, najczęściej spotykanych przypadków oddziaływań improwizowanych ładunków wybuchowych. Zaprezentowana metodyka badań pozwala na wielowariantowe analizowanie konstrukcji nadwozi i struktur nośnych pojazdów specjalnych obciążonych oddziaływaniem powybuchowych fal uderzeniowych.

### 1. WPROWADZENIE

Pojazdy specjalne oprócz tego, że przewożą ludzi, broń oraz sprzęt, muszą mieć jeszcze dodatkowe cechy jak: zdolność poruszania się w terenie o najróżniejszych podłożach, pokonywać przeszkody wodne, posiadać wystarczającą siłę napędową, być solidnie i niezawodnie wykonane, aby wytrzymać najbardziej nieprzewidziane obciążenia występujące w czasie jazdy po nierównym terenie. Muszą one spełniać odpowiednie wymagania terenowe i charakteryzować się odpornością na następujące zagrożenia eksploatacyjne wynikające z:

- działania dużych i zmiennych pod względem kierunku i wartości sił bezwładności;
- oddziaływania obciążeń dynamicznych podczas jazdy z różnymi prędkościami, po drodze utwardzonej i w terenie (po drogach polnych, duktach leśnych, kamienistych drogach górskich);
- jazdy w dużym zapyleniu, wilgotności, w zróżnicowanych temperaturach, na różnych wysokościach;
- przejazdów przez przeszkody terenowe jak rowy, skały, zwalone drzewa, przeprawy przez prowizoryczne mosty oraz pokonywania brodów.

Wieloosiowe pojazdy specjalne (rys.1) mają określone zadania do realizacji szczególnie podczas działań bojowych oraz w ramach misji pokojowych lub stabilizacyjnych w warunkach ciągłego zagrożenia. W pracy główną uwagę skupiono na zagrożenia wynikające z tzw. naziemnej wojny minowej oraz z realizacji zadań patrolowo-interwencyjnych, gdzie zagrożeniem są niekonwencjonalne ładunki wybuchowe.

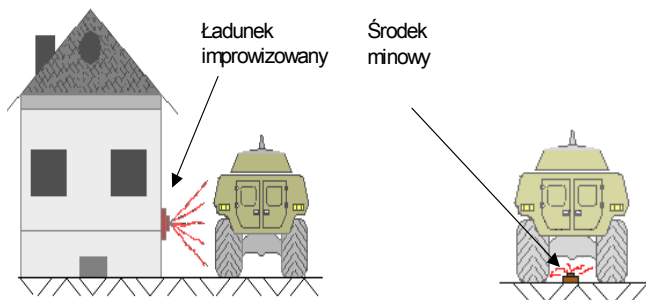


Rys. 1. Przykładowe, wieloosiowe pojazdy specjalne

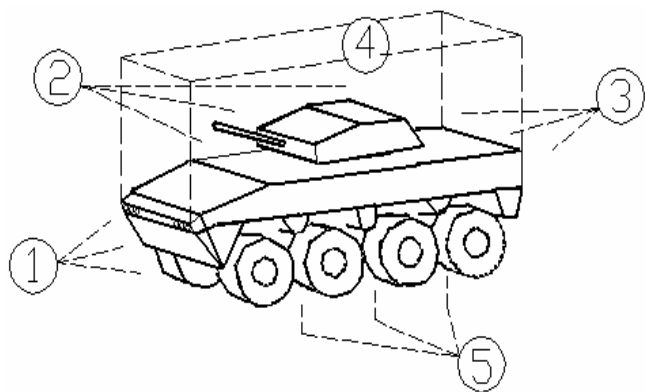
Możliwe sposoby zaatakowania pojazdów podczas jazdy, w ramach realizacji zadań specjalnych, są następujące: rzucenie ładunku wybuchowego z mostu lub wiaduktu; rzucenie pod najeżdżający pojazd; umieszczenie w koleinie drogi i przykrycie warstwą ziemi; umieszczenie ładunku w krawężniku wzdłuż drogi



przejazdu; ukrycie ładunku w stosie ziemi, gruzu obok drogi; zabudowanie ładunku jako elementu domu; ostrzał bezpośredni z prowizorycznej wyrzutni. Niektóre z tych sposobów pokazano na rys. 2. Powyższe pokazuje, że pojazdy specjalne są narażone na niebezpieczeństwo w każdym z pokazanych na rys. 3 pięciu obszarów. Ładunki porażające mogą być aktywowane w sposób następujący: samoczynnie; po pewnym czasie; poprzez trącenie, zaczepienie, najechanie; poprzez sygnał radiowy; telefon komórkowy; trafienie pociskiem.



Rys. 2. Przykłady rozmieszczenia ładunków wybuchowych



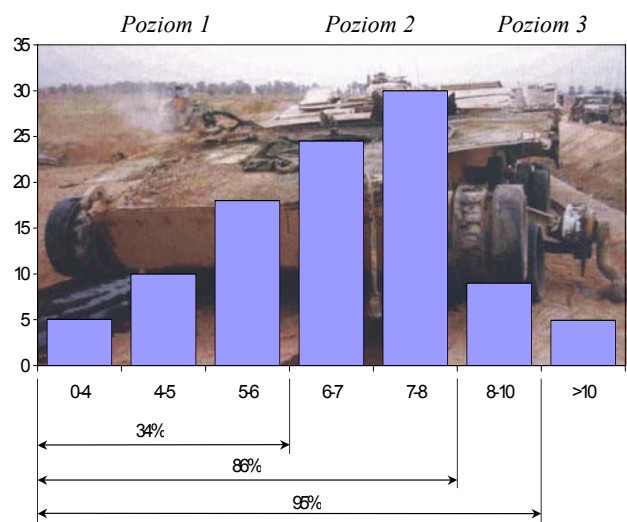
Rys. 3. Obszary zagrożeń dla pojazdów specjalnych

Na rys. 4. przedstawiono procentowe rozpowszechnienie środków minowych różnej mocy (na osi pionowej), na które narażone są pojazdy oraz masę zawartego w nich ładunku materiału wybuchowego (na osi poziomej). Nad schematem naniesiono, wymagane przez wprowadzany w życie STANAG 4569 NATO, poziomy zabezpieczenia przeciwminowego pojazdów, gdzie:

- poziom 1 – odporność na detonacje min zawierających do 6,5 kg materiału wybuchowego,
- poziom 2 – zabezpieczenie przeciwko minom do 8,5 kg materiału wybuchowego,
- poziom 3 – odporność na detonacje min zawierających do 10,5 kg materiału wybuchowego.

Poziom 3 gwarantuje przeżycie po najechaniu na 86% min świata, poziom 2 – zabezpiecza tylko przed 34%.

Na rys.5 pokazano skutek oddziaływania miny na pojazd wieloosiowy.



Rys. 4. Rozwój środków minowych  
 (Polska Zbrojna.26 Wrzesień 2004).



Rys. 5. Efekt oddziaływania miny na pojazd wieloosiowy  
 (<http://teyton.narod.ru/>)

Analiza skutków oddziaływania ładunków wybuchowych na pojazdy specjalne biorące udział w walkach oraz misjach w Czeczenii, w Strefie Gazy, Iraku i Afganistanie wskazuje, że najczęściej porażanymi są obszary drugi i piąty.

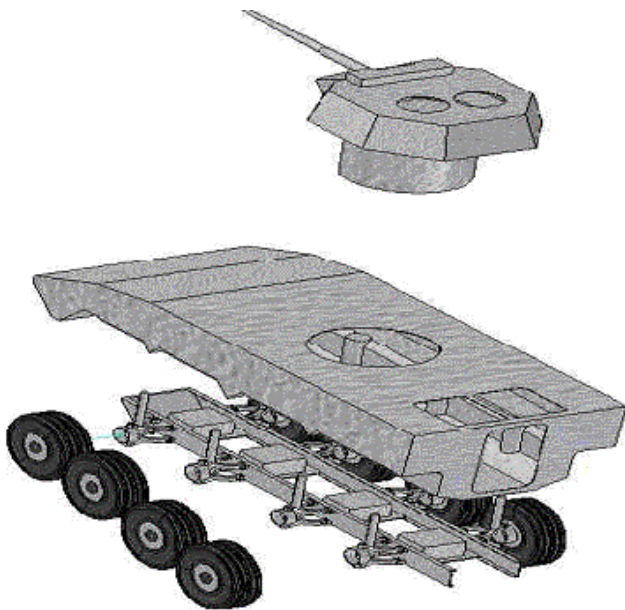
## 2. MODEL OBIEKTU BADAŃ

Model pojazdu wieloosiowego przyjętego do badań skutków oddziaływania wybuchu wzorowano na pojeździe, którego sylwetkę przedstawiono na rys. 6.



Rys. 6. Wieloosiowy pojazd specjalny – obiekt badań

Przyjęto, że model obliczeniowy, ze względu na zasadniczy cel analizy, musi odzwierciedlać w sposób możliwie wierny wieżę, nadwozie samonośne, wspornik pośredni i układ jezdny. Model obiektu, składający się z kilku modeli częściowych przedstawia rys. 7. Opracowano go na podstawie dostępnych danych oraz wiedzy eksperckiej.

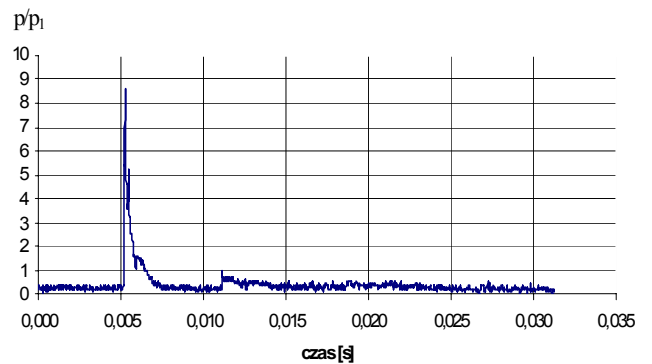


Rys. 7. Model obiektu badań

W pierwszym etapie badań modelowych rozwiązano zagadnienie na wartości własne. Rezultaty obliczeń (częstości i stowarzyszone z nimi postacie drgań własnych) odniesiono do wyników badań eksperymentalnych własnych oraz zawartych w literaturze dla tej klasy pojazdów, zarówno dla całego pojazdu jak i wybranych modeli częściowych. Uzyskano dobrą zgodność wyników.

## 3. MODEL OBCIĄŻENIA

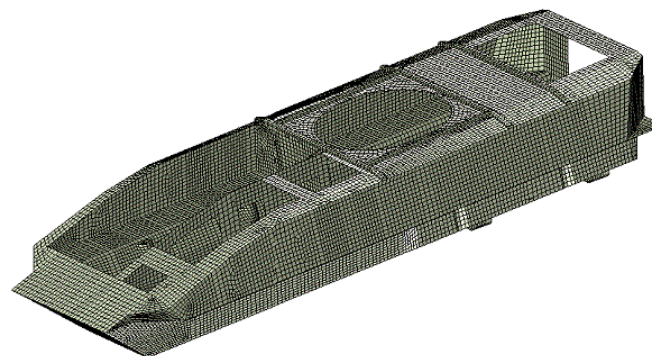
Model obciążenia opracowano przy założeniu, że wybuch ładunku będący źródłem pierwotnej fali uderzeniowej traktowany jest jako równoważny wybuch ładunku punktowego w nieograniczonej przestrzeni. Model zweryfikowano na podstawie wyników własnych badań eksperymentalnych. Na rys. 8 przedstawiono przykładową charakterystykę przestrzenno – czasową fali uderzeniowej określoną dla przypadku wybuchu improwizowanego ładunku wybuchowego o zadanej masie, umieszczonego w skarpie na wysokości kadłuba pojazdu. Przedstawione rezultaty mają charakter jakościowy.



Rys. 8. Charakterystyka przestrzenno – czasowa powybuchowej fali uderzeniowej ( $p$  – ciśnienie na froncie fali uderzeniowej,  $p_1$  – ciśnienie odniesienia)

## 4. BADANIA MODELOWE

Badaniom poddano, zasadniczy z punktu widzenia bezpieczeństwa ludzi biorących udział w misjach, kadłub pojazdu będący nadwoziem samonośnym. Stanowi ono osłonę dla kierowcy i desantu oraz bazę dla wszystkich zespołów oraz podzespołów pojazdu rozmieszczonych wewnątrz i na zewnątrz. Na rys. 9. przedstawiono model nadwozia z widocznymi zasadniczymi węzłami konstrukcyjnymi.



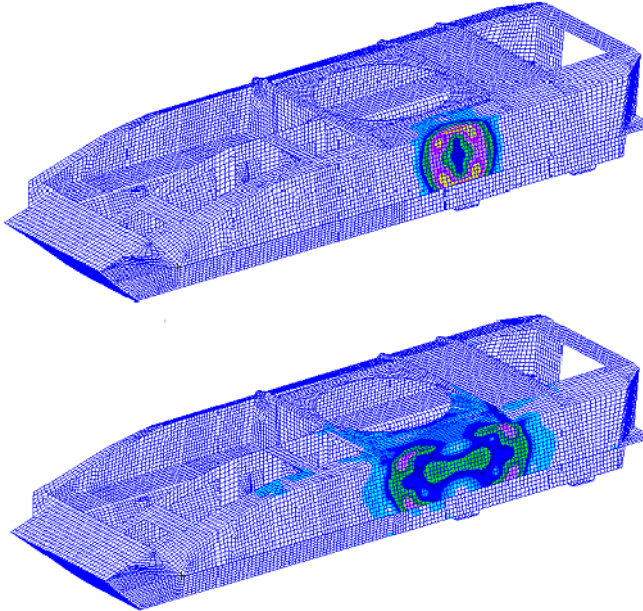
Rys. 9. Nadwozie samonośne pojazdu wieloosiowego.

Badania modelowe obciążeń nadwozia wieloosiowego pojazdu specjalnego realizowano dla wybranych, najczęściej spotykanych przypadków oddziaływań improwizowanych ładunków wybuchowych. Ich rozmieszczenie, liczba, masa oraz rodzaj zastosowanego

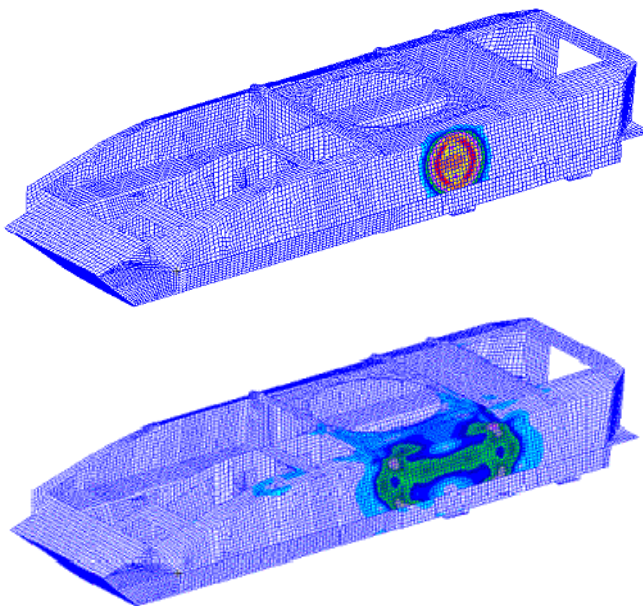


materiału wybuchowego są w praktyce nieznane i trudne do wykrycia. Niektóre z rezultatów obliczeń (o charakterze jakościowym), dla hipotetycznego przypadku, przedstawiono na rysunkach.

Na rys. 10. zaprezentowano odkształcenia kadłuba, w wybranych chwilach czasu, powstałe w wyniku oddziaływania ładunku wybuchowego umieszczonego w pewnej wysokości nad powierzchnią ziemi, a na rys. 11. odpowiadające tym chwilom naprężenia w obszarze oddziaływania wybuchu.



Rys. 10. Odkształcenia elementów kadłuba w wybranych chwilach czasu



Rys. 11. Naprężenia w obszarze wybuchu w wybranych chwilach czasu

## 5. PODSUMOWANIE

Uzyskane z badań modelowych rezultaty potwierdzają możliwość i konieczność kształtowania odporności udarowej nadwozi pojazdów specjalnych poprzez odpowiedni dobór kształtu, wymiarów oraz parametrów ogólnego układu konstrukcyjnego.

Zaprezentowana metodyka badań pozwala na wielowariantowe analizowanie konstrukcji nadwozi i struktur nośnych różnych pojazdów na obciążenia udarowe oraz obiektów innych, które mogą być poddane oddziaływaniom o podobnym charakterze. Opracowana metodyka badań umożliwia:

- określenie rozkładów ciśnienia wzdłuż powierzchni badanej konstrukcji, stanowiących podstawę do wyznaczenia obciążeń konstrukcji,
- ocenę odporności udarowej nadwozi pojazdów oraz innych konstrukcji,
- szacowanie skutków oddziaływania udarów już na etapie projektowania lub modernizacji struktur nośnych pojazdów i innych obiektów technicznych,
- projektowanie lub modernizację struktur nośnych pojazdów o podwyższonej odporności udarowej.

## LITERATURA

1. Borkowski W., Rybak P. (2007): *Passive protection of special vehicles*, Journal of Kones Powertrain and Transport Vol. 14, No. 4, 59-68.
2. Polska Zbrojna.26 Wrzesień 2004.
3. <http://tewton.narod.ru/>

## MULTI-AXLE SPECIAL-PURPOSE VEHICLE IN BLAST LOAD CONDITIONS

**Abstract:** In the paper there were described threats to multi-axle special-purpose vehicles in combat environment as well as within the confines of peace and stabilization missions. Into particular account was taken threats resulting from either so-called ground mine war or realization of patrol and intervention tasks. There were presented assumptions accepted in the process of creating mathematical model of the object and also the model of the blast load. Both models were built using finite elements method. Verification was accomplished based on the results of our own experimental tests. Testing the model of the vehicle structure was realized for most often encountered cases of improvised explosives applications. Presented methodology of research empowers to multivariate analysis of body structure as well as carrier chassis of specialized vehicles under the influence of explosive shock wave loads.

## CONTENTS

<b>Robert Baraniecki, Marcin Kudelski, Andrzej Leski</b> <i>The numerical stress analysis of the aircraft flap</i> .....	5
<b>Wacław Borkowski, Piotr Rybak, Zdzisław Hryciów, Bogusław Michałowski</b> <i>Multi-axle special-purpose vehicle in blast load conditions</i> .....	9
<b>Marian Dacko, Jacek Nowak</b> <i>Analysis of blast loaded energy absorbing elements using LS-DYNA and MSC.DYTRAN systems</i> .....	13
<b>Leszek Flis</b> <i>Taking computer physics to the initial analysis of the special container with the use of the ANSYS® AUTODYN® system</i> .....	21
<b>Zdzisław Gosiewski, Jerzy T. Sawicki, R. Zabielski</b> <i>Signals exciting rotating machinery vibrations for shaft crack detections</i> .....	27
<b>Tomasz Huścio, Franciszek Siemieniako</b> <i>Algorithm of the selection of electromagnetic driving modules of a planar aerostatic two-coordinate relative base</i> .	33
<b>Mariola Jureczko</b> <i>Optimization of dynamic properties of the wind turbine blade</i> .....	37
<b>Jan Kiciński, Grzegorz Żywica, Romuald Rządowski, Marcin Drewczyński</b> <i>Numerical modelling of the structural layer of foil bearing</i> .....	45
<b>Cezary Kownacki</b> <i>Estimating distributions of residual stress of axial compressor blade as the function of surface layer depth using wavelet analysis method of barkhausen signal</i> .....	51
<b>Wiesław Krasoń, Jerzy Małachowski, Jerzy Jachimowicz, Rafał Kajka</b> <i>Chosen aspects of 3d model validation for dynamic tests of main landing gear</i> .....	57
<b>Agnieszka Sabik, Ireneusz Kreja</b> <i>Analysis of laminated plates using equivalent single layer models</i> .....	63
<b>Eugeniusz Sajewicz, Tomasz Koronkiewicz, Jarosław Sidun</b> <i>A comparative analysis of selected transpedicular stabilization systems</i> .....	69
<b>Jacek Świniarski, Marian Królak, Katarzyna Kowal-Michalska</b> <i>Approximated material characteristics versus experimental ones in comparative analysis of fem model and laboratory tests of stability of thin-walled columns</i> .....	73
<b>Roman Trochimeczuk</b> <i>Device for laser engraving glass with polar positioning system</i> .....	77
<b>Tadeusz Wegner, Andrzej Pęczak</b> <i>Extensibility of object-oriented finite element class system with a conception of finite element based on a strain energy density function</i> .....	81
<b>Stanisław Wolny, Sławomir Badura</b> <i>The strenght analysis of the wheel of koepe pulley of winding gear</i> .....	91
<b>Olena Yevtushenko</b> <i>Frictional heat generation during cold rolling of metals</i> .....	95

# PORÓWNANIE MOŻLIWOŚCI ANALIZY CYLINDRYCZNYCH ELEMENTÓW ENERGOCHŁONNYCH OBCIĄŻONYCH IMPULSEM WYBUCHU W SYSTEMACH LS-DYNA I MSC.DYTRAN

Marian DACKO, Jacek NOWAK

Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wojskowa Akademia Techniczna im. Jarosława Dąbrowskiego,  
ul. gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

[m.dacko@wme.wat.edu.pl](mailto:m.dacko@wme.wat.edu.pl), [j.nowak@wme.wat.edu.pl](mailto:j.nowak@wme.wat.edu.pl)

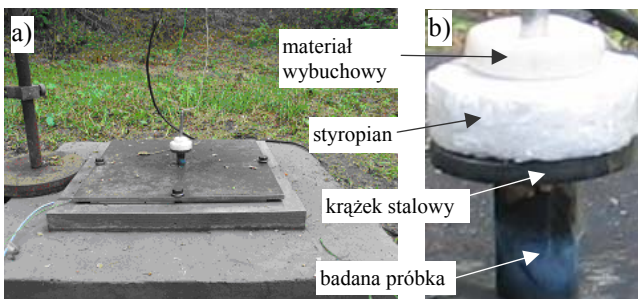
**Streszczenie:** W pracy przedstawiono problematykę modelowania elementów cylindrycznych obciążonych falą ciśnienia powstałą w wyniku detonacji ładunku materiału wybuchowego. Symulację numeryczną przeprowadzono w środowiskach programów MSC Dytran i LS-Dyna. Utworzono model numeryczny stanowiska do badań pakietów elementów cylindrycznych składającego się z nieodkształcalnej podstawy i przymocowanej do niej płyty bazowej. Stworzono model elementu energochłonnego. Obciążenie realizowano poprzez przyłożenie zmiennego w czasie ciśnienia do pokrywy górnej cylindra. Wyniki obliczeń numerycznych porównano z wynikami otrzymanymi na drodze eksperymentalnej.

## 1. WSTĘP

W pracy przedstawiono problematykę modelowania elementów cylindrycznych obciążonych falą ciśnienia powstałą w wyniku detonacji ładunku materiału wybuchowego. Podstawowym celem badań jest opracowanie modelu numerycznego, zweryfikowanego eksperymentalnie, poprawnie opisującego proces niszczenia elementów cylindrycznych poddanych działaniu fali uderzeniowej wybuchu. Dokonana zostanie weryfikacja możliwości współczesnych systemów obliczeń inżynierskich MES pod kątem ich zastosowania do rozpatrywanego zagadnienia. Należy określić, czy stosowane metody numeryczne są na tyle dokładne, że pozwolą na pełny opis rozpatrywanego zagadnienia. W literaturze nie odnaleziono przykładu wykorzystania programów analizy dynamicznej MES do określenia wielkości ładunków niezbędnych do zniszczenia danej konstrukcji.

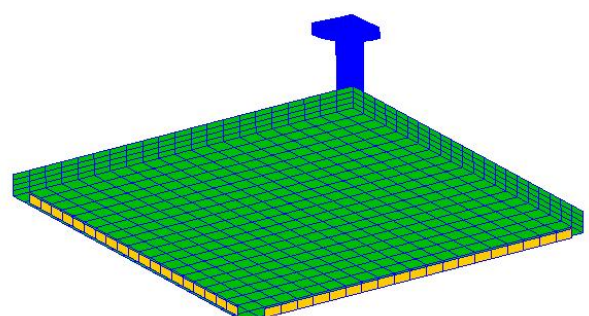
czujnika piezoelektrycznego zamieszczono w pracach (5,6,8,9,10) Analizę numeryczną deformacji elementów cylindrycznych poddanych obciążeniom falą uderzeniową wybuchu MW przeprowadzono w systemach LS-Dyna i MSC. Dytran. Obciążenie realizowano poprzez przyłożenie zmiennej w czasie siły (lub odpowiadającego jej ciśnienia) do górnej płyty ściskającej. Przyjęto biliniowy model materiału z umocnieniem plastycznym. Nie uwzględniono zmiany parametrów materiałowych wynikających z dużych prędkości odkształcenia. Rozpatrywano wpływ modelu materiału, tłumienia energii hourglass i tłumienia wiskotycznego na proces deformacji elementu cylindrycznego i przebieg drgań płyty stanowiska badawczego.

## 2. ANALIZA NUMERYCZNA ELEMENTU ENERGOCHŁONNEGO W SYSTEMIE MSC DYTRAN



Rys. 1. Stanowisko do badań elementów energochłonnych (a) i badany element energochłonny z ładunkiem 15g MW (b)

Na rys. 1. przedstawiono stanowisko badawcze zaprojektowane do badań elementów energochłonnych. Dokładny opis stanowiska oraz omówienie wyników badań statycznych i dynamicznych z zastosowaniem m.in.

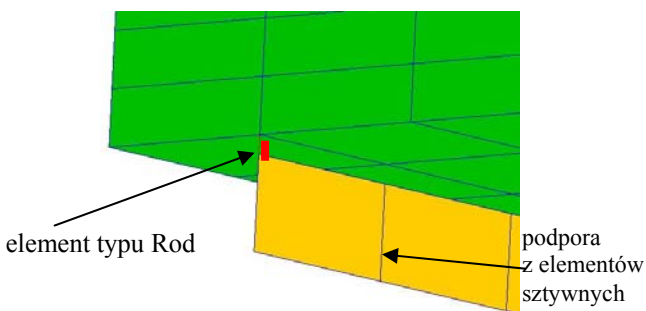


Rys. 2. Model numeryczny stanowiska do badań doświadczalnych w systemie MSC Dytran

Wstępna symulacja numeryczna badań płyty stanowiskowej z elementami energochłonnymi przeprowadzona została w systemie MSC Dytran.

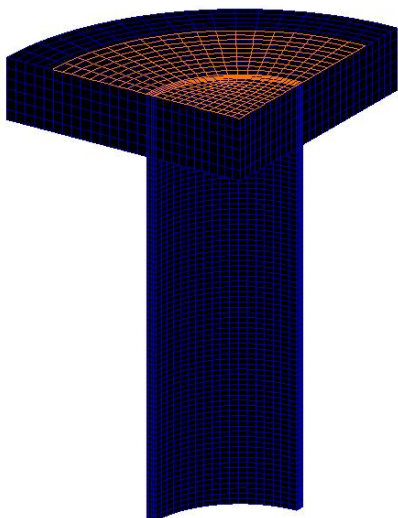
Ze względu na rozmiar zadania zdecydowano się na modelowanie  $\frac{1}{4}$  stanowiska i narzucenie więzów wynikających z symetrii zagadnienia.

Na rys. 2 przedstawiono model stanowiska badawczego z pojedynczym elementem energochłonnym. Płyta stanowiskowa składa się z czterech warstw elementów bryłowych typu Hex8. Od spodu opiera się ona na pryzmach, które w modelu zbudowano z elementów powłokowych typu Quad4 (Material Rigid). Zdefiniowano kontakt pomiędzy elementami podpór a płytą stanowiskową (rys 3). Śrubę łączącą płytę ze stanowiskiem modelowano elementem typu Rod (Bar2).



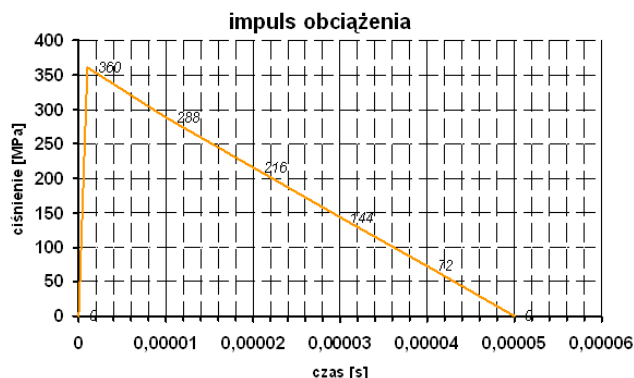
**Rys. 3.** Sposób modelowania połączenia płyty stanowiskowej z pryzmą

Model  $\frac{1}{4}$  elementu energochłonnego pokazano na rys. 4. Ściana boczna profilu cylindrycznego składa się z 70 elementów bryłowych (typu Hex) po wysokości, 18 po obwodzie i 4 elementów bryłowych po grubości. Krążek przykrywający profil cylindryczny składa się z 6 warstw elementów bryłowych. Każda z warstw to 18 wycinków kołowych o szerokości kątowej 5 stopni i 30 elementów wzdłuż promienia krążka. Narzucano odpowiednie więzy wynikające z założonej symetrii. Model obciążony jest impulsem ciśnienia przyłożonym do górnej powierzchni krążka na obszarze o promieniu 20mm, oznaczonym na rys. 4 jasnym kolorem.



**Rys. 4.** Model elementu energochłonnego z zaznaczonym obszarem oddziaływania impulsu ciśnienia

Teoria detonacji (1- 4) nie daje możliwości określenia parametrów fali detonacyjnej dla warunków wybuchu realizowanych w eksperymencie. Stąd dobór impulsu odbywał się na zasadzie pomiarów końcowych efektów deformacji cylindrycznych elementów energochłonnych. Dla potrzeb analizy numerycznej przyjęto impuls ciśnienia pokazany na rys. 5. Jest to impuls ciśnienia równomiernie rozłożonego na powierzchni koła, o liniowej zmienności w czasie jak na rysunku. Maksymalna wartość ciśnienia zostaje osiągnięta po  $1\mu s$  i wynosi 360 MPa. W analizie numerycznej impuls ten powoduje całkowite zniszczenie (pełne zgniecenie) elementu cylindrycznego. W badaniach doświadczalnych końcowy efekt uzyskujemy detonując płaski ładunek 15g MW w odległości 15mm od elementu cylindrycznego.



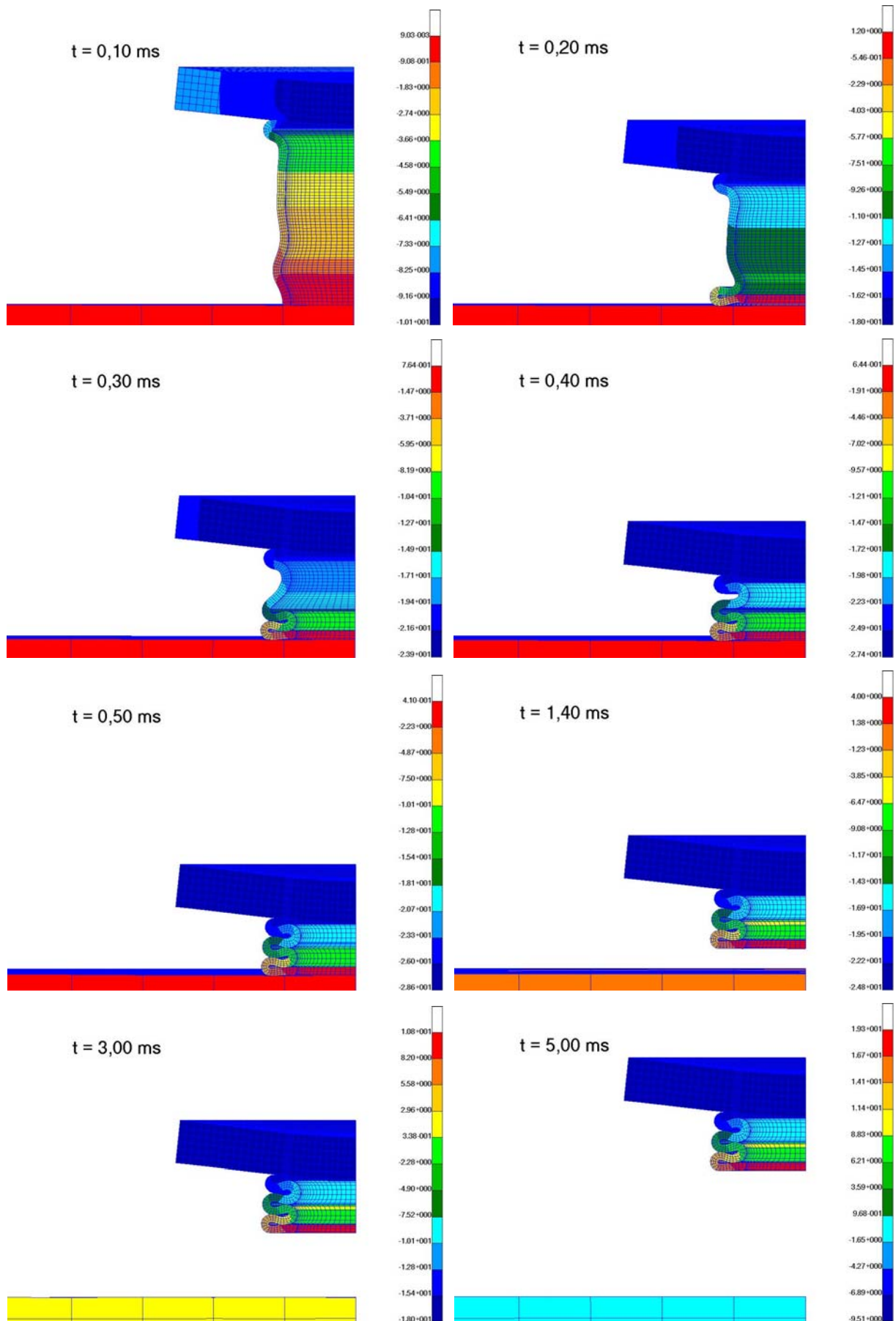
**Rys. 5.** Podstawowy impuls ciśnienia założony w symulacjach numerycznych

Na rys. 6. przedstawiono przebieg procesu deformacji modelu numerycznego elementu energochłonnego na płycie stanowiska badawczego. Proces niszczenia profilu cylindrycznego rozpoczyna się od utworzenia się w modelu górnej fałdy. W dalszej kolejności tworzy się pofałdowanie od strony płyty stanowiskowej. Jako ostatnia tworzy się fałda w części środkowej modelu profilu cylindrycznego. Zakończenie procesu formowania się fałd, a tym samym całkowite zniszczenie elementu energochłonnego następuje po upływie  $430\mu s$  od momentu zadziałania ciśnienia. Kształt zniszczonej próbki jest podobny do kształtu próbki zgniecionej w procesie statycznego ściskania. W obu przypadkach dochodzi do utworzenia się trzech fałd. Zwraca uwagę również fakt utworzenia się wgłębienia w krążku przykrywającym profil cylindryczny. Identyczny efekt obserwuje się w badaniach doświadczalnych. W dalszej fazie symulacji numerycznej następuje oderwanie się elementu cylindrycznego od płyty i jego ruch w górę.

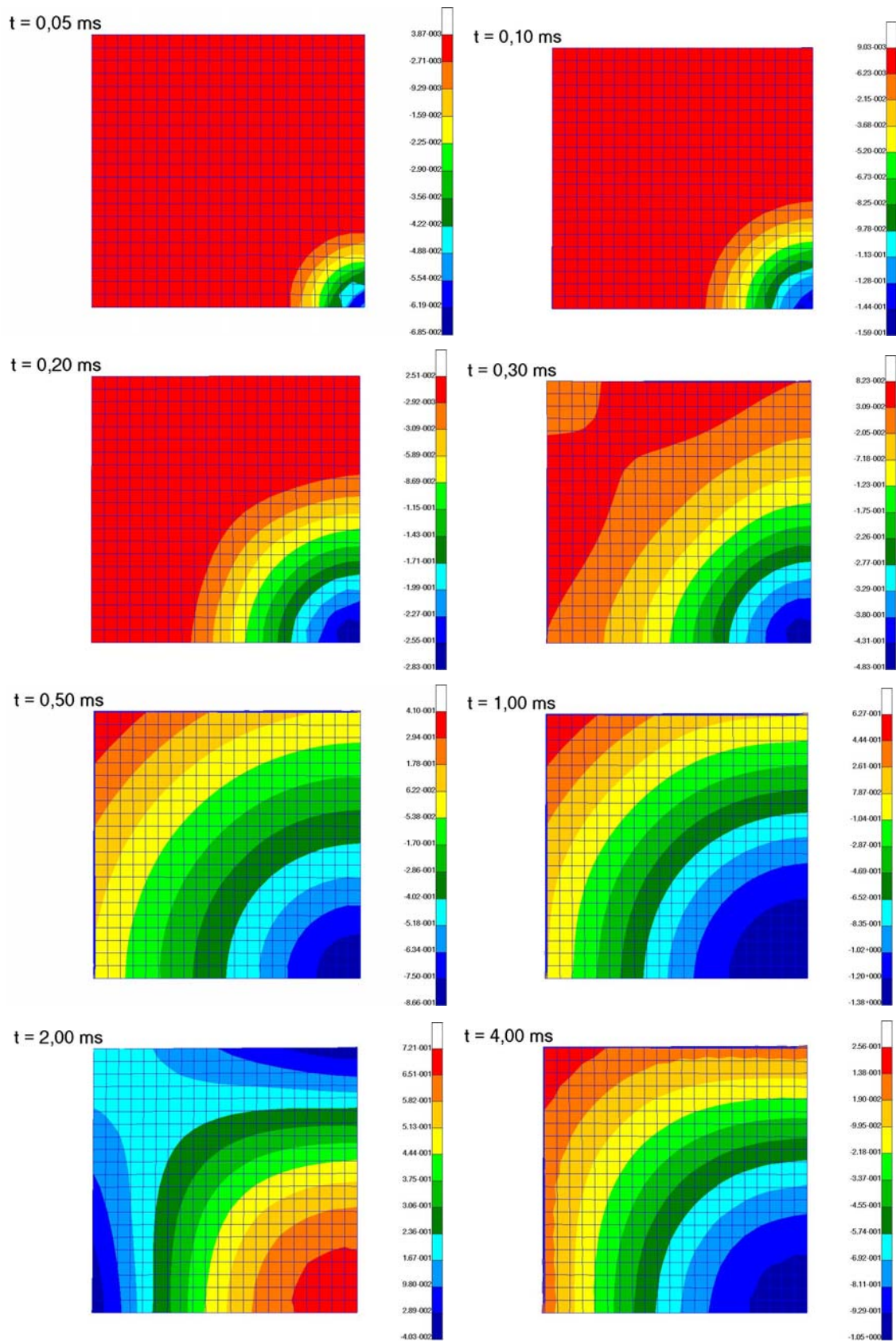
Deformacje elementów cylindrycznych przy pełnym zniszczeniu (fałdy w autokontakcie) przy obciążeniu statycznym i obciążeniu impulsem wybuchu są identyczne (skrócenie, liczba fałd) w analizowanych przypadkach.

Rys. 7 przedstawia warstwy przemieszczeń modelu płyty dla wybranych chwil czasowych.



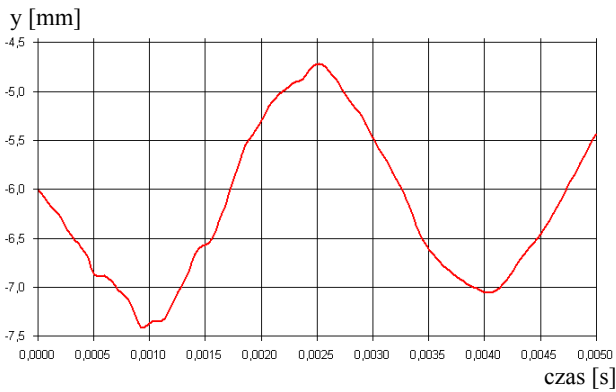


Rys. 6. Symulacja numeryczna deformacji ¼ elementu energochłonnego na płycie stanowiska głównego (na skali przedstawiono przemieszczenie pionowe)

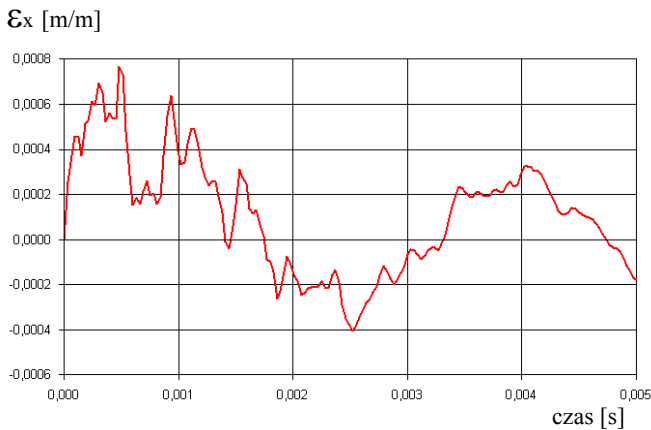


Rys. 7. Ugięcie płyty dla wybranych chwil czasowych





Rys. 8. Zmiana w czasie pionowego przemieszczenia węzła środkowego dolnej powierzchni płyty



Rys. 9. Odształcenie środkowego elementu płyty na dolnej powierzchni odpowiadające odształceniu  $\epsilon_x$  mierzonemu w trakcie badań doświadczalnych na stanowisku głównym

Drgania modelu płyty stanowiska głównego przedstawiono na rys. 8. Na wykresie zobrazowano zmianę w czasie położenia środkowego węzła dolnej powierzchni płyty. Płyta obciążana jest przez element energochłonny w czasie 430  $\mu$ s, po czym element odbija się od płyty. Ugięcie płyty w tym momencie osiąga w przybliżeniu połowę wartości maksymalnego ugięcia. Dalszy proces można traktować jako drgania własne o okresie 3,3ms.

Obliczone wartości odształceń w środkowym elemencie na dolnej powierzchni płyty wykazują taką samą podstawową częstość (rys. 9), jednak ze znacznym udziałem wyższych częstości. W badaniach eksperymentalnych dokonano pomiaru odształceń – z wykorzystaniem aparatury tensometrycznej – w środku płyty na kierunku prostopadłym do brzegu płyty.

### 2.1. Porównanie wyników badań doświadczalnych i analizy numerycznej w systemie MSC Dytran pojedynczego elementu energochłonnego

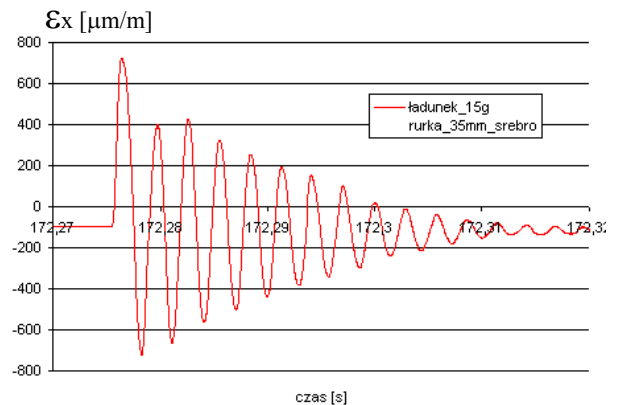
W celu weryfikacji poprawności modelu stanowiska głównego oraz sposobu aproksymacji obciążenia elementu energochłonnego falą ciśnienia pochodzącą z wybuchu ładunku MW przeprowadzono analizę porównawczą następujących przypadków:

- badanie doświadczalne - wybuch 15 g ładunku MW w odległości 15mm od elementu energochłonnego (przebieg odształcenia płyty rzeczywistej przedstawia rys. 10),

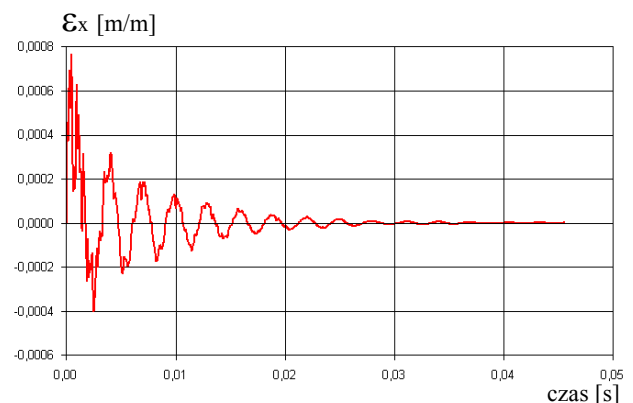
- symulacja numeryczna - obciążenie impulsem ciśnienia ( $p_{max} = 360\text{MPa}$ ,  $t=50\mu\text{s}$ ) górnej powierzchni płytki przykrywającej element energochłonny (przebieg odształcenia płyty w modelu numerycznym przedstawia rys. 11).

Porównanie otrzymanych wykresów (rys. 12) wskazuje na dobrą zgodność częstości drgań płyty rzeczywistej i jej modelu numerycznego. Maksymalne odształcenie sprężyste w obydwu przypadkach jest prawie identyczne i wynosi około 800  $\mu\epsilon$ . W modelu numerycznym występuje jednak zbyt silne tłumienie drgań. Jest ono efektem zastosowania uproszczonego (1-punktowego) całkowania równań ruchu i koniecznością wprowadzenia współczynnika tłumienia energii hourglass. Ma to na celu uniknięcia efektu klepsydrowania elementów bryłowych, gdyż w przypadku zastosowania zredukowanego całkowania (ang. *one-point integration*), podczas analizy numerycznej mogą wystąpić niefizyczne deformacje (mody pasożytnicze) nazywane klepsydrowaniem (ang. *hourglassing*). Mają one zazwyczaj charakter oscylacyjny, a ich okres drgań jest z reguły znacznie krótszy niż okres odpowiedzi badanej struktury.

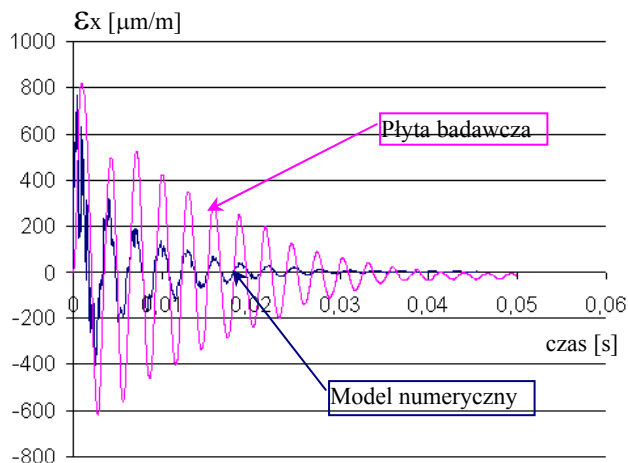
Skuteczną metodą tłumienia modów pasożytniczych jest zastosowanie w analizie elementów o pełnym całkowaniu. W elementach tych klepsydrowanie nigdy nie występuje, jednakże ich użycie jest bardziej kosztowne numerycznie i może z kolei doprowadzić do niefizycznego przeszywnienia modelu – tzw. blokady ścinania (ang. *shear locking*).



Rys. 10. Przebieg odształcenia  $\epsilon_x$  płyty na stanowisku badawczym



Rys. 11. Przebieg odształcenia  $\epsilon_x$  płyty w modelu numerycznym

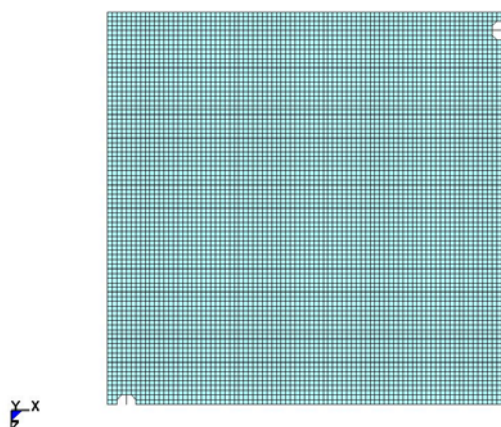


Rys. 12. Porównanie przebiegów odkształceń w płycie w doświadczeniu i modelu numerycznym

### 3. ANALIZA NUMERYCZNA PŁYTY STANOWISKA BADAWCZEGO W SYSTEMIE LS-DYNA

Brak pełnej zgodności wyników symulacji numerycznych i badań doświadczalnych przeprowadzonych na stanowisku głównym zdecydowały o przeprowadzenie analizy numerycznej modelu płyty stanowiskowej w systemie LS-Dyna. Dużą zaletą zastosowania tego systemu była możliwość wykonania analizy z użyciem stacji wieloprocesorowej, a co za tym idzie znaczne skrócenie czasu obliczeń.

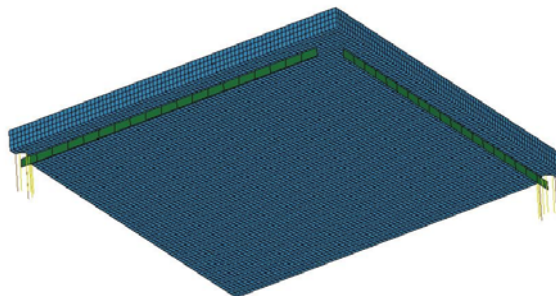
Model numeryczny płyty stanowiska składał się z czterech warstw elementów bryłowych. W stosunku do poprzedniego modelu zagęszczono czterokrotnie siatkę MES w każdej warstwie. Podobnie jak poprzednio, ze względu na symetrię do modelowania przyjęto  $\frac{1}{4}$  stanowiska. Na rys. 13 przedstawiono model numeryczny płyty stanowiska w widoku z góry.



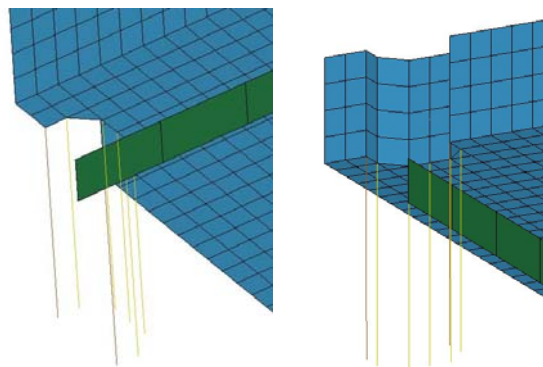
Rys. 13. Model płyty stanowiska głównego (widok z góry)

Pryzma, na której opiera się płyta została utworzona z nieodkształcalnych elementów powłokowych (rys 14). Połączenie płyty ze stanowiskiem przy pomocy śrub zrealizowano używając grupy elementów prętowych (rys. 15). Elementy te łączyły poszczególne węzły leżące

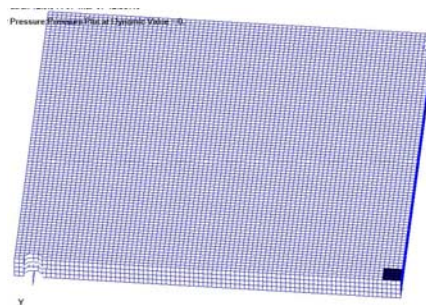
na obwodzie otworu pod śrubę z nieodkształcalnym podłożem. Długość tych elementów odpowiadała rzeczywistej długości śruby. Natomiast sumaryczna sztywność grupy elementów prętowych odpowiadała rzeczywistej sztywności śruby. Zdefiniowano kontakt pomiędzy elementami podpór a płytą stanowiskową.



Rys. 14. Płyta stanowiska głównego (widok od spodu). Kolorem zielonym zaznaczono elementy powłokowe modelujące pryzmy, na których opiera się płyta



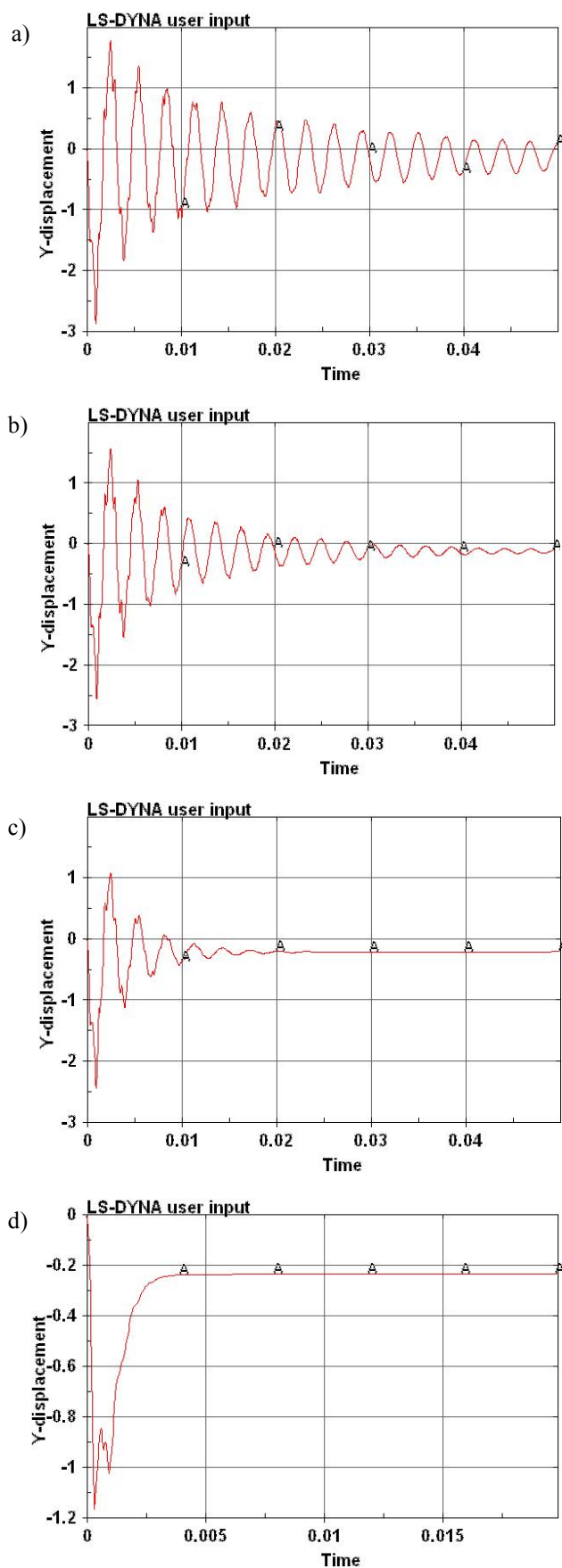
Rys. 15. Sposób modelowania śruby mocującej płytę do stanowiska głównego. Kolorem żółtym oznaczono grupę elementów prętowych o sumarycznej sztywności odpowiadającej rzeczywistej sztywności śruby.



Rys. 16. Obszar oddziaływania ciśnienia dla obliczeń z przypadków a-d z rys 17

LS-DYNA oferuje użytkownikom dodatkowo kilka metod kontrolowania zjawiska klepsydrowania. Jedną z metod polega na kontrolowaniu lepkości materiału (ang. *bulk viscosity*) modelu. Lepkość ta (podczas obliczeń) jest automatycznie przeliczana przez program, natomiast użytkownicy mają możliwość odpowiedniej jej modyfikacji przy pomocy współczynników lepkości – pierwszego oraz drugiego rzędu. Radykalne zwiększanie wartości tych

współczynników może mieć jednak bardzo niekorzystny wpływ na ogólną postać deformacji badanej struktury.



Rys. 17. Przebieg drgań płyty dla różnych wartości współczynnika tłumienia: a)10, b)150, c)400, d)4000

Mody pasożytnicze mogą być również tłumione poprzez dodawanie sztywności sprężystej do modelu. Niekiedy jest to bardziej korzystne niż stosowanie metod związanych z lepkością materiału (np. gdy w analizie zastosowano tzw. dynamiczną relaksację). Sztywność sprężystą dodaje się, zwiększając współczynnik klepsydrowania (ang. *hourglass coefficient*). Należy jednak pamiętać, że zbyt duża jego wartość (z reguły powyżej 0.15) może:

- w przypadku dużych deformacji doprowadzić do przeszywnienia modelu
- powodować niestabilności rozwiązania.

Ważnym aspektem opisywanego zagadnienia jest kontrola wpływu klepsydrowania na otrzymywane wyniki. LS-DYNA oferuje użytkownikom możliwość monitorowania (podczas obliczeń) energii dysypowanej przez siły przeciwdziałające tworzeniu się omawianych deformacji. Według ogólnie przyjętych zasad nie powinna ona przekraczać 10% energii wewnętrznej rozpatrywanego modelu/układu.

W analizie numerycznej zastosowano pełne całkowanie równań ruchu. Wprowadzono współczynnik tłumienia (global damping). Kształt impulsu ciśnienia przyjęto identyczny jak w przypadku obliczeń w systemie MSC Dytran. Płyta obciążona była ciśnieniem rozłożonym na 16 środkowych elementach. Obszar oddziaływania ciśnienia odpowiada obszarowi oddziaływania cylindra na płytę (rys. 16). Na rys. 17a-d przedstawiono drgania płyty stanowiskowej przy różnych wartościach współczynnika tłumienia. Przypadek d odpowiada tłumieniu krytycznemu. Dla przypadku b (wartość współczynnika tłumienia równa 150), otrzymany wykres najlepiej odzwierciedla rzeczywisty przebieg drgań płyty stanowiskowej (rys.10).

#### 4. WNIOSKI

Symulacje numeryczne przeprowadzone na modelu stanowiska pokazały dobrą zgodność w zakresie jakościowym deformacji energochłonnego elementu cylindrycznego i jego modelu numerycznego. Duże trudności w analizie numerycznej sprawiło powstawanie w trakcie analiz zjawiska hourglassingu (tzw. klepsydrowania), polegającego na niefizycznych deformacjach elementów bryłowych. W programie MSC Dytran problemu tego nie udało się poprawnie rozwiązać. Dla modelu stanowiska z elementem energochłonnym, przy braku tłumienia energii hourglass, dochodziło do niefizycznych deformacji elementów cylindrycznych przy poprawnej deformacji płyty stanowiskowej. Z kolei podwyższanie wartości współczynnika tłumienia energii hourglass dawało poprawną deformację elementu cylindrycznego i niefizyczne odkształcenia elementów modelujących płytę stanowiska. Problem ten udało się rozwiązać w systemie LS-Dyna, dzięki zastosowaniu m.in. tłumienia wiskotycznego (global damping).

Ogólnie należy uznać, że system obliczeń numerycznych LS-Dyna umożliwia dokładniejszy opis analizowanego zagadnienia, niż MSC.Dytran, aczkolwiek przyjęcie wartości poszczególnych współczynników wymaga wspomaganie się wynikami doświadczalnymi.

## LITERATURA

1. **Krzewiński R.** (1982), Dynamika wybuchu – Część 1 – Metody określania obciążeń, Wydawnictwo WAT, Warszawa.
2. **Krzewiński R.** (1982), Dynamika wybuchu – Część II – Działanie wybuchu w ośrodkach inercyjnych, Wydawnictwo WAT, Warszawa.
3. **Krzewiński R., Rekucki R.** (2005), Roboty budowlane przy użyciu materiałów wybuchowych, Wydawnictwo Polcen, Warszawa.
4. **Włodarczyk E.** (1994), Wstęp do mechaniki wybuchu, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
5. **Cieśla P., Dacko A., Nowak J.** (2005), Axial crush of thin walled tubes – experiment and simulation, 16th International Conference on Computer Methods in Mechanics, Częstochowa.
6. **Cieśla P., Dacko A., Dacko M., Nowak J.** (2005), Duże odkształcenia elementów cienkościennych poddanych ścisłaniu, Materiały IX Konferencji Naukowo-Technicznej Programy MES w komputerowym wspomaganiu analizy, projektowania i wytwarzania, Giżycko.
7. **Cieśla P., Dacko A., Dacko M., Nowak J.** (2005), Symulacja numeryczna zachowania elementu o dużej zdolności pochłaniania energii, Materiały IX Konferencji Naukowo-Technicznej Programy MES w komputerowym wspomaganiu analizy, projektowania i wytwarzania, Giżycko.
8. **Cieśla P., Dacko A., Dacko M., Nowak J.** (2006), Analiza i eksperyment w badaniu udarowej odporności konstrukcji, Górnictwo Odkrywkowe 5-6.
9. **Dacko M., Kiczko A., Nowak J., Dacko A., Cieśla P.** (2007), Doświadczalna analiza pakietu elementów cylindrycznych obciążonych impulsem wybuchu, Journal of KONES Powertrain and Transport, vol. 14, No. 1.
10. **Nowak J., Dacko A., Dacko M.** (2007), Doświadczalna analiza powłoki cylindrycznej obciążonej impulsem wybuchu – Journal of KONES Powertrain and transport, vol. 14, No. 1.

## ANALYSIS OF BLAST LOADED ENERGY ABSORBING ELEMENTS USING LS-DYNA AND MSC.DYTRAN SYSTEMS

**Abstract:** The paper presents the problems of modeling cylindrical specimens, loaded by pressure wave from the blast of explosive charge. The numerical simulation was performed using MSC.Dytran and LS-Dyna. The test rig was setup in numerical model. It consisted of rigid base and the base plate resting on it. The model of energy absorbing cylinder was created. The load was modeled by applying a varying pressure to the top cover of the cylinder. The results of numerical simulation was compared to the results of experiments



## WYKORZYSTANIE SYSTEMU MES ANSYS® AUTODYN® DO ANALIZY ZBIORNIKA SPECJALNEGO

Leszek FLIS\*

\* Instytut Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczno-Elektryczny,  
Akademia Marynarki Wojennej, ul. Śmidowicza 69, 81-137 Gdynia

[l.flis@amw.gdynia.pl](mailto:l.flis@amw.gdynia.pl)

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono próbę symulowania przebiegu destrukcji zbiornika przeznaczonego do transportu materiałów wybuchowych po eksplozji w jego wnętrzu. Przedstawiono cele do osiągnięcia i możliwości ich zrealizowania. Zaprezentowano wstępne wyniki symulacji komputerowej niszczenia zbiornika specjalnego. Określono wytyczne do dalszej pracy, szczególnie pod kątem weryfikacji wyników symulacji. Do zadań symulacyjnych wykorzystano najnowsze oprogramowanie (obliczenia explicit) ANSYS®AUTODYN® dedykowane dla zadań dynamiki nieliniowej.

### 1. WPROWADZENIE

W opracowaniu rozpatruje się pojemnik będący integralną częścią pojazdu specjalnego J10K (rys. 1).



**Rys. 1.** Widok ogólny pojazdu specjalnego JK10 wraz ze zbiornikiem (Fot. w opracowaniu zamieszczono za zgodą partnera z przemysłu firma na podstawie umowy o współpracy (<http://www.jakusz.com.pl/>))

Pojemnik służy do bezpiecznego transportu materiałów wybuchowych, w tym ładunków terrorystycznych, po drogach publicznych oraz ich ewentualnej neutralizacji w wyznaczonym miejscu. Konstrukcja pojazdu spełnia wymagania Rozporządzenia Ministrów Spraw Wewnętrznych i Administracji, Obrony Narodowej, Finansów oraz Sprawiedliwości z dnia 24.11.2004 r. w sprawie warunków technicznych pojazdów specjalnych i pojazdów używanych do celów specjalnych Policji, Agencji Bezpieczeństwa Wewnętrznego, Agencji Wywiadu, Straży Granicznej, Kontroli Skarbowej, Służby Celnej, Służby Więziennej i Straży Pożarnej. Myśl techniczna, konstrukcja jest w pełni polska. Firma produkująca pojazd posiada koncesję MSWiA nr B 414/2003.

Stalowy pojemnik umieszczony na ruchomej przyczepie umożliwia przewóz materiału wybuchowego o masie do 10 kg TNT. Umieszczony wewnątrz materiał absorbcyjny pochłania co najmniej 95% energii wybuchu.

Pojemnik może być ekranowany elektromagnetycznie w celu uniemożliwienia zdalnego odpalenia ładunku przy użyciu urządzeń radiowych i telekomunikacyjnych. Pojemnik przeznaczony jest do wielokrotnego użytku.



**Rys. 2.** Widok ogólny zbiornika i jego główne elementy w przekroju wzdłużnym: płaszcz zewnętrzny (1), płaszcz gumowy (2), przestrzeń powietrzna (3), płaszcz pancerny (4) płaszcz wewnętrzny (5)

Średnica zewnętrzna zbiornika wynosi 1332 mm, wysokość całkowita 1840 mm. Wysokość zbiornika głównego bez pokryw wynosi 1500 mm. W przekrój względem płaszczyzny symetrii (rys. 2b) przedstawiono główne elementy składowe zbiornika, które uwzględniono w modelu dyskretnym.

W zbiorniku można przewozić różne materiały niebezpieczne. Głównym przeznaczeniem konstrukcji jest transport pocisku odłamkowo-burzącego kalibru 152,4 mm typu OF-530 używanych w haubicach HB-43 D-1 wz. 43 produkcji radzieckiej (masa pocisku 43,56 kg masa ładunku wybuchowego TNT 6,25 kg, materiał pocisku wg. GOST S60 (S55)). Pociski tego typu znajdowane są podczas prac

ziemnych przy budowie dróg. Ponadto pociski tego typu są jeszcze w magazynach uzbrojenia i muszą być sukcesywnie utylizowane.

## 2. BADANIA

Transport niewybuchów, niewypałów, amunicji czy ładunków terrorystycznych odbywa się głównie w otwartych pojazdach jednostek saperских. W kraju nie produkuje się zbiorników do transportu materiałów wybuchowych stanowiących ochronę ludzi i mienia przed skutkami eksplozji ładunku o masie do 10 kg TNT.

Rozpatrywany zbiornik produkowany jest w wersji podstawowej ze stali St3. Po zastosowaniu stali konstrukcyjnej o podwyższonej wytrzymałości 55J2GH, czyli popularnej 18G2 (wg. DIN ST52-3), zbiornik „wytrzymuje” detonację pocisku OF-530. Docelowo zbiornik ma być „odporny” na detonację w jego wnętrzu ładunku o masie do 10 kg TNT. „Odporność” i „wytrzymałość” w tym przypadku oznacza, że eksplozja wewnątrz zbiornika nie może generować odłamków na zewnątrz zbiornika w kierunku promieniowym.

Najefektywniejszym sprawdzeniem tego typu konstrukcji, pod kątem stawianych wymagań, są badania poligonowe. Ujemną stroną takiego podejścia są koszty prototypów i samych prób poligonowych.

Zastosowanie natomiast eksperymentów numerycznych pozwala praktycznie na nieograniczone poszukiwanie optymalnych rozwiązań (względem stawianych wymogów). Zastosowanie najnowszych programów do poszukiwania optymalnej konstrukcji zbiornika jak i efektywności zastosowanych materiałów zmniejsza liczbę badań poligonowych. Eksperyment numeryczny powinien pomóc w zrozumieniu tego co dzieje się w „środku” poprzez wizualizację przebiegu destrukcji wnętrza zbiornika oraz analizę wyników obliczeń odnoszących się przede wszystkim do prawa zachowania energii.

W praktyce poligonowej powyższe dot. wizualizacji wybuchu wewnątrz zbiornika jest oczywiście niemożliwe, tak jak wykonywanie większości pomiarów. W podobnych przypadkach wykonuje się, w ograniczonym zakresie, pomiary ciśnienia detonacji z tym, że koszt jednego czujnika jest tak wysoki, że pomiar ten staje się ekstremalnie kosztowny na poziomie badań wstępnych.

Docelowo przewiduje się badania numeryczne w zakresie „wytrzymałości” zbiornika zbudowanego z klasycznych materiałów w złożonych wariantach konstrukcyjnych (konstrukcje typu „sandwich”) oraz dla prostych wariantów konstrukcyjnych (monolitycznych) przy zastosowaniu materiałów wysokowytrzymałych ewentualnie kombinacji dwóch poprzednich.

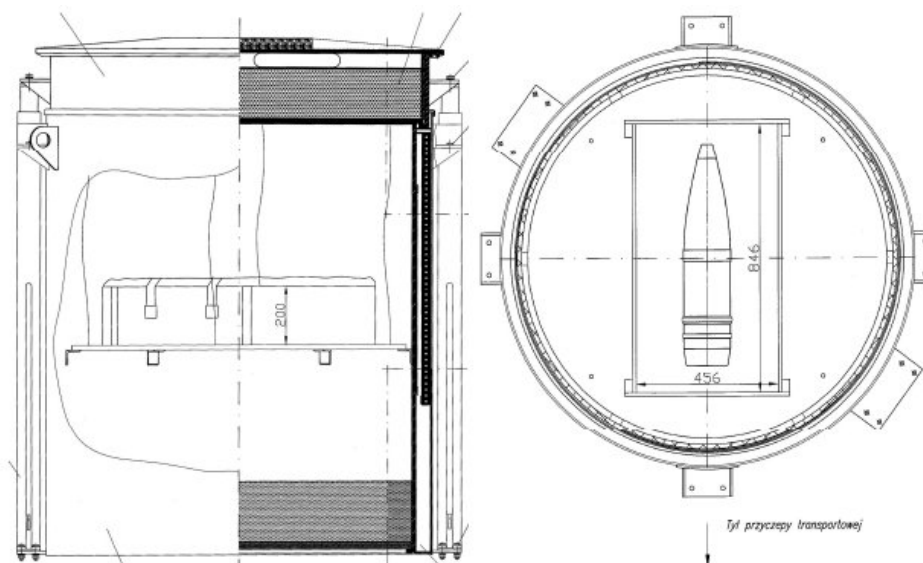
Niniejsze podejście ma na celu uzyskanie informacji czy dla tak silnie nieliniowych zjawisk jakim proces detonacji sensowne jest modelowanie komputerowe całego procesu destrukcji łącznie z jego skutkami. Z tego powodu zdecydowano się na wykonanie symulacji komputerowej z wykorzystaniem systemu ANSYS®AUTODYN®

dedykowane dla zadań dynamiki nieliniowej i porównanie otrzymanych wyników obliczeń z efektami prób na poligonie. Praca stanowi współpracę przemysłu i nauki i ma charakter rozwojowy.

### 2.1. Próby poligonowe

Pocisk OF-530 zdetonowano zdalnie w pojemniku w dwóch wariantach. W wariantcie I zbiornik wykonano ze stali St3. W wariantcie II ze stali 18G2. Masa ładunku wybuchowego 6,25 kg TNT.

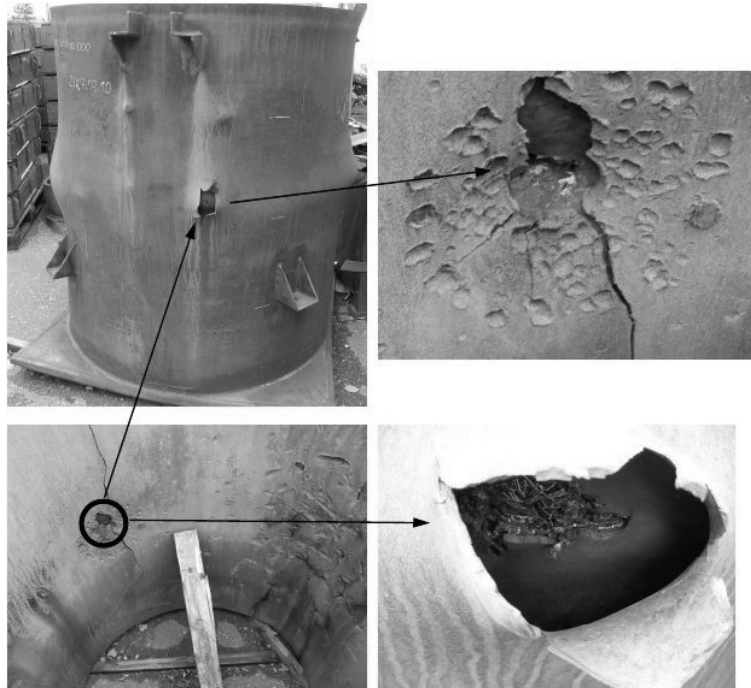
Schemat zbiornika i położenie w nim pocisku przedstawia rys. 3. Przygotowany pocisk do detonacji na poligonie przedstawia rys. 4. Zbiornik po detonacji pocisku w jego wnętrzu w wariantcie I przedstawiają na rys. 5, a w wariantcie II rys. 6.



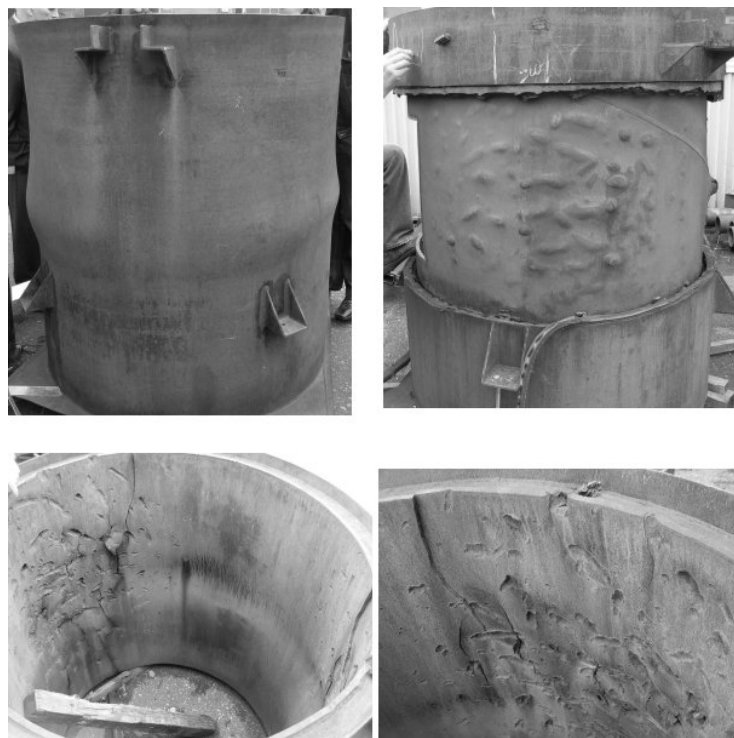
Rys. 3. Schemat zbiornika z pociskiem



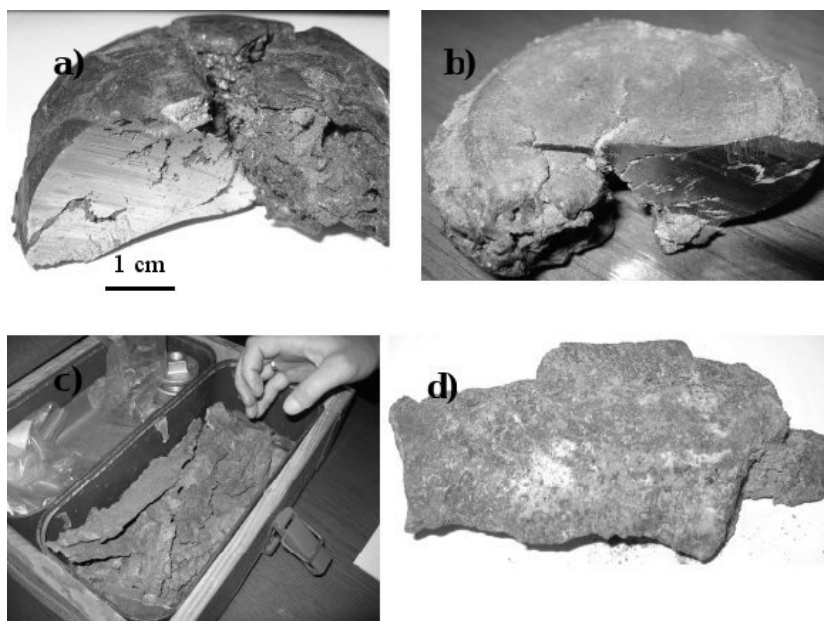
**Rys. 4.** Pocisk OF-530 w zbiorniku przygotowany do detonacji



**Rys. 5.** Zbiornik – wariant I; po detonacji z widoczną miejscową perforacją odłamkiem



**Rys. 6.** Zbiornik – wariant II; brak perforacji zbiornika



Rys. 7 Odłamki pocisku OF-530

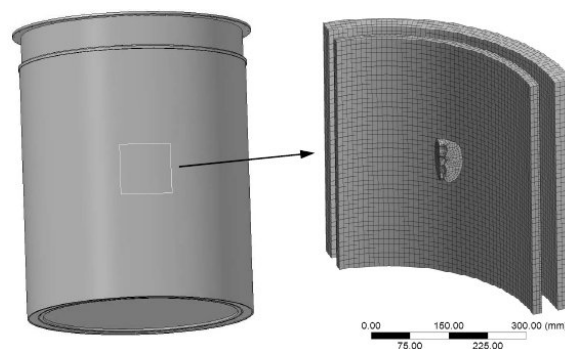
Zbiornika nie niszczy bezpośrednio ciśnienie wywołane detonacją masy ładunku zawartej w pocisku (6,26 kg TNT). Natomiast jego przebite następuje w wyniku oddziaływania odłamków (rys, 7 a-d). Najbardziej destrukcyjne jest oddziaływanie odłamka uformowanego z tylnej części pocisku. Ten odłamek sam zachowuje się ja pocisk, który z prędkością powyżej 1000 m/s przebija zbiornik (Zecevic, 2004).

## 2.2. Eksperyment numeryczny

Geometrię przestrzenną zbiornika i pocisku wykonano w systemie CAD (rys. 8), zgodnie z dokumentacją. Na tym etapie zadbano o szczegóły dotyczące współpracy poszczególnych części.

Tak przygotowane złożenie wprowadzono do systemu MES i poddano dyskretyzacji. Wykorzystując zawarte w systemie ANSYS®AUTODYN® procedury uwzględniono warunki brzegowo-początkowe dotyczące symulowanego procesu. Wewnątrz i na zewnątrz zbiornika uwzględniono powietrze jako ośrodek rozprzestrzeniania się fali detonacyjnej. Uwzględniono materiał wybuchowy w pocisku taki jaki jest w rzeczywistości (położenie, objętość, masę, kształt, punkt inicjowania detonacji). Każdy element zbiornika opisany został modelem materiałowym uwzględniającym plastyczne zachowanie się materiału, erozję i efekt pełnego zniszczenia.

Nadmienić trzeba, że w najprostszym przypadku należy do systemu wprowadzić min. 36 zmiennych materiałowych. Modeli materiałowych uwzględnianych podczas jednej symulacji może być od kilku do kilkunastu. Sam proces pozyskiwania danych materiałowych może być aspektem osobnych badań naukowych a od nich zależy przede wszystkim jakość uzyskiwanych wyników z czego autor zdaje sobie doskonale sprawę. Na tym etapie przyjęto dane dostępne w bazie materiałowej oprogramowania ANSYS®AUTODYN®.



Rys. 8. Geometria przestrzenna i zdyskretyzowany wycinek zbiornika

W pracy celowo nie podano szczegółów dotyczących aspektów teoretycznych zastosowanych modeli konstytutywnych. Wykorzystane narzędzie do przeprowadzenia symulacji jakim jest system ANSYS®AUTODYN® oparte jest na tzw. hydrokodach Lagrange'a, Eulera, SPH. Teoria w tym zakresie jest znana i opisywana w literaturze (Dobrociński, 2000; Jach, 2005). Istotą tej symulacji jest wykazanie, czy efektywne może być zastosowanie tej teorii w odniesieniu do rzeczywistości poprzez walidację uzyskiwanych wyników. Odpowiedzialność za jej poprawne użycie spoczywa na przeprowadzającym obliczenia.

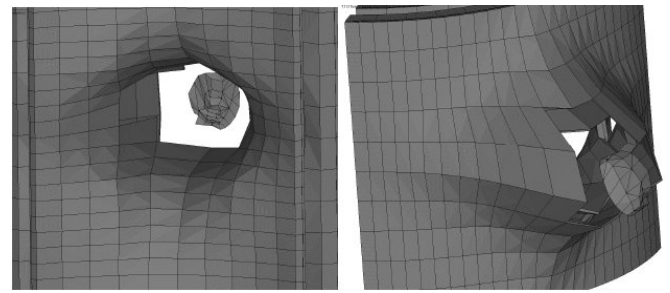
Jeśli od strony programowej nie widać ograniczeń to od strony sprzętowej są one ekstremalne. Pełna symulacja wymaga zastosowania wieloprocessorowych klastrów obliczeniowych do których na tym etapie badań nie było dostępu. Ograniczono się zatem do analizy fragmentu zbiornika (rys. 8) i oddziaływania pojedynczego odłamka przy ustalonych warunkach początkowo-brzegowych.



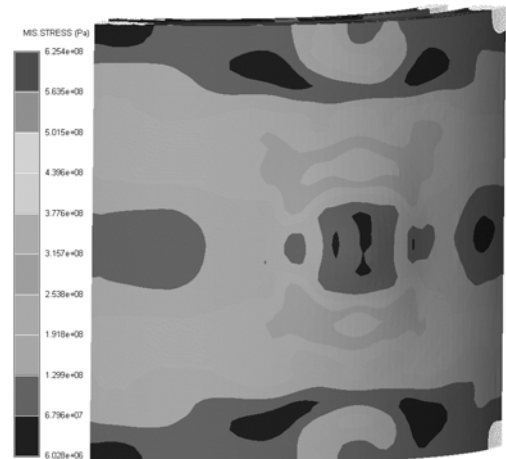
Name	<input checked="" type="checkbox"/>	WBMat- 1	
Reference Density	<input checked="" type="checkbox"/>	7.896000e+003	(kg/m3)
<b>EOS</b>		Shock	<input type="checkbox"/>
Gruneisen coefficient		2.170000	(none)
Parameter C1	<input checked="" type="checkbox"/>	4.569000e+003	(m/s)
Parameter S1	<input checked="" type="checkbox"/>	1.490000	(none)
Parameter Quadratic S2		0.000000	(s/m)
Relative volume, VE/V0		0.000000	(none)
Relative volume, VB/V0		0.000000	(none)
Parameter C2		0.000000	(m/s)
Parameter S2		0.000000	(none)
Reference Temperature		300.000000	(K)
Specific Heat		452.000000	(J/kgK)
Thermal Conductivity		0.000000	(J/mKs)
<b>Strength</b>		Johnson Cook	<input type="checkbox"/>
Shear Modulus	<input checked="" type="checkbox"/>	8.180001e+010	(Pa)
Yield Stress	<input checked="" type="checkbox"/>	3.500000e+008	(Pa)
Hardening Constant		2.750000e+008	(Pa)
Hardening Exponent		0.360000	(none)
Strain Rate Constant		0.022000	(none)
Thermal Softening Exponent		1.000000	(none)
Melting Temperature		1.811000e+003	(K)
Ref. Strain Rate (/s)		1.000000	(none)
Strain Rate Correction		1st Order	
<b>Failure</b>		Johnson Cook	<input type="checkbox"/>
Damage Constant, D1		1.010000e+020	(none)
Damage Constant, D2		1.010000e+020	(none)
Damage Constant, D3		1.010000e+020	(none)
Damage Constant, D4		1.010000e+020	(none)
Damage Constant, D5		1.010000e+020	(none)
Melting Temperature		0.000000	(K)
Ref. Strain Rate (/s)		1.000000	(none)
<b>Erosion</b>		Geometric Strain	<input type="checkbox"/>
Erosion Strain	<input checked="" type="checkbox"/>	1.000000	(none)
Type of Geometric Strain		Instantaneous	
<b>Cutoffs</b>			<input type="checkbox"/>
Maximum Expansion	<input checked="" type="checkbox"/>	0.100000	(none)
Minimum Density Factor		1.000000e-004	(none)
Minimum Density Factor (SPH)		0.200000	(none)
Maximum Density Factor (SPH)		3.000000	(none)
Minimum Soundspeed	<input checked="" type="checkbox"/>	1.000000e-006	(m/s)
Maximum Soundspeed	<input checked="" type="checkbox"/>	1.010000e+020	(m/s)
Maximum Temperature	<input checked="" type="checkbox"/>	1.010000e+020	(K)
<b>Material Reference</b>			

Rys. 9. Liczba i rodzaj danych materiałowych potrzebnych do przeprowadzenia obliczeń dla jednego modelu materiałowego

W wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskano następujące wyniki (rys. 10 i 11)



Rys. 10. Zbiornik – wariant I; perforacja odłamkiem



Rys. 11. Zbiornik – wariant II; brak perforacji zbiornika

Uzyskane wyniki odpowiadają efektom uzyskanym w odpowiednich wariantach na próbach poligonowych.

### 3. WNIOSKI

W pracy nie realizowano badań teoretycznych (nie opracowywano nowych modeli), ani też badań programistycznych (programowanie własnego hydrokodu nie było celem pracy). Podczas eksperymentu numerycznego należało ustalić, czy tego typu symulacja jest w ogóle możliwa do przeprowadzenia.

Okazało się, że od strony programowej nie ma żadnych ograniczeń. Istnieje możliwość wprowadzania do systemu własnych procedur w przypadku indywidualnych modeli obliczeniowych.

Zastosowania tego typu badań symulacyjnych w momencie, gdy możliwości badawcze są ograniczone ze względu np. na destrukcyjny charakter samego zjawiska wydają się na dzień dzisiejszy najlepszym rozwiązaniem.

Bez użycia kombinacji eksperyment/symulacja zawsze prowadzi się rozważaniami czysto teoretyczne, bez odniesienia do rzeczywistości lub czysto eksperymentalne, które nie zawsze pozwalają zrozumieć mechanizmy zachodzące podczas rozpatrywanego zagadnienia.

W dalszej części badań prowadzone będą w pierwszym etapie symulacje oddziaływania odłamków na konstrukcję typu „sandwich”.

## LITERATURA

1. **Dobrociński S.** (2000), *Stabilność rozwiązań zagadnień odporności udarowej konstrukcji*, ITE, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia.
2. **Zecevic B. i inni**, (2004), Influence of Warhead Design on Natura Fragmentation Performances: *15th DAAAM INTERNATIONAL SYMPOSIUM, Intelligent Manufacturing & Automation: Globalization–Technology–Men–Nature, Vienna, Austria 3-6th November 2004*.
3. **Jach K.** (2005), *Komputerowe modelowanie dynamicznych oddziaływań ciał metodą punktów swobodnych*, PWN, Warszawa.
4. AUTODYN®Explicit Software for Nonlinear Dynamic, Theory Manual Revision 4.3, Century Dynamics, 2005.
5. **Johnson & Cook** (1969), LA-4167-MS Selected Hugoniot EOS: *7th Int. Symp. Ballistics, 1969*.
6. <http://www.jakusz.com.pl/>

## TAKING COMPUTER PHYSICS TO THE INITIAL ANALYSIS OF THE SPECIAL CONTAINER WITH THE USE OF THE ANSYS® AUTODYN® SYSTEM

**Abstract:** In the article the initial approach of the author was showed to simulate the destruction course of the container intended to the explosives transportation after the explosion into his interior. The aims were presented in reaching them and possibilities of their realizing. Initial results of the computer simulation of the destruction of the special container were described. One qualified guidelines to the further work especially considering the validation of simulation results. To stimulatory subjects one used the latest software of the explicit type ANSYS® AUTODYN® dedicated for assignments of the non-linear dynamics.

## **SYGNAŁY POBUDZAJĄCE DRGANIA MASZYN WIRNIKOWYCH NA POTRZEBY DIAGNOSTYKI PĘKANIA WAŁÓW**

**Zdzisław Gosiewski\*, Jerzy T. Sawicki\*\*, Robert Zabielski\***

\* Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

\*\* Department of Mechanical Engineering Cleveland State University 2020 Euclid Avenue, Cleveland, USA

[gosiewski@pb.bialystok.pl](mailto:gosiewski@pb.bialystok.pl), [j.sawicki@csuohio.edu](mailto:j.sawicki@csuohio.edu), [robertus@poczta.fm](mailto:robertus@poczta.fm)

**Streszczenie:** Pękanie wału prowadzi do asymetrii jego sztywności. Według modelu pękania Mayesa sztywność zmienia się w sposób cosinusoidalny. Tego typu wymuszenie parametryczne prowadzi do kombinowanych rezonansów. Większość autorów bada zachowanie się dynamiczne wirnika w otoczeniu takiego rezonansu. W niniejszym artykule do badań diagnostycznych przyjęto model Jeffcotta dynamiki wirnika. Wyprowadzono równania ruchu uszkodzonego i nieuszkodzonego wału. Analizę drgań tego modelu nieliniowego przeprowadzono z wykorzystaniem metody małego parametru. Zaproponowano podejście transmitancyjne do modelowania uszkodzenia. Przeanalizowano możliwość pobudzenia drgań maszyny z wykorzystywaniem różnych typów sygnałów. Z wielu możliwych rozwiązań prowadzących do uzyskania informacji diagnostycznej wybrano do dalszych badań model reprezentowany przez funkcję odpowiedzi częstotliwościowej. Różnica pomiędzy dynamiką uszkodzonego i nieuszkodzonego wirnika została użyta do wypuklenia pików rezonansów kombinowanych w widmie drganiowym. Na bazie tych wymuszeń określono symptomy, z wykorzystaniem których można budować wskaźniki diagnostyczne. Rozważania analityczne poparto badaniami symulacyjnymi. Słowa kluczowe: pękanie, wirnik Jeffcotta, monitorowanie stanu technicznego, techniki wzbudzenia.

### **1. WPROWADZENIE**

Aby uzyskać informację o stanie technicznym maszyn wirnikowych stosowano rozmaite techniki wzbudzenia ich drgań. Niniejszy artykuł stanowi pewne studium analizy efektywności dobieranych wzbudzeń i możliwości przetwarzania sygnałów celem detekcji i diagnostyki pękania wału maszyny wirnikowej. Do oceny efektywności wykorzystano komputerowy model Jeffcotta dla pękniętego i niepękniętego wału. Analizowane drgania wirnika są pobudzane jego niewyważeniem, siłą ciężkości, zmianą parametrów pękniętego wału opisanego modelem Mayesa oraz dodatkowymi pobudzeniami.

Wibroakustyczne sygnały w maszynach wirnikowych są używane do celów identyfikacji i diagnostyki. Takie sygnały mogą być generowane przez zjawiska i siły wynikające z eksploatacji maszyny albo mogą być pobudzane przez dodatkowe urządzenia. Urządzenia pobudzające drgania są generatorami siły. Powinny być one zdolne wytwarzać siły o zadanej amplitudzie i w pożądanym zakresie częstotliwości nazwanym pasmem przenoszenia. Istnieje niewiele urządzeń spełniających te wymagania. Są to: elektrohydrauliczne albo elektromagnetyczne wzbudniki, łożyska magnetyczne, piezoelektryczne siłowniki.

Wirnik w maszynach wirnikowych ma wysoką energię kinetyczną rosnącą z kwadratem prędkości obrotowej. Pęknięcie wirującego wirnika może powodować katastroficzne następstwa. Wykrycie pękania w wczesnym stadium może uratować wirnik od nieodwracalnych uszkodzeń. Przez kontrolę rodzaju i głębokości pękania byłby możliwe bez zbędnego ryzyka użytkowanie pękniętych wirników. Wielu badaczy poszukiwało

symptomów celem wczesnego wykrycia pękania wirników. Informacje na ten temat zostały zebrane w pracy (Kiciński, 2006). Wszystkie modele pęknięć prowadzą do nieliniowego opisu dynamiki wirnika z powodu asymetrii sztywności wirnika (Gosiewski, Muszyńska, 1992) oraz z powodu dodatkowego parametrycznego wzbudzenia wibracji wirnika (Sawicki, Baaklini, Gyekenyesi 2004).

We wczesnym stadium pęknięcia zmiany sztywności wirnika są modelowane funkcją cosinus (Gasch, 1993), co prowadzi do kombinowanych rezonansów (Quinn, Mani, Kasandra, Bash, Inman, Kirk, 2005).

Kombinowane rezonanse są szczególnie dobrym źródłem informacji na potrzeby detekcji pękania wirnika. Niestety, mają małe amplitudy w porównaniu z innym rezonansami. W niniejszym artykule skoncentrowano się na kwestiach związanych z wzbudzeniem sygnałów diagnostycznych i na ich obróbce. Szukano sposobów wzmacniania wartości amplitud rezonansów kombinowanych na tle innych składowych widma wibroakustycznego. Okazuje się, że korzystnym jest badanie różnicy sygnałów pękniętego i niepękniętego wirnika. Wykorzystuje się przy tym sygnały procesu przejściowego i/lub procesu ustalonego drgań oraz analizuje te sygnały dla różnych pobudzeń. Podstawy takiej analizy sygnałów wibroakustycznych w zakresie jakościowym zostały przedstawione w pracy (Gosiewski, Sawicki, 2007). Obecnie podjęto pierwszą próbę ich oceny ilościowej.

### **2. MODELOWANIE ZEWNĘTRZNEGO WZBUDZENIA**

Siły wymuszające generowane przez zewnętrzne urządzenie mogą mieć różny kształt. Można stosować sygnały sinusoidalne, typu „chirp”, impulsowe, pulsowe, skokowe albo pseudo-biały szum. Wewnętrzne wzbudzenie ma zwykle charakter okresowy (suma sinusoid). Tak więc, możemy podzielić wszystkie sygnały pobudzające na dwie grupy: trygonometryczne i pulsacyjne. Pierwsza grupa zwykle jest używana do generowania drgań ustalonych, podczas gdy pulsacje są używane dla generowania procesów przejściowych. Dla prawidłowego pobudzenia układu mechanicznego należy unikać lokowania sił wymuszających i elementów pomiarowych w węzłach postaci drgań. Trygonometryczne sygnały możemy włączyć do modelu układu w sposób przedstawiony w pracy (Gosiewski, 1989).

Równania ruchu dla modelu Jeffcotta niepękniętego wirnika mają postać:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = e\Omega^2 \cos \Omega t + \frac{F_x(t)}{m} \quad (1)$$

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2y = e\Omega^2 \sin \Omega t$$

gdzie mamy zerowe warunki początkowe i pobudzenie przez niewyważenie oraz dodatkową siłę  $F_x$ . Rozwiązanie równań w przestrzeni stanu jest sumą całki ogólnej i całki szczególnej:

$$\mathbf{x}_0(t) = e^{A_0 t} \mathbf{x}_0(0) + \int_0^t e^{A_0(t-\lambda)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\lambda) d\lambda \quad (2)$$

gdzie:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n & 0 & 0 & e\Omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n & 0 & 0 & e\Omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_0(t) = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ u_x \\ u_y \\ \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_0(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \Omega \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{B} \mathbf{u}(t) = [0 \quad F_x(t)/m \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (3a)$$

Rozszerzony (o równania generujące siły od niewyważenia) model dynamiki wirnika w przestrzeni stanu ma więc postać:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie dla pomiaru przemieszczenia wirnika w kierunku osi  $x$  mamy:  $\mathbf{C}=[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ . W macierzy  $\mathbf{B}$  zawarte są parametry związane z rozmieszczaniem sił pobudzających drgania, podczas gdy wektor  $\mathbf{u}$  zawiera zmienne opisujące przebieg sił wymuszających. Zauważmy, że dla równań (1) założono zerowe warunki początkowe, podczas gdy w równaniach (4) warunki początkowe opisane są niezerowym wektorem  $\mathbf{x}_0(t)$  (3).

### 3. MODEL PĘKNIĘTEGO WIRNIKA.

Rozważmy model Mayesa (Mayes, Davis, 1884) pękniętego wirnika. Model Jeffcotta wirnika z niewielkim

pęknięciem ma postać (Sawicki, Baaklini, Gyekenyesi, 2004):

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{K}}(\phi, t) \mathbf{T} (\mathbf{q} + \mathbf{q}_{st}) = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{un} + \mathbf{F}_{ex} \quad (5)$$

gdzie:

$$\tilde{\mathbf{K}}(\phi, t) = \begin{bmatrix} 0.5(k_0+k_\alpha)+0.5(k_0-k_\alpha)\cos\phi & 0 \\ 0 & 0.5(k_0+k_\beta)+0.5(k_0-k_\beta)\cos\phi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix},$$

$\mathbf{M}$ ,  $\tilde{\mathbf{K}}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{F}_g$ ,  $\mathbf{F}_{un}$ ,  $\mathbf{F}_{ex}$  są odpowiednio macierzami masy, sztywności, tłumienia, sił ciężkości, sił od niewyważenia i sił zewnętrznych. Macierz sztywności  $\tilde{\mathbf{K}}$  podana jest we współrzędnych wirujących wraz z wirnikiem  $0\alpha\beta$ ,  $k_0$  jest współczynnikiem sztywności nie pękniętego symetrycznego wału, natomiast  $k_\alpha$ ,  $k_\beta$  są sztywnościami pękniętego wału z otwartym pęknięciem,  $\phi=\Omega t+\phi_0$  jest kątem między pęknięciem i wektorem odpowiedzi dynamicznej wirnika. Po wprowadzeniu macierzy transformacji  $\mathbf{T}$  do równania (5) otrzymujemy następujący model pękającego wirnika:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + [\mathbf{K}_0 - \Delta \mathbf{K}(t)] \mathbf{q} = \Delta \mathbf{K}(t) \mathbf{q}_{st} + \mathbf{F}_{un} + \mathbf{F}_{ex} \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_0 \mathbf{q}_{st} = \mathbf{F}_g$$

gdzie:

$$\mathbf{K}_0 = \begin{bmatrix} k_0 & 0 \\ 0 & k_0 \end{bmatrix}, \quad \Delta \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix},$$

$$\Delta \mathbf{K}(t) = \sum_{m=0}^3 \Delta \mathbf{K}_m \cos(m\Omega t + \varphi_m).$$

### 4. ROZWIĄZANIE RÓWNAŃ RUCHU.

Żeby obliczać odpowiedź niestacjonarnego układu (6) zastosowano metodę małego parametru  $\varepsilon$ . Zwiążemy  $\varepsilon$  z  $\Delta \mathbf{K}$ , a rozwiązanie przybierze postać szeregu:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_0(t) + \varepsilon \mathbf{q}_1(t) + \varepsilon^2 \mathbf{q}_2(t) + \dots \quad (7)$$

Powyższe rozwiązanie wstawimy do równania (6). Łącząc elementy równań (6) zawierające mały parametr  $\varepsilon$  w tej samej potęgde otrzymujemy układ równań:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}_0 + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}_0 + \mathbf{K}_0 \mathbf{q}_0 = \mathbf{F}_{un} + \mathbf{F}_{ex} \quad (8a)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{K}_0 \mathbf{q}_1 = \Delta \mathbf{K}(t) \mathbf{q}_0 + \Delta \mathbf{K}(t) \mathbf{q}_{st} + \mathbf{F}_{un} + \mathbf{F}_{ex} \quad (8b)$$

$$\dots \dots \dots \quad (8c)$$

Rozwiązanie równania (8a) jest podane wzorem (2). Rozwiązanie (2) podstawiamy do równania (8b). Wówczas pojawiają się w równaniu (8b) macierze z elementami  $e^{-\xi\omega_n t} A_m \cos(|m\Omega \pm \omega_s|t + \varphi_m)$ ,  $m=1,2,3,\dots$ , które w macierzy  $\mathbf{A}_1$  są reprezentowane poprzez podmacierz:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -|m\Omega \pm \omega_s|^2 & -\xi\omega_n \end{bmatrix}, \quad \omega_s = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}. \quad (9)$$

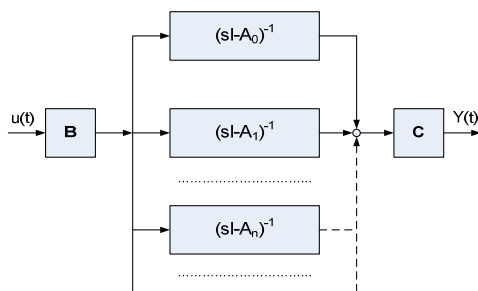
W przestrzeni stanu rozwiązanie równania (8b) ma postać:

$$\mathbf{x}_1(t) = e^{\mathbf{A}_1 t} \mathbf{x}_1(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}_1(t-\lambda)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\lambda) d\lambda \quad (10)$$

i ostatecznie rozwiązanie (7) w przestrzeni stanu przyjmie postać:

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}_0 t} \mathbf{x}_0(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}_0(t-\lambda)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\lambda) d\lambda + \varepsilon \left( e^{\mathbf{A}_1 t} \mathbf{x}_1(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}_1(t-\lambda)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\lambda) d\lambda \right) + \mathbf{x}_{res}(t) \quad (11)$$

gdzie  $\mathbf{x}_{res}(t)$  jest pozostałością zawierającą wyższe elementy szeregu potęgowego. Macierze  $\mathbf{A}_0, \mathbf{A}_1, \dots$  mają różne wymiary. Zatem macierze  $\mathbf{C}_0, \mathbf{C}_1, \dots$ , i  $\mathbf{B}_0, \mathbf{B}_1, \dots$  mają różne wymiary, ale te różnice dotyczą tylko dodatkowych zerowych elementów macierzy. Należy podkreślić, że wzbudzenie w naszym modelu generowane jest przez zewnętrzny wzbudnik, a niewyważenie i inne wymuszenia „wewnętrzne” są włączone do macierzy stanu. Model transmitancyjny rozwiązania podany jest na rys. 1.



Rys. 1. Model wejście – wyjście pękniętego wirnika

### 5. METODY DIAGNOSTYCZNE.

Ma bazie modelu z rys. 1 możliwe jest konstruowanie różnych wskaźników diagnostycznych. Zauważmy, że pobudzenie sinusoidalne:  $u(t) = A_u \cos(|m\Omega \pm \omega_s|t)$  (które pobudza jeden z kombinowanych rezonansów) jest tylko jednym z możliwych sposobów pobudzenia. Można rozważyć również następujące rozwiązania.

- Jednoczesne pobudzenie i pomiar w więcej niż jednym punkcie konstrukcji.
- Wykorzystanie drgań ustalonych lub przejściowych w konstruowaniu wskaźników diagnostycznych.
- Analiza sygnałów w dziedzinie czasu lub w dziedzinie częstotliwości.
- Wykorzystanie różnych metod przetwarzania sygnałów.

Do oceny diagnostycznej można wykorzystać pierwszą (proces przejściowy – drgania swobodne) lub drugą (proces ustalony – drgania wymuszone) składową rozwiązania (10) dla małego parametru różnego:  $\varepsilon=1$ . Tu w macierzy  $\mathbf{A}_1$  zawarta jest informacja o rozpoczęciu się procesu pęknięcia. Przybliżoną informację otrzymamy odejmując przebiegi drganiowe pękniętego i niepękniętego wału:

$$y_1(t) = \mathbf{C} \{ e^{\mathbf{A}_1 t} \mathbf{x}_1(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}_1(t-\lambda)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\lambda) d\lambda \} \quad (12)$$

$$\cong \mathbf{C} \mathbf{x}(t) - \mathbf{C} \{ e^{\mathbf{A}_0 t} \mathbf{x}_0(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}_0(t-\lambda)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\lambda) d\lambda \}$$

W powyższym równaniu wyraziliśmy różnicę pomiędzy drganiami pękniętego i niepękniętego wału w dziedzinie czasu. Równie dobrze można tę różnicę określić w dziedzinie częstotliwości. W każdym z tych przypadków należy odpowiednio dobrać początek pobieranego sygnału. Uniknąć problemów z początkiem pobierania sygnałów możemy w przypadku zastosowania transformacji w dziedzinie częstotliwości lub funkcji autokorelacji w przypadku dziedziny czasu.

### 6. SYMULACJE KOMPUTEROWE.

Zgodnie z modelem Jeffcotta masa wirnika w postaci tarczy osadzona jest na środku bezmasowego giętnego wału. Zakładamy, że przed rozpoczęciem pęknięcia wirnik miał izotropową strukturę. Rezonans wypadł przy 40 Hz, a prędkość obrotowa wału wynosiła 36 Hz. Przyjęto 3% tłumienie zewnętrzne i mimośród środka masy  $e=0.1$  mm. A to oznacza, że przyjęto te same parametry jak w przykładzie z artykułu (Penny, Friswell, Zhou).

Następnie założono pęknięcie na głębokość 40% promienia wału w postaci płaskiego bezubytkowego nacięcia. Prowadzi to do 9% redukcji sztywności wału w kierunku normalnym do linii cięcia, a w kierunku stycznym - do 4% redukcji sztywności.

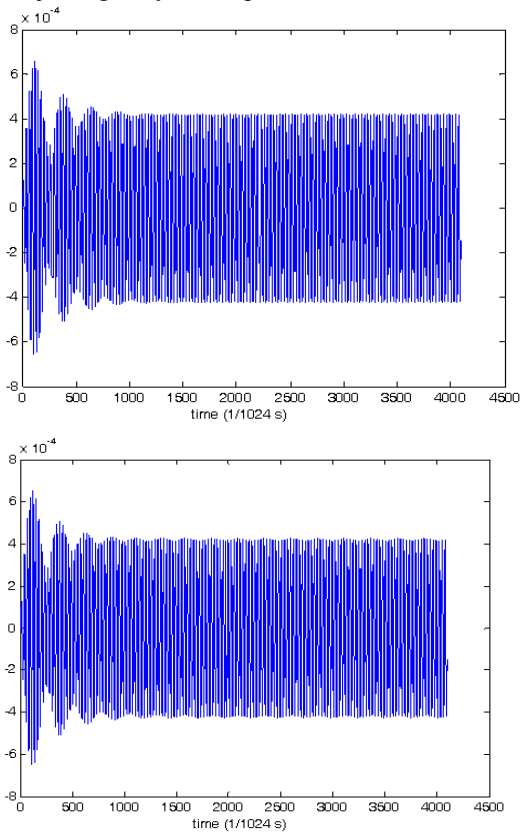
Przebieg drgań w ciągu pierwszych czterech sekund symulacji dla niepękniętego wirnika pokazano na rys. 2a (całkowanie układu równań (1)), natomiast dla pękniętego wirnika - na rys. 2b (całkowanie układu równań (6)). Różnice są minimalne i w przypadku obciążenia sygnałów szumem pomiarowym będą nierozróżnialne. Dlatego należy sygnały drganiowe poddać dalszym przekształceniom w celu poszukiwania informacji diagnostycznej.

- Najpierw poddano przekształceniu FFT początkowy fragment sygnału celem jednoczesnego oszacowania zawartości widmowej zarówno procesu przejściowego jak i drgań ustalonych.
- Następnie pobudzano sygnałem sinusoidalnym poszczególne rezonanse kombinowane celem oceny tego pobudzenia jako wskaźnika diagnostycznego.
- W kolejnym etapie symulacji wykorzystano Simulinkową funkcję chirp celem oceny całego widma drganiowego.
- W kolejnym kroku wykorzystano funkcję impulsową celem pobudzenia procesu przejściowego. Na bazie procesu przejściowego wyznaczyć można parametry Markowa, z których z kolei otrzymamy modalny model układu w przestrzeni stanu. Model ten powinien pozwolić nam oszacować wielkość pęknięcia. Ten etap pracy będzie opisany w oddzielnym artykule.

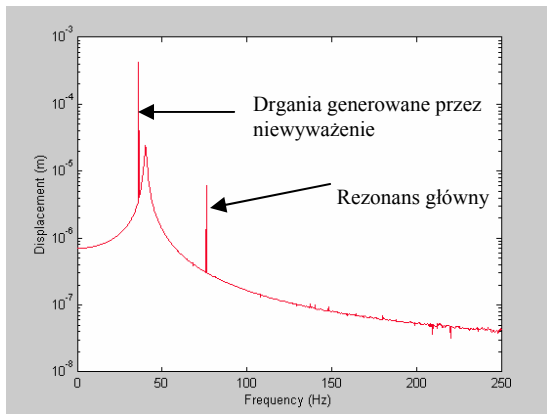
#### 6.1. Widmo drganiowe

Poddano przekształceniu FFT drgania pękniętego wirnika. Analizę widmową należy realizować na sygnałach ustalonych. Przekształceniu FFT poddano więc sygnał już po zaniku procesu przejściowego (poczynając od setnej sekundy symulacji czasowej). Wyniki takiej symulacji przedstawione są na rys. 3. Na widmie widać szczytkową charakterystykę procesu przejściowego obciążonego szumem wynikającym z błędów numerycznych. Nie można

natomiast zauważyć rezonansów kombinowanych. Jeśli by do tego dodać występujący w rzeczywistości szum pomiarowy, to nie ma szans, aby z takiego widma uzyskać informację diagnostyczną o pęknięciu wału wirnika.



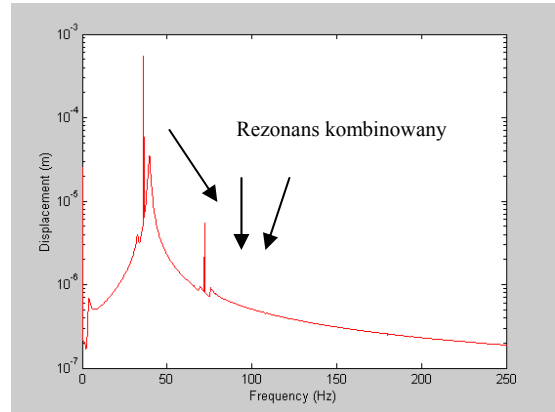
**Rys. 2.** Przebieg drgań w czasie 4 sek.: a) nie pęknięty wirnik b) pęknięty wirnik



**Rys. 3.** Częstotliwość widmowa pękniętego wirnika; widmo drgań ustalonych.

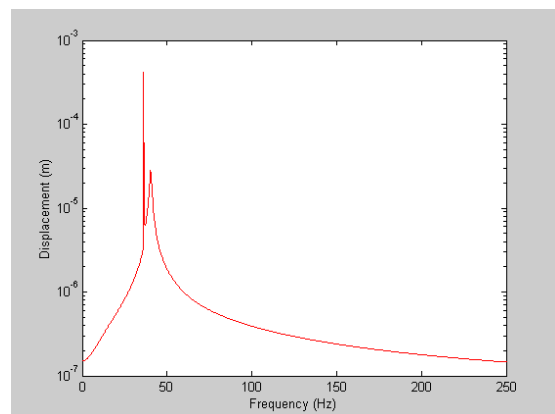
Powyższe oznacza, że należy poddać diagnozowany wirnik dodatkowemu pobudzeniu. Zauważmy, że na początku symulacji występuje znaczący proces przejściowy. Niezerowe warunki początkowe wynikają z włączenia od początku symulacji sinusoidalnie zmiennego niewyważenia wirnika. W zależności od fazy włączenia sygnału niewyważenia niezerowe będzie albo przemieszczenie albo prędkość drgań albo obie te wielkości naraz. Stąd mamy proces przejściowy na początku symulacji. Poddano więc przekształceniu FFT początek procesu symulacji, a wynikowe widmo przedstawione jest

na rys. 4. Dzięki zastosowaniu dużej rozdzielczości FFT (4096 próbek) na zarejestrowanym widmie częstotliwościowym widać dodatkowe kombinowane rezonanse. Łatwo sprawdzić, że te rezonanse występują z częstotliwościami  $(\omega_s - \Omega)$ ,  $(\omega_s + \Omega)$ ,  $(2\Omega - \omega_s)$ , itd. oraz w pobliżu powyższych częstotliwości, co a wynika z zastąpienia częstotliwości  $\omega_s$  przez częstotliwości związane ze zmienioną sztywnością pękniętego wału.



**Rys. 4.** Częstotliwość widmowa pękniętego wirnika; widmo drgań przejściowych i ustalonych

Analizując widmo z rysunku 4 można zauważyć piki amplitudowe dla rezonansów kombinowanych. Niestety ich wartości nie są zbyt duże i istnieje obawa, że nie będą one rozróżnialne wśród szumu pomiarowego mającego miejsce w pomiarach drgań rzeczywistych maszyn wirnikowych. W kolejnym kroku wprowadzono więc różnicę pomiędzy widmami amplitud drgań wirnika dla pękniętego i niepękniętego wału. Najpierw określono widmo dla niepękniętego wirnika (rys.5), które wyznaczono również dla początkowej fazy symulacji. Następnie odjęto charakterystykę amplitudową z rys. 5 od charakterystyki z rys. 4. Różnicowa charakterystyka jest prezentowana na rys. 6.

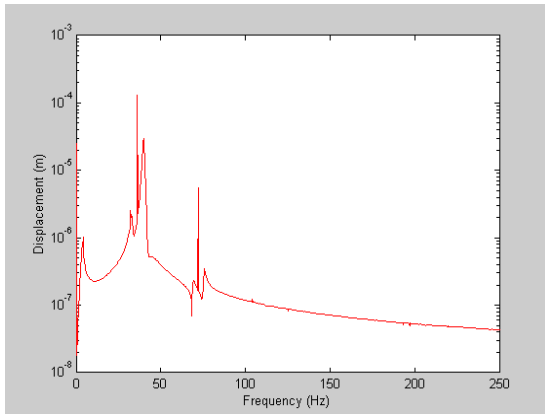


**Rys. 5.** Charakterystyka amplitudowa nie pękniętego wirnika

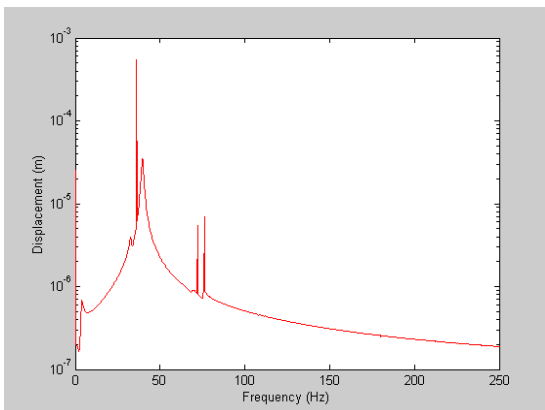
Okazuje się, że różnica widma amplitud uwypukla rezonanse kombinowane kosztem drgań od niewyważenia i rezonansu głównego. Rezonanse powinny być widoczne nawet w widmie zaszumianym.

## 6.2. Pobudzenie rezonansów kombinowanych wymuszeniem harmonicznym

Jako zewnętrzne wymuszenie przyjęto wymuszenie generowane przez dodatkowy wzбудnik. W dalszych rozważaniach tego rozdziału przyjęto, że wymuszenie zewnętrzne działa jedynie na kierunku osi  $x$  i ma przebieg harmoniczny. Jest to najczęściej obecnie wykorzystywany sygnał do celów diagnostyki pęknięcia wirnika [5]. Sygnał ten będzie podawany z częstotliwością rezonansów kombinowanych. Należy tu zauważyć, że wraz z zaawansowaniem pęknięcia zmienia się nieco częstotliwość, z którą zachodzi rezonans kombinowany, gdyż zmienia się sztywność wału. Dlatego należy uważnie przeanalizować widmo drganiowe wirnika zanim podda się go pobudzeniu wzbudnikiem.



Rys. 6. Różnica charakterystyk częstotliwościowo-amplitudowych



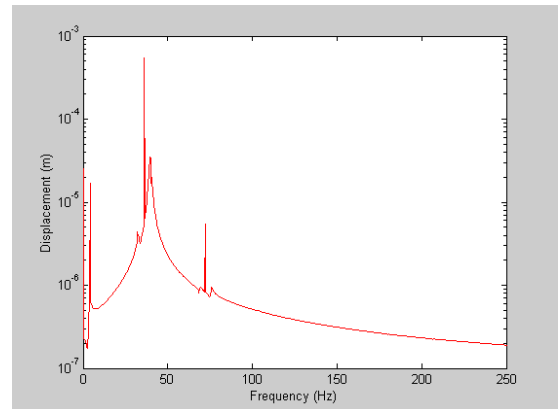
Rys. 7. Widmo drganiowe przy pobudzeniu rezonansu kombinowanego zachodzącego z częstotliwością  $(\Omega + \omega_s = 76\text{Hz})$

Do badań wykorzystano symulowany sygnał drgań ustalonych (uzyskany po 100 sekundach symulacji). Widmo drganiowe przy pobudzeniu rezonansu kombinowanego zachodzącego z częstotliwością  $(\Omega + \omega_s = 76\text{Hz})$  przedstawia rys. 7, natomiast widmo drganiowe przy pobudzeniu  $(|\Omega - \omega_s| = 4\text{Hz})$  pokazane jest na rys. 8. Warto podkreślić, że w pierwszym przypadku mamy pomijalną zmianę wartości amplitudy drgań pękniętego wału w stosunku do drgań nie pękniętego wału, natomiast w przypadku pobudzenia z częstotliwością równą 4 Hz mamy znaczący (około 10 dB) wzrost amplitudy drgań rezonansu

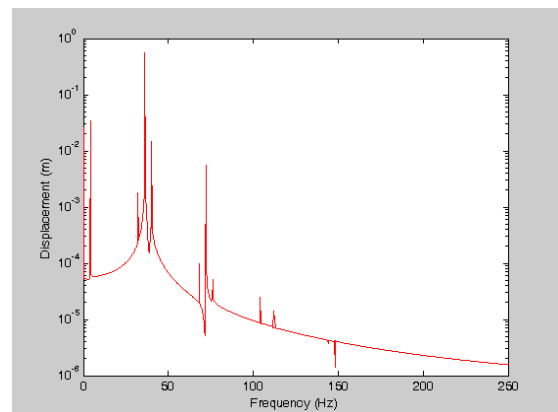
kombinowanego. Ponieważ pobudzenie z tak niską częstotliwością jest możliwe przy pomocy różnych urządzeń, to ten rezonans kombinowany dla przykładowego wirnika wydaje się być najlepszym kandydatem do obserwacji diagnostycznej. Oczywiście konieczne są dalsze badania, aby ostatecznie potwierdzić ten wniosek.

## 6.3. Pobudzenie drgań funkcją chirp

W przypadku pobudzenia funkcją harmoniczną jak już wspomniano należy dokładnie „wstrzelić się” w częstotliwość rezonansu kombinowanego. Tym samym, aby znaleźć tę częstotliwość należy pobudzić całe widmo drgań. Wykorzystamy do tego funkcję „chirp” z pakietu Simulink. Pobudzać się będą drgania ustalone (po 100 sekundach od początku symulacji). Widmo tak pobudzonego pękniętego wirnika jest przedstawione na rys. 9.

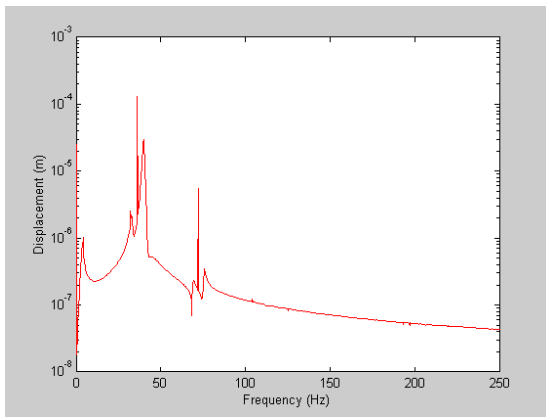


Rys. 8. Widmo amplitudowe pękniętego wirnika pobudzonego sinusoidalnie wzbudnikiem z częstotliwością  $|\Omega - \omega_s| = 4\text{Hz}$



Rys. 9. Widmo amplitudowe pękniętego wirnika pobudzone funkcją „chirp”





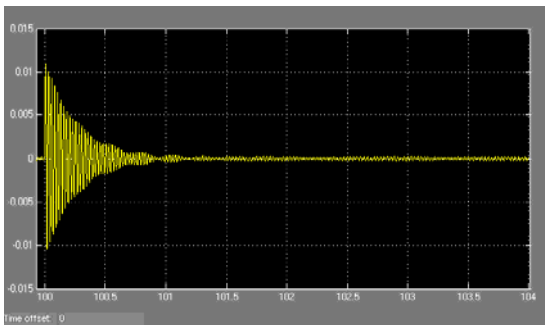
**Rys.10.** Różnica widm drganiowych pękniętego i niepękniętego wirnika pobudzanych funkcją *chirp*.

Można zauważyć daleko idące podobieństwo tego rysunku z rys. 4. Okazuje się więc że proces przejściowy zawiera tę samą informację diagnostyczną co widmo drgań ustalonych. Należy więc sprawdzić różnicę widma amplitudowego pękniętego i nie pękniętego wirnika. Różnica ta dla drgań ustalonych prezentowana jest na rys. 10.

Rysunek ten potwierdza podobieństwo informacji diagnostycznej zawartej w zarówno w procesie przejściowym jak i w widmie drgań ustalonych.

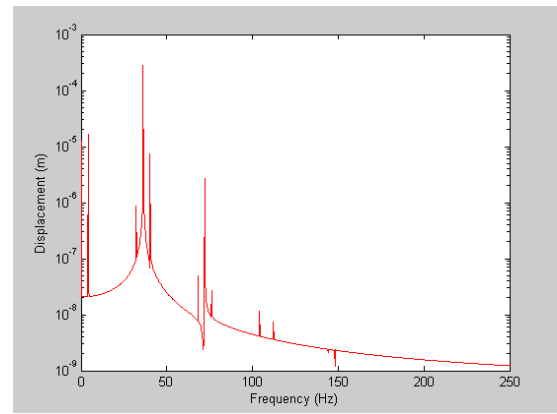
#### 6.4. Impulsowe pobudzenie drgań przejściowych

Pobudzenie drgań impulsem nastąpiło po zaniku drgań przejściowych wywołanych włączeniem się sił bezwładności od niewyważenia. Po 100 sek. od początku symulacji wał został pobudzony w kierunku *x* impulsem siły, a przebieg drgań od chwili włączenia impulsu ma przebieg pokazany na rys. 11.



**Rys. 11.** Przebieg drgań od chwili włączenia impulsu.

Widmo tego procesu przejściowego pokazane jest na rys. 12. Jak z niego wynika jest ono podobne do widma z rysunku 4. Różnica widm pękniętego i niepękniętego wału zbudowana na drganiach swobodnych jest prawie identyczna z widmem z rys 6. Tym samym staje się oczywiste, że można zbudować układ diagnostyczny w oparciu o przebieg drgań swobodnych



**Rys.12.** Widmo procesu przejściowego

## 7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W artykule badano możliwości wykorzystania różnych pobudeń w wibroakustycznej metodzie diagnostyki pęknięcia wałów maszyn wirnikowych. Wprowadzenie różnicy sygnałów drganiowych wału przed i po uszkodzeniu owocuje istotnym wzrostem amplitudy drgań rezonansowych zachodzących z częstotliwościami rezonansów kombinowanych. Wskaźniki diagnostyczne można budować zarówno na bazie przekształcania drgań ustalonych jak i drgań swobodnych. Pobudzenie drgań swobodnych jest łatwiejsze od strony technicznej. Dlatego dalsze badania będą się koncentrowały na wykorzystaniu procesu przejściowego dla budowania systemu diagnostycznego.

## LITERATURA

1. Kiciński J. (2006), *Rotor Dynamics*, Series, Vol. 28, IFFM Publisher, Gdańsk
2. Gosiewski Z., Muszyńska A. (1992), *Dynamika maszyn wirnikowych*, Wydawnictwo Uczelniane WSInż., Koszalin
3. Sawicki J.T., Baaklini G.Y., Gyekenyesi A.L. (2004), *Coupled Lateral and Torsional Vibrations of a Cracked Rotor*. Proc. ASME Turbo Expo 2004, Power for Land, Sea and Air, June 14-17, Vienna, Austria.
4. Gasch R. (1993), *A Survey of the Dynamic Behaviour of a Simple Rotating Shaft with Transverse Crack*, Journal of Sound and Vibrations, Vol.160, No 2, pp.313-332
5. Quinn D.D., Mani G., Kasandra M.E.F., Bash T., Inman D.J., Kirk R.G. (2005), *Damage Detection of a Rotating Shaft Using an Active Magnetic Bearing as a Force Actuator – Analysis and Experimental Verification*, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol.19, No 6,
6. Gosiewski Z., Sawicki J.T. (2007), *A new vibroacoustic method for shaft crack detection*, Proc. ISCORMA-4, Calgary, Alberta, Canada
7. Gosiewski Z. (1989), *Aktywne sterowanie drganiami wirników*, Wydawnictwo Uczelniane WSInż., Koszalin
8. Mayes I.W.: Davis W.G.R. (1884), *Analysis of the response of a multi-rotor-bearing system containing a transverse crack in a rotor*, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, Vol. 106, No 1, pp.139-145.
9. Penny J.E.T., Friswell M.I., Zhou Ch. *Condition Monitoring of Rotating Machinery using Active Magnetic Bearings*.





# ALGORYTM DOBORU ELEKTROMAGNETYCZNYCH MODUŁÓW NAPĘDOWYCH PŁASKIEJ AEROSTATYCZNEJ PODPORY WSPÓLRZĘDNOŚCIOWEJ

Tomasz HUŚCIO\*, Franciszek SIEMIENIAKO\*

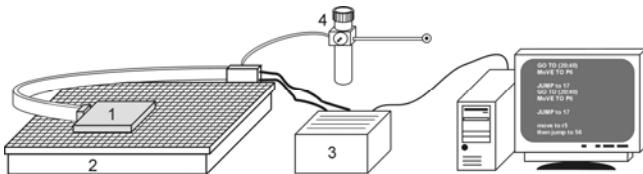
\* Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

[tomekh@pb.edu.pl](mailto:tomekh@pb.edu.pl), [frank@pb.edu.pl](mailto:frank@pb.edu.pl)

**Streszczenie:** W referacie omówiono budowę i zasadę działania płaskiej aerostaticznej podpory współrzędnościowej z napędem elektromagnetycznym. Przedstawiono zakres badań płaskiej aerostaticznej podpory współrzędnościowej z napędem elektromagnetycznym. Opisano algorytm do przeprowadzenia obliczeń umożliwiających dobór elementarnych elektromagnetycznych modułów napędowych rozmieszczonych na powierzchni nośnej płaskiej aerostaticznej podpory współrzędnościowej.

## 1. WPROWADZENIE

Płaska aerostaticzna podpora współrzędnościowa z napędem elektromagnetycznym (planarny silnik krokowy) jest podstawowym elementem precyzyjnych współrzędnościowych układów pozycjonujących wyspecjalizowanych urządzeń (obrabiarek, maszyn pomiarowych, stołów montażowych stosowanych w mikroelektronice). Współrzędnościowy układ pozycjonujący, przedstawiony na rysunku 1, składa się z: płaskiej aerostaticznej podpory współrzędnościowej - twornik (ruchomy biegunnik) ze smarowaniem aerostaticznym (1), podstawy - nieruchomy stojan (induktor) (2); karty sterującej (3); zespołu przygotowania sprężonego powietrza (filtr, zawór redukcyjny) (4).



**Rys. 1.** Podstawowe elementy współrzędnościowego układu pozycjonującego z napędem elektromagnetycznym

Usprawnienie procesu projektowania konstrukcji płaskich aerostaticznych podpór współrzędnościowych z napędem elektromagnetycznym wymaga rozpracowania zjawisk fizycznych występujących w układzie, opracowania modelu matematycznego oraz przeprowadzenia symulacji komputerowej. Opis warunków pracy, założenia aerostaticznej teorii smarowania współpracujących powierzchni płaskich oraz model cieplny układu podpora-szczelina powietrzna – podstawa przedstawiono w artykule (Huścio T. Siemieniako F., 2003). Dyskretny model matematyczny przepływu powietrza przez układ podpora-szczelina powietrzna – podstawa przedstawiono w artykule (Huścio T, Karpovich S., 2005).

Wyniki obliczeń uzyskane podczas symulacji komputerowej umożliwią wybór pożądanego, w określonym urządzeniu, wariantu konstrukcji podpory aerostaticznej z elektromagnetycznym napędem.

Symulacja komputerowa płaskich pneumatycznych podpór współrzędnościowych z napędem elektromagnetycznym winna zapewniać rozwiązanie dwóch podstawowych zagadnień.

1. Zagadnienia przepływu powietrza przez układ podpora – szczelina powietrzna – podstawa.
2. Wyznaczenia, w oparciu o warunek równowagi sił występujących w układzie, liczby  $n_e$  elementarnych elektromagnetycznych modułów wchodzących w skład modułów napędowych zainstalowanych w podporze oraz ich rozmieszczenie na powierzchni nośnej podpory aerostaticznej.

W referacie przedstawiono algorytm doboru elektromagnetycznych modułów napędowych. Algorytm opracowano do przeprowadzenia obliczeń umożliwiających wyznaczenie liczby elementarnych elektromagnetycznych modułów oraz ich rozmieszczenia na powierzchni nośnej podpory aerostaticznej.

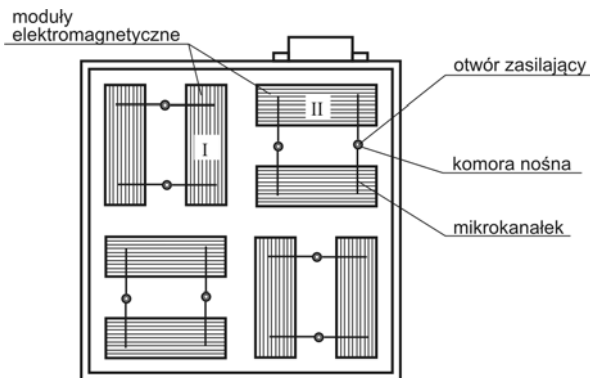
## 2. BUDOWA I DZIAŁANIE PŁASKIEJ AEROSTATYCZNEJ PODPORY WSPÓLRZĘDNOŚCIOWEJ

Płaska aerostaticzna podpora współrzędnościowa składa się z następujących elementów: aluminiowa rama; moduły elektromagnetyczne: I, II; instalacja pneumatyczna: zespół przygotowania sprężonego powietrza (reduktor, filtr), przewód zasilający, kapilary; komory nośne; rowki rozpraszające powietrze (mikrokanaliki).

Głównym elementem instalacji aerostaticznej podpory jest system kapilarnych otworów zasilający komory nośne. Poduszka powietrzna jako warstwa powietrza o ciśnieniu większym od atmosferycznego

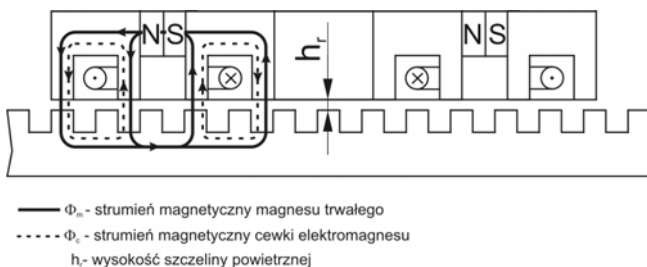
powoduje powstanie siły nośnej  $F_n$ , za pomocą której podpora jest bezстыkowo zawieszona nad podstawą w odległości  $h$ . Zastosowanie szczeliny powietrznej powoduje całkowite wyeliminowanie bezpośredniego styku powierzchni roboczych podpory i podstawy. Dzięki zastosowaniu smarowania gazowego (aerostaticznego) wyeliminowane są opory ruchu i zużycie powierzchni trących podpory i podstawy.

Powierzchnia robocza płaskiej aerostaticznej podpory współrzędnościowej, przedstawiona na rysunku 2, zawiera dwie grupy ortogonalnych elektromagnetycznych modułów. Moduł elektromagnetyczny I odpowiada za przesunięcie podpory wzdłuż osi X, II zaś za przesunięcie podpory wzdłuż osi Y.



Rys. 2. Powierzchnia robocza płaskiej aerostaticznej podpory współrzędnościowej (<http://www.ruchservomotor.com>)

Na rysunku 3 przedstawiono elementarny elektromagnetyczny moduł płaskiej aerostaticznej podpory.

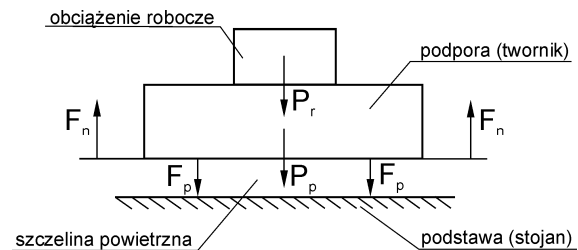


Rys. 3. Moduł elektromagnetyczny

Moduł elektromagnetyczny składa się z rdzeni magnetycznych, pomiędzy którymi znajdują się magnesy trwałe. Na każdym rdzeniu znajduje się uzwojenie. Rdzenie mają nacięte zęby, które znajdują się od siebie w odległości odpowiadającej podziałce zębowej stojana. W elektromagnetycznym module wyróżniamy dwa obwody magnetyczne. Pierwszy obwód, w którym występuje strumień magnetyczny  $\Phi_m$  generowany przez magnes trwały oraz drugi obwód, w którym strumień  $\Phi_c$  generowany jest przez cewkę o  $n$  zwojach. Strumień generowany przez cewkę wytwarza siłę  $F_c$  powodującą ruch modułu napędowego. Strumień generowany przez magnes trwały generuje siłę przyciągania magnetycznego podpory do podstawy  $F_p$ .

Na rysunku 4 przedstawiono siły występujące w podporze. Siła nośna podpory  $F_n$  (siła reakcji warstwy powietrznej) równoważy obciążenia wynikające z sił ciężkości (ciężar podpory  $P_p$  plus ciężar przedmiotów

zamocowanych na podporze - obciążenie robocze  $P_r$ ) i sił magnetycznego przyciągania  $F_p$ . Siła przyciągania podpory do ferromagnetycznej podstawy  $F_p$  powstaje w skutek przyciągania magnesów trwałych, wchodzących w skład modułów elektromagnetycznych.



Rys. 4. Siły występujące w podporze

Warunek równowagi sił w układzie przedstawionym na rysunku 4 ma postać:

$$F_n = P_p + P_r + F_p \quad (1)$$

Jeżeli podpora pracuje w pozycji odwróconej (jest poniżej podstawy) warunek równowagi sił w układzie przyjmuje postać:

$$F_n = F_p - P_p - P_r \quad (2)$$

### 3. ZAKRES BADAŃ

Na rysunku 5 przedstawiono wymaganą kolejność badań płaskiej aerostaticznej podpory współrzędnościowej z napędem elektromagnetycznym, a także współzależność poszczególnych działań.



Rys. 5. Etapy badań płaskiej aerostaticznej podpory współrzędnościowej z napędem elektromagnetycznym

Do realizacji tak postawionego zadania konieczne jest projektowanie wspomagane komputerowo. Jak to pokazano na rysunku 5 symulacje komputerową można przeprowadzić w dwóch następujących po sobie etapach:

- Rozwiązanie zagadnienia przepływu powietrza przez układ podpora – szczelina powietrzna – podstawa.
- Wyznaczenie, w oparciu o warunek równowagi sił występujących w układzie, liczby  $n_e$  elementarnych elektromagnetycznych modułów wchodzących w skład modułów napędowych zainstalowanych w podporze oraz ich rozmieszczenie na powierzchni nośnej podpory pneumatycznej.

Oczywiście, tak postawione zadanie wymaga opracowania specjalnych programów komputerowych,

oznaczonych (rys. 5) SPAP<sup>AERO</sup> oraz SPAP<sup>MAG</sup>. Wymienione programy winny zapewniać przeprowadzenie obliczeń i wyznaczenie żądanych parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych układu podpora – szczelina powietrzna – podstawa. Do parametrów konstrukcyjnych modelowanego układu zaliczamy: sztywność układu, wymiary powierzchni nośnej podpory aerostaticznej, wielkości charakterystycznych (wymiarów geometrycznych, rozmieszczenie) otworów zasilających oraz rowków rozpraszających powietrze (mikrokanalków), masa podpory i przewidywane obciążenia, wymiary magnesów trwałych (pole przekroju, długość), rozmieszczenie elementarnych modułów napędowych. Parametry eksploatacyjne to: siła nośna podpory, strumień masy zużywanego gazu.

Program SPAP<sup>AERO</sup> do obliczeń związanych z przepływem powietrza w układzie podpora – szczelina powietrzna – podstawa został opracowany (Huścio T., 2005). Wyniki obliczeń przeprowadzonych w programie SPAP<sup>AERO</sup> (wykresy rozkładu ciśnienia powietrza i obliczoną wartość siły nośnej  $F_n$  dla różnych parametrów konstrukcyjnych podpory aerostaticznej) przedstawiono w (Huścio T., 2007).

#### 4. DOBÓR ELEMENTARNYCH ELEKTROMAGNETYCZNYCH MODUŁÓW NAPĘDOWYCH

Na rysunku 6 przedstawiono algorytm działania programu komputerowego SPAP<sup>MAG</sup> umożliwiającego dobór liczby elementarnych elektromagnetycznych modułów oraz ich rozmieszczenie na powierzchni nośnej podpory.

Szczegółowy opis poszczególnych bloków algorytmu:

**Blok 1.** Dane wejściowe:

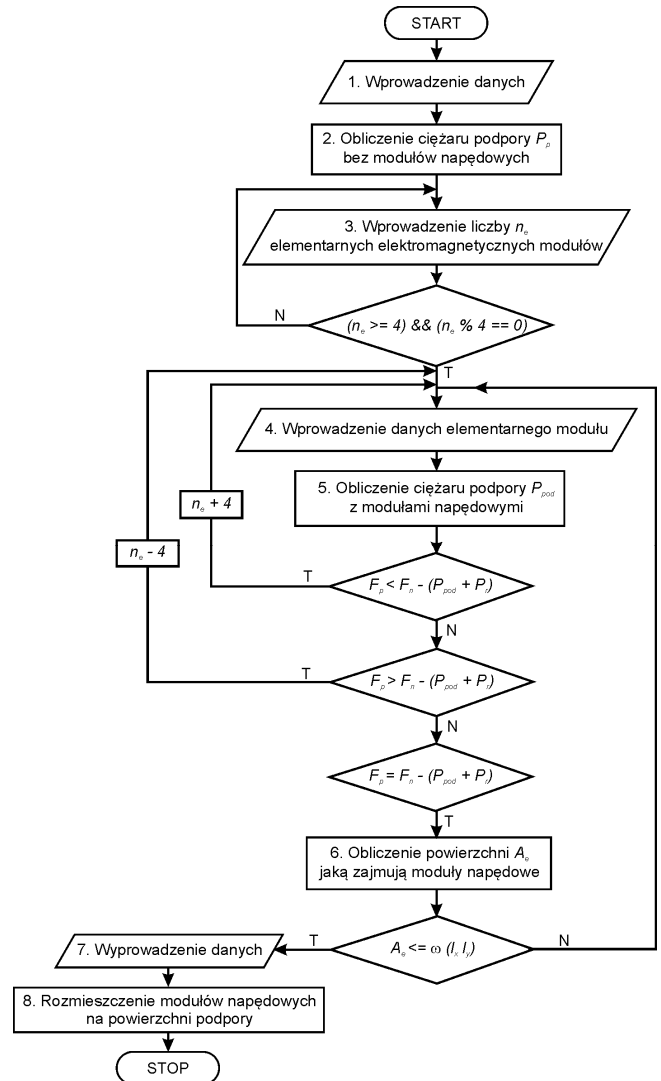
1. Parametry konstrukcyjne podpory aerostaticznej:
  - wymiary geometryczne podpory aerostaticznej: wymiary powierzchni nośnej: długość  $l_x$ , szerokość  $l_y$ , wysokość podpory ( $l_z$ ),
  - gęstość materiału, z którego wykonana jest konstrukcja podpory  $\rho$ ,
  - liczba i rozmieszczenie otworów zasilających na powierzchni nośnej podpory,
  - przewidywane obciążenie robocze  $P_r$ ,
  - pozycja mocowania podpory - pozycja typowa lub pozycja odwrotna („do góry nogami”).
2. Wyniki rozwiązania zagadnienia przepływu powietrza przez układ podpora – szczelina powietrzna – podstawa (SPAP<sup>AERO</sup>):
  - sztywność układu  $j$ ,
  - punktu pracy  $h_r$ ,
  - wartość siły nośnej  $F_n$  w punkcie pracy  $h_r$ .

**Blok 2.** Ciężar podpory  $P_p$  bez modułów napędowych obliczamy z zależności:

$$P_p = (l_x \cdot l_y \cdot l_z) \cdot \rho \cdot g \quad (3)$$

gdzie:  $(l_x \cdot l_y \cdot l_z) \cdot \rho$  – masa podpory;  $\rho$  – gęstość materiału, z którego wykonano konstrukcję podpory;  $g$  – przyspieszenie ziemskie.

**Blok 3.** Wprowadzana liczba elementarnych elektromagnetycznych modułów musi być większa lub równa 4 oraz z powodu ortogonalnego ich rozmieszczenia na powierzchni nośnej podpory musi być podzielna przez 4.



**Rys. 6.** Schemat blokowy algorytmu doboru elementarnych elektromagnetycznych modułów napędowych

**Blok 4.** Biblioteka elementarnych elektromagnetycznych modułów. Dane wejściowe opisujące elementarny elektromagnetyczny moduł:

- wymiary geometryczne modułu:  $a \times b \times c$  (długość  $\times$  szerokość  $\times$  wysokość),
- masa modułu  $m_e$ ,
- dane magnesu trwałego: wartość indukcji magnetycznej (remanencja)  $B$ , natężenie pola magnetycznego (koercja)  $H_c$  w punkcie pracy  $h_r$ , gęstość energii magnetycznej  $(BH)_{max}$ .

**Blok 5.** Ciężar podpory  $P_{pod}$  z modułami napędowymi ( $n_e$  elementarnych elektromagnetycznych modułów) obliczamy z zależności:

$$P_{pod} = P_p - P_{out} + P_e \quad (4)$$

$$P_{out} = n_e \cdot (V_{out} \cdot \rho \cdot g)$$

$$P_e = n_e \cdot (m_e \cdot g)$$

gdzie:  $P_{out}$  – ciężar materiału podpory, który zostanie wybrany na wstawienie modułów napędowych;  $V_{out}$  – objętość  $n_e$  elementarnych modułów, które zostaną zamocowane w podporze ( $V_{out} = a \cdot b \cdot c$ );  $a, b, c$  – wymiary geometryczne modułu;  $P_e$  – ciężar modułów napędowych;  $m_e$  – masa elementarnego modułu.

Po bloku 5 następuje sprawdzenie warunku równowagi sił występujących w układzie. Jeżeli siła przyciągania

$F_p$  podpory do podstawy generowana przez magnesy trwałe, wchodzące w skład elektromagnetycznych modułów napędowych, jest za mała program dodaje 4 elementarne moduły, jeżeli za duża program odejmuje 4 elementarne moduły. Jeżeli warunek jest spełniony program przechodzi do obliczenia powierzchni  $A_e$  jaką zajmują elektromagnetyczne moduły napędowe (**Blok 6**):

$$A_e = n_e \cdot (a \cdot b) \quad (5)$$

Następnie następuje sprawdzenie czy obliczona powierzchnia  $A_e$  mieści się na powierzchni roboczej podpory ( $l_x \times l_y$ ). Współczynnik dopuszczalnej powierzchni, jaką zajmują moduły napędowe  $\omega$  w zostanie wyznaczony

z analizy istniejących podpór pneumatycznych. Jeżeli warunek zostanie spełniony program wyprowadza dane podpory (**Blok 7**):

- wymiary geometryczne podpory ( $l_x \times l_y \times l_z$ ) [mm],
- masa podpory [kg],
- dane techniczne wybranego modułu napędowego,
- wartość siły nośnej  $F_n$  w punkcie pracy  $h_r$ .

W **bloku 8** następuje rozmieszczenie wyliczonej liczby elementarnych elektromagnetycznych modułów na powierzchni roboczej podpory. Przy wykonaniu tej operacji należy uwzględnić rozmieszczenie otworów zasilających na powierzchni nośnej podpory. Moduły napędowe nie mogą być rozmieszczone na obszarze otworów zasilających.

Przedstawiony algorytm dotyczy układu podpora – szczelina powietrzna – podstawa przedstawionego na rysunku 4. W przypadku pracy układu w pozycji „do góry nogami” należy uwzględnić to podczas sprawdzania warunku równowagi sił w układzie wstawiając warunek odpowiedni dla tego typu pracy podpory.

## 5. PODSUMOWANIE

Przedstawiony algorytm zostanie zaimplementowany w programie komputerowym SPAP<sup>MAG</sup>, który umożliwi dobór określonego typu modułów napędowych zainstalowanych w podporze oraz ich rozmieszczenie na powierzchni nośnej podpory aerostaticznej. Badania dotyczące przepływu powietrza przez układ podpora - szczelina powietrzna – podstawa są na etapie symulacji komputerowych. Program komputerowy SPAP z modułami SPAP<sup>AERO</sup> i SPAP<sup>MAG</sup> przyspieszy procesu projektowania konstrukcji płaskich aerostaticznych podpór

współrzędnościowych z napędem elektromagnetycznym. Wyniki obliczeń uzyskane podczas symulacji komputerowej umożliwią wybór pożądanego, w określonym urządzeniu, wariantu konstrukcji podpory aerostaticznej z elektromagnetycznym napędem.

## LITERATURA

1. **Hućcio T. Siemieniako F.** (2003), Physical model of the planar two-coordinate base, 5. *Deutsch-Polnisches Seminar: Innovation und Fortschritt in der Fluidtechnik*, Technische Universität Warszawa, 263-271.
2. **Hućcio T., Karpovich S.** (2004), Mathematical model of the gas flow through the relative base – air gap – absolute base system, *Sovremennyye metody proektirovanija mašin: respublikanskij mežvedomsvennyj sbornik naučnych trudov.*, Technoprint Mińsk, Vyp.2, T.6. 107-111.
3. **Hućcio T.** (2005) Komputerowo wspomaganą symulacją płaskich aerostaticznych podpór współrzędnościowych Program SPAP<sup>AERO</sup>, *International Scientific-Technical Conference. Hydraulic and Pneumatics '2005. Problems and development tendencies in the beginning decade of the 21<sup>st</sup> Century*, p. 145-150.
4. **Hućcio T.** (2007) Computer simulation of a planar aerostatic two-coordinate relative base with electromagnetic drive, *Mechanics*. Vol. 26 No. 3, 114-118.
5. **Boldea I., Nasar S. A.** (1997) Linear electric actuators and generators, *Cambridge University Press*
6. **Information on** <http://www.ruchservomotor.com>

## ALGORITHM OF THE SELECTION OF ELECTROMAGNETIC DRIVING MODULES OF A PLANAR AEROSTATIC TWO-COORDINATE RELATIVE BASE

**Abstract:** The paper describes the construction and the principle of operation of a planar aerostatic two-coordinate relative base with electromagnetic drive. The scope of the research of the planar aerostatic two-coordinate base is presented. Algorithm of the calculations enable determination of the number of the elementary electromagnetic driving modules and optimal distribution of the electromagnetic modules on the working surface of the relative base is presented.

## **OPTIMALIZACJA WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH ŁOPATY ELEKTROWNI WIATROWEJ**

**Mariola JURECZKO\***

\* Katedra Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny Technologiczny, Politechnika Śląska ul. Konarskiego 18 A, 44-100 Gliwice

[Mariola.Jureczko@polsl.pl](mailto:Mariola.Jureczko@polsl.pl)

**Streszczenie:** W artykule tym omówiono pakiet programów komputerowych do minimalizacji własności dynamicznych łopaty elektrowni wiatrowej. Ważnym aspektem efektywności przeprowadzonych badań było opracowanie odpowiedniego sposobu wymiany danych i wzajemnej współpracy pomiędzy komercyjnym oprogramowaniem ANSYS® oraz oprogramowaniem autorskim. Model numeryczny łopaty opracowany w programie ANSYS® wykorzystywany był podczas procesu optymalizacyjnego, co zapewniało dużą dokładność wyznaczanych własności wytrzymałościowych i dynamicznych modelu łopaty. Proces optymalizacyjny przeprowadzono w autorskim oprogramowaniu realizującym zmodyfikowany algorytm genetyczny. Do analizy efektywności przeprowadzonych obliczeń optymalizacyjnych wykorzystywany był model numeryczny o zredukowanej liczbie stopni swobody. Do porównania własności dynamicznych modelu przed i po kondensacji użyto kryterium MAC.

### **1. WPROWADZENIE**

Własności dynamiczne konstrukcji można określić przeprowadzając analizę modalną na drodze teoretycznej bądź eksperymentalnej. Analizę tę przeprowadza się zarówno w celu optymalizacji układów rzeczywistych jak i ich diagnostyki. Teoretyczną analizę modalną realizuje się wykorzystując metodę elementów skończonych do opracowania modelu numerycznego konstrukcji (Zienkiewicz O. C. i Taylor R. L., 2000). Po przeprowadzeniu teoretycznej analizy modalnej na modelu numerycznym układu rzeczywistego można przeprowadzić optymalizację własności dynamicznych konstrukcji pod kątem minimalizacji amplitudy drgań układu. Optymalizacji tej można dokonać poprzez modyfikację cech konstrukcyjnych układu bądź modyfikację własności materiałowych, bądź też na drodze modyfikacji obciążenia układu.

Celem badań przedstawionych w artykule było zminimalizowanie amplitudy drgań łopaty elektrowni wiatrowej obciążonej siłami masowymi i aerodynamicznymi. Obciążenie to wyznaczono na podstawie zmodyfikowanej metody Blade Element Momentum Theory (Hansen Martin O. L., 2002). A zatem należało rozpocząć badania od zastąpienia modelu fizycznego łopaty elektrowni wiatrowej modelem numerycznym.

Wiadomo, że na dokładność rozwiązania uzyskanego w wyniku optymalizacji istotny wpływ ma dokładność odzwierciedlenia w modelu numerycznym tych parametrów układu rzeczywistego, które w sposób znaczący wpływają na jego własności dynamiczne. A zatem aby przeprowadzone obliczenia optymalizacyjne cechowały się

dużą dokładnością opracowano złożony model numeryczny łopaty elektrowni wiatrowej. Podejście to pozwoliło na uwzględnienie w sposób jawny najważniejszych parametrów decydujących o dynamice rozważanego układu.

Złożony model numeryczny łopaty, wykorzystywany podczas obliczeń optymalizacyjnych, okazał się zbyt rozbudowany do celów przeprowadzenia analiz dynamicznych, mających na celu porównanie charakterystyk dynamicznych łopaty o cechach geometrycznych zaczerpniętych z literatury oraz uzyskanych z obliczeń optymalizacyjnych. Przeprowadzenie powyższych analiz w stosunkowo krótkim czasie umożliwiło zastosowanie uproszczonego modelu numerycznego łopaty. W tym celu przeprowadzono kondensację opracowanego modelu numerycznego łopaty, przy wykorzystaniu metody redukcji liczby stopni swobody (Guyan R. J., 1965). Metoda ta jest zaimplementowana w programie Ansys®. Następnie dokonano za pomocą kryterium MAC (Heylen W. I inni, 1997; Ewins D. J., 2000), porównania zgodności własności dynamicznych modelu strukturalnego łopaty z modelem zredukowanym.

### **2. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA OPTIMALIZACJI**

Ważnym zadaniem procesu optymalizacji układów rzeczywistych jest przede wszystkim zapewnienie odpowiednich charakterystyk dynamicznych. A zatem jako cel optymalizacji przyjęto minimalizację amplitudy drgań łopaty elektrowni wiatrowej, realizowaną poprzez modyfikację jej cech geometrycznych.

Po przeprowadzeniu studium dotyczącego ustalenia jakie parametry konstrukcji wpływają w znaczący sposób na jej własności dynamiczne, co szerzej opisano w (Jureczko M., 2006; Mężyk A. i Jureczko M., 2006), jako funkcję celu przyjęto funkcję będącą sumą ważoną wartości dwóch najważniejszych kryteriów, tj. minimalizacji masy i minimalizacji przemieszczenia końcówki łopaty:

$$\min_{\mathbf{x} \in \Omega} f_c(\mathbf{x}) = w_i \cdot M + w_k \cdot U_{TIP} \quad (1)$$

p.o.  $h_j(\mathbf{x}) \leq 0$  dla  $j = 1, \dots, n$

gdzie:

$\Omega$  – obszar możliwych rozwiązań w przestrzeni obiektów,  
 $\mathbf{x}$  – macierz kolumnowa zmiennych projektowych,  
 $f_c(\mathbf{x})$  – stworzona funkcja celu, będąca sumą ważoną wybranych kryteriów,  $h_j(\mathbf{x})$  – funkcje ograniczeń nierównościowych,  $\mathbf{w}$  – macierz kolumnowa wag poszczególnych funkcji kryterialnych, taka że  $w_{i,k} \in [0,1]$  oraz  $(w_i + w_k) = 1$ ,  $M = m/m_{dop}$  – znormalizowana funkcja kryterialna reprezentująca masę łopaty,  $U_{TIP} = u/u_{dop}$  – znormalizowana funkcja kryterialna reprezentująca przemieszczenie końcówki łopaty,  $m_{dop}$  – dopuszczalna masa łopaty,  $u_{dop}$  – dopuszczalne przemieszczenie końcówki łopaty.

Macierz kolumnowa przyjętych zmiennych projektowych przedstawia się następująco:

$$\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, x_3, x_4] \quad (2)$$

gdzie:

$x_1$  – grubość żeber,  $x_2$  – grubość dźwigara,  $x_3$  – liczba żeber usztywniających,  $x_4$  – rozmieszczenie żeber usztywniających.

Pozostałe kryteria jakie muszą zostać spełnione przy projektowaniu łopat elektrowni wiatrowych, tj.:

- spełnienie odpowiednich warunków wytrzymałościowych konstrukcji,
- zapewnienie stateczności lokalnej i globalnej konstrukcji,
- rozdzielenie częstości drgań własnych od częstości drgań harmonicznnych związanych z obrotem wirnika,
- rozdzielenie częstości drgań własnych od częstości odrywania się wirów Karmana,
- zapewnienie minimalnego kosztu materiału, wyrażono w postaci ograniczeń nierównościowych.

Badania optymalizacyjne prowadzono z wykorzystaniem autorskiego programu komputerowego, napisanego w programie Delphi, realizującego zmodyfikowany algorytm genetyczny (Arabas J., 2001). Opracowany program komputerowy współpracuje z programem Ansys®, w którym tworzony jest model numeryczny łopaty.

### 3. MODEL NUMERYCZNY OPTYMALIZOWANEGO UKŁADU

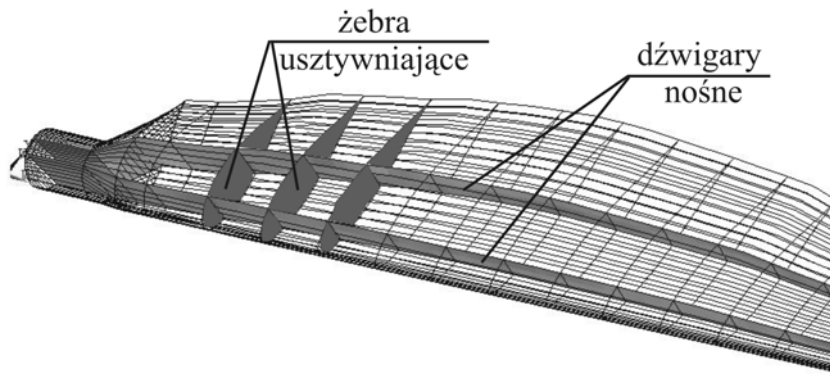
Chcąc przeprowadzić teoretyczną analizę modalną łopaty elektrowni wiatrowej zastąpiono model fizyczny łopaty elektrowni wiatrowej jej modelem numerycznym. Przy ustalaniu uproszczonego modelu numerycznego uwzględniono wszystkie parametry, które w sposób znaczący wpływały na własności dynamiczne rozpatrywanej konstrukcji (Guyan R. J., 1965).

Model numeryczny łopaty elektrowni wiatrowej o cechach geometrycznych wyznaczonych na podstawie zmodyfikowanej metody Blade Element Method (Hansen Martin O. L., 2002), został opracowany przy wykorzystaniu komercyjnego oprogramowania metody elementów skończonych Ansys®, poprzez opracowanie wsadowego pliku parametrycznego w języku APDL. Model ten posiadał ok. 50 000 stopni swobody, składał się z ponad 12 000 elementów skończonych typu powłokowego oraz posiadał ok. 10 000 węzłów. W modelu tym wyselekcjonowano trzy zasadnicze elementy konstrukcyjne łopaty, tj. powłokę, dźwigar oraz żebra. Umożliwiło to zadanie im różnych własności materiałowych oraz analizę dynamiczną i stereomechaniczną zarówno całego modelu łopaty, jak i jej poszczególnych elementów konstrukcyjnych. Jako elementy skończone przyjęto powłokę 8-węzłową o 6 stopniach swobody, co umożliwiło zamodelowanie kompozytu. Definiując geometrię zastosowanego elementu skończonego zadaje się średnią lub dowolną grubość poszczególnych warstw materiałowych w każdym węźle, kąt ukierunkowania własności materiałowych poszczególnych warstw oraz własności ortotropowe materiałów, z jakich wykonane są poszczególne warstwy.

Na rys.1 przedstawiono częściowy widok struktury zewnętrznej modelu numerycznego łopaty elektrowni wiatrowej. Natomiast na rys.2 przedstawiono jej strukturę wewnętrzną.



Rys. 1. Model strukturalny powłoki łopaty



Rys. 2. Model strukturalny łopaty z zaznaczeniem wyselekcjonowanych elementów

#### 4. DOBÓR MATERIAŁÓW KOMPOZYTOWYCH

Jak już wcześniej wspomniano w modelu numerycznym łopaty wyselekcjonowano trzy elementy, dla których przyjęto różne własności materiałowe. Założono, iż żebra oraz dźwigar wykonane są z laminatu o  $n$  warstwach kompozytu włóknistego szkło – epoxy, o ortotropowych własnościach mechanicznych, przy czym poszczególne warstwy zorientowane są  $\pm 45^\circ$ . Do obliczeń przyjęto dane materiałowe zaczerpnięte z publikacji Tita V., i inni, 2001. Ponieważ grubość żeber i grubość dźwigara to przyjęte zmienne projektowe w procesie optymalizacji, to liczba warstw kompozytu uzależniona została od wyznaczonych wartości zmiennych projektowych, i mogła wynosić od 10 do 28.

Natomiast dobierając materiał na poszycie, stworzono laminat składający się z 7 warstw różnych kompozytów: żelkot, laminat włókien szklanych rozmieszczonych przypadkowo w osnowie epoxy, laminat włókien szklanych rozmieszczonych trójosiowo CDB340 w osnowie epoxy, balsa, laminat włókien szklanych A260 rozmieszczonych trójosiowo w osnowie epoxy, balsa, laminat włókien szklanych rozmieszczonych trójosiowo CDB340 w osnowie epoxy. Do obliczeń przyjęto dane materiałowe zaczerpnięte z publikacji Griffina D. A., (2002).

Grubości warstw z żelkotu i laminatu włókien szklanych rozmieszczonych przypadkowo w osnowie epoxy przyjęto na podstawie posiadanych danych produkcyjnych. Natomiast grubości warstw balsy wynosiły odpowiednio 0.75% oraz 1.5% ciężkiwu profilu łopaty w wyselekcjonowanym segmencie aerodynamicznym.

Grubość warstwy włókien A260 rozmieszczonych trójosiowo przyjęto jako 2% wartości stanowiącej zależność wysokości łopaty do jej szerokości. Dzięki temu założeniu grubość poszycia zmienia się proporcjonalnie wzdłuż rozpiętości łopaty, tj. poszycie jest najgrubsze przy nasadzie łopaty, (gdzie występują największe obciążenia) a najcieńsze przy jej końcówce. Odpowiada to rozwiązaniom konstrukcyjnym stosowanym w rzeczywistości.

Grubość warstwy laminatu CDB340 dobrano na podstawie obliczeń numerycznych.

#### 5. REDUKCJA LICZBY STOPNI SWOBODY W MODELU NUMERYCZNYM ŁOPATY ELEKTROWNI WIATROWEJ

Struktura modelu numerycznego odzwierciedlającego układ rzeczywisty opisywana jest za pomocą macierzy bezwładności, sztywności i tłumienia, których rozmiar uzależniony jest m.in. od liczby przyjętych elementów skończonych (ściślej mówiąc od liczby stopni swobody układu). A zatem opracowanie modelu o dużej liczbie stopni swobody wiąże się z koniecznością przeprowadzenia długotrwałych obliczeń numerycznych, w celu rozwiązania zadania, opisującego stany dynamiczne modelowanego układu. Dlatego też złożony model numeryczny łopaty wykorzystany został jedynie do procesu optymalizacyjnego, co zapewniło dużą dokładność wyznaczania własności wytrzymałościowych i modalnych modelu (Jureczko M., 2006). Natomiast w celu przeprowadzenia symulacji numerycznych zjawisk dynamicznych łopaty elektrowni wiatrowej o cechach geometrycznych zaczerpniętych z literatury oraz uzyskanych z optymalizacji zastosowano model uproszczony. W tym celu przeprowadzono kondensację modelu przy wykorzystaniu metody redukcji liczby stopni swobody Guyana (Guyan R. J., 1965; Duda S., 2004).

W tab. 1 porównano własności dynamiczne modelu przed i po kondensacji, wyznaczając wartości kryterium MAC z zależności:

$$MAC(t, k) = \frac{\left| \sum_{i=1}^n (\mathcal{G}_t)_i \cdot (\mathcal{G}_k)_i \right|^2}{\left\{ \left( \sum_{i=1}^n (\mathcal{G}_t)_i^2 \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n (\mathcal{G}_k)_i^2 \right) \right\}} \quad (3)$$

gdzie:

$\mathcal{G}_t$  - wektor wartości własnych złożonego modelu,

$\mathcal{G}_k$  - wektor wartości własnych modelu po redukcji stopni swobody,

oraz błąd poszczególnych częstości własnych, korzystając ze wzoru:













$$\delta f_i = \frac{|f_t^i - f_k^i|}{f_t^i}, \quad (4)$$

gdzie:

$f_t^i$  – i-ta częstotliwość drgań własnych układu bez kondensacji,  $f_k^i$  – i-ta częstotliwość drgań własnych układu po kondensacji.

Technikę doboru węzłów nadrzędnych, zwanych węzłami typu master, modelu numerycznego łopaty opisano w pracy Jureczko M., (2006).

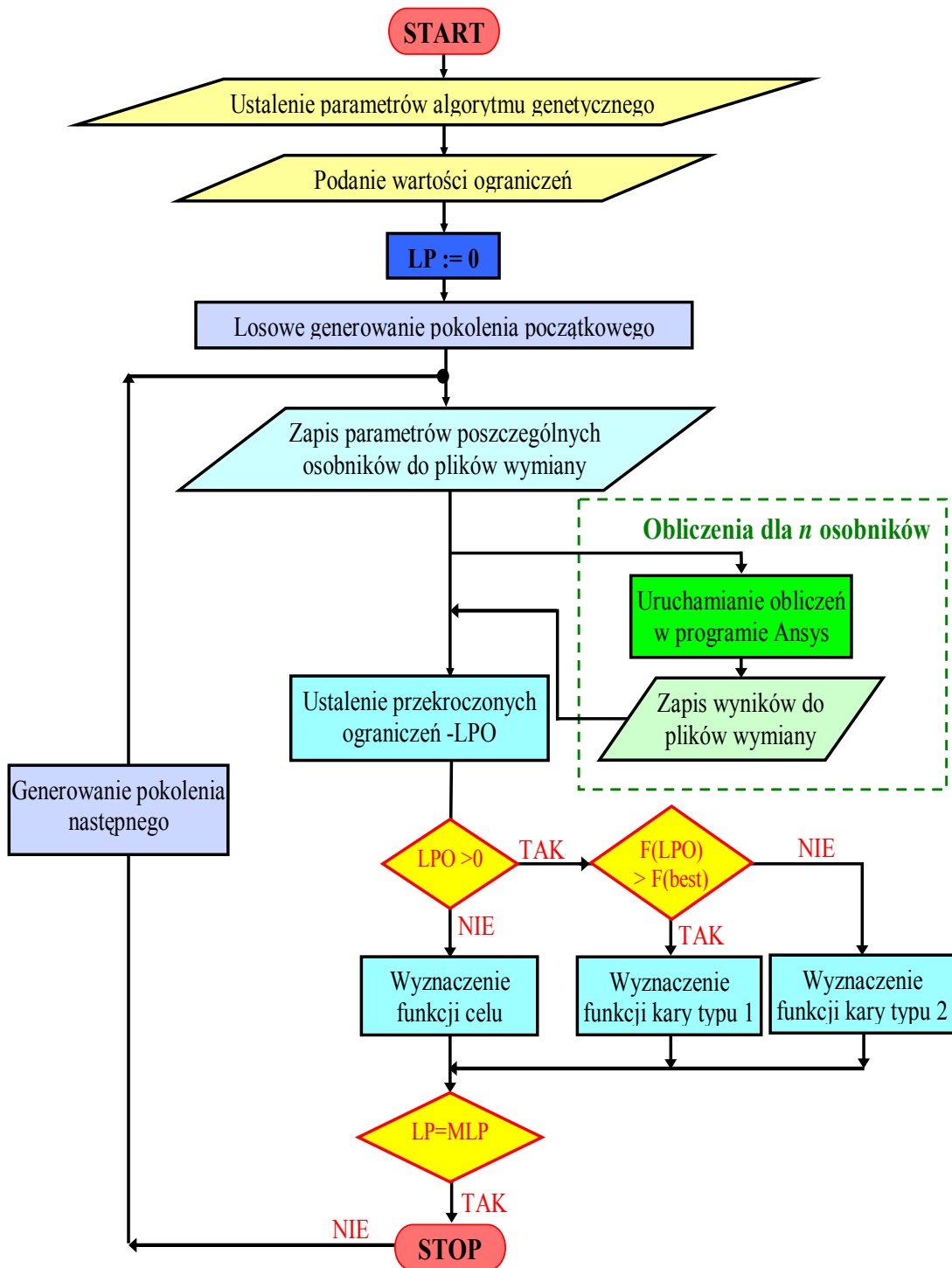
**Tab. 1.** Porównanie własności dynamicznych modelu przed i po kondensacji

nr postaci drgań	Model bez kondensacji	Model po kondensacji	Kryterium MAC	$\delta f$ [%]
1	 0.27666	 0.27839	1	0,6
2	 1.016254	 1.07095	0.9972	5
3	 1.1331	 1.1562	0.9996	2
4	 2.5354	 2.58234	0.9997	1,9
5	 3.7642	 3.782734	0.9989	0,5

Analizując uzyskane wartości kryterium MAC oraz błędów wyznaczenia poszczególnych wartości częstotliwości drgań własnych modelu po redukcji liczby stopni swobody, można stwierdzić, że uzyskany model o zredukowanej liczbie stopni swobody, wynoszącej 96, w pełni odzwierciedla własności dynamiczne modelu przed kondensacją. A zatem może zostać zastosowany do analizy uzyskanych wyników, tj. porównania własności dynamicznych modelu łopaty przed i po optymalizacji.

## 6. POŁĄCZENIE KOMERCYJNEGO OPROGRAMOWANIA ANSYS Z AUTORSKIM PROGRAMEM

Na rys. 3 przedstawiono zasadę działania autorskiego programu OLEW v.1.7 w postaci schematu blokowego. Na schemacie tym zastosowano następujące symbole: *MLP* - maksymalna liczba pokoleń; *LP* - liczba pokoleń.



Rys. 3. Schemat blokowy przedstawiający zasadę działania autorskiego programu OLEW v.1.7

Autorski program komputerowy OLEW v.1.7 realizujący zmodyfikowany algorytm genetyczny, współpracujący z programem Ansys®, w którym tworzony jest model numeryczny łopaty przy użyciu pliku parametrycznego napisanego w języku APDL, został napisany w środowisku programowania Delphi. W podmenu OPCJE menu głównego autorskiego

programu znajduje się zakładka 'ustawienia', w której należy podać m.in. ścieżki dla:

- parametrów wyjściowych, czyli plików tworzonych przez program OLEW v.1.7, będących plikami wejściowymi do pliku parametrycznego tworzącego model numeryczny łopaty w Ansysie® – katalog wyjściowy;

- parametrów wejściowych, czyli plików wynikowych z Ansysa®, będących plikami wejściowymi do programu OLEW v.1.7 – katalog wejściowy; biblioteki wzorców, czyli plików, w których zapisane są wyniki wcześniejszych obliczeń. Program OLEW v.1.7 korzysta z nich, jeśli ma rozwiązać zadanie z parametrami, dla których już wcześniej tych obliczeń dokonywał, a które nie zależą od zjawisk stochastycznych. Skraca to wydatnie czas obliczeń. Należy przy tym podkreślić, iż podczas opracowywania biblioteki wzorców problemowa jest konieczność dokładnego opisu parametrów algorytmu, którym odpowiada dany wynik;
- skryptów uruchamiających obliczenia w programie Ansys®: pliku wsadowego, który uruchamia plik ansys.exe.

Przed przystąpieniem do obliczeń za pomocą autorskiego programu OLEW v.1.7 należy jeszcze określić rodzaj współpracy pomiędzy tym programem a programem Ansys®. Współpraca ta może następować na dwa sposoby:

- Każdy program działa samodzielnie, tzn. programy komunikują się poprzez ścieżki plików wejściowych lub wyjściowych. Obliczenia w programie Ansys® rozpoczną się dopiero wówczas, gdy program OLEW v.1.7 wygeneruje n-plików o odpowiednim formacie zapisu (gdzie n – oznacza liczbę osobników). Również program OLEW v.1.7 ponownie zadziała dopiero wówczas, gdy Ansys® wygeneruje n-plików o odpowiednim formacie zapisu danych. Cykl ten powtarzany jest aż do osiągnięcia założonej maksymalnej liczby pokoleń.
- Uruchamianie programu Ansys® za pomocą pliku wsadowego. Wówczas w autorskim programie OLEW v.1.7 oprócz zadeklarowanych ścieżek wejściowych i wyjściowych zadeklarowana jest również ścieżka dostępu do pliku wsadowego (z komendą uruchomieniową), w którym m.in. podana jest ścieżka uruchamiania programu Ansys®.

## 7. WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

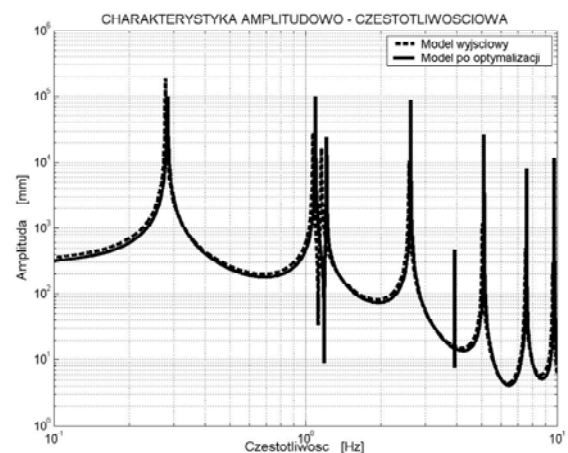
W tabeli 2 przedstawiono porównanie własności mechanicznych i modalnych łopaty elektrowni wiatrowej o cechach konstrukcyjnych pozyskanych z literatury (przed optymalizacją) oraz uzyskanych w wyniku przeprowadzonego procesu optymalizacyjnego.

Na rys. 4 i rys. 5 przedstawiono uzyskane charakterystyki amplitudowo – częstotliwościowe modelu łopaty o zredukowanej liczbie stopni swobody, dla wybranych węzłów modelu łopaty przed i po optymalizacji, gdzie proces optymalizacyjny przeprowadzono z wagową funkcją kryterialną, przy czym do porównań wybrano najlepsze z uzyskanych rozwiązań paretooptimalnych.

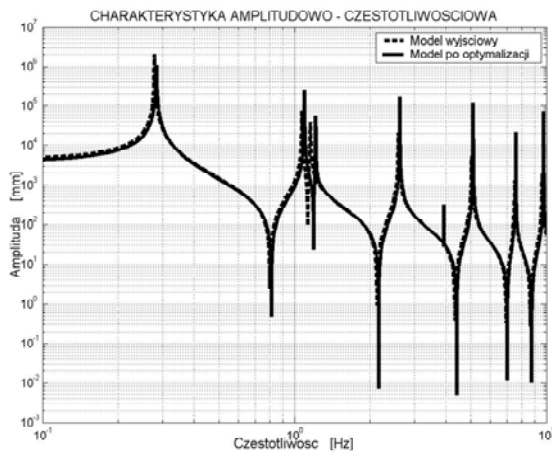
Natomiast na rys. 6 i rys. 7 przedstawiono wyniki symulacji drganiowych przemieszczeń wybranych węzłów modelu łopaty o zredukowanej liczbie stopni swobody dla wyżej wymienionych przykładów.

**Tab. 2.** Porównanie własności mechanicznych i modalnych modelu łopaty elektrowni wiatrowej przed i po optymalizacji

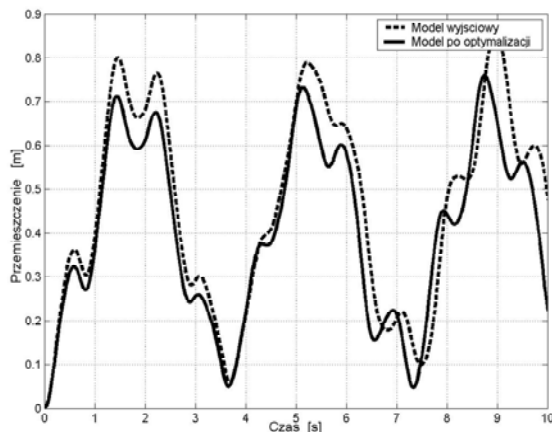
Funkcja celu		Model teoretyczny	Rozwiązanie paretooptimalne	
Zmienne projektowe	x1	0.06	0.0960	
	x2	0.06	0.0702	
	x3	27	14	
	x4	4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; 36; 40; 44; 48; 52; 56; 60; 64; 68; 72; 76; 80; 84; 88; 92; 96; 100; 104; 108	5; 8; 9; 11; 14; 15; 16; 33; 34; 36; 45; 69; 78; 82	
Masa łopaty [kg]		1119.3	1240.7	
Max naprężenie [MPa]		227	204	
Max odkształcenie [%]		0.4842	0.4438	
Przemieszczenie końcówki łopaty [m]		6.244	5.493	
Częstotliwości drgań własnych [Hz]	1.	0.27666	1.	0.28109
	2.	0.9804	2.	1.0566
	3.	1.1331	3.	1.1721
	4.	2.5354	4.	2.5736
	5.	3.7642	5.	3.8928



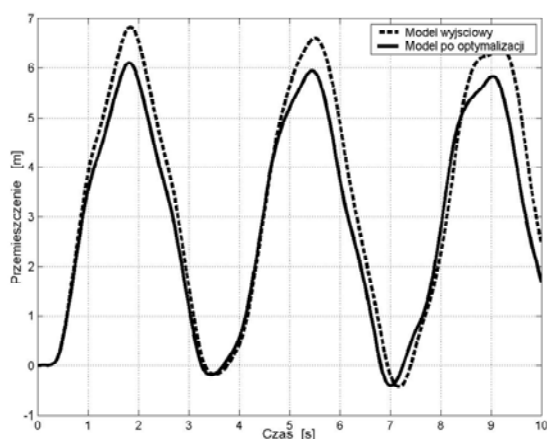
Rys. 4. Charakterystyki amplitudowo – częstotliwościowe wyznaczone w węzle położonym w połowie rozpiętości łopaty



Rys. 5. Charakterystyki amplitudowo – częstotliwościowe wyznaczone w węźle położonym na końcu łopaty



Rys. 6. Wyniki symulacji drganiowych przemieszczeń w kierunku poprzecznym wyznaczone w węźle położonym w połowie rozpiętości łopaty



Rys. 7. Wyniki symulacji drganiowych przemieszczeń w kierunku poprzecznym wyznaczone w węźle położonym na końcu łopaty

## 8. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Analizując tabelę 2 oraz powyższe wykresy można wysunąć następujące wnioski:

- rozważane rozwiązanie paretooptymalne charakteryzuje się wartością przemieszczenia końcówki łopaty mieszczącą się w granicach wartości dopuszczalnej;
- całkowita masa łopaty o cechach konstrukcyjnych uzyskanych w wyniku minimalizacji funkcji wagowej (rozważane rozwiązanie paretooptymalne) jest o około 11% większa niż przed optymalizacją, co podwyższa koszty materiału;
- zastosowanie minimalizacji funkcji wagowej (rozważane rozwiązanie paretooptymalne) doprowadziło do zwiększenia wartości amplitud drgań własnych w porównaniu do wartości dla modelu przed optymalizacją;
- zastosowanie minimalizacji funkcji wagowej (rozważane rozwiązanie paretooptymalne) doprowadziło do nieznacznego zmniejszenia przemieszczeń wybranych węzłów modelu łopaty.

Podsumowując uzyskane wyniki można stwierdzić, iż opracowany algorytm obliczeń numerycznych oraz pakiet programów komputerowych, stanowiący połączenie autorskiego programu OLEW v.1.7, realizującego zmodyfikowany algorytm genetyczny, z komercyjnym programem Ansys®, realizującym metodę elementów skończonych, może być z powodzeniem stosowany w procesie projektowo – konstrukcyjnym prototypu modelu łopaty oraz w dalszych badaniach z zakresu optymalizacji kształtu łopaty.

## LITERATURA

1. **Zienkiewicz O. C., Taylor R. L.** (2000), *Finie Element Metod*, Butterworth Heinemann, Oxford.
2. **Hansen Martin O. L.** (2002), *Aerodynamics of wind turbines*, Published by James & James.
3. **Guyan R. J.** (1965), *Reduction of stiffness and mass matrices*, AIAA Journal, Vol.3, No 2.
4. **Heylen W., Lammens S., Sas P.** (1997), *Modal analysis theory and testing*, KU Leuven, Belgia.
5. **Ewins D. J.** (2000), *Model validation: correlation for updating*, Sadhana, Vol 25, Part 3, pp. 221 – 234.
6. **Jureczko M.** (2006), *Optymalizacja wielokryterialna łopat wirnika elektrowni wiatrowej ze względu na minimalizację drgań*, Rozprawa doktorska, Gliwice.
7. **Mężyk A., Jureczko M.** (2006), *Optymalizacja wielokryterialna łopat elektrowni wiatrowej ze względu na minimalizację drgań*. Monografia 104. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice.
8. **Arabas J.** (2001), *Wykłady z algorytmów ewolucyjnych*, WNT, Warszawa.
9. **Tita V., Carvalho J., Lirani J.** (2001), *A procedure to estimate the dynamic behavior of fiber reinforced composite beams submitted to flexural vibration*, Journal of Mat. Res. Vol. 4 No 4, São Carlos.
10. **Griffin D. A.** (2002), *Blade system design studies. Volume I: Composite technologies for large wind turbine blades*, SAND 2002-1879, Unlimited Release.
11. **Duda S.** (2004), *Zastosowanie metody kondensacji Guyana do redukcji liczby stopni swobody modeli dyskretnych*, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej, nr 25.

## **OPTIMIZATION OF DYNAMIC PROPERTIES OF THE WIND TURBINE BLADE**

**Abstract:** This paper discusses a computer software package for minimize dynamic properties of the blade. The numerical model of the blade, created with Ansys. was used to optimize providing a high accuracy of the determination of strength and modal properties of the blade. Optimization studies were carried out by means of the authors' proprietary program that implemented a modified genetic algorithm. Models of reduced number of degrees of freedom were used for dynamic analysis. The consistence of free vibrations of the structural model of the system with the reduced model was investigated using the MAC criterion.

# MODELOWANIE STRUKTURALNEJ WARSTWY NOŚNEJ ŁOŻYSKA FOLIOWEGO

Jan KICIŃSKI\*, Grzegorz ŻYWICA\*, Romuald RZĄDKOWSKI\*\*, Marcin DREWZYŃSKI\*\*

\* Zakład Dynamiki Wirników i Łożysk Ślizgowych, Instytut Maszyn Przepływowych PAN, ul. Fiszerza 14, 80-952 Gdańsk

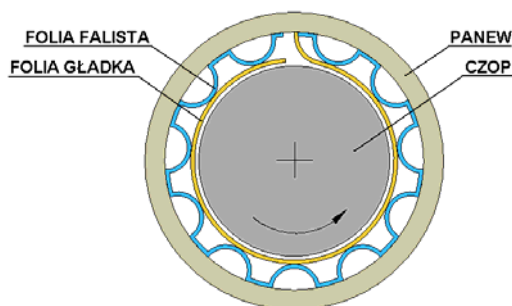
\*\* Zakład Aeroprężystości, Instytut Maszyn Przepływowych PAN, ul. Fiszerza 14, 80-952 Gdańsk

[kic@imp.gda.pl](mailto:kic@imp.gda.pl), [gzywica@imp.gda.pl](mailto:gzywica@imp.gda.pl), [z3@imp.gda.pl](mailto:z3@imp.gda.pl), [mdrew@imp.gda.pl](mailto:mdrew@imp.gda.pl)

**Streszczenie:** Łożyska foliowe dzięki swoim wielu zaletom znajdują w ostatnim czasie coraz więcej zastosowań. Dzisiejszy poziom wiedzy pozwala na modelowanie własności łożysk foliowych przede wszystkim na podstawie badań eksperymentalnych, gdyż dotychczas opracowane modele obliczeniowe nie pozwalają na otrzymanie wiarygodnych wyników. W niniejszej pracy przedstawiono wstępny etap prac nad modelowaniem strukturalnej warstwy nośnej łożyska foliowego. Opracowano model dyskretny fragmentu folii gładkiej i falistej oraz przeprowadzono symulację komputerową pracy takiego układu. Otrzymany model numeryczny został następnie zweryfikowany eksperymentalnie. Uzyskano dużą zgodność wyników symulacji i eksperymentu, co świadczy o dużej przydatności opracowanego modelu w przewidywaniu własności łożysk foliowych.

## 1. WPROWADZENIE

W wielu współczesnych maszynach wirnikowych, w celu uzyskania pożądaných parametrów pracy, konieczne jest stosowanie wysokoobrotowych wirników. Prędkości wirowania wałów w takich urządzeniach nierzadko przekraczają 10 tys. obr/min, a czasem dochodzą nawet do 1 000 tys. obr/min. Dodatkowo, procesy przemiany energii zachodzące wewnątrz takich maszyn odbywają się najczęściej przy znacznych temperaturach wynoszących nawet kilkaset stopni Celsjusza. W takich warunkach klasyczne sposoby łożyskowania najczęściej zawodzą. Ze względu na szereg zalet najczęstszym typem łożysk stosowanych w tak trudnych warunkach są łożyska foliowe (Żywica, 2007a). Są one obecnie powszechnie stosowane np. wysokoobrotowych sprężarkach i turboekspanderach czy mikroturbinach (Agrawal, 1997). Rozważane są również inne, niekonwencjonalne zastosowania takich łożysk, jak chociażby do łożyskowania wałów okrętowych przy smarowaniu wodą (Olszewski i inni, 2007a). W tym przypadku istotną ich zaletą okazuje się możliwość kompensacji znacznych odchyłek montażowych i przekoszeń panwi.



Rys. 1. Podstawowe elementy łożyska foliowego

Pomimo, że łożyska foliowe są stosowane od wielu lat, badacze z całego świata wciąż napotykać znaczne problemy przy ich modelowaniu. Wynika to przede wszystkim z ich złożonej budowy, gdyż oprócz elementów znanych z klasycznych łożysk ślizgowych, kluczowym ich komponentem jest warstwa podatna rozpostarta pomiędzy czopem i panwią (rys. 1). Modelując taki układ należy więc uwzględnić sprzężenia zachodzące pomiędzy strukturalną oraz przepływową warstwą nośną łożyska. Dodatkowo, sytuację komplikuje fakt, że podczas rozruchu i wybiegu maszyny a także przy znacznych obciążeniach dynamicznych pomiędzy powierzchniami czopa oraz panwi występuje bezpośredni kontakt wymagający opisu innego niż w przypadku stabilnej pracy wirnika. Należy również zauważyć, że właściwości materiałów konstrukcyjnych (z których wykonana jest strukturalna warstwa nośna) oraz czynników smarnych w dużym stopniu zależą od temperatury, która w typowych warunkach pracy łożyska foliowego zmienia się w bardzo szerokim zakresie. Uwzględniając powyższe należy więc stwierdzić, że aby właściwie odwzorować pracę łożysk foliowych należy przeprowadzić złożoną, strukturalno-przepływową analizę numeryczną uwzględniającą zjawiska cieplne. Stopień złożoności tych zagadnień sprawia, że w niektórych publikacjach dotyczących łożysk foliowych rozbieżności pomiędzy wynikami uzyskanymi na podstawie eksperymentu i adekwatnej do niego symulacji dochodzą nawet do 500 % (Agrawal, 1997). Opracowanie adekwatnych do rzeczywistości modeli numerycznych jest w tym przypadku bardzo pożądane, szczególnie jeśli weźmiemy pod uwagę fakt, że nie da się właściwie zaprojektować i przewidzieć własności maszyny wirnikowej bez uwzględnienia charakterystyki łożysk. Obecnie opracowywane konstrukcje, w których skład wchodzi łożyska foliowe, wymagają więc przeprowadzenia



bardzo czasochłonnych i kosztownych badań eksperymentalnych. Opracowanie wiarygodnych modeli obliczeniowych mogłoby ten proces znacznie uprościć.

Badania nad łożyskami foliowymi prowadzone w Instytucie Maszyn Przepływowych PAN dotyczą przede wszystkim konstrukcji, które w przyszłości będzie można zastosować w węzłach łożyskowych mikroturbin. Parametry pracy takich urządzeń wymuszają konieczność stosowania specjalnych rozwiązań konstrukcyjnych. Najważniejszymi zaletami łożysk foliowych (w odniesieniu do klasycznych łożysk ślizgowych oraz tocznych) w tym przypadku są: możliwość uzyskania znacznych prędkości obrotowych, możliwość pracy w szerokim zakresie temperatur, doskonałe tłumienie drgań, wysoka trwałość oraz łatwość obsługi. Najpoważniejszymi wadami tego typu łożysk są: niska nośność, mała dokładność osiowania, znaczne koszty opracowania, przebadania oraz wdrożenia nowych typów łożysk (które muszą być projektowane z uwzględnieniem charakterystyk roboczych konkretnej maszyny). Nawet wiodące firmy zajmujące się wytwarzaniem łożysk foliowych, do tej pory nie mają w swej ofercie gotowych katalogów, na podstawie których możliwy byłby zakup konkretnych modeli łożysk.

W dalszej części artykułu opisano pierwszy etap opracowywania modelu numerycznego łożyska foliowego. Polegał on na opracowaniu oraz weryfikacji modelu fragmentu strukturalnej warstwy nośnej takiego łożyska.

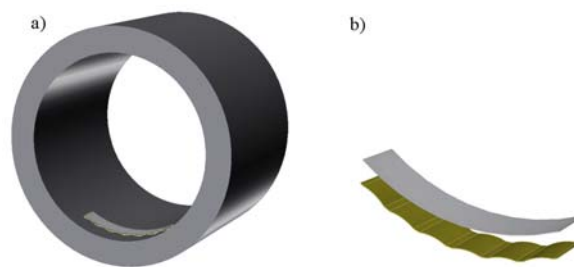
## 2. MODELOWANIE STRUKTURALNEJ WARSTWY NOŚNEJ ŁOŻYSKA FOLIOWEGO

W kolejnych podpunktach tej części artykułu zostały przedstawione wszystkie fazy powstawania trójwymiarowego modelu numerycznego fragmentu strukturalnej warstwy nośnej łożyska foliowego. Do opracowania modelu wykorzystano komercyjny pakiet Metody Elementów Skończonych ABAQUS. W celu możliwie najlepszego odwzorowania rzeczywistego układu w modelu tym zostały uwzględnione zjawiska kontaktowe pomiędzy wszystkimi współpracującymi powierzchniami. Poza tym opracowany model został w pełni sparametryzowany, tak aby w przypadku konieczności analizy podobnych konstrukcji możliwa była bardzo szybka zmiana wszystkich wymiarów modelu.

### 2.1. Geometria modelu

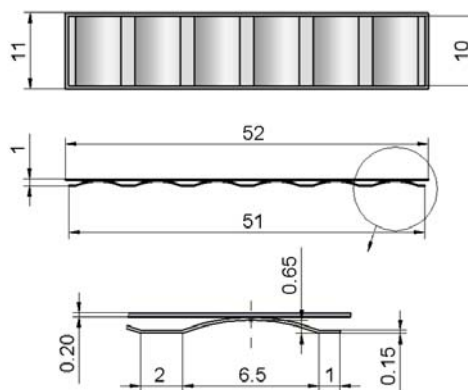
W pierwszym etapie prac nad opisem procesów zachodzących w łożysku foliowym zajęto się opracowaniem modelu strukturalnej warstwy nośnej. Ponieważ w łożyskach foliowych pierwszej generacji składa się ona z równomiernie rozmieszczonych po obwodzie panwi elementów sprężysto-tłumiących (na których opiera się folia gładka), w ramach wstępnych rozważań zajęto się wyłącznie fragmentem zespołu folii. Dodatkową przesłanką przemawiającą za takim podejściem jest fakt, że w przypadku łożysk o większych średnicach (rzędu kilkudziesięciu milimetrów) warstwa ta najczęściej składa się z cyklicznie rozmieszczonych po obwodzie zestawów kilku mniejszych folii falistych podpierających

folię gładką. Na sumaryczne własności zespołu folii wpływają więc w tym przypadku cechy każdego z pojedynczych fragmentów folii falistej. Poza tym ograniczenie wstępnego modelu strukturalnego wyłącznie do fragmentu warstwy nośnej łożyska pozwala na znacznie szybsze przeprowadzenie wielu obliczeń, w rezultacie których zostaną ustalone optymalne parametry dyskretyzacji. Na rysunku 2 przedstawiono umiejscowienie w panwi łożyskowej analizowanego fragmentu łożyska foliowego.



**Rys. 2.** Analizowany fragment łożyska foliowego  
(a - umiejscowienie w panwi,  
b - powiększony fragment folii falistej i gładkiej)

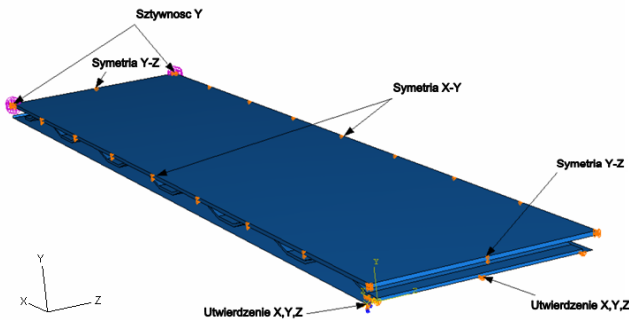
Grubość oraz kształt przedstawionej na powyższym rysunku folii zostały dobrane na podstawie pracy, w której przedstawiony był wstępny projekt łożyska foliowego (Hryniewicz i Wodke, 2006). Ponieważ w pracy tej poszczególnym wymiarom zostały przypisane jedynie wartości graniczne, do badań przyjęto jedno z możliwych rozwiązań, którego parametry mieszczą się w zakresie zaproponowanych wartości. Podstawowe wymiary analizowanego fragmentu folii przedstawiono na rysunku 3. Przyjęto, że obie folie wykonane są ze stali o właściwościach:  $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ,  $\nu = 0,3$ . Obliczenia symulacyjne zostały przeprowadzone dla modelu, w którym zaniebano krzywiznę panwi. Jest to podejście dość często spotykane w literaturze zagadnienia (Hryniewicz i Wodke, 2007; Lez i inni, 2007; Ku i Heshmat 1992, 1993). Dodatkowo, wyniki badań własnych potwierdzają jedynie niewielki wpływ krzywizny na wyniki obliczeń w zakresie odkształceń.



**Rys. 3.** Podstawowe wymiary przyjętego do analizy fragmentu strukturalnej warstwy nośnej łożyska foliowego

## 2.2. Warunki brzegowe

Podczas opracowywania modeli numerycznych niezwykle ważnym zagadnieniem jest przyjęcie właściwych warunków brzegowych. W dużym stopniu decydują one bowiem o podobieństwie modelu do układu rzeczywistego. W przypadku rozważanego fragmentu zespołu folii konieczne było odebranie takiej liczby stopni swobody, aby nie dopuścić do możliwości wystąpienia ruchu sztywnego jego elementów, a z drugiej strony nie ograniczyć niezbędnych deformacji modelu. Na rysunku 4 przedstawiono model z zastosowanymi warunkami brzegowymi.



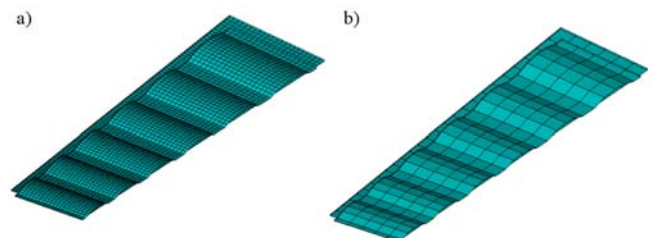
Rys. 4. Model fragmentu zespołu folii z warunkami brzegowymi

Na krawędziach folii gładkiej wprowadzono więzy symetryczności. W celu ograniczenia przemieszczeń folii gładkiej jako bryły sztywnej w kierunku osi Y, w czterech punktach znajdujących się na jednym jej końcu zadano sztywność o wartości 25 N/m. Sumaryczna sztywność w kierunku osi Y wynosiła więc 100 N/m i była zbliżona do wartości wyznaczonej w trakcie dodatkowych obliczeń (Żywica, 2007b). Powierzchnia panwi łożyskowej, na której rozpostarta jest folia falista, została zamodelowana jako nieskończenie sztywna i utwierdzona przy pomocy związanego z nią punktu referencyjnego (ABAQUS Inc, 2004). Założenie sztywnej panwi jest w tym przypadku jak najbardziej uzasadnione, gdyż w odniesieniu do zespołu folii wykazuje ona tylko nieznaczne odkształcenia. Potwierdzają to wyniki dotychczasowych badań (Żywica, 2007b; Rządkowski i inni, 2007a). Przemieszczenia jednego końca folii falistej zostały ograniczone poprzez odebranie wszystkich stopni swobody (tj. sztywne połączenie z panwią). W rzeczywistej konstrukcji koniec ten jest również trwale połączony z panwią łożyska. Pomiędzy górną powierzchnią folii falistej oraz dolną powierzchnią folii gładkiej, a także pomiędzy dolną powierzchnią folii falistej oraz górną powierzchnią panwi zamodelowano kontakt (opcja "Surface-to-Surface Contact" w systemie ABAQUS). Wartość współczynnika tarcia została ustalona na podstawie literatury, gdzie podano jego wartości dla różnych materiałów, którymi pokrywa się blachy stalowe wykorzystywane do wytwarzania łożysk foliowych (Olszewski i inni, 2007b). Na podstawie wyników eksperymentu można stwierdzić, że w przypadku tarcia bez smarowania wartość współczynnika tarcia oscyluje w granicach 0,04 - 0,016. Do wstępnych rozważań przyjęto więc współczynnik tarcia o wartości  $\mu = 0,1$ .

Nośność łożysk gazowych w zależności od rozwiązania konstrukcyjnego waha się w granicach 0,1 - 0,7 MPa. W łożyskach foliowych smarowanych cieczami, maksymalne ciśnienie w klinie smarnym najczęściej nieznacznie przekracza wartość 1 MPa (Hryniewicz i Wodke, 2006). Wobec powyższego, górną powierzchnię folii gładkiej obciążono ciśnieniem, którego wartość maksymalna wynosiła 1 MPa.

## 2.3. Dyskretyzacja modelu

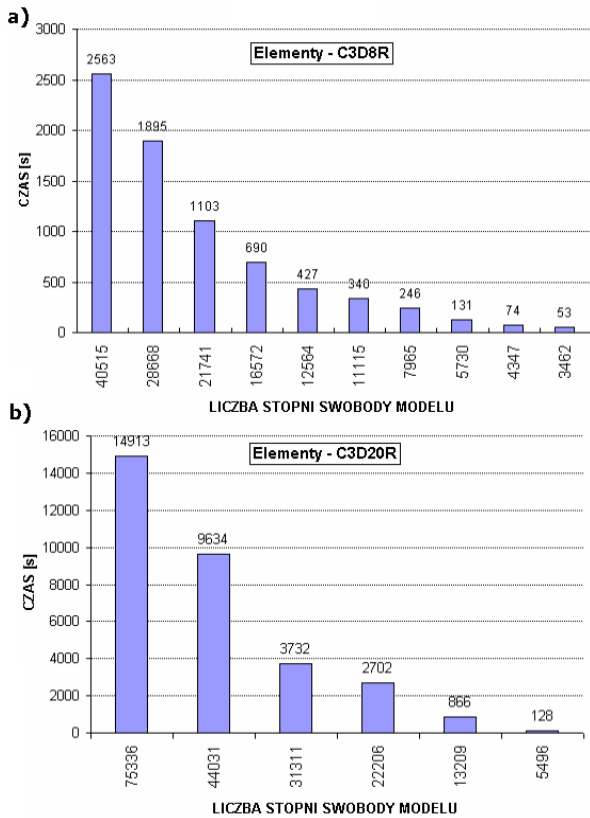
Celem znalezienia najlepszego sposobu dyskretyzacji modelu przeprowadzono optymalizację siatki MES. Podstawowym kryterium podczas optymalizacji była duża dokładność uzyskiwanych wyników przy możliwie krótkim czasie obliczeń. Na wstępnym etapie opracowywania modelu numerycznego ma to bardzo duże znaczenie, gdyż wnioski wyciągnięte na podstawie tych badań zostaną wykorzystane przy tworzeniu modelu uwzględniającego całą strukturalną warstwę nośną łożyska foliowego. Ponieważ celem niniejszej pracy było opracowanie trójwymiarowego modelu zespołu folii, rozważania ograniczono do bryłowych elementów skończonych. Podczas optymalizacji siatki numerycznej uwzględniano elementy skończone z liniowymi (C3D8R) jak i kwadratowymi (C3D20R) funkcjami kształtu (ABAQUS Inc, 2004). W obu przypadkach badano wpływ zagęszczenia siatki MES na czas oraz dokładność uzyskiwanych wyników. Na poniższym rysunku (rys. 5) przedstawiono dwa skrajne przypadki dyskretyzacji modelu.



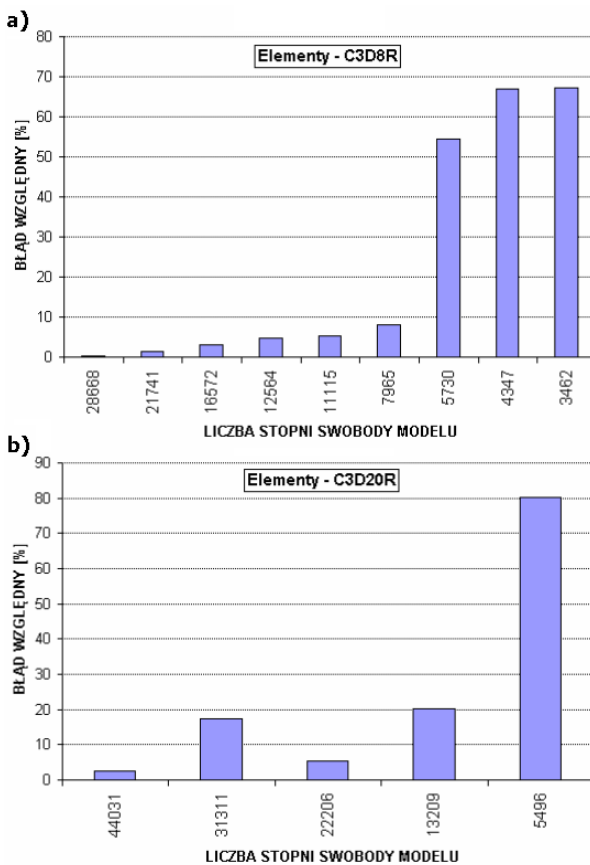
Rys. 5. Dwa skrajne warianty dyskretyzacji modelu

(a - model o największej liczbie elementów skończonych,  
b - model o najmniejszej liczbie elementów skończonych)

Przeprowadzone badania potwierdziły ogromny wpływ rodzaju oraz wielkości elementów skończonych na dokładność oraz czas obliczeń symulacyjnych. Na rysunku 6 przedstawiono wykresy obrazujące wpływ liczby stopni swobody modelu oraz rodzaj zastosowanego elementu skończonego na całkowity czas obliczeń. Podczas tych obliczeń zespół folii był obciążany statycznie ciśnieniem o wartości 1 MPa. Na kolejnym rysunku (rys. 7) przedstawiono wyniki w zakresie dokładności obliczeń. Wyniki te dotyczą błędów wyznaczenia przemieszczeń wybranego punktu, zlokalizowanego na powierzchni folii gładkiej. Jako wartości bazowe przy wyznaczaniu błędów względnych wykorzystano wartości otrzymane dla modeli o największej liczbie stopni swobody.



Rys. 6. Czas obliczeń w zależności od ilości stopni swobody modelu oraz rodzaju elementu skończonego



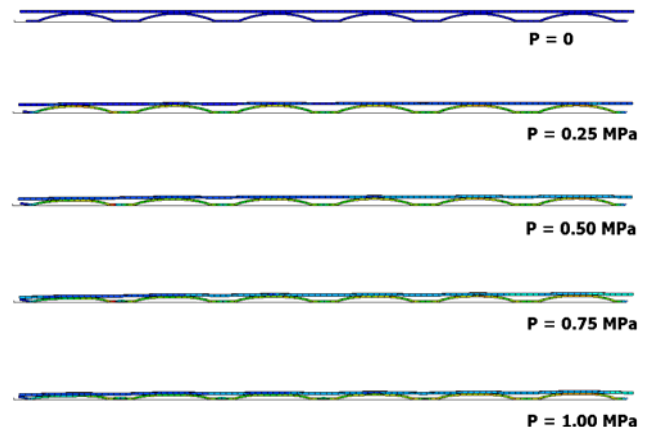
Rys. 7. Błąd względny obliczeń w zależności od liczby stopni swobody modelu oraz rodzaju elementu skończonego

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że w przypadku elementów skończonych z liniowymi funkcjami kształtu optymalny model składał się z 12 564 stopni swobody. Czas obliczeń dla tego modelu wynosił 427 sekund, a błąd względny w odniesieniu do wariantu o największej liczbie stopni swobody nie przekroczył 5%. Dla elementów z funkcjami kształtu drugiego stopnia optymalnym rozwiązaniem wydaje się być model składający się z 22 206 stopni swobody. Błąd obliczeń w tym przypadku nieznacznie przekroczył 5%, a obliczenia trwały 2 702 sekundy. Należy jednak zauważyć, że dla elementów C3D20R zwiększenie liczby stopni swobody nie zawsze wiązało się z poprawą dokładności wyników. Świadczy to o pewnego rodzaju niestabilności rozwiązania.

Podsumowując zagadnienie dyskretyzacji modelu należy stwierdzić, że elementy z liniowymi funkcjami kształtu (C3D8R) w przypadku analizy zespołu folii wykazały się większą użytecznością. Model zdyskretyzowany przy ich użyciu pozwalał na uzyskanie dużej dokładności wyników przy dość krótkim czasie obliczeń. Potwierdza to dokumentacja systemu ABAQUS, gdyż elementy C3D8R są zalecane do przeprowadzania analiz uwzględniających zjawiska kontaktowe.

#### 2.4. Wyniki obliczeń

Przedstawione w tej części artykułu wyniki obliczeń odnoszą się do modelu zdyskretyzowanego przy pomocy elementów skończonych z liniowymi funkcjami kształtu o największej, z analizowanych w poprzednim podpunkcie, gęstości siatki numerycznej. Prezentowane poniżej wyniki zostały uzyskane podczas optymalizacji siatki numerycznej, nie było więc potrzeby przeprowadzania dodatkowych obliczeń z zastosowaniem modelu optymalnego. Będzie on jednak wykorzystany podczas weryfikacji modelu oraz w czasie dalszych prac, w ramach których zostanie opracowany model całej strukturalnej warstwy nośnej łożyska foliowego.

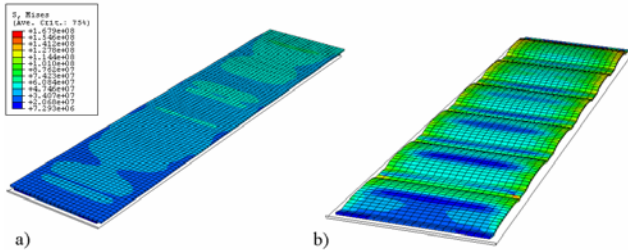


Rys. 8. Kolejne etapy odkształcenia zespołu folii.

Powyżej przedstawiono kolejne etapy odkształcenia zespołu folii, wywołanego ciśnieniem działającym na górną powierzchnię folii gładkiej (rys. 8). Na przedstawionym



rysunku wyraźnie widoczne są, oprócz odkształceń zgodnych z kierunkiem działania obciążenia, przemieszczenia folii falistej wzdłuż powierzchni panwi. Dzięki wzajemnemu przemieszczaniu się folii i występującym przy tym zjawisku tarcia, podczas pracy łożysk foliowych znaczna część energii drgań układu jest rozpraszana. Zjawisko to jest korzystne, gdyż zapobiega pojawianiu się drgań spowodowanych występowaniem zbyt niskiego tłumienia w układzie czop - panew.

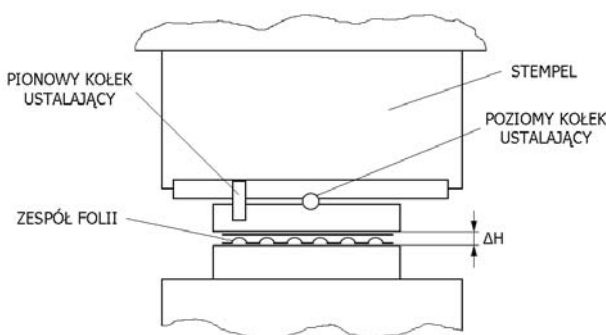


Rys. 9. Rozkłady naprężeń na powierzchniach elementów zespołu folii (a - folia gładka, b - folia falista)

Na rysunku 9 przedstawiono rozkłady naprężeń zredukowanych (Hubera - Misesa) na górnych powierzchniach folii gładkiej i falistej przy maksymalnym obciążeniu. Na rysunku tym możemy zauważyć, że największe naprężenia występują na krawędziach folii falistej. Ich wartość nie przekracza jednak naprężeń dopuszczalnych, nie spowodowałyby więc uszkodzenia rzeczywistej konstrukcji.

### 3. WERYFIKACJA MODELU

Do weryfikacji modelu numerycznego zespołu folii wykorzystano wyniki eksperymentu przeprowadzonego przez amerykańskich badaczy (Ku i Hashmat, 1992, 1993). Podczas doświadczenia, zespół folii obciążony był równomiernie stemplem stalowym. W trakcie stopniowego obciążania układu mierzona była siła nacisku stempla oraz jego przemieszczenie. Schemat stanowiska pomiarowego wykorzystanego do przeprowadzenia eksperymentu przedstawiono na rysunku 10.

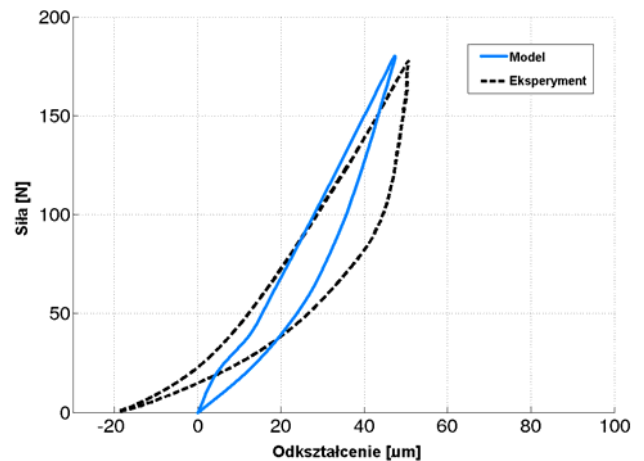


Rys. 10. Schemat stanowiska wykorzystanego podczas eksperymentu.

Wymiary rozważanego fragmentu zespołu folii, przedstawionego w poprzedniej części artykułu, zostały dostosowane do wymiarów układu przebadanego eksperymentalnie. Było to możliwe dzięki pełnej

parametryzacji modelu. Podstawowe wymiary zespołu folii wynosiły: podziałka wypukłości folii falistej  $s = 4,2$  mm, rozpiętość wypukłości  $L = 3,4$  mm, wysokość wypukłości  $h = 0,47$  mm, grubość blachy folii falistej  $t = 0,076$  mm, szerokość zespołu folii  $B = 24,1$  mm (Rządkowski i inni, 2007b). Folia falista posiadała 6 wypukłości. Zmiana wymiarów nie wpłynęła na omówione wcześniej warunki brzegowe oraz sposób dyskretyzacji modelu. Pomimo że weryfikacji poddano konkretny wariant konstrukcyjny, przeprowadzone badania umożliwiają wyciągnięcie wniosków ogólnych odnośnie zastosowanej metody modelowania zespołu folii. W przypadku potrzeby modelowania innych, podobnych rozwiązań konstrukcyjnych konieczna byłaby jedynie zmiana kilku parametrów geometrycznych, natomiast idea modelowania zespołu folii pozostałaby taka sama.

Na rysunku 11 przedstawiono porównanie wyników eksperymentu oraz adekwatnej do niego symulacji komputerowej. Zarówno podczas eksperymentu jak i symulacji zespół folii był obciążony siłą pionową o wartości maksymalnej równej 180 N. Podczas pełnego cyklu obciążania oraz odciążania układu rejestrowano jego odkształcenia.



Rys. 11. Porównanie wyników symulacji i eksperymentu

Na podstawie przedstawionego na rysunku 11 porównania można stwierdzić, że pomimo braku niektórych informacji na temat rzeczywistego obiektu (np. dokładnej wartości współczynnika tarcia) uzyskano bardzo dużą zgodność wyników symulacji z eksperymentem. Największe niezgodności, występujące przy małym obciążeniu układu, związane są z występowaniem niedokładności powierzchni oraz geometrii rzeczywistych folii. Dopiero pewne obciążenie układu rzeczywistego powoduje pozbycie się luzów wynikających z tych niedokładności. Inny przebieg krzywej charakteryzującej odkształcenie układu podczas obciążania oraz odciążania jest charakterystyczny dla układów sprężystych, w których mamy do czynienia z rozpraszaniem energii. W analizowanym modelu energia układu jest tracona na pokonanie oporów tarcia występującego pomiędzy współpracującymi elementami. W przypadku łożysk foliowych jest to zjawisko korzystne i zazwyczaj dąży się do uzyskania jak największego pola obrazującego straty

energii (pętli histerezy). Należy zwrócić jeszcze uwagę na fakt, że porównania wyników dokonano jedynie w dość małym zakresie obciążeń i odkształceń. Podczas dalszego obciążania układu charakterystyka przyjęłaby postać wyraźnie nieliniową (Kiciński i Żywica, 2007). Mogłoby to stać się przyczyną dodatkowych trudności w uzyskaniu zgodności obu charakterystyk.

#### 4. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono pierwszy etap prac nad modelowaniem łożysk foliowych. Polegał on na opracowaniu modelu MES fragmentu strukturalnej warstwy nośnej łożyska. Przedstawiono kolejne fazy opracowywania trójwymiarowego modelu uwzględniającego zjawiska kontaktowe zachodzące w rzeczywistej konstrukcji. W ramach badań przeprowadzono także optymalizację siatki MES. W wyniku przeprowadzenia całej serii obliczeń ustalono optymalny pod względem dokładności wyników oraz czasu obliczeń sposób dyskretyzacji modelu. Przeprowadzono również weryfikację eksperymentalną technik zastosowanych przy opracowywaniu modelu. Jak się okazało, uzyskane symulacyjnie wyniki w zakresie statycznych odkształceń zespołu folii doskonale pokrywają się z wynikami eksperymentu. Było to możliwe dzięki trafnemu uwzględnieniu najważniejszych zjawisk występujących w układzie rzeczywistym. Wyniki obliczeń uzyskanych przy pomocy komercyjnego pakietu MES należy więc uznać za satysfakcjonujące.

Techniki zastosowane przy opracowywaniu modelu fragmentu strukturalnej warstwy nośnej łożyska foliowego zostaną wykorzystane przy opracowywaniu pełnego modelu rozważanego układu. Będzie on uwzględniał wszystkie elementy warstwy podatnej łożyska złożonej z wielu odkształcalnych folii falistych i rozpostartej na nich folii gładkiej. Przy opracowywaniu tego modelu wykorzystane zostaną również doświadczenia nabyte podczas optymalizacji siatki numerycznej, co pozwoli na zastosowanie najkorzystniejszego pod względem czasu oraz dokładności obliczeń sposobu dyskretyzacji. Ostatnim etapem opracowywania modelu pełnego łożyska foliowego będzie uwzględnienie przepływowej warstwy nośnej oraz zamodelowanie interakcji zachodzących pomiędzy płynem i strukturą łożyska.

#### LITERATURA

1. **ABAQUS Inc** (2004), *ABAQUS Analysis User's Manual*, Version 6.5.
2. **Agrawal G. L.** (1997), Foil Air/Gas Bearing Technology - An Overview, *International Gas Turbine & Aero engine Congress & Exhibition 1997*, Orlando.
3. **Hryniewicz P., Wodke M.** (2006), *Wykonanie wstępnego projektu łożyska foliowego smarowanego wodą i sparametryzowanie jego wymiarów*, Opracowanie wew. IMP PAN nr arch. 6656/06, Gdańsk.

4. **Hryniewicz P., Wodke M.** (2007), *Wykonanie obliczeń strukturalnych łożyska foliowego oraz dobór optymalnych parametrów numerycznych modelu*, Praca niepublikowana wykonana w ramach projektu badawczego Nr 1683/T07/05/29, Gdańsk.
5. **Kiciński J., Żywica G.** (2007), *Badanie wpływu wybranych parametrów zespołu folii falistych na charakterystyki statyczne i dynamiczne strukturalnej warstwy nośnej łożyska foliowego*, Opracowanie wew. IMP PAN nr arch. 7295/07, Gdańsk.
6. **Ku R., Heshmat H.** (1992), Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis: Part I - Theoretical Model Including Strip and Variable Bump Foil Geometry, *ASME Journal of Tribology*, Vol. 114, 394-400.
7. **Ku R., Heshmat H.** (1993), Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis: Part II - Experimental Investigation, *ASME Journal of Tribology*, Vol. 115, 364-369.
8. **Lez S. L., Arghir M., Frane J.** (2007), Static and Dynamic Characterization of a Bump-Type Foil Bearing Structure, *ASME Journal of Tribology*, Vol. 129, 75-83.
9. **Olszewski A., Wodke M., Hryniewicz P.** (2007a), Ekologiczne łożysko foliowe smarowane wodą - budowa i analiza wybranych parametrów konstrukcyjnych na sztywność podparcia łożyska, *Tribologia*, nr 1/2007.
10. **Olszewski A., Wodke M., Hryniewicz P.** (2007b), Powłoki fluoropolimerowe oraz przeciwтарыowe w łożyskach foliowych smarowanych wodą, *Tribologia*, nr 1/2007.
11. **Rządkowski R., Drewczyński M., Kwapisz L., Soliński M.** (2007a), *Opracowanie modelu strukturalnego warstwy nośnej łożyska foliowego, Część I: Model numeryczny*, Opracowanie wew. IMP PAN nr arch. 7201/07, Gdańsk.
12. **Rządkowski R., Drewczyński M., Kwapisz L., Soliński M.** (2007b), *Opracowanie modelu strukturalnego warstwy nośnej łożyska foliowego, Część II: Weryfikacja eksperymentalna modelu*, Opracowanie wew. IMP PAN nr arch. 7201/07, Gdańsk.
13. **Waumans T., Vleugels P., Peirs J., Al-Bender F., Reynaerts D.** (2006), Rotordynamic behaviour of a micro-turbine rotor on air bearings: modelling techniques and experimental verification, *Proceedings of ISMA 2006*, 181-198.
14. **Żywica G.** (2007a), *Analiza rozwiązań konstrukcyjnych mikrołożysk dostępnych w literaturze i katalogach firm*, Opracowanie wew. IMP PAN nr arch. 7171/07, Gdańsk.
15. **Żywica G.** (2007b), *Wyznaczenie zastępczej sztywności warstwy nośnej łożyska foliowego*, Opracowanie wew. IMP PAN w Gdańsku nr arch. 7172/07, Gdańsk.

#### NUMERICAL MODELLING OF THE STRUCTURAL LAYER OF FOIL BEARING

**Abstract:** Foil bearings fulfil most of the requirements of novel oil-free turbomachinery. Only the experimental investigation of foil bearings giving us the fundamental knowledge of their behaviour, because of the lack of good numerical models. This work presented the preliminary stage of numerical modelling of the structural layer of foil bearing. The FEM model of bump and top foil was prepared and mutual motion was analyzed. The results of FEM model were verified experimentally. A good agreement between numerical simulation and experiment was obtained.

Praca została sfinansowana ze środków sieci naukowej Eko-Energia na rok 2007.

# ESTYMACJA ROZKŁADU NAPRĘŻEŃ W FUNKCJI GŁĘBOKOŚCI WARSTWY WIERZCHNIEJ ŁOPATKI SPRĘŻARKI OSIOWEJ METODĄ ANALIZY FALKOWEJ SYGNAŁU EFEKTU BARKHAUSENA

Cezary Kownacki\*

\*Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45C, 15-351 Białystok

[cezarkw@poczta.onet.pl](mailto:cezarkw@poczta.onet.pl)

**Streszczenie:** Magnetyczna metoda efektu Barkhausena umożliwia badania własności warstwy wierzchniej w sposób nieniszczący. Obecne metody analizy sygnału efektu Barkhausena (SEB) nie umożliwiają określenie rozkładu tych własności w funkcji głębokości warstwy wierzchniej, podobnie jak inne metody badań nieniszczących. Zastosowanie analizy falkowej oraz modelu tłumienia sygnału efektu Barkhausena pozwoliło zbudować funkcje skalujące odwzorowujące parametry SEB na rozkład naprężeń własnych w warstwie wierzchniej. Opracowaną metodę diagnostyczną zastosowano do oszacowania rozkładu naprężeń w warstwie wierzchniej łopatkę sprężarki osiowej silnika turbinowego.

## 1. WPROWADZENIE

Eksploatacyjne badania stanu technicznego elementów maszyn są istotnym czynnikiem wyznaczającym poziom bezpieczeństwa i określającym ekonomikę eksploatacji maszyn. Znajomość stanu technicznego maszyny pozwala ocenić zużycie eksploatacyjne jej podzespołów. Na podstawie znajomości stopnia i rodzaju zużycia można zaplanować właściwą obsługę techniczną, terminy przeglądów oraz ewentualnych napraw, a także zdecydować o wycofaniu danego elementu maszyny z eksploatacji.

Posiadanie wiarygodnej i kompletnej informacji o stanie elementów maszyny jest niezbędne do podjęcia prawidłowych decyzji o dopuszczeniu maszyny do dalszej eksploatacji. Stąd prowadzone są badania nad rozwojem metod diagnostycznych, które umożliwią w sposób nieniszczący uzyskać jak największą wiedzę o stanie elementu maszyny. Wszystkie obecnie stosowane metody badań nieniszczących przeznaczone są między innymi do określenia własności warstwy wierzchniej elementów maszyn. Dlatego też o stanie elementu maszyny można wnioskować jedynie na podstawie własności materiału w warstwie wierzchniej. Takie podejście wydaje się być prawidłowe, gdyż warstwa wierzchnia jest pod bezpośrednim wpływem czynników zewnętrznych działających podczas eksploatacji i jej własności zmieniają się szybciej niż własności rdzenia. Jednakże głębokość penetracji większości metod nieniszczących badań jest ograniczona do warstwy przypowierzchniowej o grubości rzędu kilkudziesięciu mikrometrów. Jeśli nawet określona metoda umożliwia badanie materiału do głębokości nawet 1 mm to otrzymany wynik jest uśrednioną reprezentacją własności materiału warstwy wierzchniej z tej głębokości. Dlatego też trudno jest określić jak kształtują się

własności materiału warstwy wierzchniej wzdłuż głębokości. Informacja o rozkładzie własności warstwy wierzchniej w funkcji głębokości pozwoliłaby obserwować tendencję zachodzących ich zmian oraz określić stan materiału podczas eksploatacji elementu maszyny.

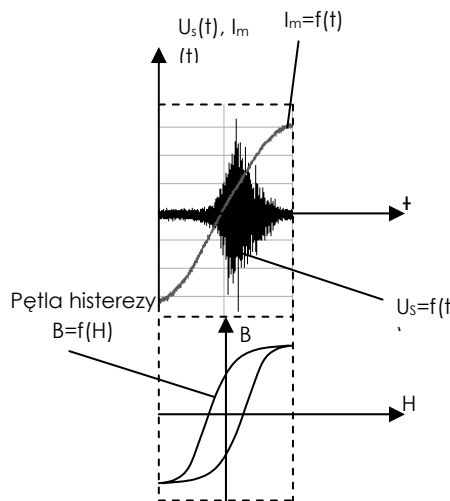
Na świecie są prowadzone prace nad wykorzystaniem metod magnetycznych do nieniszczącego badania stanu warstwy wierzchniej. Zaletą metod magnetycznych jest znaczna głębokość penetracji sięgająca nawet powyżej 1 mm, zaś ograniczeniem, że znajdują one jedynie zastosowanie do materiałów ferromagnetycznych. Jedną z takich metod jest metoda polowego efektu Barkhausena. Opiera się ona na obserwacji wymuszonych polem magnetycznym oddziaływań pomiędzy strukturą domenową ferromagnetyka a jego strukturą krystaliczną, z którą są powiązane własności materiału tj. naprężenia własne, defekty struktury, udział fazy niemagnetycznej itp. Wzajemne oddziaływania struktury domenowej i krystalicznej są rejestrowane w postaci sygnału zwanego szumem magnetycznym oraz sygnałem efektu Barkhausena, w skrócie SEB. Brakuje jednak właściwych metod analizy zarejestrowanego sygnału SEB by wyodrębnić z zawartej w nim informacji wiedzę o rozkładzie własności warstwy wierzchniej w funkcji głębokości. Prowadzono wiele analiz i rozważań nad tłumieniem tego sygnału (Tiitto i Säynäjäkangas, 1975), które wskazują na możliwość określenia głębokość pomiarowej w funkcji częstotliwości pasma przenoszenia SEB.

## 2. SYGNAŁ EFEKTU BARKHAUSENA

Metoda polowego efektu Barkhausena opiera się na pomiarze sygnału napięciowego indukowanego w cewce



pomiarowej przyłożonej do ferromagnetyka, który jest poddany działaniu zmiennego pola magnetycznego. Sygnał ten określa się mianem sygnału efektu Barkhausena i ma charakter szybko zmiennego sygnału niestacjonarnego (rys.1).

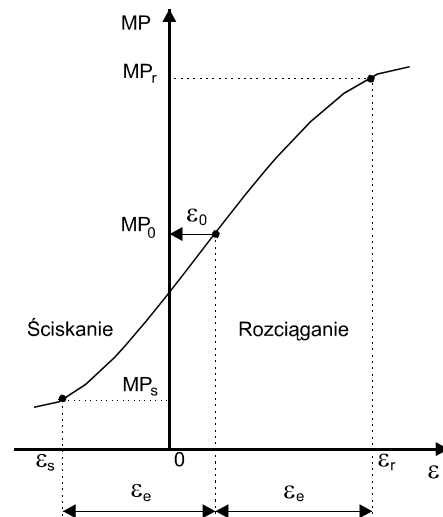


**Rys. 1.** Sygnał Barkhausena  $U_s=f(t)$  formułowany z pików napięciowych, sinusoidalny prąd magnesujący  $I_m=f(t)$  oraz pętla histerezy ferromagnetyka  $B=f(H)$  (Błachnio, 1998)

Zewnętrzne pole magnetyczne wymusza w ferromagnetyku zmiany kierunków namagnesowania domen magnetycznych. Zmiana namagnesowania domen powoduje przemieszczanie się ścian domen, tak, aby wewnętrzna energia domeny była jak najmniejsza. Ponieważ domeny magnetyczne są obszarami sieci krystalicznej o jednakowej orientacji wektorów magnetycznych atomów, istnieje wzajemne nakładanie się struktury magnetycznej ferromagnetyka i jego struktury krystalicznej. Struktura krystaliczna ma wpływ na konfigurację domen, zaś struktura magnetyczna na własności sieci krystalicznej np. naprężenia. Magnesowanie ferromagnetyka, czyli zmiana kierunków wektorów magnetycznych domen może być, więc hamowana lub stymulowana bezpośrednio przez naprężenia mechaniczne oraz pośrednio przez defekty struktury, które blokują bądź ułatwiają przemieszczanie się ścian domen. Obserwując intensywność ruchu ścian domen można określić poziom i kierunek naprężeń (po uprzednim wyskalowaniu) lub określić zmiany mikrostruktury ferromagnetyka.

Impulsy napięciowe rejestrowane w cewce podczas magnesowania ferromagnetyka są informacją o intensywności zmian natężenia wewnętrznego pola magnetycznego ferromagnetyka wywołanego ruchem ścian domen. Zmiana natężenia pola magnetycznego ferromagnetyka przebiega gwałtownie w momencie, gdy grupa ścian domen przemieści się skokowo pokonując siły oddziaływań atomowych w sieci krystalicznej. Wówczas poziom wewnętrznej energii magnetostatycznej i magnetosprężystej domen jest najwyższy, a gwałtowny wzrost natężenia wewnętrznego pola magnetycznego indukuje impulsy napięciowe w przyłożonej cewce. Ilość

i amplituda impulsów korelują z intensywnością zjawiska przemieszczania się ścian domen, która umożliwia oznaczenie kierunek i poziom naprężeń własnych. Rysunek 2 przedstawia zależność średniej amplitudy impulsów napięciowych SEB wyrażonych w postaci parametru MP od rodzaju naprężeń:  $\sigma$  – rozciągające,  $-\sigma$  – ściskające.



**Rys. 2.** Krzywa wzorcowania jednoosiowego, która przedstawia zależność pomiędzy odkształceniem a parametrem MP SEB:  $\sigma_0$  – naprężenia własne,  $\sigma$  – naprężenia rozciągające,  $-\sigma$  – naprężenia ściskające (Błachnio, 1998)

### 3. BADANIA Z WYKORZYSTANIEM EFEKTU BARKHAUSENA

Metoda wykorzystująca efekt Barkhausena jest stale rozwijana, a dokładne poznanie zjawiska wymaga poszukiwania nowych technik analizy sygnału szczególnie takich, które uwzględniają wieloparametrową analizę sygnału napięciowego efektu Barkhausena. Prace nad rozwojem tej metody w Polsce były prowadzone przez Piecha, Augustyniaka, Błachnio, Wojtasa, Pomorskiego (Augustyniak, 2003; Augustyniak i inni, 1995, 1996; Błachnio, 1998; Piech, 1986, 1995; Piech i Pomorski, 1993, 1995, 1998; Pomorski, 1996; Wojtas, 2004]. Badania nad efektem Barkhausena prowadzili również S. Tiitto, T. Tiitto, C. Jagadish, P. Jacob i inni. Prace te dotyczyły między innymi relacji pomiędzy poziomem SEB, a kierunkiem i poziomem naprężeń w warstwie wierzchniej wyrażonych w postaci parametrów opisujących poziom SEB w sposób uśredniony. W większości publikacji dotyczących wykorzystania efektu Barkhausena do pomiaru naprężeń wykorzystuje się następujące parametry (American Stress Technologies Inc.; Błachnio, 1998; Dąbrowski i Eybel, 2003; Singh i inni, 2003; Wojtas, 2004): MP (parametr magnetosprężysty odpowiadający wartości napięcia SEB), RMS (średnia wartość skuteczna SEB), PEAK (wartość szczytowa obwiedni SEB), liczba impulsów napięciowych i inne.

W pracy (Augustyniak, 2003) przedstawiono metodykę wyznaczania naprężeń własnych na podstawie funkcji skalowania, popartą badaniami naprężeń w płytach

stalowych i w złączach spawanych. Do oceny naprężeń wykorzystano technikę zliczania impulsów napięciowych w sygnale efektu Barkhausena. Na podstawie otrzymanych wyników wyznaczone zostały mapy rozkładu naprężeń na powierzchni badanego elementu. W ten sposób można wykryć miejsca o największym poziomie naprężeń ściskających na powierzchni fazy w warstwie wierzchniej. Poziom sygnału Barkhausena został również wykorzystany do oceny intensywności kulowania w pracach (Piech, 1996). Natomiast w pracy E. S. Palmy (Palma i inni, 2004) wykorzystano parametr RMS do określenia zależności pomiędzy poziomem sygnału efektu Barkhausena, a liczbą cykli, po której następuje pęknięcie zmęczeniowe. W pracy (Dąbrowski i Eybel, 2003) przedstawiono wyniki badań elementów podwozia samolotów dotyczące otrzymanego powierzchniowego rozkładu parametru MP w miejscach największych obciążeń. Uzyskano liniową zależność parametru MP od poziomu naprężeń zmierzonych na powierzchni materiału metodą dyfrakcji rentgenowskiej i średniej ważonej naprężeń z przedziału głębokości 0,1 mm wyznaczonej również metodą rentgenowską z wykorzystaniem trawienia elektrolitycznego. H. N. Singh w swojej pracy (Singh i inni, 2003) zaprezentował charakterystykę rozwoju czoła pęknięcia na podstawie przestrzennego rozkładu parametru RMS sygnału efektu Barkhausena. Z zamieszczonych wykresów wyraźnie widać, jak zmienia się rozkład wartości RMS wokół miejsca pojawienia się pęknięcia i rośnie wraz z jego rozwojem. W innych publikacjach omówiono wykorzystanie metody SEB do badania zmian zmęczeniowych elementów stalowych (Mitra i inni, 1995), pomiaru naprężeń w spoinach spawów (Augustyniak i inni, 1995, 1996; Mitra i inni, 1995), w cienkich prętach, drutach (Pawłowski i Rułka, 1972), w rurociągach (Claphan i inni, 1995; Jagadish i inni, 1990a, 1990b), w blachach karoserii samochodowych (Piech i Pomorski, 1998) i w kołach wagonów (Kwan i Barkhardt, 1989). Dotyczą one głównie wykorzystania parametrów: RMS i PEAK.

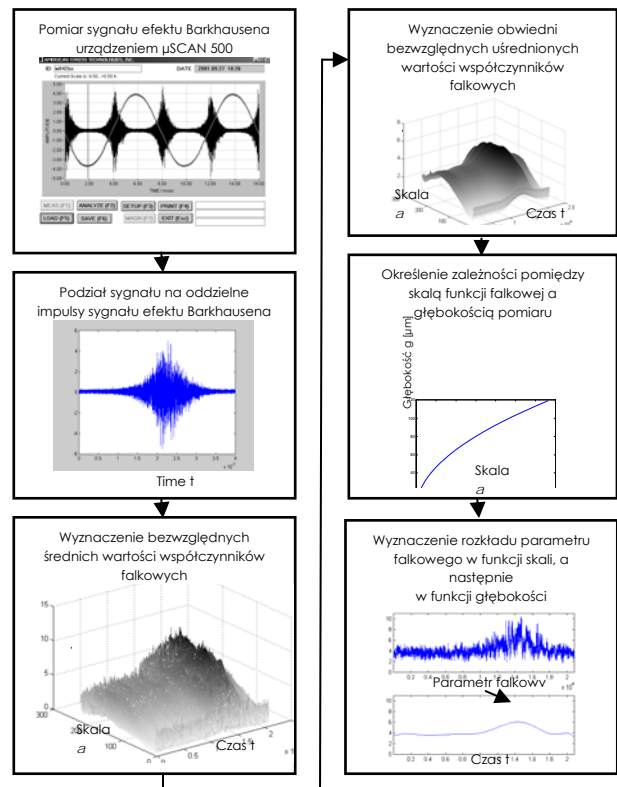
W literaturze można również spotkać termin IBN (Identified Barkhausen Noise – Zidentyfikowany Szum Barkhausena). Terminem tym określa się skalogram SEB uzyskany za pomocą ciągłej transformaty falkowej (CWT) (Magalas i Malinowski, 1998, 2001). Podjęta próba zastosowania transformaty falkowej CWT do analizy SEB została ograniczona jednak do scharakteryzowania IBN i porównania ich do wartości parametru MP. Nie ustalono konkretnego związku pomiędzy wartościami skalogramu, a poziomem naprężeń oraz nie wyznaczono głębokości pomiaru. Dlatego też na podstawie charakterystyki IBN trudno jest określić rozkład i poziom naprężeń w funkcji głębokości. L. B. Magalas wskazał jednak na możliwości, jakie stwarza zastosowanie transformaty falkowej CWT (Magalas i Malinowski, 1998, 2001).

Jednakże słowo *przestrzenny* stosowane w wielu pracach należy rozumieć, jako *powierzchniowy*, gdyż nie zawierają wzmianki o wyznaczaniu rozkładu wartości naprężeń własnych w funkcji głębokości. Parametry opisujące intensywność SEB uśredniają informację o ruchu ścian domen, gdyż brakuje bezpośrednich zależności pomiędzy głębokością warstwy wierzchniej a wysokością impulsów napięciowych. Można jednak

wykorzystać zależność pomiędzy częstotliwością SEB, a głębokością pomiaru oraz wyznaczyć widmo częstotliwościowe SEB. Ponieważ SEB jest sygnałem niestacjonarnym standardowa analiza FFT (szybkiej transformaty Fouriera nie pozwoli na określenie intensywności SEB dla odpowiednich zakresów częstotliwości. W związku z tym autorzy podjęli próbę wykorzystania ciągłej transformaty falkowej SEB do oszacowania stanu naprężeń w funkcji głębokości warstwy wierzchniej łopatkę sprężarki osiowej.

#### 4. MODEL ANALIZY FALKOWEJ SYGNAŁU EFEKTU BARKHAUSENA

Prace prowadzone nad zastosowaniem CWT do analizy SEB zaowocowały opracowaniem modelu falkowej analizy SEB, którego efektem końcowym jest rozkład intensywności SEB w postaci parametru falkowego w funkcji głębokości warstwy wierzchniej. Model falkowej analizy SEB jest przedstawiony na rysunku 3.



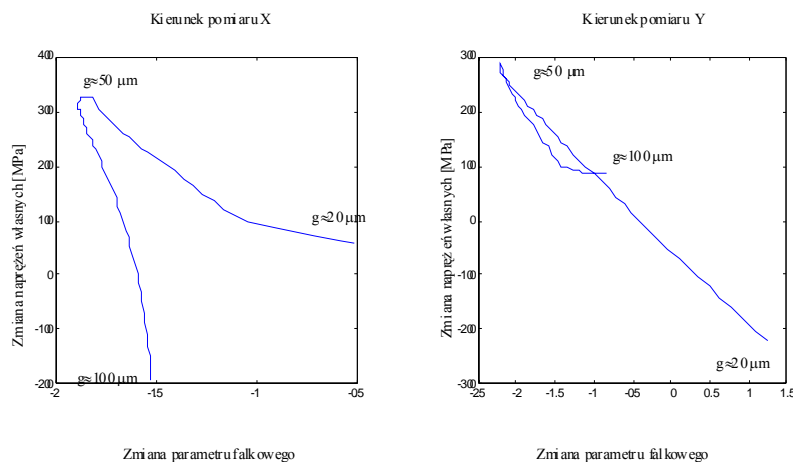
Rys. 3. Model falkowej analizy sygnału efektu Barkhausena (Kownacki, 2008)

Parametr falkowy ma podobne znaczenie jak parametry MP, PEAK, RMS, lecz w przeciwieństwie do nich jest on powiązany z określoną częstotliwością SEB, a poprzez zależność określającą głębokość pomiarową może być przedstawiony, jako funkcja głębokości warstwy wierzchniej. Badania z wykorzystaniem próbek ze stali 2H13 poddanych procesowi obróbki kulowaniem wykazały korelację zmiany rozkładu naprężeń własnych ze zmianą rozkładu parametru falkowego w funkcji głębokości warstwy wierzchniej. Zmiany rozkładu naprężeń własnych i zmiany rozkładu parametru falkowego powstałe wyniku

kulowania zostały potwierdzone badaniami metalograficznymi (Dudtkiewicz i Baliga, 2004). Wyniki badań stały się to podstawą do przeprowadzenia eksperymentu z rzeczywistym elementem maszyny, jakim jest łopatka sprężarki osiowej. Ponieważ łopatka sprężarki jest poddana w trakcie pracy działaniu złożonych obciążeń aerodynamicznych i masowych, badanie stanu warstwy wierzchniej w sposób nieniszczący jest złożonym problemem. Okazuje się, że miejscem inicjacji pęknięć jest obszar położony w głębi warstwy wierzchniej, zwykle na jej granicy z rdzeniem. Stąd uzyskanie nawet przybliżonego rozkładu naprężeń w funkcji głębokości warstwy wierzchniej byłoby cenną informacją diagnostyczną.

Na eksperyment złożyły się badania z wykorzystaniem falkowej analizy SEB oraz badania naprężeń własnych metodą rentgenograficzną  $\sin^2\psi$

z wykorzystaniem trawienia elektrolitycznego. Do pomiaru SEB wykorzystano urządzenie  $\mu$ SCAN 500 firmy AST StressTech, zaś do pomiarów naprężeń urządzenie MSF-3M/PSF-3M firmy Rigaku (lampa H7133-Cr) (Kownacki, 2005). W eksperymencie wykorzystano łopatki fabrycznie nowe i eksploatowane przez 1200h. Wykorzystując falkową analizę SEB uzyskano różnicę rozkładu parametru falkowego w funkcji głębokości warstwy wierzchniej dla obu rodzajów łopatek. Z kolei badania rentgenograficzne pozwoliły uzyskać różnicę w rozkładzie naprężeń dla obu rodzajów łopatek. Na podstawie uzyskanych wyników skonstruowano funkcje skalujące reprezentujące relację pomiędzy zmianą naprężeń a zmianą SEB przedstawioną w postaci parametru falkowego. Na rysunku 4 przedstawiono funkcje skalujące dla dwóch prostopadłych kierunków pomiaru X i Y.



**Rys. 4.** Funkcje skalujące wyrażające relację pomiędzy zmianą parametru falkowego a zmianą naprężeń po eksploatacji łopatki sprężarki przez 1200 h (Kownacki, 2008)

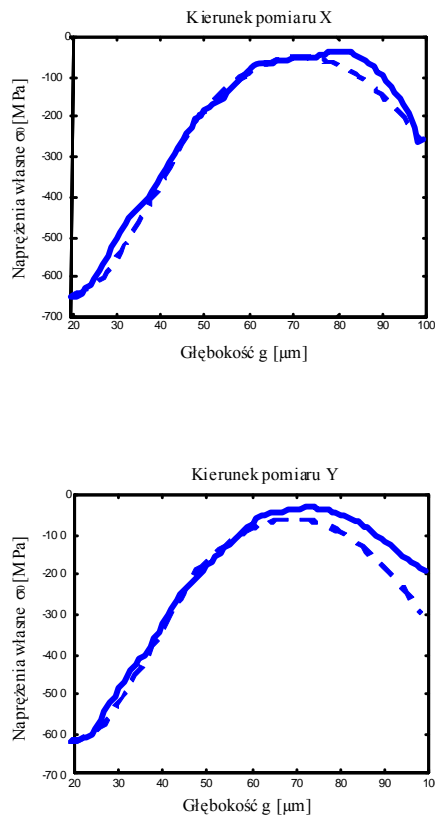
W celu weryfikacji uzyskanych relacji wykorzystano dwie partie (po 5 sztuk) łopatek eksploatowanych i nieeksploatowanych. Przeprowadzono badania metodą analizy falkowej SEB. Następnie wykorzystując funkcje skalujące oraz znany rozkład naprężeń własnych w funkcji głębokości warstwy wierzchniej łopatki nowej określono rozkład naprężeń w funkcji głębokości łopatki eksploatowanej (rys. 5).

Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić, że zastosowanie analizy falkowej sygnału efektu Barkhausena do oszacowania rozkładu naprężeń daje podobne rezultaty jak uznana metoda rentgenograficzna. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że do uzyskania rozkładu naprężeń z wykorzystaniem pomiarów rentgenograficznych należało zastosować sekwencyjne trawienie elektrolityczne, które jest pracochłonne a ponadto jest metodą niszczącą. Wynikają z tego pewne konsekwencje związane z trudnością ustalenia rzeczywistego wpływu trawienia elektrolitycznego na modyfikację rozkładu naprężeń w funkcji głębokości.

## 5. WNIOSKI

Uzyskanie wiarygodnego rozkładu naprężeń w funkcji głębokości warstwy wierzchniej pozwoliłoby na odpowiednio wczesne zdiagnozowanie procesów zmęzeniowych, które występują podczas eksploatacji maszyn. Istnieje wiele metod, które umożliwiają punktowy uśredniony pomiar naprężeń.

Jednakże uzyskanie wiarygodnego rozkładu naprężeń w sposób nieniszczący jest trudne ze względu na ograniczenia penetracji materiału przez zastosowane w tych metodach nośniki informacji. Ograniczenia również dotyczą metod analizy informacji pomiarowej. Metoda magnetyczna wykorzystująca efekt Barkhausena umożliwia magnesowanie materiału nawet do głębokości powyżej 1 mm. Jednakże zastosowana obecnie w wielu pracach analiza sygnału efektu Barkhausena nie pozwala uzyskać informacji o rozkładzie zjawiska Barkhausena i stanie warstwy wierzchniej w funkcji głębokości warstwy wierzchniej.



**Rys. 5.** Rozkłady naprężeń w funkcji głębokości warstwy wierzchniej łopatek sprężarki po 1200 godzin pracy, linia ciągła oznacza rozkład naprężeń oszacowany metodą analizy falkowej, linia przerywana oznacza rozkład oszacowany na podstawie badań rentgenowskich z wykorzystaniem trawienia sekwencyjnego (Kownacki, 2008)

Opracowany przez autorów model analizy falkowej sygnału efektu Barkhausena umożliwia oszacowanie rozkładu intensywności zjawiska Barkhausena w funkcji głębokości. Ponieważ istnieje wyraźna korelacja zjawiska Barkhausena z poziomem naprężeń, opracowane funkcje skalujące przedstawiają zależność parametru falkowego i naprężeń własnych w funkcji głębokości warstwy wierzchniej. Przeprowadzone badania z wykorzystaniem łopatek sprężarki osiowej silnika turbinowego.

#### LITERATURA

1. **American Stress Technologies Inc.**, μSCAN 500 System v1.22 user's manual.
2. **American Stress Technologies Inc.**, μSCAN 500 Operating instructions v.1.5.3.
3. **Augustyniak B.** (2003), Zjawiska magnetosprężyste i ich wykorzystanie w nieniszczących badaniach materiałów, Politechnika Gdańska, Gdańsk.
4. **Augustyniak B. i inni** (1996), Badania porównawcze metodami nieniszczącymi naprężeń pozostających w złączach spawanych, Zeszyty Problemowe - Badania Nieniszczące, Nr 1, 253-256.
5. **Augustyniak B. i inni** (1995), Nowa metoda pomiaru naprężeń pozostających w złączach spawanych za pomocą efektu Barkhausena, 24 Krajowa Konferencja Badań Nieniszczących, Poznań – Kiekrz, 9-17,
6. **Białasiewicz J. T.** (2000), Falki i aproksymacje, WNT, Warszawa.
7. **Blachnio J.** (1998), Ocena stanu warstwy wierzchniej łopatek wirnika sprężarki metodą szumu Barkhausena. Prace Naukowe Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, z. 3, ITWL, Warszawa.
8. **Claphan L i inni** (1995), Characterization of texture and residual stress in a section of 610 mm pipeline steel, NDT&E International, Vol. 28, No. 2, 73-82.
9. **Dąbrowski W., Eybel R.** (2003), Application of Barkhausen noise inspection to determine residual stress in landing gear component, 4<sup>th</sup> International Barkhausen Noise and Magnetic Conference, Brescia, Italy, 63.
10. **Dudtkiewicz J., Baliga W.** (2004), Wykonanie badań mikrostruktury próbek łopatek sprężarki osiowej metodą mikroskopii elektronowej (sprawozdanie z pracy badawczej), Instytut Metalurgii i Inżynierii materiałowej PAN, Kraków.
11. **Jagadish C. i inni** (1990a), Influence of uniaxial elastic stress on power spectrum and pulse high distribution of surface Barkhausen noise in pipeline steel, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 26, No. 3, 1160-1163.
12. **Jagadish C. i inni** (1990b), The effect of stress and magnetic field orientation on surface magnetic Barkhausen noise in pipeline steels, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 26, No. 1, 262-265.
13. **Kownacki C.** (2005), Analiza falkowa sygnału efektu Barkhausena w diagnostyce elementów maszyn. Rozprawa doktorska, Wydział Mechaniczny Politechniki Białostockiej.
14. **Kownacki C.** (2008), The application of multiparametric analysis of Barkhausen noise using continuous wavelet transform in comparative stress testing, Nondestructive Testing and Evaluation, Vol. 23, No. 2, 99-107,
15. **Kwun, H., Burkhardt, G. L.** (1989), Electromagnetic Techniques for Residual Stress Measurements, Metals Handbook, Vol. 17, Nondestructive Evaluation and quality Control, ASM International, Ohio, 159-163.
16. **Magalas L. B., Malinowski T.** (1998), The wavelet transform, a new method to analyze the Barkhausen effect IBN, Inżynieria Materiałowa, nr 3, 364-367.
17. **Magalas L.B., Malinowski T.** (2001), Zastosowanie efektu Barkhausena oraz transformaty falkowej i trójwymiarowych obrazów magnetycznych IBN do badań rur kotłowych, 30 Krajowa Konferencja Badań Nieniszczących, Szczyrk, 2001, Zeszyty Problemowe - Badania Nieniszczące, Nr 6, 261-266.
18. **Mitra A. i inni** (1995), Nondestructive magnetic measurements in weld and base metals of service exposed Cr-Mo steel, NDT&E International, Vol. 28, No. 1, 29-33.
19. **Palma E. S. i inni** (2004), Fatigue damage assessment in steel using Barkhausen noise, MNT.
20. **Pawłowski Z., Rulka R.** (1972), Internal stress measurement using Barkhausen effect, 7<sup>th</sup> International Conference on Non-Destructive Testing, Warszawa, Rep. 1-13, 529.
21. **Piech T.** (1986), Application of the Barkhausen effect to mechanical stress measurements in ferromagnetics, 9<sup>th</sup> Congress of Material Testing, Vol. 2, Budapest.
22. **Piech T.** (1995), Zastosowanie efektu Barkhausena do badania skuteczności procesów umacniania powierzchniowego, VI Konferencja Naukowo – Techniczna, Metrologia w technikach wytwarzania maszyn, Rzeszów.
23. **Piech T., Pomorski K. A.** (1998), Diagnostyka stanu nadwozi pojazdów za pomocą zjawiska Barkhausena, 27 Krajowa Konferencja Badań Nieniszczących, Międzyzdroje, 1998, Zeszyty Problemowe - Badania Nieniszczące, Nr 3, 262-272.

24. **Piech T., Pomorski K. A.** (1995), Sposób i układ do wyznaczania przestrzennych rozkładów właściwości mechanicznych i/lub kierunków i wartości naprężeń mechanicznych w warstwie wierzchniej materiałów ferromagnetycznych, Opis patentowy, PL 176699 B1, Nr zgłoszenia 306925.
25. **Piech T., Pomorski K. A.** (1993), Barkhausen-Noise method for estimation of directions of residual stresses, European Conference on Residual Stresses, Frankfurt/Men.
26. **Pomorski K. A.** (1996), Próba wykorzystania magnetycznego efektu Barkhausena do wyznaczania składowych stanu naprężeń w warstwie wierzchniej materiałów konstrukcyjnych, Rozprawa doktorska, Politechnika Szczecińska, Szczecin.
27. **Singh H. N. i inni** (2003), Fatigue crack- growth characterization in carbon steel piping using Barkhausen noise measurements, 4<sup>th</sup> International Barkhausen Noise and Magnetic Conference, Brescia, Italy, 181-186.
28. **Tiitto S.** (1976), Influence of elastic and plastic strain on the magnetization process in Fe - 3. 5 % Si. IEEE Transactions on Magnetism, Vol. 12, No. 6.
29. **Tiitto S.** (1978), On the mechanism of magnetization transitions in steel. IEEE Transaction on Magnetism, Vol. 14, No. 5.
30. **Tiitto S., Wojtas A.** (1991), Magnetoelastic testing of biaxial stresses, VDI Berichte, No. 882.
31. **Tiitto S.** (1977), On the influence of microstructure on magnetization transitions in steel. Acta Polytechnica Scandinavica, Applied Physics Series, No. 119.
32. **Tiitto S. i inni** (1976), Non-destructive magnetic measurements of steel grain size. NDT International, Vol. 9, No. 3.
33. **Tiitto S., Säynäjäkangas S.** (1975), Spectral damping in Barkhausen noise. IEEE Transactions on Magnetism Vol.11, No. 6.
34. **The Math Works Inc.**, Wavelet Toolbox User's Guide.
35. **Wojtas A.** (2004), Ocena przedawaryjnego stanu zużycia eksploatacyjnej warstwy wierzchniej elementów trących przy styku skoncentrowanym na podstawie analizy magnetycznego efektu Barkhausena, Rozprawa doktorska, Wojskowy Instytut Techniki Panczernej i Samochodowej Sulejówek.

#### **ESTIMATING DISTRIBUTIONS OF RESIDUAL STRESS OF AXIAL COMPRESSOR BLADE AS THE FUNCTION OF SURFACE LAYER DEPTH USING WAVELET ANALYSIS METHOD OF BARKHAUSEN SIGNAL**

**Abstract:** Magnetic method of Barkhausen effect is able to explore properties of surface layer in non-destructive way. Present methods of Barkhausen signal analysis and also others nondestructive testing methods are useless for estimating distribution of surface layer properties as a function of measurement depth. Engaging continuous wavelet transform and spectral damping function of Barkhausen signal allowed create conversion function, which translates properties of Barkhausen signal into residual stress distributions of surface layer of turbine engine axial compressor blade as the function of residual stress.



## WYBRANE ASPEKTY WERYFIKACJI MODELU 3D DO BADAŃ DYNAMIKI PODWOZIA GŁÓWNEGO

Wiesław KRASON<sup>\*</sup>, Jerzy MAŁACHOWSKI<sup>\*</sup>, Jerzy JACHIMOWICZ<sup>\*</sup>, Rafał KAJKA<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wojskowa Akademia Techniczna, ul. Gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

<sup>\*\*</sup> Instytut Lotnictwa, Al. Krakowska 110/114, 02-256 Warszawa

[w.krason@wme.wat.edu.pl](mailto:w.krason@wme.wat.edu.pl), [j.malachowski@wme.wat.edu.pl](mailto:j.malachowski@wme.wat.edu.pl), [rafal.kajka@ilot.edu.pl](mailto:rafal.kajka@ilot.edu.pl)

**Streszczenie:** Podwozia lotnicze ze względu na złożoność konstrukcji, zmienność warunków pracy, różnorodność zjawisk towarzyszących ich eksploatacji i jednocześnie występowanie ekstremalnych obciążeń, badane są najczęściej na modelach uproszczonych. W pracy zaproponowano model odkształcalny 3D kompletnego układu podwozia głównego, który docelowo zastosowany będzie do analizy wpływu postępującego procesu zniszczenia jednego elementu na wyłączenie kompletnego podwozia. Rezultaty otrzymane z przeprowadzonej symulacji pokazały jak bardzo efektywna jest analiza z zastosowaniem zbudowanego modelu 3D kompletnego układu podwozia i jak istotne zagadnienia są rozwiązywane metodą symulacji numerycznej tj. problem nieliniowości geometrycznych i materiałowych, zagadnienie kontaktu pomiędzy współpracującymi elementami, zbadanie kinematyki podwozia oraz zbadanie problemu dyssypacji energii w całym układzie.

### 1. WPROWADZENIE

Podwozie lotnicze jest ważnym zespołem konstrukcyjnym odpowiedzialnym za najbardziej niebezpieczną fazę lotu – lądowanie (Pritchard, 1999). W związku z tym niezbędne jest zapewnienie mu odpowiedniej wytrzymałości, trwałości i niezawodności w trakcie eksploatacji (Kaplan i Wolf, 2002). Przyjmuje się, że podwozie lotnicze powinno być zaprojektowane i eksploatowane wg koncepcji trwałości bezpiecznej. Konsekwencją takiego założenia jest to, że prawdopodobieństwo wystąpienia uszkodzenia nie powinno być większe niż 0.5%. Z tego warunku oraz ze sposobu przeprowadzonych analiz i badań wynikają odpowiednie statyczne i zmęczeniowe współczynniki bezpieczeństwa podwozia (FAR-23, 1996; MIL 008866B, 1987). W wyniku powyższych działań uzyskiwane są dane do wyznaczenia użytkowej trwałości bezpiecznej (resursu) podwozia jako wzorcowego cyklu starto-ładowań. Warunki techniczne dotyczące eksploatacji zawierają wymagania odnośnie przeglądów okresowych, w tym między innymi ocenę stanu technicznego (pęknięcia, korozja, zużycie itp.).

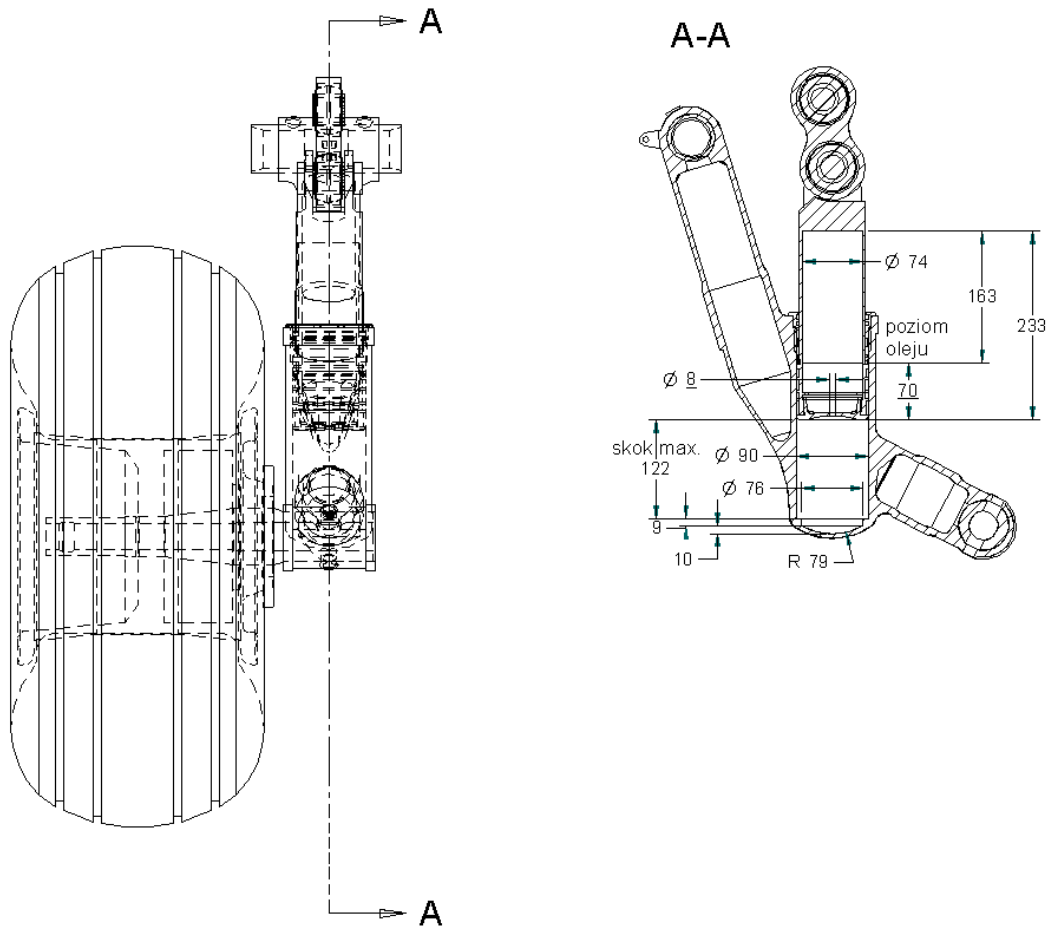
Większość analiz dotyczących mechaniki pękania i przewidywanej trwałości ogranicza się do zagadnień liniowych oraz do lokalnych zjawisk występujących wokół pęknięcia. Oczywiście przewidywanie trwałości zmęczeniowej dotyczy całej konstrukcji i oceny jej poprawnej pracy w określonym czasie eksploatacji. Jednak obecne metody oceny trwałości ograniczają się do oceny przewidywanego życia produktu lub na zapewnieniu bezawaryjnej pracy z założonym prawdopodobieństwem (Jachmiczowicz i inni, 2006). Nie spotyka się natomiast analiz przedstawiających wpływ postępującego

uszkodzenia na pracę całego układu jak i zachowanie rzeczywistych współczynników bezpieczeństwa całej konstrukcji w trakcie eksploatacji z uszkodzeniem.

W niniejszej pracy omówiono model numeryczny zastosowany w analizie dynamicznej podwozia głównego samolotu transportowego (rys. 1). Model MES podwozia zbudowano z odkształcalnych brył, które wiernie odzwierciedlają parametry geometryczno-fizyczne podstawowych podzespołów wykonawczych. W modelu tym uwzględniono, dźwignię wraz z podzespołem węzła mocowania podwozia do struktury kadłuba, amortyzator z tuleją, przeguby kulowe, oś koła, oraz sworznie. Połączenia ruchowe układu modelowano z uwzględnieniem odpowiednich warunków kontaktu.

Wspomniany model 3D zastosowano w numerycznej symulacji testu zrzutu zrealizowanego za pomocą wyspecjalizowanego oprogramowania LS-Dyna (Hallquist, 1998)). Celem zrealizowanych badań numerycznych jest weryfikacja modelu 3D przeznaczonego do analizy dynamicznej podwozia głównego i ocena wyłączenia jego poszczególnych podzespołów (Pritchard, 1999; Kajka i inni, 2006). W pracy omówiono zatem podstawowe założenia badań eksperymentalnych, których wyniki posłużyły do weryfikacji modelu numerycznego. Zamieszczono wybrane wyniki analiz testowych dynamiki podwozia z zastosowaniem odkształcalnego modelu 3D. Otrzymane wyniki testów numerycznych upoważniają do stwierdzenia, że omówiony w pracy model 3D podwozia głównego może być z powodzeniem zastosowany w dalszych badaniach, zmierzających do oszacowania stopnia niezawodności tego układu.





Rys. 1. Schemat rozważanego podwozia głównego wojskowego samolotu transportowego - obiektu badań

## 2. BADANIA EKSPERYMENTALNE PODWOZIA

Do weryfikacji wyników analiz numerycznych wykorzystano wybrane wyniki prób stanowiskowych zrealizowanych na młocie opadowym (Jachimowicz i inni, 2006). W próbie zrzutu swobodnego odwzorowywanego numerycznie obciążenia od przyziemienia były zadawane poprzez zrzut podwozia (próba dynamiczna) z nieruchomym lub rozkręconym kołem. Obciążenia od hamowania oraz siły bocznej były odwzorowywane w sposób quasistatyczny. Mocowanie oraz sposób przykładania obciążeń przedstawia rysunek 2. Obciążenia przykładano poprzez elementy zastępcze na wielowypuszcie na osi koła (moment hamujący) oraz poprzez pierścienie łożysk. Element zastępczy mocowany na osi koła zastępował piastę wraz z hamulcem. Amortyzator napełniono całkowicie olejem, tak aby w przybliżeniu stałe przemieszczenie trzonu amortyzatora odpowiadało ugięciu pod obciążeniem statycznym samolotu (dla badanego podwozia  $\approx 82$  mm). Dopuszczono w trakcie badań zmianę ugięcia amortyzatora w zakresie od 66 mm do 99 mm.

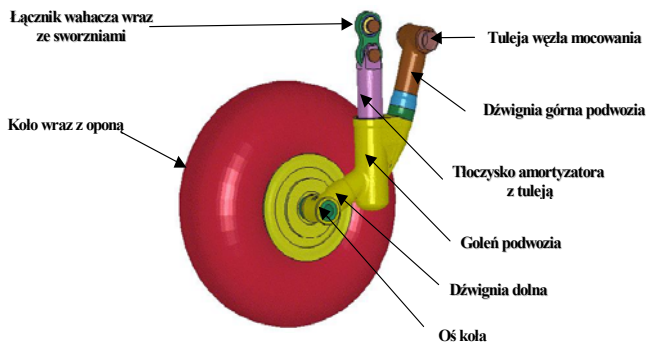


Rys. 2. Widok stanowiska opadowego do testów laboratoryjnych z badanym podwoziem głównym

### 3. MODELE NUMERYCZNE PODWOZIA

#### 3.1 Model geometryczny

Model geometryczny rozważanego układu podwozia głównego samolotu transportowego zbudowano za pomocą oprogramowania 3D UGS Solid Edge. W modelu tym uwzględniono, dźwignię wraz z podzespołem węzła mocowania podwozia do struktury kadłuba, amortyzator z tuleją, przeguby kulowe, oś koła, oraz sworznie jak na rys. 3. Model geometrii importowano następnie do preprocesora graficznego pakietu MSC.Software (MSC.Software, 2005), a następnie używając dostępnych procedur i bibliotek programu MSC.PATRAN uzupełniono go o model geometryczny koła podwozia. W modelu geometrycznym koła odwzorowano główne jego podzespoły w postaci piasty koła, statora i rotora hamulca oraz opony.



Rys. 3. Model geometryczny układu podwozia

W omawianym modelu geometrycznym uwzględniono wszystkie podstawowe podzespoły układu podwozia niezbędne do opracowania modelu dyskretnego MES

do badań dynamiki podwozia głównego. Odwzorowano funkcjonalny podział badanej struktury, geometryczne nieciągłości w budowie poszczególnych części oraz ich wzajemne pozycjonowanie. Konfiguracja odwzorowana w modelu geometrycznym odpowiada układowi podwozia w stanie nieobciążonym – z amortyzatorem całkowicie rozprężonym. Takie położenie podzespołów podwozia odpowiada wyjściowej konfiguracji przewidywanych wariantów analizy numerycznej. W opracowanym modelu geometrycznym zastosowano niezbędne uproszczenia dotyczące zarówno geometrii podzespołów jak też rozwiązań konstrukcyjnych - np. pominięto niektóre szczegóły konstrukcyjne, drobne elementy nie mające bezpośredniego wpływu na współpracę głównych podzespołów podwozia. Umożliwiło to realizację kolejnych etapów modelowania i wykonanie analizy dynamicznej tego złożonego układu konstrukcyjnego. Widok gotowego modelu geometrycznego kompletnego układu podwozia zamieszczono na rys. 3.

#### 3.2 Model dyskretny 3D kompletnego układu

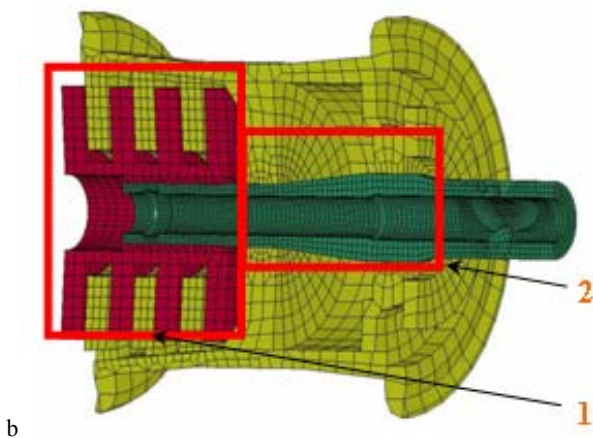
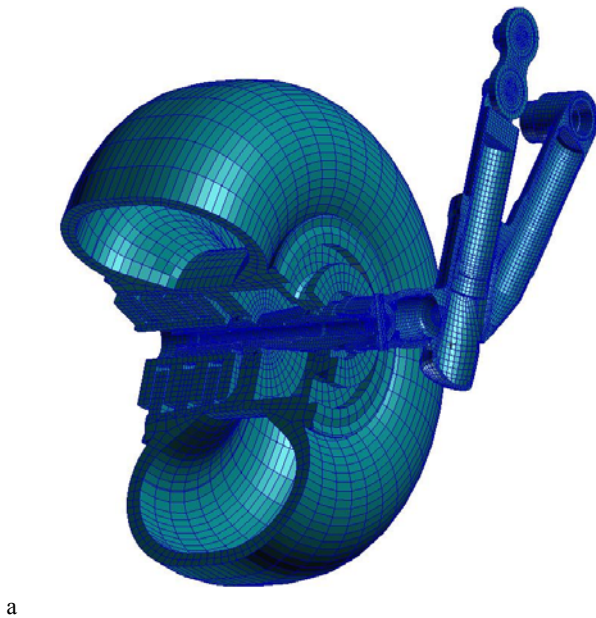
Model geometryczny kompletnego układu wykorzystano do opracowania w pełni odkształcalnego modelu dyskretnego MES, przeznaczonego do badań dynamiki podwozia głównego samolotu transportowego. Modelowanie wykonano w środowisku MSC.PATRAN w wersji 2005r2 z zastosowaniem preferencji kodu LS-Dyna, który posłużył do wykonania analiz dynamicznych. W poszczególnych bryłach modelu geometrycznego, odzwierciedlających części układu podwozia, zdefiniowano siatki elementów skończonych, modele materiałów oraz odpowiednie typy i właściwości elementów skończonych, odpowiadające modelowanym podzespołom. Rozważanym podzespołom układu fizycznego podwozia z wyjątkiem opony nadano charakterystyki materiałowe odpowiadające w większości dwóm materiałom: stali 30HGSNA i stali 30HGSA. Stale te stosuje się na konstrukcje wysoko obciążone m.in. w lotnictwie. Parametry mechaniczne stali przyjęto na podstawie norm: dla stali 30HGSNA wg PN-69/H-94010, PN-72/H-84035, dla stali 30HGSA: wg PN-89/H-84030.

Charakterystyka materiału zastosowanego w modelu numerycznym opony koła podwozia głównego odpowiada modelowi fizycznemu opony firmy BARUMTECH o rozmiarach: 720×310, Model Y Tubless – z ciśnieniem napełnienia  $P_{op} = 0.55$  MPa. Dla elementów skończonych opisujących gumę opony przyjęto model materiałowy Mooney'a-Rivlin'a, dostępny w bibliotekach kodu LS-Dyna [2]. Ten model materiału gumy pozwala uzyskiwać poprawne wyniki w zakresie dużych przemieszczeń i deformacji, dotyczących opony. Elementy bryłowe typu HEX8 zastosowano do modelowania następujących podzespołów układu podwozia: dźwigni dolnej i górnej goleni podwozia, łącznika wahacza wraz z przegubami kulistymi – bieżniami łożysk i sworzniami, tłoczyska amortyzatora wraz z pierścieniami i z trzonem mocowania do łącznika, tulei amortyzatora, osi koła ze sworzniem mocowania do dźwigni goleni, piasty koła podwozia, statora oraz rotora hamulca, a także opony – rys. 4a).

W modelu kompletnego układu podwozia zastosowano 73146 elementów skończonych typu HEX8. Kompletny model układu podwozia wraz z kołem zawiera 98009 węzłów, 2760 elementów powłokowych typu QUAD4 oraz 120 elementów MPC. Elementy powłokowe użyto do odwzorowania wewnętrznej powierzchni opony. We wnętrzu modelu opony ograniczonym tą powierzchnią zdefiniowano AIRBAG (Hallquist, 1998). Jego zadaniem jest odwzorowanie w modelu numerycznym oddziaływania gazu sprężonego we wnętrzu koła. Model poduszki powietrznej pozwala na kontrolę objętości wewnętrznej koła i bazuje na teorii Green'a (Hallquist, 1998). W modelu analizuje się pewną zamkniętą objętość, która jest określona przez elementy powierzchniowe, dla których sprawdzane jest położenie i orientacja w każdym kroku obliczeń. Układ sprężysto-tłumiący amortyzatora zastąpiono dwuwęzłowym elementem sprężysto-tłumiącym

o liniowej charakterystyce. Metodykę doboru charakterystyki zastępczej tego elementu omówiono szczegółowo w pracy Kajka i inni (2006).

Poszczególne podzespoły układu podwozia odzwierciedlone w modelu 3D w rzeczywistej konstrukcji współpracują ze sobą, przenosząc obciążenia poprzez wzajemny kontakt. W celu odwzorowania poprawnej współpracy podzespołów rozważanego układu, konieczne było określenie w modelu numerycznym odpowiednich obszarów kontaktu. W modelu zdefiniowano dwanaście par kontaktowych obejmujących powierzchnie następujących podzespołów układu podwozia: piasta koła – stator hamulca – 2 powierzchnie kontaktu (rys. 4b), oś koła - bieżnie łożyskowe piasty koła – 3 powierzchnie kontaktu, tłocznisko amortyzatora - pierścienie – tuleja cylindrowa dźwigni – 4 powierzchnie kontaktu, sworznie – bieżnie przegubów kulistych - 2 powierzchnie kontaktu, dźwignia górna goleń – tuleja mocowania – 1 powierzchnia kontaktu.



**Rys. 4.** Model numeryczny 3D (a), widok przekroju pary kontaktowej (b): 1-piasta koła – stator hamulca, 2-oś koła – bieżnie łożyskowe piasty koła.

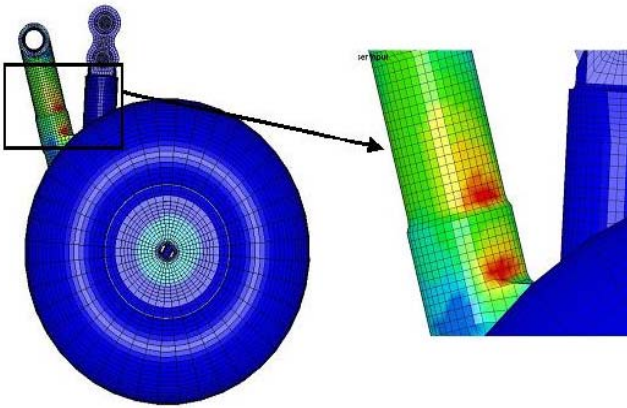
#### 4. ANALIZA DYNAMICZNA - NUMERYCZNY TEST ZRZUTU PODWOZIA

Celem omawianej symulacji numerycznej jest sprawdzenie charakterystyki dynamicznej podwozia przy lądowaniu z dopuszczalną prędkością opadania (na podstawie FAR-23.723; FAR-23.725). Wykonano badania numeryczne odwzorowania próby zrzutu podwozia samolotu o masie do startu i lądowania wynoszącej 7500 kg (rys. 2). Symulacje numeryczne przyziemienia przeprowadzono przy zachowaniu parametrów odpowiadających próbom stanowiskowym opisanym w punkcie 2 artykułu:  $m_r=3325$  kg – masa zredukowana, przypadająca na badane podwozie główne, równa masie wszystkich elementów zrzuconego układu,  $V_z=2.13$  m/s – prędkość opadania pionowego samolotu, w chwili zetknięcia opony z podłożem,  $V_x=0$  m/s – prędkość pozioma lądowania samolotu,  $h=231$  mm – wysokość zrzutu modelu,  $\alpha=0$  deg – kąt nachylenia umownej płaszczyzny samolotu względem ziemi,  $P_{am}=5$  MPa – ciśnienie napełniania amortyzatora,  $P_{op}=0.55$  MPa – ciśnienie napełniania opony.

Model MES układu podwozia zastosowano do określenia wyężenia poszczególnych elementów konstrukcji podczas symulacji zrzutu oraz zbadania jak zmienia się energia takiego układu, deformacji jakie występują w poszczególnych elementach kompletnego układu podwozia. Większość z tych wielkości nie jest możliwa do zarejestrowania w trakcie testów eksperymentalnych. W teście numerycznym zrzutu podwozia z prędkością 2.13 m/s odwzorowano parametry badań doświadczalnych zrealizowanych na stanowisku laboratoryjnym rys. 2. Należy wspomnieć, iż odwzorowywany numerycznie test odpowiadał rzeczywistemu przedziałowi czasowemu, który wynosi 0.09 s.

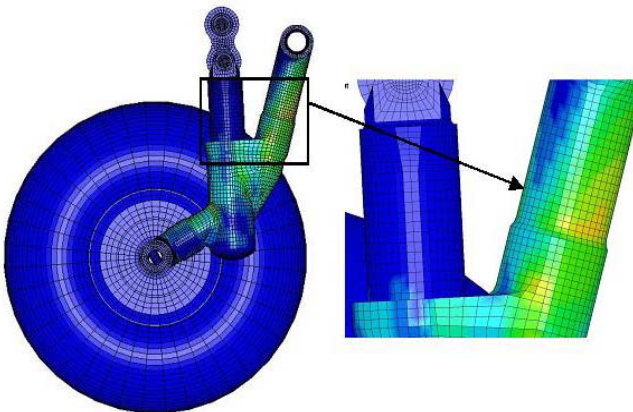
W modelu podwozia wprowadzono warunki brzegowe odpowiadające realizowanemu wariantowi testu numerycznego. Więzy zewnętrzne w postaci podpór przegubowych nieprzesuwnych wprowadzono w węzłach mocowania podwozia (węzły centralne na powierzchniach bocznych sworzni górnego i tulei dźwigni górnej – rys. 3) do struktury kadłuba samolotu. W wyniku realizacji testów numerycznych uzyskano szereg danych opisujących zjawiska współpracy poszczególnych podzespołów podwozia w obszarach kontaktu. Dotyczy to zarówno kinematyki jak i dynamiki badanej konstrukcji. Wybrane wyniki testu numerycznego zamieszczono na rys. 5, 6.



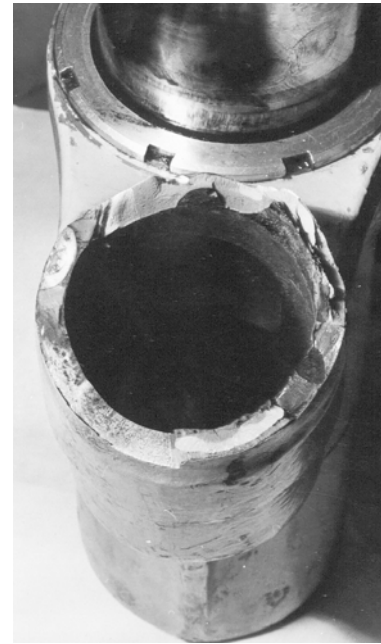


**Rys. 5.** Mapa wyężenia w obszarze koncentracji naprężeń w obszarze spoiny i inicjacji pęknięcia zmęczeniowego podczas badań stanowiskowych – widok zewnętrzny (od strony koła podwozia)

W konstrukcji podwozia zaobserwowano wiele miejsc, w których lokalne koncentracje naprężeń mogłyby spowodować np. inicjację pęknięcia zmęczeniowego. Jednak należy zaznaczyć, że rozpatrywany model 3D jest modelem idealnym, w którym nie uwzględniono procesu zniszczenia w jakimkolwiek stadium. Pomimo to, zamieszczone w pracy rysunki 5, 6 z mapami wyężenia potwierdzają jednoznacznie, że w obszarze spoiny łączącej podzespół dźwigni górnej i dolnej badanego podwozia, dochodzi do lokalnych spiętrzeń naprężeń. Dotyczy to szczególnie widoku zewnętrznego prezentowanego na rys. 5. Obserwacje te potwierdzają wyniki badań przeprowadzonych na rzeczywistym obiekcie. Okazało się, że w trakcie prób stanowiskowych polegających na odwzorowaniu kompletnego cyklu eksploatacyjnego, badane podwozie uległo zniszczeniu. Na rys. 7 zaprezentowano zdjęcie przełomu dźwigni podwozia powstałego w obszarze zlokalizowanych koncentracji naprężeń na mapach naprężeń, omawianych powyżej rys. 5, 6. Podwozie uległo zniszczeniu na skutek nieciągłości materiału powstałej w spoinie. Problemem okazała się technologia tj. wykonanie elementu podwozia. Zniszczenie to wystąpiło w obszarach wskazanych jako obszary potencjalnie niebezpiecznych na rys. 5 i 6.



**Rys. 6.** Mapa wyężenia w obszarze koncentracji naprężeń w obszarze spoiny i inicjacji pęknięcia zmęczeniowego podczas badań stanowiskowych – widok wewnętrzny



**Rys. 7.** Widok fragmentu dolnej dźwigni podwozia z powierzchnią przełomu powstałego w spoinie

## 5. PODSUMOWANIE

Podwozia lotnicze ze względu na złożoność konstrukcji, zmienność warunków pracy, różnorodność zjawisk towarzyszących ich eksploatacji i jednocześnie występowanie ekstremalnych obciążeń badane są najczęściej w modelach uproszczonych lub z zastosowaniem podejścia analizy wieloetapowej i modeli częściowych w wybranych quasistatycznych położeniach ruchu konstrukcji, przy zastosowaniu badawczego lub eksploatacyjnego widma obciążeń podwozia. Problemy pojawiające się w takim podejściu badania podwozi lotniczych, można rozwiązać stosując metody dynamicznych analiz w modelach kompletnego podwozia głównego. Proponowany model odkształcalny 3D kompletnego układu podwozia głównego docelowo zastosowany będzie do analizy wpływu postępującego procesu zniszczenia jednego elementu (kruche pęknięcie) na wyężenie kompletnego podwozia. Główną zaletą przedstawionej metody numerycznej jest możliwość jej zastosowania do badań podwozi, których wykonanie innymi metodami, w tym także metodami eksperymentalnymi jest niemożliwe do zrealizowania. Są to na przykład badania stanów niebezpiecznych eksploatacji podwozia, jak i całego samolotu. Za taki stan można uznać rozważany przykład zniszczenia maksymalnie wyężonego elementu badanego układu podwozia.

Rezultaty otrzymane z przeprowadzonej symulacji pokazały jak bardzo efektywna jest analiza z zastosowaniem zbudowanego modelu 3D kompletnego układu podwozia i jak istotne zagadnienia są rozwiązywane metodą symulacji numerycznej tj. problem nieliniowości geometrycznych i materiałowych, zagadnienie kontaktu pomiędzy współpracującymi elementami, zbadanie kinematyki podwozia oraz zbadanie problemu dysypacji

energii w całym układzie. Umożliwia ona również optymalizację wartości wybranych wielkości fizycznych modelu podwozia, istotnych ze względu na bezpieczeństwo samolotu oraz transportowanych podczas eksploatacji na jego pokładzie ludzi i towarów.

Model odkształcalny 3D prezentowany w pracy, po etapie weryfikacji i niezbędnych modyfikacjach, zostanie zastosowany w badaniach dynamicznych kompletnego układu podwozia, w którym uwzględnione zostaną pęknięcia dźwigni.

#### LITERATURA

1. **FAR-23** (1966), Airworthiness Standards: Normal, Utility, Acrobatic and Commuter Category Airplanes.
2. **Hallquist J.O.** (1998), *LS-Dyna. Theoretical manual*, California Livermore Software Technology Corporation.
3. **Jachimowicz J., Kajka R., Osiński J.** (2006), *Wpływ wad technologicznych na rozkład naprężeń w pobliżu spawu*, Przegląd Mechaniczny, Zeszyt 9.
4. **Kajka R., Krasoń W., Małachowski J.** (2006), Dobór zastępczej charakterystyki dynamicznej podwozia samolotu transportowego, *Górnictwo Odkrywkowe*, Nr 5-6.
5. **Kaplan M.P., Wolff T.A.** (2002), *Damage tolerance assessment of CASA, landing gear*, Willis & Kaplan, Inc.
6. **MIL 008866B** (1987), *Airplane damage tolerance requirements*, U.S. Air Force.
7. **Pritchard J.I.** (1999), *An overview of landing gear dynamics*, NASA/TM-1999-209143, ARL-TR-1976.
8. **MSC.Software** (2005), *Reference Manual MSC.PATRAN, Version r2*.
9. **MSC.Software** (2005), *Reference Manual MSC.NASTRAN, Version r2*.

#### CHOSEN ASPECTS OF 3D MODEL VALIDATION FOR DYNAMIC TESTS OF MAIN LANDING GEAR

**Abstract:** Results gained from the simulation have proved how effective the 3D numerical model is and how many problems can be solved in the course of only one numerical run, e.g. the geometric and material non-linearities, the question of contact between mating components, investigation into kinematics of the landing gear and the checking of possible failure influence on the structure behaviour, which can appear in some elements due to overload. The major advantage of the presented numerical method is applicability thereof to landing gear examination with artificially introduced flaws, what is impossible to be performed with other methods, including experimental testing work.

Pracę wykonano w ramach Projektu Badawczego finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

# ANALIZA PŁYT LAMINOWANYCH Z ZASTOSOWANIEM ZASTĘPCZYCH MODELI JEDNOWARSTWOWYCH

Agnieszka SABIK, Ireneusz KREJA\*

\* Katedra Mechaniki Budowli i Mostów, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Politechnika Gdańska,  
ul. Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk

[agsa@pg.gda.pl](mailto:agsa@pg.gda.pl), [ikreja@pg.gda.pl](mailto:ikreja@pg.gda.pl)

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono analizę porównawczą wybranych modeli obliczeniowych płyt warstwowych, zgodnych z koncepcją *zastępczego modelu jednowarstwowego* (*Equivalent Single Layer - ESL*). Rozważono trzy modele bazujące na teorii ścinania pierwszego rzędu: dwa modele autorskie oraz model paneli laminowanych dostępny w systemie *MSC/NASTRAN*. Zróżnicowanie modeli wynika z odmiennego podejścia do tzw. korekty ścinania. Przeprowadzono obliczenia dla szeregu przykładów testowych dostępnych w literaturze. Jeśli było to możliwe, dokonano porównań z innymi modelami typu ESL, zwłaszcza bazującymi na teorii ścinania wyższych rzędów. Analizę ograniczono do statyki liniowej.

## 1. WPROWADZENIE

Przedmiotem rozważań są modele obliczeniowe stosowane w liniowej analizie płyt laminowanych zbudowanych na drodze idealnego połączenia kilku lub kilkunastu warstw. Najpopularniejszymi odmianami płyt warstwowych są *plyty sandwichowe* oraz *kompozyty laminowane*. W skali makroskopowej obydwie odmiany można potraktować jako płyty anizotropowe, przyjmując do ich analizy zastępcze modele jednowarstwowe (*ESL*), w których własności mechaniczne warstwy zastępczej są wypadkową parametrów poszczególnych warstw. Bardziej zaawansowanymi dwuwymiarowymi modelami obliczeniowymi są dyskretne modele wielowarstwowe (*Layer-Wise – LW*), w których bezpośrednio uwzględnia się warstwową strukturę laminatu, co powoduje niestety, że liczba niewiadomych zależy od liczby warstw. Najbardziej zaawansowane modele trójwymiarowe charakteryzują się jeszcze większą liczbą niewiadomych, dlatego ich zastosowanie jest praktycznie ograniczone do analizowania wyselekcjonowanych fragmentów konstrukcji, w których ze względu na istotne zaburzenia (np. połączenia z innymi obiektami) taka szczegółowa analiza jest niezbędna.

Liczne przykłady w literaturze wykazują, że mimo dość ostrych założeń upraszczających, modele *ESL* okazują się często bardzo efektywne w analizie płyt warstwowych w skali makro, tj. np. przy obliczaniu ugięć czy obciążeń krytycznych. Niewątpliwą zaletą modeli *ESL*, z punktu widzenia obliczeń numerycznych, jest niezależność od liczby warstw liczba stopni swobody.

W pracy przetestowano kilka wybranych zastępczych modeli jednowarstwowych, w tym także model dostępny w programie *MSC/Nastran*. Prezentowane wyniki są zestawione – tam gdzie to możliwe – z rezultatami bardziej zaawansowanych modeli, głównie wielowarstwowych bazujących na teoriach ścinania wyższych rzędów.

## 2. ZASTĘPCZE MODELE JEDNOWARSTWOWE

Płyty warstwowe znamionuje skokowa zmienność parametrów materiałowych w przekroju płyty, jak również znaczna odkształcalność poprzeczna materiałów warstw. Cechy te powodują, że pod wpływem obciążenia przekroje płyty przyjmują postać linii łamanej, co określa się często mianem efektu *zig-zag*. Istotnym problemem w modelowaniu płyt uwarstwionych jest spełnienie warunków ciągłości naprężeń poprzecznych na granicach warstw. Opisanie zachowania tak złożonych struktur przy pomocy zastępczego modelu jednowarstwowego związane jest zatem ze znacznym uproszczeniem, które może istotnie ograniczyć dokładność uzyskiwanych wyników.

Większość zastępczych modeli jednowarstwowych bazuje na teorii ścinania pierwszego rzędu (*First Order Shear Deformation – FOSD*), w której przyjmuje się liniową na wysokości deformację przekrojów poprzecznych. Zaletą takiego podejścia jest niewielka liczba łatwo interpretowalnych fizycznie stopni swobody. Poważną wadę stanowi natomiast stały na wysokości rozkład odkształceń postaciowych w warstwach, co utrudnia spełnienie warunków równowagi na ich granicach. W przypadku standardowych sformułowań przemieszczeniowych modele *FOSD* wymagają specjalnych procedur obliczania sztywności ścinania poprzecznego lub wprowadzenia współczynników korekty ścinania (Jemielita, 2002).

Istnieją też podejścia, w których podstawą jest teoria ścinania wyższego rzędu (*Higher Order Shear Deformation – HOSD*). Zakładana tu nieliniowa deformacja przekroju wydaje się bardziej odpowiednia dla ośrodka warstwowego niż liniowa w *FOSD*. Eliminuje ona potrzebę stosowania współczynników korekty ścinania. Warto jednak podkreślić, że modele bazujące na *HOSD* charakteryzuje większa niż podejścia wychodzące od *FOSD* liczba stopni swobody, często o nieokreślonej interpretacji fizycznej oraz, że w przypadku najchętniej stosowanych w analizie MES sformułowań przemieszczeniowych, warunki



równowagi na granicach warstw nadal pozostają niespełnione.

### 3. ANALIZOWANE MODELE

W pracy porównywane są podejścia wychodzące od *FOSD* jak i *HOSD*. W przypadku modeli *HOSD* ograniczono się jedynie do cytowania wyników z literatury, natomiast w celu porównania modeli *FOSD* prezentuje się również wyniki analizy własnej, w której zastosowano dwa modele autorskie oraz pakiet *MSC/Nastran*. Szczególnie interesujące wydaje się porównanie modeli *FOSD* z różnie przyjętym sposobem modyfikacji członu ścinania w macierzy sztywności.

#### 3.1. Modele wykorzystane w obliczeniach

W przyjętych modelach pomijamy efekt poprzecznego rozciągania oraz zakładamy, że materiał pojedynczej warstwy wykazuje własności ortotropowe w układzie osi materiałowych  $a$ ,  $b$  i  $c$ :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{aa} \\ \sigma_{bb} \\ \sigma_{ab} \\ \sigma_{bc} \\ \sigma_{ca} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_a}{s} & \frac{\nu_{ab}E_b}{s} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{ba}E_a}{s} & \frac{E_b}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa G_{bc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa G_{ca} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{aa} \\ \varepsilon_{bb} \\ \gamma_{ab} \\ \gamma_{bc} \\ \gamma_{ca} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

gdzie:  $s=1-\nu_{ab}\nu_{ba}$ ;  $E_a$  oraz  $E_b$  reprezentują odpowiednie moduły Younga,  $\nu_{ab}$  i  $\nu_{ba}$  - współczynniki Poissona,  $G_{ab}$ ,  $G_{bc}$ ,  $G_{ca}$  - moduły ścinania. Współczynnik korekcyjny  $\kappa$  redukuje sztywność odkształcenia poprzecznego warstwy, podobnie jak w znanych modelach płyt jednorodnych Mindlina ( $\kappa = \pi^2/12$ ) czy Reissnera ( $\kappa = 5/6$ ).

Przyjmując pewien kąt obrotu osi materiałowych  $a$  i  $b$ , względem osi  $x_1$  i  $x_2$  jak na rys. 1, ogólny związek konstytutywny pomiędzy naprężeniami i odkształceniami wyrażonymi w układzie osi  $x_i$  zapisać można następująco:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} \\ 0 & 0 & 0 & c_{45} & c_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Całkując po grubości płyty naprężenia poprzecznego ścinania otrzymamy odpowiednie składowe sił tnących

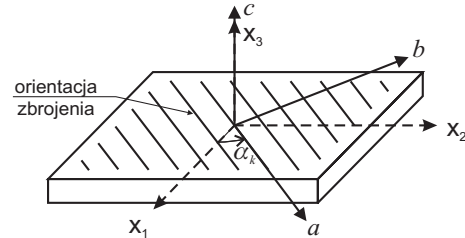
$$Q_{\alpha 3} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\alpha 3} dx_3, \quad \alpha = 1, 2 \quad (3)$$

oraz uogólniony związek konstytutywny

$$\begin{Bmatrix} Q_{23} \\ Q_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{44} & a_{45} \\ a_{45} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

gdzie współczynniki  $a_{ij}$  reprezentują globalną sztywność ścinania poprzecznego całego laminatu:

$$a_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} c_{ij} dx_3, \quad i = 4, 5. \quad (5)$$



Rys. 1. Orientacja osi materiałowych

W modelach opartych na sformułowaniu *FOSD* sztywność (5) należy skorygować, np. przez wprowadzenie w związek (4) globalnych współczynników korekcyjnych (Whitney, 1973; Vlachoutsis, 1992)

$$\begin{Bmatrix} Q_{23} \\ Q_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (k_{23})^2 a_{44} & (k_{23}k_{13})a_{45} \\ (k_{23}k_{13})a_{45} & (k_{13})^2 a_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

lub ewentualnie przez zmodyfikowanie sposobu obliczania współczynników  $a_{ij}$  (Rolfes i Rohwer, 1997).

Punktem wyjścia do obliczenia skorygowanej sztywności ścinania poprzecznego jest najczęściej porównanie energii tego stanu, obliczanej raz jako scałkowana praca naprężeń stycznych na odkształceniach postaciowych, a następnie jako praca siły tnącej na uśrednionym w przekroju kącie odkształcenia postaciowego. Niewiadome naprężenia stycznyc uzależnia się tu na ogół od naprężeń normalnych wykorzystując lokalne równania równowagi. Zróżnicowanie podejść uwarunkowane jest dalszymi założeniami i uproszczeniami. W zastosowanym w obliczeniach programie *MSC/Nastran* wyznaczone są poszczególne składniki macierzy globalnych modułów ścinania (2x2) przy założeniu zginania cylindrycznego płyty (*MSC/Nastran Encyclopedia*, 1996). Przyjmuje się przy tym szereg dodatkowych uproszczeń, które odpowiadają rozprężeniu dwukierunkowej pracy płyty na dwa niezależne modele typu „belkowego”. Schemat takiego postępowania został nakreślony w 1973 roku przez Whitney’a (1973), a następnie rozwinięty przez Vlachoutsis’a (1992), który podał zamknięte formuły na globalne współczynniki korekcyjne oddzielnie dla każdej z dwóch płaszczyzn poprzecznego ścinania, obliczane przy założeniu zginania walcowego, jednak z uwzględnieniem wpływu współczynnika Poissona. Podobną taktykę zastosowali Rolfes i Rohwer (1997) wyznaczając macierze (2x2) zastępczych sztywności ścinania poprzecznego; warto podkreślić, że w równaniach równowagi uwzględnili oni naprężenia stycznyc w płaszczyźnie płyty ( $\sigma_{12}$ ), jednak zakładając rozprężenie momentów w dwóch kierunkach, także oni nie ujęli w pełni dwukierunkowej pracy płyty. Analogiczne podejście odnaleźć można w pracy Jemielity (2002), który w swojej teorii płyt średniej grubości

wprowadził aż 9 korekcyjnych współczynników ścinania.

Należy zauważyć, że wykorzystanie innej postaci słabej problemu brzegowego niż najczęściej stosowana zasada przemieszczeń wirtualnych, np. naprężeniowego lub mieszanego sformułowania wariacyjnego, pozwala przyjąć niezależną od przemieszczeń interpolację naprężeń poprzecznych w przekroju. Umożliwia to założenie praktycznie dowolnych, w tym zrównoważonych na granicach warstw, profili naprężeń poprzecznych. Warto dodać, że zupełnie wystarczające są sformułowania mieszane, w których niezależnie od przemieszczeń interpolowane są jedynie składowe naprężeniowe związane z poprzecznym ścinaniem i ewentualnie rozciąganiem. Popularna jest tu zmodyfikowana zasada wariacyjna Reissner’a, tzw. *Reissner’s Mixed Variational Theorem (RMVT)* (Carrera, 2001), zgodnie z którą energia odkształconej płyty dana jest następująco:

$$W_{in} = \int_A \left( \sum_{k=1}^{N_L} \int_{h_k} \delta \epsilon_b^T \sigma_{b,H,k} + \delta \epsilon_s^T \sigma_{s,k} + \delta \sigma_{s,k}^T \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{s,H}) \right) dz dA, \quad (7)$$

gdzie  $\epsilon$ -odkształcenia,  $\sigma$ -naprężenia,  $k$ -numer warstwy,  $N_L$ - liczba warstw,  $A$ -pole powierzchni środkowej, indeksy  $b, s$  oznaczają odpowiednio zginanie i ścinanie, a indeks  $H$  wyróżnia wielkości obliczane zgodnie z prawem Hooke’a. Podkreślimy, że naprężenia poprzecznego ścinania w (7) dane są dowolnym rozkładem w kierunku grubości warstwy. Pierwszy składnik sumy w wyrażeniu podcałkowym stanowi energię związaną ze zginaniem płyty, drugi jest energią ścinania poprzecznego. Trzeci człon natomiast jest dodatkowym warunkiem minimalizacji funkcjonału

i wyraża zgodność naprężeń poprzecznych na granicach warstw. Pozwala on wyeliminować niewiadome naprężeniowe poprzez uzależnienie ich od przemieszczeń. Finalny model posiada jedynie kinematyczne stopnie swobody. Wprowadzony w (7) warunek zgodności naprężeń pełni więc podobną funkcję do opisanych wcześniej współczynników korekcyjnych (Carrera, 2001).

### 3.2. Modele zastosowane w analizie własnej

Zastosowane w obliczeniach modele autorskie płyt laminowanych oraz model dostępny w programie *MSC/Nastran* bazują na teorii ścinania pierwszego rzędu (*FOSD*). Modele autorskie rozróżnia przede wszystkim postać sformułowania słabego problemu brzegowego.

Pierwsze podejście (Fc) jest standardowym sformułowaniem przemieszczeniowym o 5 stopniach swobody; bazuje na zasadzie przemieszczeń wirtualnych i jako takie wymaga procedur korygujących człon macierzy sztywności związanej ze ścinaniem. Dokonując korekty na kilka sposobów uzyskano następujące warianty modelu FSD:

- Fc0 – przyjęto lokalny współczynnik korekcyjny ścinania  $\kappa = 5/6$  dla każdej z warstw (Kreja i inni, 1997);
- Fc1 – zastosowano globalne współczynniki korekcyjne ścinania dla całego przekroju, ich wartości obliczono zgodnie z propozycją Vlachoutsis’a (1992);

- Fc2 – zastosowano globalne współczynniki korekcyjne ścinania dla całego przekroju, ich wartości liczbowe przyjęto ze wskazanych źródeł literatury;
- Fc3 – zastosowano globalne współczynniki korekcyjne ścinania dla całego przekroju; wartości współczynników obliczono zgodnie z podejściem opisanym przez Rolfes’a i innych (1997);
- Fc4 – zastosowano lokalny współczynnik korekcyjny ścinania  $\kappa = 1$  dla całego przekroju (‘czysta’ teoria FOSD bez korekty sztywności ścinania poprzecznego).

W drugim modelu autorskim (ZZ-IC) (Sabik i Kreja, 2006) pięcioparametrowe pole przemieszczeń *FOSD* wzbogacono dwoma stopniami swobody  $D_1$  i  $D_2$  (Sabik i Kreja, 2006; Carrera, 1998):

$$U_i(x_1, x_2, x_3) = u_i(x_1, x_2) + \varphi_i(x_1, x_2) + (-1)^k \cdot \xi_k \cdot D_i(x_1, x_2), \quad (8)$$

$$i = 1, 2$$

$$W(x_1, x_2, x_3) = w(x_1, x_2)$$

Rozkład dodatkowych stopni w kierunku grubości płyty dany jest funkcją typu zig-zag Murakami’ego (Carrera, 1998). Postać słabą w modelu stanowi zasada wariacyjna (7). Ponieważ we wszystkich podejściach efekt poprzecznego rozciągania jest pomijany, narzucany rozkład naprężeń w ZZ-IC dotyczy jedynie składowych związanych z poprzecznym ścinaniem. Przyjęto paraboliczny na wysokości warstwy rozkład składowych  $\sigma_{13}$  i  $\sigma_{23}$  (Sabik i Kreja, 2006; Carrera, 1998). Po eliminacji niewiadomych naprężeniowych elementy skończone posiadają 7 kinematycznych stopni swobody w węźle.

## 4. PRZYKŁADY NUMERYCZNE

W obliczeniach z wykorzystaniem programów autorskich stosowano 9-węzłowy element izoparametryczny z interpolacją Lagrange’a. Ze względu na efekt blokady (*shear locking*) na etapie obliczeń macierzy sztywności niezbędna była technika całkowania selektywnie zredukowanego. W programie *MSC/Nastran* dyskretyzację przeprowadzono przy pomocy elementów 4-węzłowych QUAD4. Zakres analizy ograniczony jest do statyki liniowej.

### 4.1. Swobodnie podparta płyta cross-ply (0/90/0)

Przykład zaczerpnięto z pracy Reddy’ego (1984). Analizowane jest maksymalne ugięcie kwadratowej, swobodnie podpartej trójwarstwowej płyty cross-ply (0/90/0) pod obciążeniem równomiernym  $q$  dla różnych proporcji  $a/h$ , gdzie  $a$  - długość boku płyty,  $h$  - całkowita grubość płyty. Wszystkie warstwy mają jednakową grubość. Przyjęto parametry materiałowe:  $E_1/E_2 = 25$ ,  $G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2 = 0.5$ ,  $G_{23}/E_2 = 0.2$ ,  $\nu_{12} = 0.25$ . W pracy zastosowano następującą normalizację wyników:

$$w^* = w \cdot \left( m \cdot E_2 h^3 / q a^4 \right), \quad (9)$$

gdzie  $m$  przyjmuje różne wartości w zależności od zadania; w tym przykładzie  $m=10$ . Przykład ten jest klasycznym benchmarkiem analizowanym m.in. w pracach (Carrera i Ciuffreda, 2005; Carrera i Demasi, 2002; Kong i Cheung,

1995; Sheikha i Chakrabartib, 2003). W poniższych tabelach przedstawiono wyniki analizy własnej (tab. 1), oraz rozwiązania dostępne w literaturze (tab. 2). Warto dodać, że nie wszystkie cytowane wyniki uzyskano metodą elementów skończonych, toteż informację o siatce elementów dla tych rezultatów pomija się.

W tab. 2 użyto następujących oznaczeń: HOSD\_3 – model teorii ścinania trzeciego rzędu, LM3 – dyskretny model warstwowy, w którym wykorzystano zasadę wariacyjną (7), a rozkład przemieszczeń i naprężeń poprzecznych w warstwie opisano wielomianem trzeciego stopnia oraz uwzględniono efekt poprzecznego rozciągania. W nawiasach okrągłych podano numer pozycji w spisie literatury, z której wyniki zostały zaczerpnięte.

**Tab. 1.** Znormalizowane ugięcie  $w^*$  swobodnie podpartej płyty cross-ply (0/90/0), analiza własna, ćwiartka płyty

$a/h$	Fc0 4x4	Fc1 4x4	Fc3 4x4	Fc4 4x4	ZZ-IC 4x4	Nastran 10x10
10	1.0220	1.1677	1.1676	0.9642	1.1545	1.1693
20	0.7577	0.7968	0.7968	0.7426	0.7948	0.7972
50	0.6818	0.6882	0.6882	0.6793	0.6871	0.6877
100	0.6697	0.6713	0.6713	0.6691	0.6713	0.6718

**Tab. 2.** Znormalizowane ugięcie  $w^*$  swobodnie podpartej płyty cross-ply (0/90/0), rozwiązania odniesienia

$a/h$	HOSD_3 (10)	FOSD (10)	LM3 (4)	LM3 (3)	HOSD_3 (13)	HOSD_3 (6)
10	1.0900	1.0219	1.1541	1.1593	1.0910	1.0898
20	0.7760	0.7573	-	-	0.7763	-
50	0.6838	0.6807	-	-	0.6841	-
100	0.6705	0.6697	0.6713	0.6743	0.6708	0.6699

Model LM3 ze względu na swe rozbudowanie może być traktowany jako podejście *quasi* 3D i stanowić rozwiązanie odniesienia w tym przykładzie, mimo, że rezultaty nim otrzymane znane są jedynie dla płyt o proporcjach  $a/h = 10$  i  $a/h = 100$ . Łatwo bowiem zauważyć w tab. 1 i tab. 2, że wraz ze wzrostem  $a/h$  różnice między wynikami z poszczególnych modeli maleją. Niezależnie od zastosowanego podejścia dla najcieńszej z badanych płyt otrzymano praktycznie identyczną wartość ugięcia. Bardziej zróżnicowane są wyniki dla płyt grubszych, w przypadku których efekt ścinania poprzecznego zaczyna odgrywać znaczącą rolę. Uzasadniona jest zatem ocena efektywności poszczególnych modeli jedynie na podstawie wyników dla płyty umiarkowanie grubej ( $a/h = 10$ ), dla której dysponujemy rozwiązaniem *quasi* 3D. Można zauważyć, że najmniej efektywny jest model ‘czystej’ teorii ścinania pierwszego rzędu (Fc4), nieco lepsze są modele, w których zastosowano lokalne współczynniki korekcyjne (Fc0 i FOSD (10)), następnie podejścia zgodne z teorią ścinania wyższego rzędu (HOSD\_3). Zdecydowanie najskuteczniejsze jednak okazują się modele bazujące na FOSD, w których ‘ulepszono’ człon macierzy sztywności związany ze ścinaniem. Największą zgodność z podejściem LM3 wykazuje model ZZ-IC. Modele Fc1, Fc3 oraz Nastran zawyżają nieco wartość ugięcia, co może wynikać

z rozprężenia w ich sformułowaniu dwukierunkowej pracy płyty.

## 4.2. Swobodnie podparta płyta sandwicz

Przykład zaczerpnięto z pracy (Carrera i Ciuffreda, 2005). Porównywane są wyniki maksymalnych ugięć kwadratowej płyty sandwiczowej zbudowanej z trzech warstw dla różnych proporcji  $a/h$ . Płyta jest swobodnie podparta i obciążona ciśnieniem równomiernym  $q$ . Dane okładek:  $h_o = 0.1h$ ,  $E_1/E_2 = 25$ ,  $G_{12}/E_2 = G_{13}/E_2 = 0.5$ ,  $G_{23}/E_2 = 0.2$ ,  $\nu_{12} = 0.25$ . Dane wypełnienia:  $h_w = 0.8h$ ,  $E_1/E_2 = 1$ ,  $G_{13}/E_2 = G_{23}/E_2 = 0.06$ ,  $G_{12}/E_2 = 0.016$ ,  $\nu_{12} = 0.25$ . Przyjęto normalizację wyników wg wzoru (9) z mnożnikiem  $m=100$ . Tab. 3 ilustruje rezultaty obliczeń własnych oraz rozwiązanie odniesienia uzyskane przy zastosowaniu modelu LM4 (Carrera i Ciuffreda, 2005), gdzie LM4 jest podejściem podobnym do LM3 jak w 4.1, z tym, że w LM4 przyjęto wielomian czwartego stopnia do interpolacji przemieszczeń i naprężeń poprzecznych w warstwie. Wyniki z tego modelu przyjęto za rozwiązania odniesienia. Analiza wyników otrzymanych w tym przykładzie potwierdza wnioski z zadania poprzedniego. Tym razem jednak model Fc3 daje rozwiązanie bliższe ZZ-IC i LM4.

**Tab. 3.** Znormalizowane ugięcie  $w^*$  swobodnie podpartej płyty sandwicz, ćwiartka płyty

$a/h$	LM4 (4)	Fc0 4x4	Fc1 4x4	Fc3 4x4	Fc4 4x4	ZZ-IC 4x4	Nastran 10x10
4	10.682	6.5601	11.0060	10.6080	5.7287	10.698	11.0259
10	3.083	2.1823	3.0944	3.0023	2.0301	3.087	3.0994
100	1.262	1.2517	1.2621	1.2610	1.2501	1.262	1.2517

## 4.3. 3-warstwowa swobodnie podparta płyta sandwicz

Rozważane są dwa warianty trójwarstwowej swobodnie podpartej płyty sandwiczowej pod obciążeniem równomiernym  $q = 6.895$  kPa. Rozpiętość boku płyty wynosi  $a = 0.254$  m. W pierwszym wariantcie materiały warstw są izotropowe, natomiast w wariantcie drugim – ortotropowe. Grubość okładek wynosi  $h_o = 0.7112$  mm, a wypełnienia  $h_w = 19.05$  mm. Parametry materiałowe dla wariantu materiałów izotropowych: okładki (MATizo1) –  $E = 6.895 \cdot 10^7$  kPa,  $G = 2.652 \cdot 10^7$  kPa,  $\nu = 0.3$ ; wypełnienie (MATizo2) –  $E = 0.689$  kPa,  $G = 2.068 \cdot 10^5$  kPa,  $\nu = 0.3$ . W wariantcie materiałów ortotropowych: okładki (MATorto1) –  $E_1 = 6.895 \cdot 10^7$  kPa,  $E_2 = 2.758 \cdot 10^7$  kPa,  $\nu_{12} = 0.3$ ,  $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 1.293 \cdot 10^7$  kPa; wypełnienie (MATorto2) –  $E_1 = E_2 = 0.689$  kPa,  $\nu_{12} = 0.3$ ,  $G_{12} = 0.689$  kPa,  $G_{23} = 8.274 \cdot 10^4$  kPa,  $G_{13} = 2.068 \cdot 10^5$  kPa. Przykład zaczerpnięto z pracy (Mawenya i Davies, 1974), gdzie przedstawiono rozwiązania otrzymane dla dyskretnego sformułowania wielowarstwowego (*Layer-Wise Theory*) przy zastosowaniu metody elementów skończonych, a także szeregów Fouriera. Wyniki obliczeń maksymalnych ugięć dla obydwóch wariantów materiałowych zawiera tab. 4.

Analizowana w przykładzie płyta jest stosunkowo gruba ( $a/h = 12.4$ ). Przy tej grubości wpływ ścinania na ugięcie jest znaczny, co tłumaczy duże błędy wyników

otrzymanych modelami Fc4 oraz Fc0. Porównanie rezultatów uzyskanych tymi modelami wskazuje, że stosowanie lokalnych współczynników korekcyjnych dla poszczególnych warstw jest mało efektywne. Wyniki uzyskane przy zastosowaniu modeli o 'ulepszonym' opisie ścinania są znacznie lepsze i zbliżone do siebie. Tym razem model ZZ-IC i Fc1 dają identyczne rezultaty. Porównując do LWT (Mawenya i Davies, 1974) największą wartość ugięcia otrzymano programem MSC/Nastran. Podejście Fc3 nieco odbiega od pozostałych rozwiązań.

**Tab. 4.** Maksymalne ugięcie 3-warstwowych płyt sandwich [mm], ćwiartka płyty

Model	Wariant izotropowy	Wariant ortotropowy
LWT (8)	0.01880	0.03099
Fourier (8)	0.01880	0.03124
Nastran (10x10)	0.01885	0.03111
Fc0 4x4	0.01189	0.02179
Fc1 4x4	0.01867	0.03104
Fc3 4x4	0.01811	0.03020
Fc4 4x4	0.01173	0.02146
ZZ-IC 4x4	0.01867	0.03104

#### 4.4. 5-warstwowa swobodnie podparta płyta sandwich

Podobnie jak poprzedni przykład, zadanie to także zaczerpnięto z pracy (Mawenya i Davies, 1974). Tym razem analizowane jest ugięcie środka pięciowarstwowej płyty sandwichowej dla wariantów materiałów izo- i ortotropowych. Rozpiętość płyty, obciążenie oraz dane materiałowe są identyczne jak w zadaniu 4.3. Warstwy o numerach nieparzystych mają grubość  $h_n = 0.508$  mm i wykonane są materiałów odpowiednio MATizo1 i MATorto1 w zależności od wariantu zadania, natomiast wysokość warstw parzystych zbudowanych z MATizo2 i MATorto2 wynosi -  $h_n = 10.16$  mm. Wyniki analizy zawiera tab. 5. Wnioski z analizy tego przykładu są identyczne jak w zadaniu 4.4. Podsumowując zadanie 4.3 i 4.4 warto podkreślić, że rozkład efektywności modeli kształtuje się w obydwóch wariantach – izotropowym i ortotropowym - tak samo. Lokalna ortotropia i związany z nią sposób pracy warstw nie mają wpływu na skuteczność badanych podejść. Uzasadnia to stosowanie modeli ESL w analizie przemieszczeń kompozytów laminowanych.

**Tab. 5.** Maksymalne ugięcie 5-warstwowych płyt sandwich [mm], ćwiartka płyty

Model	Wariant izotropowy	Wariant ortotropowy
LWT (8)	0.02037	0.03404
Fourier (8)	0.02035	0.03378
Nastran 10x10	0.02042	0.03416
Fc0 4x4	0.01394	0.02565
Fc1 4x4	0.02014	0.03409
Fc3 4x4	0.01961	0.03335
Fc4 4x4	0.01379	0.02535
ZZ-IC 4x4	0.02014	0.03409

#### 4.5. 9-warstwowa symetrycznie uwarstwiona płyta cross-ply

W zadaniu analizowana jest symetrycznie uwarstwiona 9-warstwowa kwadratowa płyta cross-ply

(0/90/0/90/0/90/0/90/0) dla wariantu swobodnego podparcia i utwierdzenia. Płyta jest poddana działaniu obciążenia równomiernie rozłożonego  $q$ . Przykład pochodzi z pracy (Zhang i Kim, 2004). Suma grubości warstw o orientacji włókien  $0^\circ$  jest identyczna z sumą grubości warstw o orientacji  $90^\circ$ . Warstwy o tej samej orientacji mają identyczne grubości. Dane materiałowe<sup>1</sup>:  $E_1 = 3 \cdot 10^7$ ,  $E_2 = 0.75 \cdot 10^6$ ,  $G_{12} = G_{13} = 0.45 \cdot 10^6$ ,  $G_{23} = 0.375 \cdot 10^6$ ,  $\nu_{12} = 0.3$ . Przeprowadzono analizę maksymalnego ugięcia dla różnych proporcji  $h/a$ . Wyniki znormalizowano wg wzoru (9) z mnożnikiem  $m=1000$ . Rezultaty własne zestawiono w tab. 6 i tab. 8. Rozwiązania dostępne w literaturze zawierają tab. 7 i tab. 9.

**Tab. 6.** Znormalizowane ugięcia w\* 9-warstwowej płyty cross-ply swobodnie podpartej, ćwiartka płyty, wyniki własne

$h/a$	Fc0 8x8	Fc1 8x8	Fc2 <sup>2</sup> 8x8	Fc3 8x8	Fc4 8x8	ZZ-IC 8x8	Nastran 10x10
0.1	6.1218	6.1595	5.8410	6.1588	5.8483	5.9138	6.1652
0.01	4.4883	4.4885	4.4854	4.4885	4.4855	4.4862	4.4908
0.001	4.4718	4.4718	4.4718	4.4718	4.4718	4.4718	4.4737
0.0001	4.4716	4.4716	4.4716	4.4716	4.4716	4.4716	4.4733

W zadaniu analizowane są płyty cienkie oraz umiarkowanie gruba ( $h/a = 0.1$ ). W tab. 6 i tab. 8 można zauważyć, że w zakresie analizy płyt cienkich w obliczeniach własnych otrzymano bardzo zbliżone wyniki, zwłaszcza dla  $h/a = 0.01$  i  $h/a = 0.001$ . Pewne odchylenia wykazują rezultaty z programu MSC/Nastran. Wyniki dla badanych płyt cytowane z literatury w tab. 7 i tab. 9 nieznacznie odbiegają od rozwiązań własnych. Różnice nie są jednak znaczne i wynikają zapewne z różnic sformułowań zastosowanych elementów skończonych.

**Tab. 7.** Znormalizowane ugięcia w\* 9-warstwowej płyty cross-ply swobodnie podpartej, rozwiązania z literatury

$h/a$	Rozwiązanie dokładne (17)	RDKQL-20 (17)	HLCTS <sup>1d</sup> (14)
0.1	5.8500	5.851	7.4053
0.01	4.4900	4.488	4.4897
0.001	4.4700	4.475	4.4602
0.0001	4.4700	4.475	-

**Tab. 8.** Znormalizowane ugięcia w\* 9-warstwowej płyty cross-ply utwierdzonej, ćwiartka płyty, wyniki własne

$h/a$	Fc0 8x8	Fc1 8x8	Fc2 <sup>2</sup> 8x8	Fc3 8x8	Fc4 8x8	ZZ-IC 8x8	Nastran 10x10
0.1	2.5892	2.6455	2.3233	2.6450	2.3191	2.3782	2.6535
0.01	0.9662	0.9664	0.9632	0.9664	0.9634	0.9641	0.9719
0.001	0.9494	0.9494	0.9494	0.9494	0.9494	0.9494	0.9544
0.0001	0.9492	0.9492	0.9492	0.9492	0.9492	0.9493	0.9540

**Tab. 9.** Znormalizowane ugięcia w\* 9-warstwowej płyty cross-ply utwierdzonej, rozwiązania z literatury

$h/a$	RDKQL-20 (17)	HLCTS <sup>1d</sup> (14)
0.1	2.351	3.8857
0.01	0.9832	0.9536
0.001	0.9695	0.9148
0.0001	0.9694	-

<sup>1</sup> W pracy (Zhang i Kim, 2004) podano dane bez jednostek.

<sup>2</sup> Wartość współczynników korekcji ścinania poprzecznego przyjęto za (Zhang i Kim, 2004).

Istotne rozbieżności wyników pojawiają się dla płyt umiarkowanie grubych. Największe ugięcia otrzymano modelami Fc1, Fc3, Nastran oraz, co jest warto podkreślenia, Fc0. Jak wynika z porównania modeli Fc0 i Fc4, w tym przykładzie zastosowanie lokalnych współczynników korekcyjnych wpływa dość znacznie na zmianę wyniku. Dla wariantu swobodnego podparcia badanej płyty dysponujemy rozwiązaniem dokładnym, cytowanym z pracy (Zhang i Kim, 2004). Niestety, w źródle nie podano informacji na temat jego pochodzenia. Zgodność tego rozwiązania dla przypadku płyty umiarkowanie grubej z wynikiem modelu Fc4 poddaje jego 'dokładność' w wątpliwość. Należy też zauważyć, że Zhang i Kim (2004) nie przedstawili sposobu wyznaczenia wartości globalnych współczynników korekcji ścinania, które przyjęto w modelu RDKQL-20 (i powtórzone później w Fc2). Warto zaznaczyć, że model ZZ-IC daje wyniki na poziomie pośrednim z wszystkich zastosowanych podejść.

## 5. PODSUMOWANIE

W pracy zaprezentowano kilka zastępczych modeli jednowarstwowych wykorzystywanych w analizie płyt laminowanych. Szczególną uwagę zwrócono na sposoby opisu ścinania w modelach bazujących na założeniach teorii ścinania pierwszego rzędu. Poddano dyskusji kilka możliwości tzw. korekty ścinania charakterystycznej dla tego typu modeli, począwszy od zastosowania lokalnych współczynników korekcyjnych poprzez różnie kalkulowane współczynniki globalne w modelach o sformułowaniu przemieszczeniowym, aż po przyjęcie odpowiedniego sformułowania słabego dopuszczającego niezależną od przemieszczeń interpolację naprężeń poprzecznych. W celu porównania skuteczności wymienionych metod korekcyjnych przeprowadzono analizę numeryczną kilku przykładów z zastosowaniem dwóch programów autorskich oraz pakietu komercyjnego MSC/Nastran. Analizę ograniczono do statyki liniowej. W obliczeniach stosowano 9-węzłowy izoparametryczny element Lagrange'a oraz 4-węzłowy element powłokowy QUAD4 dostępny w programie MSC/Nastran. Otrzymane wyniki porównano z rozwiązaniami dostępnymi w literaturze.

## LITERATURA

1. **Carrera E.** (1998), A refined multilayered finite-element model applied to linear and nonlinear analysis of sandwich plates, *Composites Science and Technology*, Vol. 58, 1553-1569.
2. **Carrera E.** (2001), Developments, ideas, and evaluations based upon Reissner's Mixed Variational Theorem in the modeling of multilayered plates and shells, *American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Reviews*, Vol. 54, 301-329.
3. **Carrera E., Demasi L.** (2002), Classical and advanced multilayered plate elements based upon PVD and RMVT. Part 2: Numerical implementations, *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 55, 253-291.

4. **Carrera E., Ciuffreda A.** (2005), A unified formulation to assess theories of multilayered plates for various bending problems, *Composite Structures*, Vol. 69, 271-293.
5. **Jemielita, G.** (2002), Coefficients of shear correction in transversely nonhomogeneous moderately thick plates, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 40, 73-84.
6. **Kong J., Cheung Y.** (1995), A generalized spline finite strip for the analysis of plates, *Thin-Walled Structures*, Vol. 22, 181-202.
7. **Kreja I., Schmidt R., Reddy J.N.** (1997), Finite elements based on a first-order shear deformation moderate rotation shell theory with applications to the analysis of composite structures, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 32, 1123-1142.
8. **Mawenya A. S., Davies J. D.** (1974), Finite element bending analysis of multilayer plates, *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 8, 215-225.
9. **MSC/NASTRAN** Encyclopedia for Version 69 (1996), Mac Neal-Schwendler Corp.
10. **Reddy, J. N.** (1984), A simple higher-order theory for laminated composite plates, *Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME*, Vol. 51, 745-752.
11. **Rolfes R., Rohwer K.** (1997), Improved transverse shear stresses in composite finite elements based on first order shear deformation theory, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, 51-60.
12. **Sabik A., Kreja I.** (2006), Analiza płyt warstwowych z zastosowaniem funkcji zig-zag, *IV Sympozjon "Kompozyty. Konstrukcje warstwowe" Wrocław-Karpacz 2006*, 137-144.
13. **Sheikha A., Chakrabarti A.** (2003) A new plate bending element based on higher-order shear deformation theory for the analysis of composite plates, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 39, 883-903.
14. **To C., Wang B.** (1998), Hybrid strain-based three-node flat triangular laminated composite shell elements, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 28, 177-207.
15. **Vlachoutsis S.** (1992), Shear correction factors for plates and shells, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 33, 1537-1552.
16. **Whitney J.** (1973), Shear correction factors for orthotropic laminates under static load, *Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME*, Vol. 40, 302-303.
17. **Zhang Y., Kim K.** (2004), Two simple and efficient displacement-based quadrilateral plate elements for the analysis of composite laminated plates, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 61, 1771-1796.

## ANALYSIS OF LAMINATED PLATES USING EQUIVALENT SINGLE LAYER MODELS

**Abstract:** The aim of the paper is to evaluate the performance of several equivalent single-layer models in the framework of linear static analysis of multilayered plates. The effectiveness of approaches based on the first-order as well as on the higher-order shear deformation theories is discussed. Special attention is paid to various techniques of shear correction, which is required in the case of first-order shear deformation based models. To test the efficiency of several shear correction methods, the authors perform computations with their own programs and commercial package MSC/Nastran.

# PORÓWNAWCZA ANALIZA BIOMECHANICZNA WYBRANYCH SYSTEMÓW STABILIZACJI TRANSPEDIKULARNEJ

Eugeniusz SAJEWICZ\*, Tomasz KORONKIEWICZ\*\*, Jarosław SIDUN\*

\* Katedra Inżynierii Materiałowej i Technologii Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

\*\* Klinika Ortopedii i Traumatologii Uniwersytetu Medycznego w Białymstoku, ul. Kilińskiego 1. Białystok

[esaj@pb.edu.pl](mailto:esaj@pb.edu.pl), [jarek@pb.edu.pl](mailto:jarek@pb.edu.pl)

**Streszczenie:** Prezentowane w pracy wyniki dają odpowiedź na pytanie dotyczące wpływu podatności lędźwiowego odcinka kręgosłupa na jakość stabilizacji transpedikularnej. Przedstawiono wyniki badań przemieszczeń odcinka lędźwiowego kręgosłupa poddanego jednocześnie kompresji i zginaniu (mimośrodowe ściskanie). Badano przemieszczenia kręgu L3 dziewięciu preparatów ustabilizowanych za pomocą systemów *Socon*, *Omega* oraz *Bial-Stab*, a następnie pomiary powtarzano po wykonaniu korporektomii na poziomie L3. Wyniki badań porównywano z wynikami uzyskanymi na preparatach niestabilizowanych. Wykazano, że brak ciągłości przedniej kolumny kręgosłupa nie wpływa na biomechaniczną jakość stabilizacji w zakresie stosowanych obciążeń. Wyniki analizy statystycznej jednoznacznie wskazują, że podatność kręgosłupa na obciążenia wpływa w sposób istotny na wartości przemieszczeń po stabilizacji przeznasadowej. Nie zaobserwowano istotnych statystycznie różnic w jakości stabilizacji pomiędzy poszczególnymi systemami.

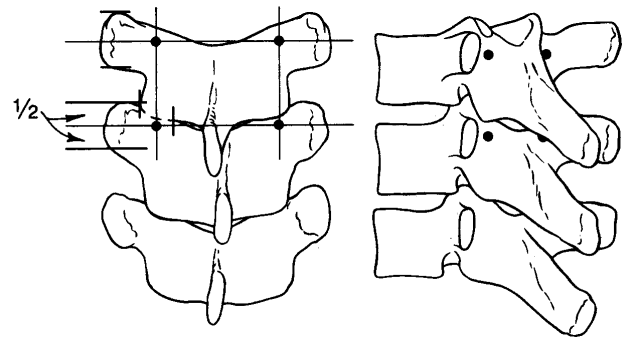
## 1. WSTĘP

W obecnym świecie rozwój techniczny, a w szczególności rozwój motoryzacji, przemysłu i mechanizacji rolnictwa, stanowi potencjalne zagrożenie dla zdrowia i życia człowieka. Najnowsze raporty międzynarodowych organizacji zdrowia przestrzegają przed stale rosnącą wypadkowością, która po chorobach układu krążenia i nowotworach, jest trzecią z kolei przyczyną zgonów. Wraz ze wzrostem ogólnej liczby wypadków, zwiększa się proporcjonalnie ilość urazów i schorzeń kręgosłupa. Trwają stale poszukiwania nowych rozwiązań operacyjnych, jak i instrumentacji do ich przeprowadzenia.

Postęp w rozwiązaniach konstrukcyjnych stabilizatorów kręgosłupa wynika z wprowadzenia nowych biometariałów oraz metod badania (CT, NMR), dokładnej analizy patomechaniki i zaburzeń jego funkcji, doskonalenia korekcji i stabilizacji, skrócenia czasu lub zaniechanie stosowania stabilizacji zewnętrznej. Współczesna instrumentacja winna spełniać dwa podstawowe zadania, a mianowicie – uzyskanie pełnej korekcji i utrzymanie stabilizacji segmentów ruchowych kręgosłupa, do czasu powstania mocnej spondylodezy. Wymagania testowe powinny uwzględniać wszechstronność, stabilność i pewność konstrukcji, łatwość stosowania, biologiczne bezpieczeństwo biomateriałów, zmniejszenie rozległości zabiegu i ilości stabilizowanych segmentów. Powyższe kryteria spełniają rozwiązania konstrukcyjne oparte na stosowaniu śrub przeznasadowych. Idea stabilizatora wewnętrznego wywodzi się od wprowadzonej w 1977r przez Magerla (1984) stabilizacji zewnętrznej kręgosłupa. Autor ten wprowadzał przezskórnie i poprzez nasady łuków do trzonów długie śruby Schanza, które łączył z ramą stabilizującą ich ustawienie. W roku 1986 do leczenia urazów

kręgosłupa zostały powszechnie wprowadzone płyty Roy-Camille (Roy-Camille, 1986, 1992). Mają one otwory wykonane

co 11mm, przez które wprowadza się śruby pedikularne oraz krótkie śruby kostne, mocujące dodatkowo elementy kostne kręgow. Zakładane są one parami, symetrycznie po obu stronach wyrostków kolczystych (Rys.1).



Rys. 1. Punkty fiksacji śrub transpedikularnych

Znaczne obciążenia działające na lędźwiową część kręgosłupa oraz duża ruchomość w obrębie tego odcinka, wymagają stabilnego unieruchomienia po urazach tej okolicy. Według danych z piśmiennictwa, istnieją rozbieżności dotyczące zachowania się segmentu kręgosłupa poddanego obciążeniu w warunkach nieciągłości przedniej kolumny. Haras (1992) podaje, że uszkodzenie trzonu pomiędzy łącznie segmentami powoduje przejście ok. 90% obciążenia przez stabilizator. Według. Vorra i współpracowników (1997), przy braku trzonu szczególnie istotne znaczenie ma zachowanie więzadeł podłużnych przednich nawet w przypadku trwałego odkształcenia stabilizatora. Śruba transpedikularna jest elementem systemu stabilizacji,



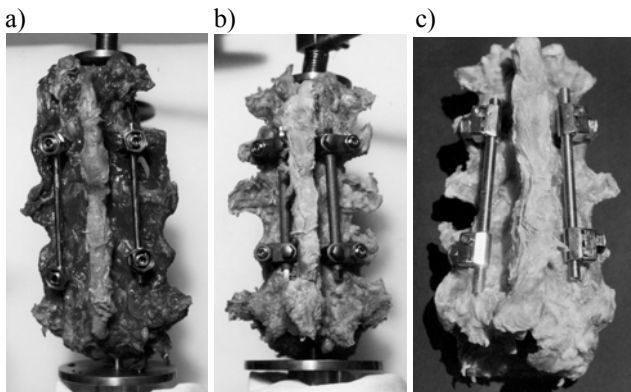
służącym do mocowania belek systemu korekcyjno-stabilizacyjnego z układem kostnym. Większe przekroje nasad łuków kręgów w odcinku lędźwiowo-krzyżowym pozwalają na mocne zakotwiczenie gwintu śruby transpedikularnej, dając lepszą stabilność zespolenia oraz możliwość korekcji uszkodzonego segmentu kręgosłupa.

Prawidłowy system stabilizacji powinien charakteryzować się następującymi cechami: dużą sztywnością, stabilnością i wytrzymałością zamocowanych implantów, prostym i łatwym montażem oraz małą masą implantu. Zaś ustabilizowany odcinek kręgosłupa powinien odznaczać się jak najmniejszymi przemieszczeniami pod obciążeniem w celu zachowania w trakcie leczenia tzw. „ciszy biomechanicznej”.

Celem niniejszej pracy jest odpowiedź na pytanie: czy zróżnicowanie osobnicze wynikające z budowy anatomicznej, a więc i zmiana podatności kręgosłupa na obciążenie, ma wpływ na jego zachowanie się po stabilizacji?

## 2. MATERIAŁ ORAZ METODYKA BADAŃ

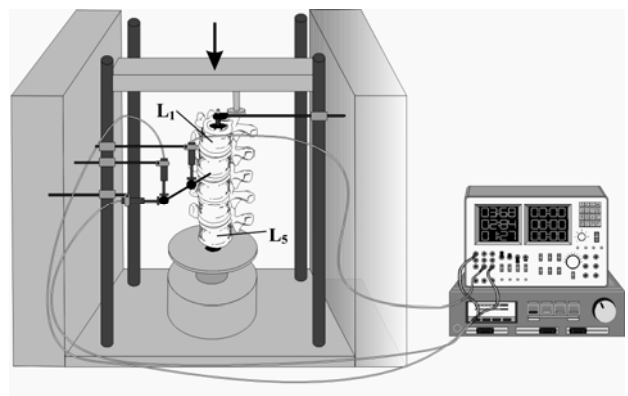
Badania biomechaniczne stabilizacji transpedikularnej lędźwiowego odcinka kręgosłupa przeprowadzono na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej INSTRON, w Katedrze Materiałoznawstwa Wydziału Mechanicznego Politechniki Białostockiej. Do stabilizacji badanych preparatów użyto trzy typy stabilizatorów: Socon, Omega oraz prototypowy Bialstab. Badaniu poddano 9 preparatów odcinka lędźwiowego (L1-L5) kręgosłupa pobranych ze zwłok, po 3 do każdego sposobu stabilizacji. Przeznaczone do badania preparaty zostały ostrożnie wyizolowane 1-3 dni po śmierci, przy zachowaniu integralności więzadeł, torebek stawowych, krążków oraz elementów kostnych. W celu zapobieżenia wysychaniu preparaty przechowywano w podwójnych torbach polietylenowych, owinięte w ręczniki nasączone 0,9% NaCl, w temperaturze  $-20^{\circ}\text{C}$ . Przed badaniem preparaty rozmrażano do temperatury  $+5^{\circ}\text{C}$  i przechowywano w wilgotnym środowisku 0,9% NaCl. Podobna metodyka pobierania i przechowywania preparatów jest stosowana przez innych autorów (Dick i inni, 1994; Moroney i inni, 1998).



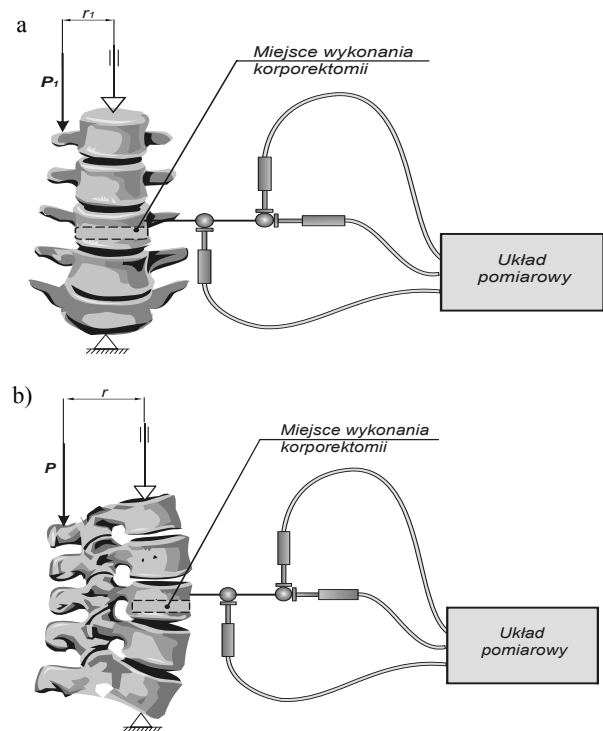
Rys. 2. Widok preparatów ze stabilizacją odcinka L2-L4:  
 a) Socon, b) Omega, c) Bial-Stab

Program badań przewidywał pomiary przemieszczeń liniowych oraz rotacji kręgu L3 w płaszczyźnie strzałkowej i czołowej w warunkach mimośrodowego ściskania. Odcinek lędźwiowy badanego preparatu (L1-L5) mocowano w kłach przyrządu (rys.3.) zaprojektowanego specjalnie do wykonania niniejszych badań. Prezentowany sposób mocowania umożliwia przemieszczenie preparatu w kierunku osiowym, jak również w płaszczyźnie strzałkowej i poprzecznej.

Przyjęty sposób mocowania pozwala na zachowanie swobody ruchu kręgów L1 oraz L5 (jednak bez przemieszczeń poprzecznych), a tym samym zbliżenie warunków badania do fizjologii naturalnego kręgosłupa. Mocowanie preparatu poprzez zatapianie skrajnych kręgów w żywicy lub cemencie (Voor i inni, 1997; Dick i inni, 1994; Moroney i inni, 1998) nakłada na te kręgi dodatkowe więzy i w związku z tym znacznie odbiega od fizjologii.



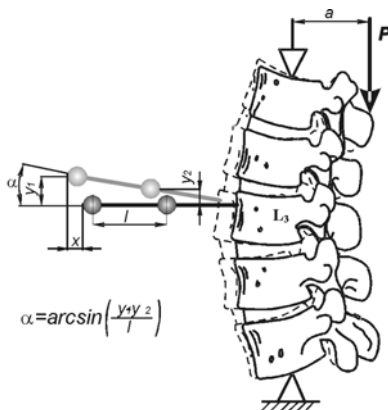
Rys. 3. Widok ogólny stanowiska pomiarowego



Rys. 4. Schemat układu pomiarowego do badania przemieszczeń  
 a) w płaszczyźnie czołowej, b) w płaszczyźnie strzałkowej (P–siła obciążająca, r,  $r_1$  – ramie działania siły (w płaszczyźnie strzałkowej – ok. 5cm, y w płaszczyźnie czołowej – ok. 4cm)

W celu uzyskania przemieszczeń liniowych oraz rotacji kręgu L3 w płaszczyźnie strzałkowej i czołowej w warunkach mimośrodowego ściskania obciążenie przykładano: do wyrostka kolczystego kręgu L1 w odległości 5 cm od środka trzonu, a następnie do wyrostka poprzecznego w odległości 4 cm od środka trzonu. Takie usytuowanie wektora siły względem środka trzonu pozwala na jednoczesne ściskanie oraz zginanie preparatu (rys. 4).

W badaniach stosowano cztery wartości momentów sił: 3,75; 5; 7,5 oraz 10 Nm, przy czym szybkość trawersy maszyny wytrzymałościowej wynosiła 10 mm/min. W odległości ok. 5 mm poniżej górnej powierzchni trzonu kręgu L3 zamocowano sztywny pręt z kulkami zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 5. Pomiar odbywał się za pomocą czujników indukcyjnych, które stykając się z kulkami pozwoliły na rejestrowanie przemieszczenia liniowego w kierunku tylny-przednim oraz przyśrodkowo-bocznym. Wyznaczenie przemieszczenia kąowego (rotacji) kręgu L3 obliczana była pośrednio na podstawie wskazań czujników (wielkości  $y_1$ ,  $y_2$ ) zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 5. Wielkość  $x$  określa przemieszczenie liniowe badanego preparatu.



Rys. 5. Schemat pomiaru przemieszczeń preparatu poddanego mimośrodowemu ściskaniu

Wszystkie preparaty były poddawane trzem rodzajom badań:

- bez stabilizacji,
- z założonym stabilizatorem,
- z założonym stabilizatorem i wykonaną korporektomią na poziomie L3.

Istotą wykonanych badań było określenie zależności przemieszczeń liniowych i kąowych od momentu siły dla różnych systemów stabilizacji.

Uzyskane wyniki poddano ocenie statystycznej z zastosowaniem analizy wariancji. Użyto do tego celu programu *STATISTICA PL*.

## 2. WYNIKI BADAŃ I ICH OMÓWIENIE

Przemieszczenie kąowe pręta z kulkami związane z rotacją kręgu powoduje pewien błąd pomiaru przemieszczenia liniowego. W celu oszacowania tego błędu obliczano kąt  $\alpha$ . Otrzymane wartości nie przekraczają  $2^\circ$ , co powoduje błąd ok. 1%. Z tego względu wartości

przemieszczeń kąowych w dalszej analizie nie uwzględniano.

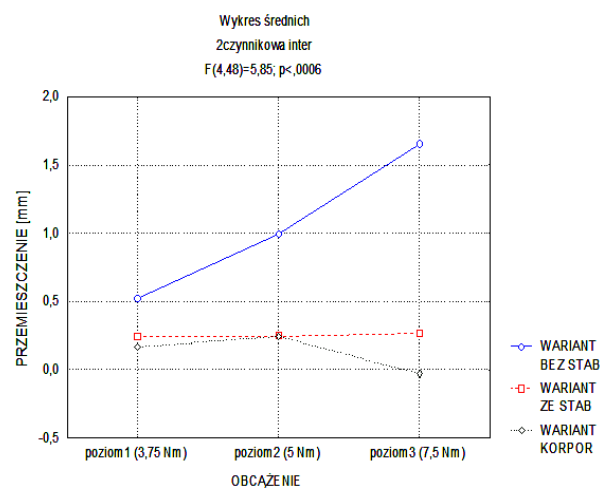
Uzyskane wyniki poddano dwuczynnikowej analizie wariancji na 3 poziomach (1 czynnik - obciążenie, 2 czynnik - wariant pomiarów tj. bez stabilizacji, ze stabilizacją oraz ze stabilizacją i korporektomią). Użyto do tego celu modułu ANOVA/MANOVA programu *STATISTICA PL*. Przedstawione w tabeli I wyniki analizy wskazują, że zarówno obciążenie badanych preparatów, jak też wariant badań mają istotny statystycznie wpływ na wartość mierzonych przemieszczeń. Najbardziej istotny wpływ ma jednak interakcja tych czynników ( $p=0,0006$ ). Graficzne przedstawienie interakcji zawiera rys.6. Wynika z niej, że przemieszczenia niestabilizowanych preparatów istotnie wzrastają ze wzrostem obciążenia, natomiast preparaty ustabilizowane wykazują przemieszczenia zarówno mniejszych wartościach (zarówno w wariancie z korporektomią, jak i w wariancie bez korporektomii). Ponadto, preparaty ustabilizowane są mało podatne na wzrost obciążenia, nie stwierdzono też istotnego wpływu korporektomii na mierzone przemieszczenia. Sugeruje

to przejmowanie obciążenia przedniej i środkowej kolumny przez tylne instrumentarium.

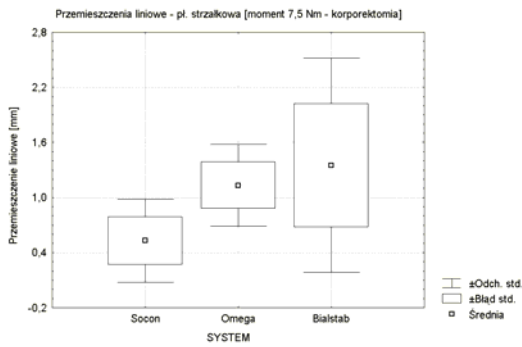
Do porównawczej analizy przemieszczeń uzyskanych w trakcie badań z zastosowaniem różnych systemów wykorzystano jednoczynnikową analizę wariancji oraz test *post hoc* Newmana-Keula. Wyniki porównań przy poziomie istotności  $p=0,05$  nie wykazują istotnej przewagi w jakości stabilizacji żadnego z badanych systemów (rys.7-10). Należy zaznaczyć jednak, że uzyskane wyniki pochodzą z ograniczonego materiału statystycznego, należy więc je traktować jedynie jako wstępne rozpoznanie problemu.

Tab. 1. Wyniki analizy wariancji (istotność wpływu czynnika na przemieszczenia preparatu,  $p<0,05$  istotne statystycznie)

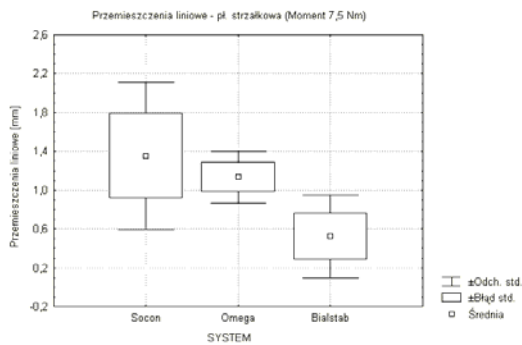
Lp	Efekt	Osiągnięty poziom istotności $p$
1	Wariant pomiarów	0,0150
2	Obciążenie	0,0423
3	Interakcja wariant-obciążenie	0,0006



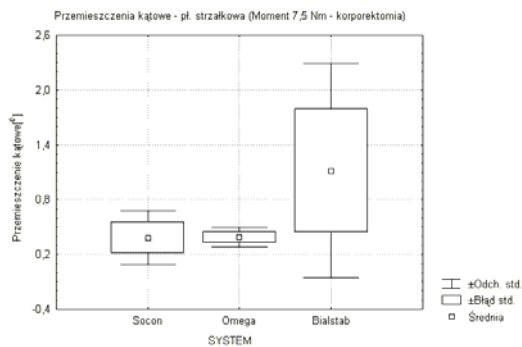
Rys. 6. Wykres interakcji pomiędzy obciążeniem i przemieszczeniem preparatu



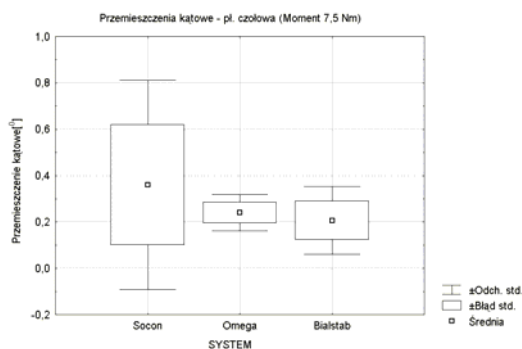
**Rys. 7.** Wyniki analizy wariancji – pomiary w płaszczyźnie strzałkowej po korporektomii – przemieszczenia liniowe ( $p>0.05$ )



**Rys. 8.** Wyniki analizy wariancji – pomiary w płaszczyźnie strzałkowej przed korporektomią – przemieszczenia liniowe ( $p>0.05$ )



**Rys. 9.** Wyniki analizy wariancji – pomiary w płaszczyźnie strzałkowej po korporektomii – przemieszczenia katowe ( $p>0.05$ )



**Rys. 10.** Wyniki analizy wariancji – pomiary w płaszczyźnie strzałkowej przed korporektomią – przemieszczenia katowe ( $p>0.05$ )

### 3. WNIOSKI

Na podstawie uzyskanych wyników badań oraz ich analizy można sformułować następujące zasadnicze wnioski:

- 1) Brak ciągłości przedniej kolumny kręgosłupa nie wpływa w sposób istotny statystycznie na biomechaniczną jakość stabilizacji przy wartościach momentów sił nie przekraczających 7,5 Nm.
- 2) Podatność kręgosłupa na obciążenia wpływa w sposób istotny na wartości przemieszczeń po stabilizacji przez nasadowej.
- 3) Nie zaobserwowano istotnych statystycznie różnic w jakości stabilizacji pomiędzy poszczególnymi systemami.

### LITERATURA

1. **F.P. Magerl** (1984), Stabilization of the lower thoracic and lumbar spine with external skeletal fixation, *Clin. Orthop.* No. 189, 125-141.
2. **R. Roy-Camille, at all** (1992), Roy-Camille posterior screw plate fixation for cervical, thoracic, lumbar spine and sacrum. *Spinal instrumentation*, 167 -181, Edited by H. S. An and J. M. Cotler. Baltimore, Williams end Wilkins.
3. **R. Roy-Camille, at all** (1986), Internal fixation of the lumbar spine with pedicle screw plating, *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 203: 7-17.
4. **J. Harms** (1992), Screw-Threaded Rod System in Spinal Fusion Surgery, *Spine*, Vol. 6, No 3.
5. **M. J. Voor, at al.** (1997), Biomechanics of In Situ Contouring of Short-Segment Pedicle Screw Instrument. in the Thoracolumbar Spine. *J.of Spinal Dis.* Vol. 10, No.2, 106-116.
6. **J. C. Dick, at al.** (1994), A Biomechanical Comparison Evaluating the Use of Intermediate Screws and Cross-Linkage in Lumbar Pedicle Fixation, *Journal of Spinal Disorders.* Vol.7, No. 5, 402-407.
7. **S. Moroney, at al.** (1988), Load-displacement properties of lower cervical motion segments, *J.Biomechanics*, Vol.21, No. 9, 769-779.
8. **Zivcak J., at al.** (2007), Biomechanika cloveka I, Edited by MonaCon, Presov, Slovakia

### A COMPARATIVE ANALYSIS OF SELECTED TRANSPEDICULAR STABILIZATION SYSTEMS

**Abstract:** In the paper the results of influence of lumbar spine flexibility on quality of transpedicular stabilization are presented. In particular, measurements of displacements of the lumbar spine subjected to simultaneous compression and bending (eccentric compression) are shown. The displacements were measured at L3 level in nine lumbar specimens stabilized by means of Socon, Omega and Bial-Stab systems. The obtained results were compared with the results of measurements carried out on the specimens without stabilization. It was also shown that a lack of continuity of the anterior column did not influence on quality of the stabilizations in the range of the used loading. The statistical analysis showed that lumbar flexibility sufficiently influenced on the displacements of the fixed lumbar spine. No statistical differences were observed between of the systems used as regards their biomechanical performance.

Pracę wykonano w ramach pracy statutowej S/WM/1/04 finansowanej przez Politechnikę Białostocką.

## SPIS TREŚCI

<b>Robert Baraniecki, Marcin Kudelski, Andrzej Leski</b> <i>Analiza numeryczna stanu naprężenia w klapie samolotu odrzutowego</i> .....	5
<b>Wacław Borkowski, Piotr Rybak, Zdzisław Hryciów, Bogusław Michałowski</b> <i>Wieloosiowy pojazd specjalny w warunkach obciążenia wybuchem</i> .....	9
<b>Marian Dacko, Jacek Nowak</b> <i>Porównanie możliwości analizy cylindrycznych elementów energochłonnych obciążonych impulsem wybuchu w systemach LS-DYNA i MSC.DYTRAN</i> .....	13
<b>Leszek Flis</b> <i>Wykorzystanie systemu MES ANSYS® AUTODYN® do analizy zbiornika specjalnego</i> .....	21
<b>Zdzisław Gosiewski, Jerzy T. Sawicki, R. Zabielski</b> <i>Sygnały pobudzające drgania maszyn wirnikowych na potrzeby diagnostyki pęknięcia wałów</i> .....	27
<b>Tomasz Huścio, Franciszek Siemieniako</b> <i>Algorytm doboru elektromagnetycznych modułów napędowych płaskiej aerostatycznej podpory wspórzędnosciowej</i> .....	33
<b>Mariola Jureczko</b> <i>Optymalizacja własności dynamicznych łopaty elektrowni wiatrowej</i> .....	37
<b>Jan Kiciński, Grzegorz Żywica, Romuald Rządkowski, Marcin Drewczyński</b> <i>Modelowanie strukturalnej warstwy nośnej łożyska foliowego</i> .....	45
<b>Cezary Kownacki</b> <i>Estymacja rozkładu naprężeń w funkcji głębokości warstwy wierzchniej łopatki sprężarki osiowej metodą analizy falkowej sygnału efektu Barkhausena</i> .....	51
<b>Wiesław Krasoń, Jerzy Malachowski, Jerzy Jachimowicz, Rafał Kajka</b> <i>Wybrane aspekty weryfikacji modelu 3D do badań dynamiki podwozia głównego</i> .....	57
<b>Agnieszka Sabik, Ireneusz Kreja</b> <i>Analiza płyt laminowanych z zastosowaniem zastępczych modeli jednowarstwowych</i> .....	63
<b>Eugeniusz Sajewicz, Tomasz Koronkiewicz, Jarosław Sidun</b> <i>Porównawcza analiza biomechaniczna wybranych systemów stabilizacji transpedikularnej</i> .....	69
<b>Jacek Świniarski, Marian Królak, Katarzyna Kowal-Michalska</b> <i>Schematyzacja charakterystyki materiału a charakterystyka rzeczywista w analizie porównawczej modelu MES i badań doświadczalnych stateczności dźwigarów cienkościennych</i> .....	73
<b>Roman Trochimczuk</b> <i>Laseryczne urządzenie grawerujące szkło z biegunowym aparatem ruchowym</i> .....	77
<b>Tadeusz Wegner, Andrzej Pęczak</b> <i>Rozszerzenie obiektowo zorientowanej metody elementów skończonych o koncepcję elementów skończonych modelowanych energetycznie</i> .....	81
<b>Stanisław Wolny, Sławomir Badura</b> <i>Analiza wytrzymałościowa bębna pędnego maszyny wyciągowej</i> .....	91
<b>Olena Yevtushenko</b> <i>Frictional heat generation during cold rolling of metals</i> .....	95

# SCHEMATYZACJA CHARAKTERYSTYKI MATERIAŁU A CHARAKTERYSTYKA RZECZYWISTA W ANALIZIE PORÓWNAWCZEJ MODELU MES I BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH STATECZNOŚCI DŹWIGARÓW CIENKOŚCIENNYCH

Jacek ŚWINIARSKI\*, Marian KRÓLAK, Katarzyna KOWAL-MICHALSKA\*

\*Politechnika Łódzka, Katedra Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji, 90-924 Łódź, ul. Stefanowskiego 1/15

[jacek.swiniarski@p.lodz.pl](mailto:jacek.swiniarski@p.lodz.pl), [katarzyna.kowal-michalska@p.lodz.pl](mailto:katarzyna.kowal-michalska@p.lodz.pl)

**Streszczenie:** Praca poświęcona jest modelowym badaniom doświadczalnym i analizom numerycznym stateczności i nośności granicznej cienkościennych słupów/dźwigarów o przekrojach jedno- i wielokomorowych, poddanych równomiernemu ścisnaniu. Przedstawiony został wpływ przyjętej schematyzacji charakterystyki materiału na przebiegi krzywych pracy uzyskanych na drodze numerycznej przy pomocy pakietu ANSYS 11. W pracy opisana została metoda postępowania pozwalająca – dzięki uwzględnieniu rzeczywistych parametrów materiałowych, uzyskanych z próby rozciągania (przy jednoczesnym właściwym odwzorowaniu imperfekcji wstępnych) – na oszacowanie nośności granicznej ścisnanych słupów cienkościennych na drodze numerycznej, tak aby uzyskać wartości bliskie wartościom otrzymanym z eksperymentów.

## 1. WPROWADZENIE

Praca poświęcona jest modelowym badaniom doświadczalnym i analizom numerycznym stateczności i nośności granicznej cienkościennych słupów/dźwigarów o przekrojach jedno- i wielokomorowych, poddanych równomiernemu ścisnaniu. Autorzy omawiają wpływ przyjętej schematyzacji charakterystyki materiału na wynik obliczeń numerycznych. W publikowanych analizach badań numerycznych stateczności i nośności dźwigarów cienkościennych wykonanych ze stali przyjmuje się najczęściej biliniową charakterystykę materiału opartą na założeniach, że moduł Young'a dla stali wynosi  $E=200$  GPa zaś w zakresie plastycznym zwykle przyjmuje się  $E_{pl} = 2$  GPa. W rezultacie podejście takie może prowadzić, zwłaszcza w konstrukcjach cienkościennych wielokomorowych do przeszacowania nośności granicznej (nawet do 50%).

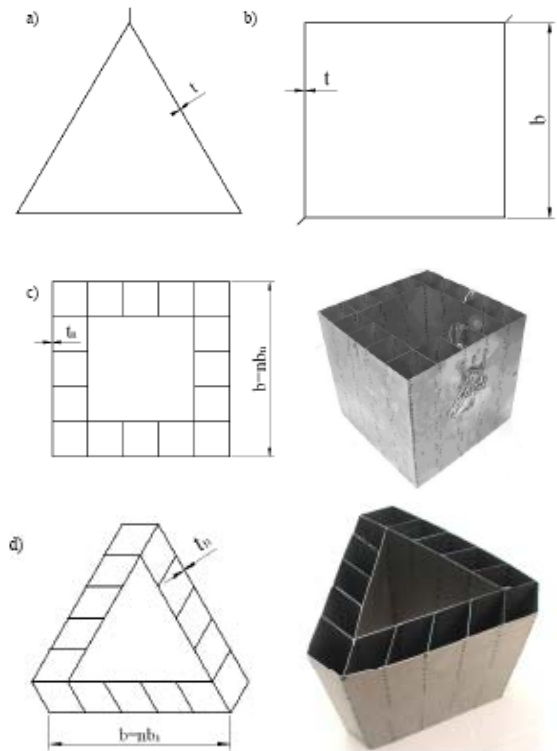
W pracy opisana jest metoda postępowania pozwalająca – dzięki uwzględnieniu rzeczywistych parametrów materiałowych, uzyskanych z próby rozciągania (przy jednoczesnym właściwym odwzorowaniu imperfekcji wstępnych) – na oszacowanie nośności granicznej ścisnanych słupów cienkościennych na drodze numerycznej tak aby uzyskać wartości bliskie wartościom otrzymanym z eksperymentów.

## 2. PRZEDMIOT ANALIZY

Porównane są krzywe pracy, uzyskane doświadczalnie (Królak i inni, 2006, 2007), jednoobwodowych dźwigarów o przekrojach trójkąta (rys. 1a) i kwadratu (rys. 1b) oraz wieloobwodowych dźwigarów o przekrojach kwadrat-kwadrat (rys. 1c) oraz trójkąt-romb (rys. 1d), poddanych czystemu ścisnaniu, z wynikami

otrzymanymi z eksperymentu numerycznego wykonanego w systemie ANSYS.

Pierwsze obliczenia metodą elementów skończonych wykonane zostały przy założeniu, że własności materiałowe modeluje się przy pomocy charakterystyki biliniowej, przyjmując  $E=200$  GPa,  $\nu=0,3$  oraz  $E_{pl} = 2$  GPa,  $\nu_{pl}=0,5$ ; tak jak jest to zwykle przedstawiane w dostępnej literaturze.



**Rys. 1.** Przekroje poprzeczne analizowanych słupów a,b) jednokomorowe, c,d) wielokomorowe

W drugim przypadku w systemie zdefiniowana została krzywa otrzymana z próby rozciągania zwykłej stali węglowej. Do badania pobrano z arkusza blachy stalowej, z którego wykonano następnie modele, próbki o wymiarach 20×300×0,5 i 20×300×1,24. Na podstawie uzyskanej charakterystyki rozciągania wyznaczono następujące własności materiału:  $E=196,8$  GPa;  $\nu=0,3$ ;  $\sigma_{prop}=140$  MPa;  $R_{0,2}=203$  MPa;  $R_m=314,5$  MPa, a do analizy numerycznej wprowadzono rzeczywistą krzywą rozciągania.

Na rysunku 1 pokazano przekroje poprzeczne analizowanych słupów. Wymiary gabarytowe rozpatrywanych dźwigarów zestawiono w tabeli 1.

**Tab. 1.** Wymiary gabarytowe dźwigarów

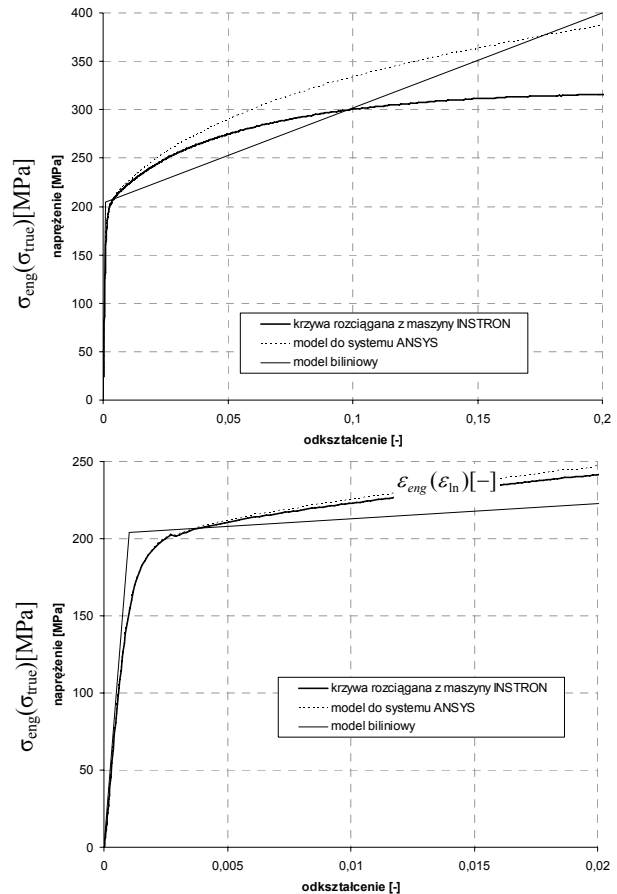
Nazwa modelu (przekrój poprzeczny)	Szerokość komory / szerokość ściany [mm]	Grubość ścian [mm]	Pole przekroju poprzecznego słupa [mm <sup>2</sup> ]
Kwadrat jednokomorowy	312,5	1,24	1550
Trójkąt jednokomorowy	355	1,24	1320
Kwadrat wielokomorowy z komorami kwadratowymi	63,6 / 318	0,5	1526,4
Trójkąt wielokomorowy z komorami rombowymi	50 / 300	0,5	1125

### 3. METODA BADAŃ

Do analizy numerycznej wykorzystano profesjonalny pakiet metody elementów skończonych ANSYS v.11. Modele geometryczne zdyskretyzowano elementami powłokowymi SHELL143. Element ten pozwala na analizę nieliniową oraz wprowadzenie różnych własności materiałowych. Warunki brzegowe w modelu numerycznym odpowiadają podparciu przegubowemu oraz zapewniają równomierne zbliżenie podstaw modelu. W nieliniowej analizie nośności charakter ugięć wstępnych odpowiada postaci wybożeniowej, wyznaczonej w pierwszym kroku obliczeniowym, natomiast wartość amplitudy ugięć wstępnych jest zawsze równa grubości blachy, z której model został wykonany.

### 4. PRZYJĘTE SCHEMATYZACJE CHARAKTERYSTYK MATERIAŁOWYCH W MES

Biliniowa charakterystyka materiału wykorzystana do analizy została przedstawiona na wykresach cienką linią ciągłą (rys. 2a i 2b). Na tym samym wykresie przedstawiono rzeczywistą krzywą rozciągania  $\sigma_{eng}-\epsilon_{eng}$  (linia ciągła gruba) oraz tą samą krzywą zdefiniowaną we współrzędnych  $\sigma_{true}-\epsilon_{ln}$ , przeliczoną za pomocą wzorów (1)–(3). Na rysunku 2b pokazano (w powiększeniu) fragmenty krzywych materiałowych z rys. 2a ze skalą odkształceń ograniczoną do 0,02.



**Rys. 2.** Modele materiałów przyjęte do  $\epsilon_{eng}(\epsilon_{ln})[-]; S$

System ANSYS wymaga wprowadzenia danych materiałowych w układzie  $\sigma_{true}-\epsilon_{ln}$  [3] gdzie:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ln} &= \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0}\right) = \\ &= \ln\left(1 + \frac{\Delta l}{l_0}\right) = \ln(1 + \epsilon_{eng}) \end{aligned} \quad (1)$$

$\epsilon_{ln}$  – odkształcenia względne logarytmiczne,  $\sigma_{true}$  – naprężenia rzeczywiste,  $l$  [mm] – długość próbki,  $l_0$  [mm] – długość początkowa próbki,  $\Delta l$  [mm] – przyrost długości próbki

Podczas próby rozciągania (ściskania) mierzone są: siła  $F$  i przyrost długości próbki  $\Delta l$ .

Obliczane są także:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{eng} &= \frac{F}{A_0} \quad \text{– naprężenia inżynierskie [MPa]} \\ \epsilon_{eng} &= \frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{– wydłużenie względne inżynierskie} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

gdzie:  $F$  [N] – siła obciążająca próbkę,  $A_0$  [mm<sup>2</sup>] = const – pole przekroju początkowego próbki



Pomiędzy powyższymi wielkościami istnieje związek:

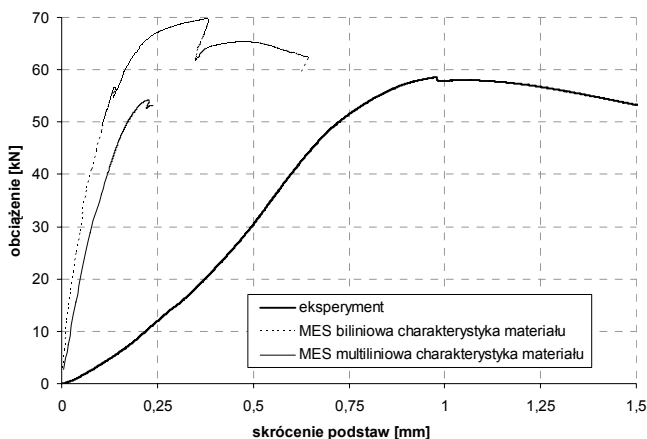
$$\sigma_{true} = \sigma_{eng} (1 + \varepsilon_{eng}) \quad (3)$$

Podczas badań materiałów otrzymano wykresy  $\sigma_{eng}-\varepsilon_{eng}$ . Wymaganą zależność  $\sigma_{true}-\varepsilon_{ln}$  uzyskano wykorzystując wzory (1)–(3).

### 5. WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

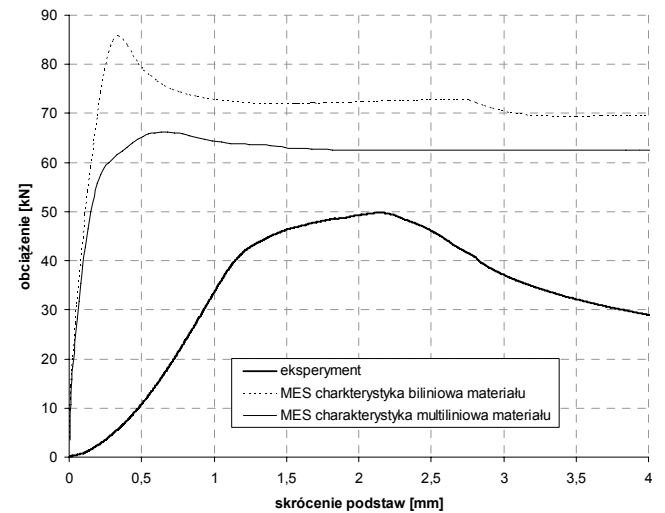
Aby określić nośność graniczną cienkościenniej konstrukcji zbudowanej z płyt konieczne jest przeprowadzenie analizy stanu zakrytycznego w obszarze sprężystym i sprężysto-plastycznym. Charakter krzywych pracy (średnie naprężenie ściskające w funkcji zbliżenia obciążonych brzegów) i tym samym wartości maksymalnego obciążenia zależą od parametrów geometrycznych, warunków brzegowych, wstępnych imperfekcji i własności materiałowych (Królak i inni, 1990).

W pracy skupiono się głównie nad ostatnim elementem, czyli nad własnościami materiałowymi. Na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych (Królak i inni, 2006, 2007) wyznaczono krzywe pracy dla ściskanych słupów jedno- i wielokomorowych. Do analizy MES w pierwszym kroku wykorzystano biliniowy model materiału oparty na wyznaczonej umownej granicy plastyczności  $R_{0,2}=203$  MPa oraz na modułach: sprężystym (Younga)  $E=200$  GPa i plastycznym  $E_{pl} = 2$  GPa. Nośność wyznaczona na podstawie tak otrzymanych krzywych pracy jest nawet do 50% większa niż otrzymana z badań doświadczalnych. Ten sposób podejścia prowadzi do przeszacowania nośności konstrukcji, a w rezultacie może być przyczyną zniszczenia konstrukcji na skutek przeciążenia. W dalszej części pracy model biliniowy zastąpiono modelem multiliniowym odpowiadającym rzeczywistej krzywej rozciągania, który opisany został we współrzędnych  $\sigma_{true}-\varepsilon_{ln}$ . Taka zmiana schematyzacji własności obniżyła znacznie obliczeniową nośność graniczną, w szczególności dla modelu o przekroju poprzecznym w kształcie trójkąta jednokomorowego otrzymano nawet wartość niższą od eksperymentalnej (rys.3).

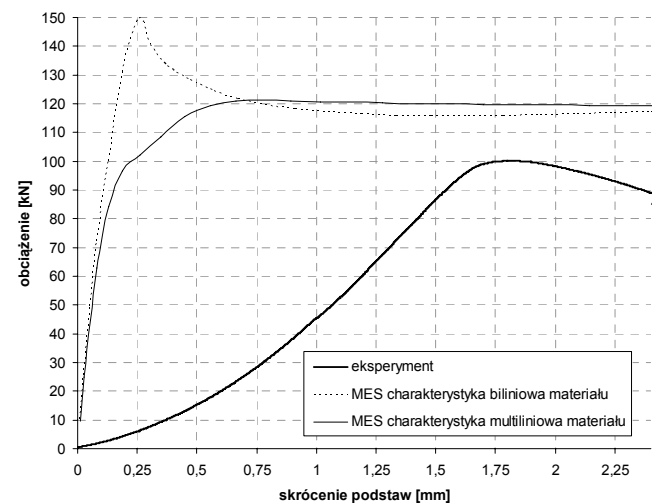


Rys. 3. Krzywe pracy dźwigara jednokomorowego o przekroju trójkątnym (rys. 1a)

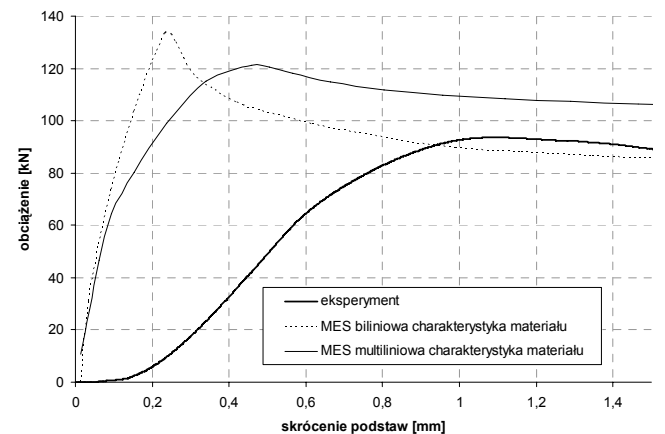
Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono krzywe pracy dla dźwigarów jednokomorowych o przekrojach: trójkątnym (rys. 1a) i kwadratowym (rys. 1b).



Rys. 4. Krzywe pracy dźwigara jednokomorowego o przekroju kwadratowym (rys. 1b)



Rys. 5. Krzywe pracy dźwigara wielokomorowego o przekroju kwadratowym z komorami kwadratowymi (rys. 1c)



Rys. 6. Krzywe pracy dźwigara wielokomorowego o przekroju trójkątnym z komorami rombowymi (rys. 1d)

Na rysunkach 5 i 6 przedstawiono krzywe pracy dla dźwigarów wielokomorowych o przekrojach kwadratowym z komorami kwadratowymi (rys.1c) i trójkątnym z komorami rombowymi (rys.1d).

We wszystkich przeanalizowanych przypadkach zastąpienie charakterystyki biliniowej materiału modelem multiliniowym opisanym w układzie  $\sigma_{true}-\epsilon_{ln}$  obniżyło obliczeniową nośność graniczną (rys. 3-6). Podejście biliniowe powoduje, że krzywa pracy słupa zarówno jednogłębki i wielokomorowego słupa - przy stosunkowo małych przyrostach odkształceń - bardzo szybko osiąga wartość maksymalną, po czym obciążenie gwałtownie maleje. Konstrukcja dalej zachowuje się jak sztywno-idealnie plastyczna. Zastosowanie modelu multiliniowego obniża obliczeniową nośność graniczną. Można zauważyć, że w przypadku opisanym własności mechanicznych zależnościami w układzie  $\sigma_{true}-\epsilon_{ln}$  nośność jest wyraźnie niższa niż w przypadku zastosowania charakterystyki biliniowej, a krzywa pracy (zwłaszcza dla dźwigarów wielokomorowych) po osiągnięciu maksimum przebiega powyżej krzywej pracy powstałej poprzez modelowanie własności mechanicznych dwoma liniami. Zmienia się charakter krzywej pracy w fazie zniszczenia (po osiągnięciu maksimum obciążenia) z „kruchego” (ang. brittle), gdy zniszczenie następuje gwałtownie, na „ciągliwy” (ang. ductile) gdy proces staje się powolny z pewnymi oznakami poprzedzającymi katastrofę.

Na rys. 3-6 – wykresy pracy słupów – nie można porównywać ze sobą odkształceń, ponieważ w obliczeniach numerycznych jest to zbliżenie podstaw modelu słupa, a w badaniach doświadczalnych przemieszczenie górnej trawersy maszyny wytrzymałościowej wskazujące sumę odkształceń modelu słupa i miękkich płyt ze spienionego PCV i z miękkiego aluminium. Omówienie szczegółowe przeprowadzonych badań doświadczalnych oraz przyczyn różnicy skali odkształceń przy porównaniu eksperymentu rzeczywistego i MES znajduje się w pozycjach: Królak i inni (2007)

## 6. WNIOSKI

Schematyzacja modelu materiału ma ogromny wpływ na otrzymane wyniki w analizie stanów sprężysto-plastycznych nieliniowej stateczności metodą elementów skończonych. Uogólnione podejście spotykane w literaturze, czyli  $E=200$  GPa,  $E_{pl} = 2$  GPa oraz granica plastyczności wyznaczona z eksperymentu, prowadzi do błędnego oszacowania nośności danej konstrukcji. Należy również zwrócić szczególną uwagę na wyznaczony z eksperymentu moduł Young’a, którego literaturowa wartość wynosi w przypadku stali  $E=200$  GPa. Zwłaszcza dla gatunków stali o najniższych własnościach wytrzymałościowych wartość modułu Young’a może być nawet o 20% niższa niż podawana w literaturze.

## LITERATURA

1. **Królak M., Kowal-Michalska K., Swiniarski J.** (2006), Badania doświadczalne stateczności i nośności wielokomorowych cienkościennych słupów kwadratowych obciążonych równomiernym ściskaniem, *Materiały XI Sympozjum Stateczności Konstrukcji*, Zakopane, ed. K.Kowal-Michalska, R. Mania, str.211-218
2. **Królak M., Kowal-Michalska K., Mania R., Świniarski J.** (2007), Experimental tests of stability and load carrying capacity of thin-walled multi-cell columns of triangular cross-section, *Elsevier, Thin-Walled Structures*, 45 ,883-887
3. User’s Guide ANSYS 11, Ansys, Inc., Houston, USA
4. **Królak M. i wsp.** (1990), *Stany zakrytyczne i nośność graniczna cienkościennych dźwigarów o ścianach płaskich*, PWN, Warszawa – Łódź
5. **Królak M., Mania R., Świniarski J., Kowal-Michalska K.:** Stability and load carrying capacity of multi-cell thin-walled columns of rectangular cross-section, złożony do druku w *Archiwum Budowy Maszyn*

### APPROXIMATED MATERIAL CHARACTERISTICS VERSUS EXPERIMENTAL ONES IN COMPARATIVE ANALYSIS OF FEM MODEL AND LABORATORY TESTS OF STABILITY OF THIN-WALLED COLUMNS

**Abstract:** The work is devoted to the model tests and numerical analyses of stability and load carrying capacity of thin-walled columns/girders of single cell and multi-cell cross-sections subjected to the uniform compression. The influence of the assumed material characteristics approximations on load-shortening curves obtained in numerical analysis using ANSYS v.11 package is presented.

Regarding true material parameters, obtained from tensile tests, the procedure is described allowing for the estimation of ultimate load value of compressed thin-walled columns by finite element method that stays in good agreement with the results gained from laboratory tests.

## LASEROWE URZĄDZENIE GRAWERUJĄCE SZKŁO Z BIEGUNOWYM APARATEM RUCHOWYM

Roman TROCHIMCZUK\*

\* Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

[politechnikaroman@interia.pl](mailto:politechnikaroman@interia.pl)

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono analizę aparatu ruchowego pozycjonera laserowego urządzenia do grawerowania szkła lub innych przezroczystych dielektryków. Zaprezentowano koncepcję budowy biegunowego aparatu ruchowego pozycjonera. Przedstawiono scenariusze przemieszczeń ramienia obróbczego oraz obiektu obrabianego w zakładanej koncepcji.

### 1. WPROWADZENIE

Ważnym kryterium oceny urządzeń do laserowego grawerowania szkła jest ich wydajność. Chodzi tu o wydajność (produkcyjność) laserowego systemu formującego, przy warunku wysokiej jakości powierzchni formowanego trójwymiarowego odwzorowania. Jednym z podstawowych zadań, jakie należy rozwiązać przy pozycjonowaniu wiązki obróbczej w takich urządzeniach jest uzyskanie określonych, zaplanowanych ruchów przy dużej liczbie stopni swobody układów tworzących ten ruch. Stosowane w tym celu aparaty ruchowe (napęd + mechanizmy) powinny zapewniać prostotę, łatwość sterowalność, oczekiwaną dokładność, dynamikę i niezawodność pożądanego ruchu. Zadanie to ma charakter interdyscyplinarny. Rozwiązuje się je dziś środkami mechatronicznymi.

### 2. ANALIZA UKŁADÓW POZYCJONUJĄCYCH URZĄDZENIA GRAWERUJĄCEGO

Rozpatrując układ pozycjonowania można dojść do wniosku, że możliwy układ pozycjonujący urządzenia do laserowej obróbki szkła jest relacją pomiędzy układem pozycjonowania obiektu i układem pozycjonowania lasera [2]. Relację taką można zapisać jako funkcję dwuargumentową układu pozycjonującego (UP)

$$UP = f(O, L), \quad (1)$$

gdzie:  $O$  – argument związany z obiektem obrabianym,  $L$  – argument związany z narzędziem (laserem).

Argument związany z obiektem obrabianym, argument związany z układem pozycjonowania narzędzia obróbczego, można rozpatrywać w układzie kartezjańskim, biegunowym, jak również dla danego argumentu może pozycjonowanie nie zachodzić. W takim zapisie funkcji układu pozycjonującego, wyklucza się wypadek w którym brak jest pozycjonowania obiektu obrabianego i narzędzia obróbczego – wtedy obróbka nie zachodzi. Pozostałe możliwe zestawienia argumentów przedstawiono na rys. 1.

		Układ pozycjonowania obiektu obrabianego		
		Kartezjański	Biegunowy	Brak pozycjonowania
Układ pozycjonowania narzędzia (lasera)	Kartezjański	Przypadek do zbadania	Przypadek do zbadania	Przypadek realizowany w praktyce
	Biegunowy	Przypadek do zbadania	Przypadek do zbadania	Przypadek do zbadania
	Brak pozycjonowania	Przypadek realizowany w praktyce	Przypadek do zbadania	Obróbka niemożliwa

**Rys. 1.** Możliwe układy pozycjonujące urządzenia laserowego do grawerowania szkła

W praktyce realizuje się dwa przypadki, tj. 1) pozycjonuje się narzędzie w układzie kartezjańskim, natomiast obiekt obrabiany pozostaje nieruchomy (brak pozycjonowania) lub 2) w układzie kartezjańskim pozycjonuje się obiekt obrabiany, natomiast narzędzie pozostaje nieruchome (Trochimeczuk i Gawrysiak, 2007). Pozostałe konfiguracje układów pozycjonowania nie są spotykane w produkowanych obecnie urządzeniach do laserowej obróbki szkła. Można traktować je jako przypadki, które należałoby poddać analizie i zbadać ich przydatność w praktyce, wiedząc że w układach kartezjańskich zmieniają się długości członów, natomiast w układach biegunowych zmianie podlegają tylko kąty – długości członów pozostają niezmiennione. W dalszej części pracy przedstawiony zostanie przypadek, w którym zarówno narzędzie jak i obiekt obrabiany pozycjonowane będą w układzie biegunowym.

### 3. URZĄDZENIE Z BIEGUNOWYM APARATEM RUCHOWYM POZYCJONERA

Analiza aparatu ruchowego pozycjonera, z uwzględnieniem możliwych układów pozycjonujących wiązkę laserową i materiał obrabiany, skłoniła do zaproponowania następującego rozwiązania. Dotyczy ono zaproponowania nowego układu, oraz nowego podejścia do pozycjonowania materiału i wiązki obróbczej. Prezentowane rozwiązanie wzorowane jest na technicznych układach spotykanych w takich urządzeniach jak twarde

dyski komputerów osobistych, czy też w wiertarce do elektronicznych obwodów drukowanych Tanbo (Müller, 2001). Podejście to, według stanu wiedzy autora, nie jest realizowane w praktyce budowy laserowych urządzeń grawerujących szkło.

Założeniem do koncepcji budowy nowego aparatu ruchowego pozycjonera XYZ, było odejście od klasycznego podejścia stosowanego w budowie maszyn CNC, działających w kartezjańskim układzie współrzędnych. W układach takich, aby można było mówić o zapewnieniu dokładności tym samym zwiększeniu jakości produktu finalnego, należy przede wszystkim zadbać, aby wszystkie osie współrzędnych były w stosunku do siebie położone równo pod kątem 90 stopni. Stosowanie tego podejścia wynika z faktu, iż jest pewna tradycja w konstruowaniu tego typu maszyn, jeszcze od czasów kiedy nie wykorzystywano do budowy urządzeń komputera. Wszystkie czynności wykonywał operator ręcznie, przesuwając narzędzie za pomocą mechanizmów typu śruba-nakrętka. Obecnie nie ma problemów, aby w pamięci komputera obsługującego stanowisko robocze można było przeliczyć współrzędne formowanego punktu struktury, z układu kartezjańskiego na dowolny inny.

W przypadku proponowanego rozwiązania zakładam, że pozycjonowanie odbywać się będzie w układzie biegunowym. Na pytanie dlaczego pozycjonowanie ma odbywać się w układzie biegunowym jest następująca odpowiedź. Biegunowy układ współrzędnych stosuje się zazwyczaj dla rozwiązywania problemów (Trochimczuk i Gawrysiak, 2007)], gdzie:

- przesunięcie jest ograniczone przez sterowanie w odległości kątowej lub pozycji kątowej, lub
- nieograniczone przesunięcie jest obserwowane przez pomiar odległości kątowej lub pozycji kątowej.

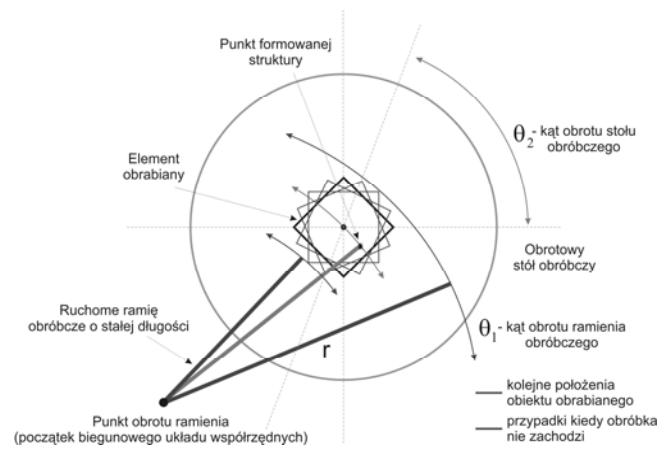
W układzie takim pozycja punktu obrabianego opisywana jest we współrzędnych  $r, \theta_1$ , gdzie  $r$  jest stałą długością ramienia obróbczego, a  $\theta_1$  kątem o jaki dane ramię się obraca. Aby można było przy obróbce uformować obiekt w dowolnym punkcie płaszczyzny, konieczne jest również zapewnienie pozycjonowania stołu obróbczego. Stół taki obracany jest wokół swojej osi o dany kąt  $\theta_2$ . Na samym początku skoncentrujemy się na pozycji jaką powinien zajmować obiekt obrabiany na stole i jak to ma się przekładać na długość ramienia obróbczego.

### 3.1. Rozwiązanie ramienia obróbczego

Aby można było ocenić jaką długość powinno mieć ramię obróbcze oraz czy miejsce ustawienia obiektu obrabianego na obracalnym stole obróbczym ma wpływ na długość ramienia obróbczego, trzeba rozważyć dwa przypadki.

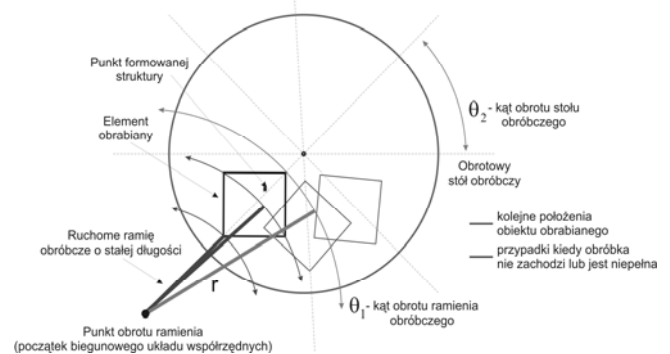
W pierwszym (rys. 2) oś obiektu obrabianego pokrywa się z osią stołu obróbczego. Dla całościowej obróbki przestrzeni obiektu obrabianego, konieczne jest zapewnienie takiej długości ramienia obróbczego  $r$ , aby pokrywało się one z osią obrotu stołu i obiektu obrabianego.

W przypadku kiedy długość ramienia jest krótsza lub dłuższa od niej, zachodzi obróbka niepełna lub w skrajnych przypadkach obróbka nie zachodzi.



Rys. 2. Przypadek, gdy oś obrotu obiektu obrabianego pokrywa się z osią obrotu stołu obróbczego

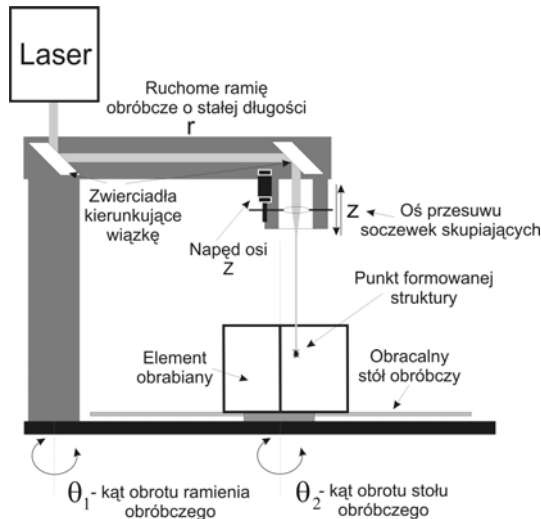
Rysunek. 3 przedstawia drugi przypadek, kiedy oś obiektu obrabianego przesunięta jest w stosunku do osi obrotu stołu obróbczego o zadaną odległość. Tutaj aby można było realizować pełną obróbkę, konieczne jest zapewnienie długości ramienia obróbczego co najmniej takiej, aby oś wiązki pokrywała się z krawędzią obiektu obrabianego najbliższą osi obrotu stołu obróbczego. Biorąc pod uwagę założenie do koncepcji, że długość ramienia powinna być możliwie najkrótsza, to długość ramienia powinna być równa takiej, która spełnia podany wyżej warunek. W przypadku kiedy długość ramienia jest krótsza, obróbka nie zachodzi lub jest niepełna.



Rys. 3. Oś obrotu obiektu obrabianego przesunięta o zadaną odległość od osi obrotu stołu obróbczego

Aby spełnić warunek zapewnienia minimalnej masy ramienia obróbczego, konieczne jest oddzielenie od ramienia obróbczego samego lasera. Emiter lasera posiada określone wymiary oraz masę. Umieszczenie go na ramieniu obróbczym w postaci głowicy laserowej zwiększy gabaryty ramienia oraz jego masę. W związku z powyższym proponuję, aby wewnątrz ramienia obróbczego pozycjonera umieścić zespół zwierciadeł odbijających laserową wiązkę obróbczą i kierujących ją w określone miejsce. Możliwe jest to gdyż obróbka wiązką nie przenosi sił powstających od kontaktu (jak np. przy wierceniu, frezowaniu) na całość kolumny obróbczej. Przy takim rozwiązaniu laser może być umieszczony oddzielnie wewnątrz korpusu urządzenia formującego. Umieszczony na końcu ramienia obróbczego układ soczewek skupiających może być zamontowany na stałe, w przypadku gdy urządzenie miałooby służyć

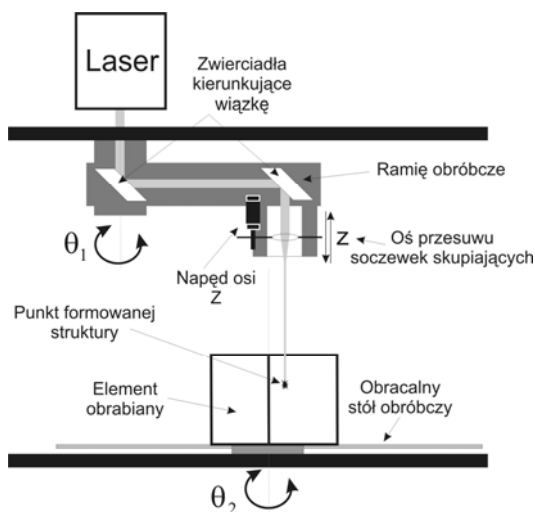
do obróbki dwuwymiarowych odwzorowań. Wtedy układ miałby stałą ogniskową. W przypadku odwzorowań trójwymiarowych, trzeba byłoby zapewnić zmianę ogniskowej przez napęd przesuający soczewki skupiające wiązkę. Byłoby to przesunięcie jednoosiowe (kartezjańskie). Oczywiście można też wyobrazić sobie sytuację, że zamiast tworzyć urządzenie przemieszczające soczewki ogniskujące, można zapewnić przemieszczenie w osi Z stołu obróbczego. Jednak ten przypadek, ze względu na masę stołu (wraz z odpowiednią przekładnią) oraz elementów obrabianych (szkła), wydaje się mniej korzystnym do zastosowania.



Rys. 4. Widok ramienia obróbczego laserowego urządzenia grawerującego z biegunowym aparatem ruchowym

Przykładowa koncepcja rozwiązania aparatu ruchowego pozycjonera pracującego w układzie biegunowym przedstawiona została na rys. 4 (Trochimczuk i Gawrysiak, 2007).

Aby zapewnić dalsze skrócenie ramienia obróbczego (redukcję jego masy), można przyjąć że powinno być ono umieszczone nad stołem obróbczym (rys. 5). Wtedy odległość pomiędzy osiami obrotu ramienia i stołu wyraźnie można zmniejszyć.



Rys. 5. Skrócone ramię obróbcze zawieszane bezpośrednio nad obracalnym stołem obróbczym

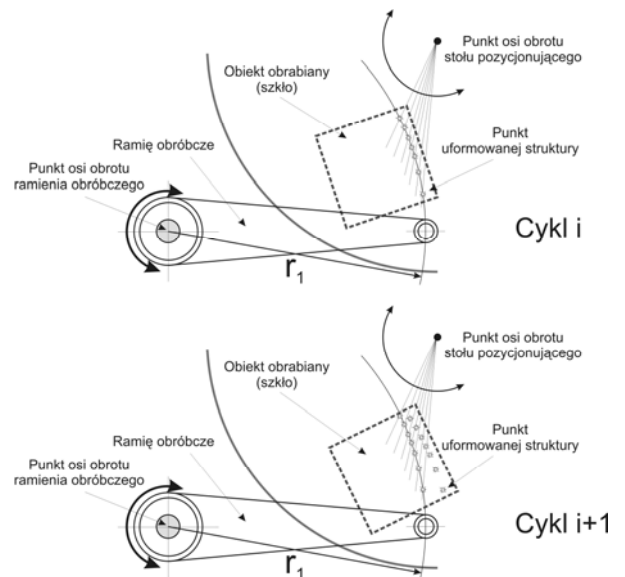
W ten sposób można obejść ograniczenie związane z wcześniej występującym faktem, iż kolumna na której osadzone jest obrotowe ramię obróbcze musiała być umieszczona jak najbliżej stołu, aby spełnić warunek minimalnej długości ramienia.

W biegunowym aparacie ruchowym ważny jest sposób załadunku materiału poddawanego obróbce. Analogię można znaleźć w zrobotyzowanych gniazdach obróbczych ze stołem indeksującym. Obiekty mogą być załadowywane do obróbki, przez kolejny obrót stołu pozycjonującego o stały kąt. W tym czasie ramię obróbcze może zajmować położenie skrajne, zwiększając tym samym przestrzeń do operowania przez operatora urządzenia grawerującego, co nie wydaje się już tak oczywiste w przypadku układów kartezjańskich.

#### 4. ANALIZA PRZEMIESZCZEŃ BIEGUNOWEGO APARATU RUCHOWEGO

Aby uzyskać pełniejszy opis koncepcji biegunowego układu pozycjonującego wiązkę obróbczą i element obrabiany, należy przeanalizować sposób wykonywania kolejnych punktów struktury formowanego odwzorowania. Formowanie kolejnych punktów może przebiegać według założonych dwóch scenariuszy (Trochimczuk i Gawrysiak, 2007).

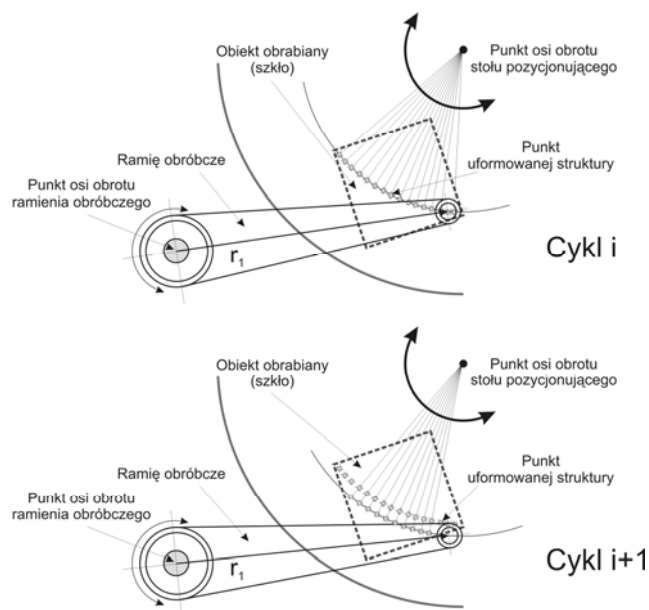
W pierwszym zakłada się, że ramię obróbcze wykonuje główny ruch kierując wiązkę obróbczą w przestrzeń obiektu obrabianego. Prędkość i przyspieszenie ramienia obróbczego powinny być dobrane tak, aby można było wykorzystać generowane impulsy laserowe do stworzenia równooddalonych od siebie defektów. Defekty rozmieszczone są wtedy po obwodzie okręgu, zakreślonym przez ramię o stałej długości  $r_1$ .



Rys. 6. Przemieszczenia ramienia i stołu według scenariusza pierwszego

Zapełnienie defektami obszaru obrabianego obiektu następuje dzięki przesunięciu obiektu przez stół pozycjonujący o zadaną wartość kątową (rys.6). Wartość ta ma gwarantować spełnienie warunku jednakowej odległości między sąsiadującymi punktami struktury, warstwami formowanego odwzorowania. Przejście

do kolejnej, wyżej położonej warstwy następuje przez zmianę ogniskowej w osi Z. Dlatego obróbkę trójwymiarowego odwzorowania można sprowadzić do wypełniania kolejnych płaszczyzn przez punkty. Zastosowanie pierwszego scenariusza pozwala zmniejszyć siły bezwładności, powstające podczas przemieszczania obiektu obrabianego przez stół pozycjonujący. Przesunięcie ramienia obróbczego odbywa się tylko w założonym zakresie ruchu, pozwalającym pokryć obszar obróbki. Ramię w takim wypadku przemieszcza tylko własną masę, bez dźwigania dodatkowo masy obiektu obrabianego. Kolejny obiekt umieszczony na stole obróbczym może być obrabiany po wykonaniu całej warstwy w obiekcie poprzedzającym. Po wykonaniu tej samej warstwy w kilku kolejnych obiektach, można zmienić ogniskową w osi Z i przejść do wykonania warstwy kolejnej.



Rys. 7. Przesunięcia ramienia i stołu według drugiego scenariusza

W drugim scenariuszu (rys. 7) obiekty obrabiane umieszczone są na stole obróbczym, który obraca się ze stałą prędkością. Prędkość ta dobrana jest w taki sposób, aby można było zapewnić równą, założoną przez operatora urządzenia, odległość pomiędzy kolejno formowanymi punktami struktury. Ramię obróbcze wykonuje punkty struktury po określonym torze, zakreślonym w płaszczyźnie obróbki. To samo działanie podejmowane jest w stosunku do wszystkich kolejno umieszczonych obiektów. Następnie ramię jest przemieszczane o zadany kąt umożliwiający stworzenie kolejnej „ścieżki”. W tym przypadku siły bezwładności eliminowane są przez zapewnienie stałej prędkości obrotowej stołu obróbczego. Natomiast ramię obróbcze przemieszczane jest o nieznaczną wartość kątową, po przejściu nad kolejnymi obiektami. Trzeci wymiar formowanego odwzorowania tworzony jest podobnie jak w przedstawionym wyżej scenariuszu pierwszym. Przedstawione scenariusze przemieszczania ramienia i stołu obróbczego umożliwiają otrzymanie punktów struktury formowanego trójwymiarowego odwzorowania. Istnieje jednak pewna różnica w sposobie

otrzymywania tych punktów. W przypadku scenariusza pierwszego punkty formowane w pierwszym cyklu, na danym torze, będą od siebie równoodległe. Kiedy natomiast przejdziemy do następnego cyklu obróbki okaże się, że nie jesteśmy w stanie zapewnić w jednym przejściu równych odległości pomiędzy kolejno formowanymi punktami na torach obróbki. W jednym skrajnym położeniu odległość pomiędzy torami będzie inna niż w drugim położeniu. Przypadek ten wskazuje, że pomimo korzystniejszego z punktu widzenia dynamiki urządzenia układu i ograniczeń związanych z obróbką sił bezwładności, konieczne byłoby tu zapewnienie odpowiedniego oprogramowania sterującego. Pozwoliłoby to wybierać punkty na możliwych do realizacji torach obróbki obiektu.

W przypadku scenariusza drugiego łatwiej jest zapewnić równe odległości pomiędzy punktami, tworzonymi w kolejnych przejściach wiązki obróbczej. W drugim przypadku można wskazać analogię do przytaczanego wcześniej przykładu dysku twardego. Stała jest prędkość obrotowa stołu obróbczego (w dysku twardym talerza obrotowego), natomiast przemieszczane jest nieznacznie ramię obróbcze (w dysku twardym głowica magnetyczna). Układ taki zapewnia niezmienną siłę bezwładności (po osiągnięciu zakładanej prędkości obrotowej), powstałych od stołu obróbczego, stąd można określić go jako bardziej korzystny o przedstawionego w scenariuszu pierwszym.

## 5. PODSUMOWANIE

Przedstawione rozwiązanie biegunowego aparatu ruchowego pozwala na stworzenie alternatywy dla klasycznych rozwiązań stosowanych w laserowych urządzeniach grawerujących, dając tym samym nowy obszar aplikacji znanych rozwiązań z obszaru robotyki i mechatroniki.

## LITERATURA

1. Müller T. (2001), PCB Drilling Machine – New solution to old problems, *Elektor Electronics*, nr 3, 12-18.
2. Trochimczuk R. (2007), Koncepcja planarnego układu pozycjonującego urządzenia do grawerowania laserowego, W: *Projektowanie Mechatroniczne Zagadnienia wybrane*, pod red. T. Uhla, AGH, Kraków.
3. Trochimczuk R., Gawrysiak M. (2007), Koncepcja biegunowego aparatu ruchowego pozycjonera urządzenia grawerującego, W: *Projektowanie Mechatroniczne Zagadnienia wybrane*, pod red. T. Uhla, AGH, Kraków.

## DEVICE FOR LASER ENGRAVING GLASS WITH POLAR POSITIONING SYSTEM

**Abstract:** There is presented the analysis of polar positioning system of laser device for glass engraving in the work. The new concept of polar positioning system, alternative for the Cartesian one, is presented too. The scripts of dislocations working arm and forming object in founded conception of polar positioning system is defined.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego pracy własnej nr W/WM/12/06 Politechniki Białostockiej.



# ROZSZERZENIE OBIEKTOWO ZORIENTOWANEJ METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH O KONCEPCJĘ ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH MODELOWANYCH ENERGETYCZNIE

Tadeusz WEGNER, Andrzej PĘCZAK\*

\* Instytut Mechaniki Stosowanej, Wydział budowy Maszyn i Zarządzania, Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3, 60-965 Poznań

[tadeusz.wegner@put.poznan.pl](mailto:tadeusz.wegner@put.poznan.pl), [andrzej.peczak@gmail.com](mailto:andrzej.peczak@gmail.com)

**Streszczenie:** W pracy opisano zastosowanie obiektowego programowania w języku C++ do metody elementów skończonych modelowanych energetycznie. Zaproponowano odporne na błędy i łatwe w stosowaniu rozwiązanie rozszerzające istniejące systemy MES o elementy modelowane energetycznie. Z wykorzystaniem funkcji energii właściwej odkształcenia oraz trójliniowych funkcji kształtu zbudowano trójwymiarowy ośmiowęzłowy element skończony typu „brick”, a następnie opracowano model strukturalny umożliwiający wykorzystanie tego elementu w systemie MES. Przyjmując istniejące rozwiązania utworzono zbiór klas ułatwiający dostosowanie rozpatrywanego zagadnienia do istniejących kodów źródłowych. W pracy wykorzystano znane pojęcia takie jak klasy stopnia swobody, węzła i elementu. Bazując na wymienionych klasach, zaproponowano klasy pochodne, rozszerzone o nowe zmienne oraz metody. Analogicznie do rozwiązań znanych z obiektowej metody programowania elementów skończonych stosowanych do obliczania lokalnych macierzy, zaproponowano ogólną funkcję obliczającą wartość energii odkształcenia elementu. W związku z tym podjęto próbę uogólnienia funkcji obliczającej w kroku iteracyjnym nową pozycję węzła, w taki sposób, aby działała ona niezależnie od liczby i rodzaju elementów, do których węzeł przynależy, materiałów, które przyjęto w celu określenia mechanicznych właściwości elementów oraz stopni swobody, które węzeł posiada. Po wykazaniu łatwości i wygody stosowania zaproponowanego rozwiązania, zaprezentowano przykład numeryczny prostego modelu hiperelastycznego ciała poddanego odkształceniom.

## 1. WPROWADZENIE

W początkowym okresie implementacji systemów metod elementów skończonych wykorzystywano języki programowania proceduralno-strukturalnego. Wraz z rozwojem tych systemów wzrastał stopień skomplikowania kodu. Bardzo trudne stało się wyrażanie wzajemnych zależności pomiędzy funkcjami i danymi. Rozwój, modyfikacja i weryfikacja kodów były czasochłonne i kosztowne, ponieważ rozszerzanie systemu o nowe możliwości wymagało reorganizacji sporej ilości kodu. Słabością stał się brak efektywności i elastyczności w operowaniu danymi struktur. Zaczęto poszukiwać alternatywnych rozwiązań i sposobów programowania.

Programowanie obiektowe zaczęło stosować w metodzie elementów skończonych w latach 1985–1990. Różne hierarchie klas podstawowych modułów systemów MES proponowano w wielu pracach (Archer G. C. i inni, 1999; Besson J., Foerch R., 1997; Devloo P. R. B., 1997; Dolenc M., 2004; Kong. X. A. Chen D. P., 1995; Lichao Yo, Kumar A. V., 2001; Mackie R. I., 1990, 1997, 2001, 2004; Patzák B., Bittnar Z., 2001; Phongthanapanich S., Dechaumphai P., 2006; Rucki M. D., Miller G. R., 1998; Zimmerman Th. i inni, 1998).

Rozszerzenie systemu MES o nowe możliwości stało się łatwiejsze, bo opiera się na rozszerzeniu funkcjonalności klas już istniejących, a operowanie danymi tych klas dokonuje się za pomocą metod nowych lub starych.

Początkowo systemy MES w środowisku obiektowym implementowano w sposób bezpośredni. Później

wyróżniono abstrakcyjne pojęcia takie jak stopień swobody, węzeł, element, materiał. Klasę stopnia swobody opisano w publikacjach (Balopoulos V., Abel J. F., 2002; Dubois-Pèlerin Y., Pegon P. 1998a; Mackie R. I., 2001). W klasie tej wyróżniono wartość stopnia swobody oraz przyjęte obciążenie. Węzeł przedstawiono w artykułach (Mackie R. I., 2001, 2004; Patzák B., Bittnar Z., 2001). Opis bazowej klasy elementu można znaleźć w pracach tych samych autorów (Mackie R. I., 1990, 1997, 2001, 2004; Patzák B., Bittnar Z., 2001).

Wraz z postępem czasu liczni autorzy coraz częściej stosowali techniki programowania obiektowego także do projektowania innych składowych elementów systemu MES. Chociaż większość autorów prac była najbardziej zainteresowana podstawami teorii MES, to jednak równoległe były prowadzone badania w zakresie generatorów siatek np. (Athanasiadis A. N., Deconinck H., 2003; Bastian M., Li B.Q., 2003; Ju J., Hosain M.U., 1996; Karamete B.K., 1997), interfejsów graficznych (Mackie R. I., 1990, 1997, 2001; Phongthanapanich S., Dechaumphai P., 2006; Zimmerman Th. i inni, 1998) czy też kontroli obliczeń (Mackie R. I. 1998, 2000, 2001, 2002). Okazało się, że programowanie systemu MES to nie tylko kilkadziesiąt procedur obliczeniowych wykorzystujących arytmetykę macierzową i że wymaga ono lepszego wykorzystania struktur danych oraz zarządzania nimi w prosty sposób. W każdej z tych dziedzin udowodniono, że programowanie obiektowe jest narzędziem bardzo ułatwiającym pracę.

W standardowej metodzie MES dla każdego elementu buduje się lokalną macierz sztywności. Standardowa klasa

elementu wymaga odpowiednich funkcji i zmiennych, dzięki którym możliwe jest zbudowanie jego macierzy sztywności. Po przetransformowaniu macierzy sztywności każdego z elementów do globalnego układu współrzędnych buduje się globalną macierz sztywności, która wyraża związek pomiędzy siłami i przemieszczeniami. W celu znalezienia przemieszczeń węzłów trzeba rozwiązać układ równań liniowych. Wystarczy zatem tylko raz odwrócić globalną macierz sztywności, aby znaleźć potrzebne rozwiązanie. Rozwiązanie układu równań w programowaniu obiektowym dokonuje się za pomocą klas z odpowiednimi funkcjami realizującymi rozwiązanie określonego układu równań.

Obliczenia w nieliniowej mechanice ciał stałych wykonuje się poprzez wielokrotne odwracanie globalnej macierzy sztywności. Zadanie to przeprowadza się metodami iteracyjnymi, w których znajduje się kolejne przybliżenie położenia węzłów. W celu rozwiązania zagadnień nieliniowych, niektórzy autorzy zaproponowali rozszerzenie klas odpowiedzialnych za rozwiązywanie układów równań liniowych, o nowe metody i zmienne, wykorzystując mechanizmy dziedziczenia i polimorfizmu (Commend S., Zimmerman T., 2001; Dubois-Pélerin Y., Pegon P., 1998b; Lages E. N. i inni, 1999; Menétrey Ph., Zimmermann Th., 1993).

W pracy tej zaproponowano rozszerzenie istniejących systemów MES, bazujących na metodzie programowania obiektowego, o elementy skończone modelowane energetycznie za pomocą funkcji gęstości energii odkształcenia, wyrażającej energię odkształcenia materiału odniesioną do jednostki objętości ciała w stanie nieodkształconym, nazywaną energią właściwą odkształcenia. Oparto się na znanych wcześniej rozwiązaniach takich jak klasy stopnia swobody, węzła, elementu oraz materiału. Zaproponowano klasę elementu, która nie posiada danych ani funkcji reprezentujących macierz sztywności. W zamian zamieszczono procedury zwracające wartości energii odkształcenia elementu. Dodano również przykładowe metody operujące na węzłach elementu oraz zmienne umożliwiające dostęp do stałych materiałowych. W klasie węzła zaproponowano uniwersalną funkcję obliczającą jego nowe położenie.

## 2. FUNKCJA ENERGII ODKSZTAŁCENIA

Zachowanie nieliniowego elastycznego materiału opisuje się za pomocą funkcji energii odkształcenia. Funkcja energii odkształcenia materiału izotropowego zależy jedynie od stanu odkształcenia materiału. Ponieważ funkcja ta nie może zależeć od przyjętego układu współrzędnych, więc powinna być funkcją niezmienników stanu odkształcenia materiału, stąd

$$U = U(I_1, I_2, I_3). \quad (1)$$

Niezmienniki najczęściej cytowane w literaturze są powiązane z tensorem deformacji  $D$  za pomocą związków

$$I_1 = \text{tr}(D) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, \quad (2)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}[\text{tr}(D)^2 - \text{tr}(D^2)] = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2, \quad (3)$$

$$I_3 = \det(D) = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2. \quad (4)$$

Można je interpretować (Wegner T. 1997) następująco: dla nieodkształconego sześcianu o ścianach prostopadłych do głównych kierunków odkształcenia i jednostkowej długości krawędzi, składowe odkształcenia  $\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2$  oznaczają kwadraty długości boków prostopadłościanu powstałego w wyniku odkształcenia tego sześcianu. Niezmiennik  $I_1$  jest kwadratem długości przekątnej prostopadłościanu,  $I_2$  jest sumą kwadratów powierzchni jego trzech ścian o wspólnym wierzchołku, a  $I_3$  jest kwadratem jego objętości.

Zakładając liniową zależność pomiędzy naprężeniami i odkształceniami przy ścinaniu, Mooney (1940) w 1940 roku przyjął funkcję energii odkształcenia, opisującą zachowanie nieściśliwego materiału izotropowego, w postaci

$$U = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3). \quad (5)$$

W 1956 roku Rivlin (1956) zaproponował uogólnione sformułowanie wzoru (5) w postaci nieskończonej sumy składników zależnych od niezmienników tensora deformacji

$$U = \sum_{i+j+k=1}^{\infty} C_{ijk}(I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j (I_3 - 1)^k. \quad (6)$$

Jeżeli przyjmie się, że materiał jest nieściśliwy, to wzór opisujący tę cechę jest następujący

$$J = \sqrt{I_3} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1. \quad (7)$$

Niezmienniki  $I_1$  i  $I_2$  nie zawierają informacji odnoszącej się wyłącznie do stanu odkształcenia czysto postaciowego, ponieważ dla deformacji czysto objętościowej, np. w stanie równomiernego trójosiowego rozciągania lub ściskania  $\lambda_i = \lambda$  niezmienniki te są różne od zera i przyjmują wartości.

$$I_1^V = 3\lambda^2, \quad I_2^V = 3\lambda^4, \quad I_3^V = \lambda^6. \quad (8)$$

Taka niedogodność powodowała trudności w rozdzieleniu energii odkształcenia czysto postaciowego i czysto objętościowego na dwa odrębne składniki.

W swojej pracy Wegner (1997) zaproponował zmodyfikowane wielkości niezmienników z wyodrębnioną składową deformacji czysto objętościowej

$$I_i^S = I_i - I_i^V, \quad i \in \{1, 2\}, \quad (9)$$

gdzie wykorzystując zależności (8) przyjął  $I_3 = \lambda^6$ , co pozwoliło zapisać energię odkształcenia w postaci sumy energii odkształcenia czysto postaciowego  $U^S(I_1^S, I_2^S)$  oraz energii odkształcenia czysto objętościowego  $U^V(I_3)$

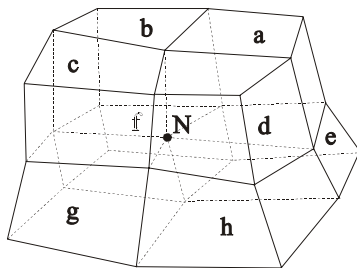
$$U(I_1^S, I_2^S, I_3) = U^S(I_1^S, I_2^S) + U^V(I_3). \quad (10)$$

## 3. ENERGETYCZNA METODA RELAKSACJI LOKALNEJ

Nieliniowe zagadnienia w metodzie elementów skończonych zazwyczaj rozwiązuje się iteracyjną metodą

Newtona–Raphsona. W arytmetyce macierzowej, na której opiera się klasyczna metoda elementów skończonych, po złożeniu lokalnych sztywności w globalną macierz i uwzględnieniu warunków brzegowych, w celu znalezienia przemieszczeń węzłów pod wpływem narastającej siły, należy wielokrotnie odwracać globalną macierz sztywności, ponieważ wraz z narastaniem obciążenia elementy macierzy sztywności ulegają zmianie.

Jedną z modyfikacji MES, wykorzystującą metodę stycznych Newtona–Raphsona, jest metoda relaksacji lokalnej przedstawiona w pracy Wegnera (1997). W zaproponowanej metodzie obliczeniowej zrezygnowano z określania globalnej macierzy sztywności na rzecz sztywności lokalnej. Właściwości fizyczne materiału określone są za pomocą funkcji energii właściwej odkształcenia opisującej energetyczny stan otoczenia w danym wybranym punkcie materiału. Oddziaływanie lokalne otoczenia na punkt należący do tego otoczenia – węzeł, opisuje przyjęty model materiału. Otoczenie lokalne węzła reprezentowane jest przez elementy skończone, które w odróżnieniu od elementów określonych w klasycznej metodzie elementów skończonych są modelowane energetycznie za pomocą wspomnianej wcześniej funkcji energii właściwej odkształcenia. Wykorzystując iteracyjną metodą Newtona–Raphsona poszukuje się takiej konfiguracji położenia węzłów, dla której znajdują się one w stanie równowagi. Położenie każdego węzła jest poprawiane jednorazowo w każdym kroku iteracji i ograniczone jest do obszaru elementów połączonych bezpośrednio z aktualnie obliczanym węzłem. Węzeł  $N$  jest wspólnym węzłem otaczających go elementów  $a, b, c, d, e, f, g, h$ , które tworzą fragment trójwymiarowej siatki. Fragment tej siatki pokazano na rysunku (rys. 1).



Rys. 1. Fragment siatki złożonej z 8 elementów

Energię odkształcenia takiego układu można zapisać jako sumę energii odkształcenia poszczególnych elementów

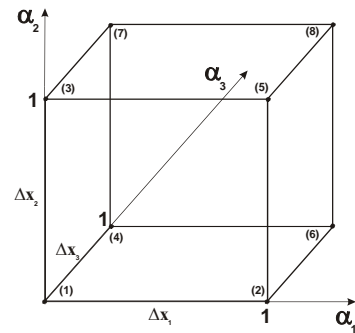
$$E = \sum_{k=1}^8 E^{(k)}. \quad (11)$$

Przemieszczenia punktów zaproponowanego ośmiowęzłowego elementu (rys. 2) opisano przez trzy trójliniowe funkcje lokalnych współrzędnych  $\alpha_i$  w postaci wzorów

$$u_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = a_0^i + a_1^i \alpha_1 + a_2^i \alpha_2 + a_3^i \alpha_3 + a_{12}^i \alpha_1 \alpha_2 + a_{13}^i \alpha_1 \alpha_3 + a_{23}^i \alpha_2 \alpha_3 + a_{123}^i \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3, \quad (12)$$

a pochodne cząstkowe określono jako

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial u_i}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i}. \quad (13)$$



Rys. 2. 8 węzłowy element skończony w układzie lokalnych współrzędnych  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

Współczynniki przyjmują następującą postać

$$a_0^i = u_i^{(1)}, \quad (14)$$

$$a_1^i = u_i^{(2)} - u_i^{(1)}, \quad (15)$$

$$a_2^i = u_i^{(3)} - u_i^{(1)}, \quad (16)$$

$$a_3^i = u_i^{(4)} - u_i^{(1)}, \quad (17)$$

$$a_{12}^i = u_i^{(1)} - u_i^{(2)} + u_i^{(5)} - u_i^{(3)}, \quad (18)$$

$$a_{13}^i = u_i^{(1)} - u_i^{(2)} + u_i^{(6)} - u_i^{(4)}, \quad (19)$$

$$a_{23}^i = u_i^{(1)} - u_i^{(3)} + u_i^{(7)} - u_i^{(4)}, \quad (20)$$

$$a_{123}^i = u_i^{(2)} - u_i^{(1)} + u_i^{(3)} - u_i^{(5)} + u_i^{(4)} - u_i^{(6)} + u_i^{(8)} - u_i^{(7)}. \quad (21)$$

W ten sposób składowe przemieszczenia wyrażono w sposób przybliżony, w zależności od przemieszczenia węzłów elementu. Współrzędne punktów elementu w globalnym układzie opisane są następująco

$$x_i = x_i^{(1)} + \alpha_i \Delta x_i. \quad (22)$$

Tensor odkształceń wyraża się za pomocą

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zy} & \lambda_{zz} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

gdzie

$$\lambda_{xx} = 1 + \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \lambda_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \lambda_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (24)$$

$$\lambda_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \lambda_{yy} = 1 + \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \lambda_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (25)$$

$$\lambda_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \lambda_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \lambda_{zz} = 1 + \frac{\partial w}{\partial z}. \quad (26)$$

Tensor deformacji  $D$  ma zatem postać

$$D = A^T A. \quad (27)$$

Podstawiając zależności (2–4) do wzoru opisującego funkcję energii właściwej zależną od niezmienników, otrzymuje się wyrażenie na energię odkształcenia  $U$  zależną od składowych przemieszczenia  $u_i$  węzłów oraz lokalnych współrzędnych  $\alpha_i$ .

$$U(u_i^{(1)}, u_i^{(2)}, u_i^{(3)}, u_i^{(4)}, u_i^{(5)}, u_i^{(6)}, u_i^{(7)}, u_i^{(8)}; \alpha_i). \quad (28)$$

Całkując energię właściwą względem objętości otrzymuje się energię odkształcenia, którą opisuje wzór

$$E = \int_V U dV, \quad (29)$$

gdzie  $V$  oznacza objętość elementu w stanie nieodkształconym.

Po podzieleniu elementu na podelementy i zastąpieniu całki przez sumę energii odkształcenia tych podelementów, otrzymuje się wyrażenie na energię odkształcenia elementu

$$E = \prod_{i=1}^3 \frac{\Delta x_i}{l_e^{(i)}} \sum_{l^{(1)}=1}^{l_e^{(1)}} \sum_{l^{(2)}=1}^{l_e^{(2)}} \sum_{l^{(3)}=1}^{l_e^{(3)}} U(l^{(1)}, l^{(2)}, l^{(3)}), \quad (30)$$

gdzie

$$U(l^{(1)}, l^{(2)}, l^{(3)}) = U(\alpha_1(l^{(1)}), \alpha_2(l^{(2)}), \alpha_3(l^{(3)})), \quad (31)$$

oznacza energię właściwą odkształcenia zależną od lokalnych współrzędnych  $\alpha_i(l^{(i)})$  które oznaczają punkty elementu, w których oblicza się wartości energii właściwej. Wyrażone są one za pomocą

$$\alpha_i(l^{(i)}) = \frac{l^{(i)} - 1}{l_e^{(i)}}, \quad l^{(i)} \in \{1, 2, \dots, l_e^{(i)}\}, \quad (32)$$

gdzie  $l_e^{(i)}$  oznaczają liczby podziału elementu na podelementy odpowiednio w kierunkach współrzędnych  $\alpha_i$ , przy założeniu, że energia właściwa każdego punktu podelementu jest w przybliżeniu równa energii właściwej punktu leżącego w jego środku.

Położenia węzłów odpowiadające stanowi równowagi określa się w kolejnych krokach iteracyjnych odpowiedniej procedury. Wyznaczanie położenia węzła w jednym kroku iteracyjnym jest ograniczone do obszaru ośmiu elementów, dla których węzeł ten jest wspólny. W każdym kroku iteracji poprawia się położenie tylko jednego węzła względem pozostałych. Każdy węzeł ma trzy stopnie swobody. Położenie węzła jest poprawiane w taki sposób, aby energia układu elementów była jak najmniejsza. Jego nowe położenie jest określane przy pomocy lokalnej sztywności obliczonej oddzielnie dla każdego stopnia swobody węzła. Takie postępowanie wykonuje się wielokrotnie dla wszystkich węzłów, czego wynikiem jest minimalizacja energii odkształcenia układu. Obliczenia są wykonywane aż do uzyskania stanu odkształcenia, dla którego dokładność aproksymacji można uznać za wystarczającą.

Rozpoczynając obliczenia należy najpierw przesunąć wspólny węzeł  $N$  (rys. 1) o dowolną, małą wartość  $\Delta u_i$ ,

w dodatnim oraz ujemnym kierunku zgodnym ze stopniem swobody

$$E_0(u_i + \Delta u_i) = \sum_{j=1}^8 E^{(j)}(u_i^j + \Delta u_i), \quad (33)$$

$$E_0(u_i - \Delta u_i) = \sum_{j=1}^8 E^{(j)}(u_i^j - \Delta u_i). \quad (34)$$

Znając wartość przemieszczenia węzła oraz wartość przyrostu energii elementów otaczających węzeł, można obliczyć prawo- i lewostronne wartości oddziaływania sił składowych węzła na lokalne otoczenie

$$F_P(u_i) = \frac{E_0(u_i + \Delta u_i) - E_0}{\Delta u_i}, \quad (35)$$

$$F_L(u_i) = \frac{E_0 - E_0(u_i - \Delta u_i)}{\Delta u_i}. \quad (36)$$

Następnie należy wyznaczyć średnią arytmetyczną wartości sił składowych oddziaływania węzła

$$F(u_i) = \frac{F_P(u_i) + F_L(u_i)}{2} \quad (37)$$

oraz dodatkowo wartości lokalnych sztywności odpowiadających danemu stopniowi swobody. Lokalną sztywność określa się poprzez różnicę siły prawo oraz lewostronnej podzieloną przez wartość przemieszczenia węzła

$$k(u_i) = \frac{F_P(u_i) - F_L(u_i)}{\Delta u_i}. \quad (38)$$

Uwzględniając działającą na węzeł zewnętrzną siłę  $S$ , składowe wypadkowej siły  $R$  działającej na węzeł opisane są wzorami

$$R(u_i) = S(u_i) - F(u_i). \quad (39)$$

Dla węzła w położeniu równowagi siła wypadkowa powinna być równa zero. Położenie równowagi węzła w kroku iteracyjnym wyznaczamy z zależności

$$u_i^w = u_i^{w-1} + \frac{R(u_i)}{k(u_i)}. \quad (40)$$

We wzorach tych indeks  $w$  oznacza numer kolejnej iteracji, natomiast indeks  $i$  oznacza kierunek zgodny ze stopniami swobody.

## 4. PROGRAMOWANIE OBIEKTOWE – HIERARCHIA KLAS

### 4.1 Materiał i energia właściwa odkształcenia

Mechaniczne właściwości materiału opisuje klasa *TMaterial*.

```
class TMaterial
{
    TStrainEnergy *f_strain_energy;
public:
```

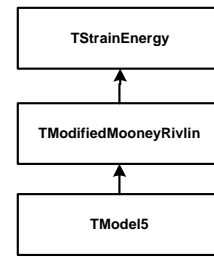
```
double Kirchoff;
double Poison;
double Young;
double *C;
int C_size;

TMaterial();
TMaterial(TStrainEnergy *);
virtual ~TMaterial();
TStrainEnergy *get_strain_energy() const;
void set_strain_energy(TStrainEnergy *);
};
```

Zawiera ona podstawowe składowe – parametry i funkcje – opisujące mechaniczne właściwości materiału. Ponieważ materiał, który będziemy używali jest materiałem o charakterystyce nieliniowej, opisywanym przez funkcję energii odkształcenia, to w klasie *TMaterial* zamieściliśmy składową o nazwie *f\_strain\_energy*, która jest typu *TStrainEnergy\**. Jest ona klasą abstrakcyjną zdefiniowaną jako kontener funkcji, które reprezentują ogólny zbiór modeli funkcji energii właściwych odkształcenia. Rozważania na temat tej klasy opisali Jeremić B. i inni (1999).

```
class TStrainEnergy
{
protected:
    TMaterial *f_parent_material;
public:
    TStrainEnergy();
    TStrainEnergy(TMaterial *);
    virtual ~TStrainEnergy();
    TMaterial *get_parent_material() const;
    void set_parent_material(TMaterial *);
    virtual double W(const TDeformationTensor &) const=NULL;
    virtual double dev_W(const TDeformationTensor &)
    const=NULL;
    virtual double vol_W(const TDeformationTensor &)
    const=NULL;
};
```

Zadeklarowane w tej klasie funkcje *W(TDeformationTensor &)*, *dev\_W(TDeformationTensor &)* oraz *vol\_W(TDeformationTensor &)* są wirtualne i przyjmują argument w postaci tensora deformacji, a zwracają w odpowiedniej kolejności wartości energii właściwej całkowitej, odkształcenia postaciowego i odkształcenia objętościowego, które zależą od wartości elementów tensora odkształcenia. Z klasy *TStrainEnergy* należy wydziedziczać klasy, które będą w bezpośredni lub pośredni sposób definiowały modele energii właściwych odkształcenia dla interesujących nas materiałów. Klasa *TModifiedMooneyRivlin* jest klasą abstrakcyjną i została wprowadzona wyłącznie z powodów formalnych. Reprezentuje ona zbiór zmodyfikowanych energii odkształcenia Mooneya–Rivlina opisanych w pracy Wegnera (1997). Z klasy tej wydziedziczono klasę pochodną, która reprezentuje użyty w obliczeniach model funkcji energii właściwej i jest reprezentowany przez klasę *TModel5*.



Rys. 3. Hierarchia klas reprezentujących model energii odkształcenia

Pole *parent\_material* zawarte w klasie *TStrainEnergy* jest wypełniane w jej konstruktorze lub poprzez metodę *set\_parent\_material(TMaterial\*)*. Zapewnia ono dostęp obiektom typu *TStrainEnergy* do stałych materiałowych.

## 4.2 Element

Klasy stopnia swobody, węzła oraz elementu pierwszy wprowadził w swoich pracach Zimmerman i inni (1991, 1992a, 1992b, 1993).

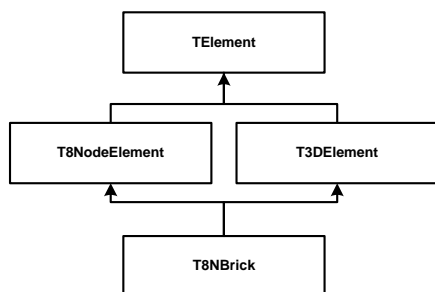
Element reprezentuje mechaniczne właściwości materiału, który opisuje funkcja energii właściwej odkształcenia oraz jest odpowiedzialny za relacje pomiędzy węzłami (i ich stopniami swobody), które z nim stowarzyszono. Klasa *TEnergElement* jest klasą bazową wszelkich klas reprezentujących dowolnego rodzaju energetyczne elementy skończone. W klasie tej zrezygnowano z metod służących do budowania macierzy sztywności pojedynczego elementu, natomiast wprowadzono metodę obliczającą jego energię właściwą oraz energię odkształcenia. Definicja tej klasy jest następująca

```
class TEnergElement
{
protected:
    unsigned int f_dimension;
    unsigned int f_subelements;
    TMaterial *f_material;
    TExtNodes *f_nodes;
    vector<TIntegrationPoint> *f_integration_points;
    TDeformationTensor f_deformation_tensor;
    virtual void precalculate_integration_points();
public:
    TEnergElement ();
    TEnergElement (TMaterial *);
    virtual ~TEnergElement ();
    TMaterial *get_material() const;
    void set_material(TMaterial *);
    virtual void set_subelements(unsigned int);
    int add_node(TNode *);
    void delete_node(int);
    void remove_node(TNode *);
    int node_index();
    TExtNode *get_node(unsigned int) const;
    bool set_node(TNode *, unsigned int);
    TExtNodes *get_nodes();
    virtual double energy() = NULL;
    double strain_energy();
    virtual void calculate_shape_funct_coeff();
    virtual TDeformationTensor &calculate_deformation_tensor_at(TIntegrationPoint &);
};
```

Ponieważ każdy z elementów reprezentuje fragment materiału, z którego jest wykonany, to nieodłączną składową klasy elementu jest zmienna  $f\_material$ , która jest wskaźnikiem na typ opisujący materiał. Dostęp do tego pola zapewniają funkcje  $get\_material()$  oraz  $set\_material(TMaterial*)$ , które w odpowiedniej kolejności zwracają oraz ustawiają materiał elementu. Wymiar elementu określa  $f\_dimension$ , a liczbę jego podelementów zmienna  $f\_subelements$ . Liczbę podelementów ustala się za pomocą funkcji  $set\_subelements(unsigned int)$ .

Każdy element posiada węzły. Składowa  $f\_nodes$  jest listą węzłów, do których dostęp uzyskuje się za pomocą procedury  $get\_nodes(void)$ . Aby stowarzyszyć węzeł z elementem wykorzystuje się procedurę  $add\_node(TNode*)$ , przyjmującą jako argument węzeł, który ma być z elementem stowarzyszony. Do usunięcia węzła z elementu używa się procedur  $delete\_node(int)$  lub  $remove\_node(TNode*)$ . Argumentem funkcji  $delete\_node(int)$  jest numer węzła, natomiast argumentem funkcji  $remove\_node(TNode*)$  jest instancja węzła, który chcemy z elementu usunąć. Metodą  $node\_index(TNode*)$  zwraca się indeks wybranego węzła stowarzyszonego z elementem. Funkcja  $set\_node(TNode*, unsigned int)$  wstawia węzeł na określoną pozycję w liście węzłów elementu,  $get\_node(unsigned int)$  zwraca węzeł z określonej pozycji w liście.

Całkowitą energię właściwą odkształcenia elementu określa się za pomocą deklaracji  $strain\_energy()$ . Ponieważ w tej klasie nie określa się jakiego rodzaju element będzie wykorzystany, ile będzie posiadał węzłów oraz ile stopni swobody będą posiadały węzły, to nie można określić jakiego rodzaju funkcje kształtu zostaną użyte do opisanie przemieszczeń węzłów elementu. Powoduje to niemożliwość określenia funkcji energii właściwej, która zależy bezpośrednio od przemieszczeń węzłów, a następnie energii odkształcenia, którą będziemy obliczać za pomocą funkcji  $energy()$ . Deklaracja funkcji  $energy()$  jako czystej metody wirtualnej zabezpiecza przed nieumyślnym utworzeniem instancji klasy  $TEnergElement$ , ponieważ byłaby ona bezużyteczna ze względu na brak definicji funkcji energii odkształcenia. Zadanie dostarczenia definicji tej funkcji należy do projektanta, który musi zaimplementować ją w klasie potomnej projektując potrzebny element.



Rys. 4. Hierarchia klas reprezentujących modele elementów skończonych

Z klasy  $TEnergElement$  wyprowadzono dwie klasy potomne:  $T3DElement$ ,  $T8NodeElement$  (rys. 4). Pierwsza z nich reprezentuje elementy przestrzenne, a druga

elementy z ośmioma węzłami. Klasy te są klasami abstrakcyjnymi i nie można tworzyć ich instancji. Następnie korzystając z dziedziczenia wielokrotnego utworzono klasę  $T8NBrick$  reprezentującą ośmiowęzłowe elementy przestrzenne typu „brick” (równoległoboki).

Klasa ta jest reprezentacją trójwymiarowego elementu przedstawionego na rysunku (rys. 2). Zazwyczaj w literaturze opisane są hierarchie klas elementów z wykorzystaniem dziedziczenia pojedynczego. Zapewne jednym z powodów takiego przybliżenia jest niedostępność mechanizmu wielokrotnego dziedziczenia w innych językach. Dzięki mechanizmowi wielokrotnego dziedziczenia łatwiejsze jest unikanie powielania kodu, jednak należy się nim posługiwać z należytą uwagą i ostrożnością.

Definicja klasy  $T8NBrick$  jest następująca:

```

class T8NBrick : public T3DElement, T8NodeElement
{
    double *f_delta_x;
public:
    T8NBrick ();
    T8NBrick (TNodes *);
    ~T8NBrick ();
    double energy(void);
};
  
```

Funkcja obliczająca energię właściwą elementu została zadeklarowana w klasie  $TEnergElement$  w następujący sposób

```

double TEnergElement::strain_energy()
{
    double EnergyValue=0.0;
    calculate_shape_funct_coeff();
    for(unsigned int i=0; i<f_integration_points->size(); i++){
        TIntegrationPoint &ip=(*f_integration_points)[i];
        TDeformationTensor &D=calculate_deformation_tensor_at(ip);
        EnergyValue+=(f_material->get_strain_energy()->W(D);
    }
    return EnergyValue;
}
  
```

Najpierw procedura  $strain\_energy()$  oblicza wartości współczynników funkcji kształtu za pomocą funkcji  $calculate\_shape\_funct\_coeff()$ . Następnie, z wykorzystaniem tensora deformacji obliczanego w każdym wybranym punkcie elementu, sumuje wartości energii właściwej i na końcu wartość ta jest zwracana. Oczywiście punkty, w których funkcja oblicza wartości energii właściwej trzeba uprzednio wyliczyć, np. w konstruktorze klasy elementu. Jedyną czynnością jaką należy wykonać, aby w prawidłowy sposób funkcję tę wykorzystać w klasach elementów innego typu, jest przeddefiniowanie procedur obliczających współczynniki funkcji kształtów oraz tensora deformacji, w taki sposób, aby były one zgodne z rodzajem stosowanego elementu skończonego. Zaletami tej funkcji są szybkość działania, zwiezłość, czytelność i uniwersalność, bo funkcja jest wspólna dla innych klas elementów energetycznych i można dzięki niej obliczać energię właściwą dowolnego elementu.

W klasie  $T8NBrick$  przeddefiniowano funkcję  $energy()$  odpowiedzialną za obliczanie energii odkształcenia elementu. Jak widać obliczenie energii odkształcenia elementu jest niezwykle proste i sprowadza się wprawdzie



obliczenia energii właściwej elementu dzięki wywołaniu metody *strain\_energy()* z bazowej klasy *TEnergElement*, a następnie do pomnożenia przez odpowiednią wartość członu wyrażenia (30).

```
double T8NBrick::energy()
{
    double EnergyValue = TEnergElement::strain_energy();
    for(unsigned int i=0; i<f_dimension; i++)
        EnergyValue *=(f_delta_x[i]/f_subelements);
    return EnergyValue;
}
```

### 4.3 Stopień swobody

Standardowa klasa *TDOF* reprezentuje stopnie swobody i zamyka w obrębie klasy powiązane z nimi dane takie jak przemieszczenia i siły zewnętrzne, w postaci danych nie powiązanych ze współrzędnymi geometrycznymi. Zmienna *f\_value* zawiera wartość stopnia swobody, czyli w naszym przybliżeniu jest to wartość przemieszczenia, a zmienna *f\_saved\_value* przechowuje wartość przemieszczenia obliczonego w poprzednim kroku iteracyjnym. Składowa *f\_load* jest składową obciążenia czyli siłą zewnętrzną przyłożoną do węzła. Zapis wartości do tych zmiennych realizuje się odpowiednio przez funkcje *set\_value(double)*, *save\_value()* oraz *set\_load(double)*, natomiast zmienne te można odczytać za pomocą funkcji *get\_value()*, *get\_saved\_value()* i *get\_load()*. Procedura *add\_load(double)* dodaje wartość obciążenia do składowej siły zewnętrznej.

```
class TDOF
{
    double f_value;
    double f_saved_value;
    double f_load;
public:
    TDOF();
    virtual ~TDOF();
    void add_load(double);
    double get_load() const;
    void set_load(double);
    double get_value() const;
    void set_value(double);
    void save_value();
    double get_saved_value() const;
};
```

Z wykorzystaniem klasy *TDOF* utworzono klasę *TExtDOF*. Klasa ta jest rozszerzona o nowe funkcje i zmienne wykorzystywane w rozpatrywanym przez nas zagadnieniu. Procedura *void apply\_constrain(bool)* utwierdza lub uwalnia z więzów wybrany stopień swobody, a funkcja *is\_constrained()* zwraca wartość informującą, czy wybrany stopień swobody jest utwierdzony, czy też nie. W naszym przybliżeniu te dwie procedury wykorzystano wykonując obliczenia nowych pozycji wybranych stopni swobody węzła.

```
class TExtDOF : public TDOF
{
    double f_delta;
    bool f_constrained;
public:
    TExtDOF();
    virtual ~TExtDOF();
```

```
void apply_constrain(bool);
bool is_constrained() const;
double get_delta() const;
void set_delta(double);
};
```

### 4.4 Węzeł

Klasa *TNode* reprezentuje węzeł, który posiada pewne współrzędne geometryczne oraz stopnie swobody. Z wykorzystaniem dziedziczenia klasę tą utworzono z klasy *TPoint*. Standardowo w klasie węzła zawarty jest zbiór stopni swobody. Stopnie swobody węzła przechowywane są w liście *f\_dofs*, a dostęp do węzłów uzyskuje się za pomocą funkcji *get\_dof\_list()*. Liczbę stopni swobody można ustawić wywołując funkcję *set\_dof\_number(int)*, a uzyskać za pomocą funkcji *get\_dof\_number()*. Instancję klasy węzła zazwyczaj tworzy się podając współrzędne węzła w konstruktorze klasy. Każdy węzeł należy do jednego lub kilku elementów skończonych. Obiekty je reprezentujące umieszcza się w indeksowanej liście o nazwie *f\_elements*, która jest składową klasy *TNode*. Dostęp do listy elementów węzła zapewnia procedura *get\_elements(void)*. Aby dodać element do listy elementów węzła należy wywołać procedurę *add\_element(TEnergElement\*)*, która zwraca numer węzła po dodaniu do elementu. Do usunięcia elementu z listy elementów służą procedury *delete\_element(int)* oraz *remove\_element(TEnergElement \*)*. Nie ma powodu, dla którego procedury te powinny znajdować się w sekcji publicznej, gdyż elementy tworzy się wykorzystując już istniejące węzły, ponieważ to one opisują jego geometryczny kształt i położenie. Zadaniem elementu jest przekazanie informacji węzłowi, że będzie z nim stowarzyszony. W podobny sposób element musi poinformować węzeł, że nie będzie on już dłużej z nim stowarzyszony. Osiąga się to wywołując procedury do dodawania i usuwania węzła. Procedura *get\_element(int)* udostępnia wybrany element węzła, a procedura *element\_index(TEnergElement\*)* zwraca jego numer. Inne informacje na temat klasy węzła można znaleźć w literaturze (Mackie R. I., 2001).

```
class TNode : public TPoint
{
    TEnergElements *f_elements;
    vector<TDOF *> *f_dofs;
protected:
    void delete_dofs();
public:
    TNode();
    TNode(double x, double y, double z);
    TNode(TPoint *Point);
    virtual ~TNode();
    void add_element(TEnergElement *);
    void delete_element(int);
    void remove_element(TEnergElement *);
    vector<TDOF *> *get_dof_list() const;
    virtual int get_dof_number() const;
    virtual void set_dof_number(int);
    TEnergElements *get_elements() const;
    TEnergElement *get_element(int) const;
};
```

Z klasy *TNode* wydziedziczono rozszerzoną klasę węzła *TExtNode*, w której zdefiniowano zmienną *f\_dofs*

w taki sposób, aby możliwy był dostęp do rozszerzonych węzłów, którymi będziemy się posługiwali. Cel ten osiągnięto przeciążając operator indeksowania w klasie typu `list_of_extended_nodes<TDOF *>`. Rozwiązanie to zwalnia programistę z każdorazowego rzutowania typu `TDOF *` na typ `TExtDOF *`.

```
class TExtNode : public TNode
{
double *f_right_side_force;
double *f_left_side_force;
list_of_extended_dofs<TDOF *> *f_dofs;
public:
TExtNode();
TExtNode(double x, double y, double z);
TExtNode(TPoint *);
virtual ~TExtNode();
list_of_extended_dofs<TDOF *> *get_dof_list() const;
double calculate();
virtual int get_dof_number();
virtual void set_dof_number(int);
};
```

W klasie `TExtNode` zadeklarowano funkcję `calculate(void)`. Jest to procedura, dzięki której węzeł samodzielnie koryguje swoją pozycję wykorzystując uprzednio opisany algorytm. Funkcja ta oblicza nowe wartości przemieszczenia węzła. Przykładowa definicja procedury obliczającej nowe położenie węzła może wyglądać tak

```
void TExtNode::calculate()
{
unsigned int i,j;
double F,k,ResidualForce,energy, last_energy = 0.0;
TEnergElements *Elements = get_elements();
TEnergElement *pElement;
TExtDOF *dof;
/* 1. */
for (i=0; i<Elements->Count; i++)
last_energy += Elements->Items[i]->energy();
/* 2. */
for(i=0; i<get_dof_number(); i++) {
dof = (*f_dofs)[i];
if(!dof->is_constrained()) {
dof->save_value();
dof->set_value(dof->get_value() + dof->get_delta());
energy = 0.0;
for (j=0; j<Elements->Count; j++)
energy += Elements->Items[j]->energy();
f_right_side_force[i]=(energy-last_energy)/dof->get_delta();
dof->set_value(dof->get_saved_value());
dof->set_value(dof->get_value() - dof->get_delta());
energy = 0.0;
for (j=0; j<Elements->Count; j++)
energy += Elements->Items[j]->energy();
f_left_side_force[i]=(last_energy-energy)/dof->get_delta();
dof->set_value(dof->get_saved_value());
}
}
/* 3. */
for(i=0; i< get_dof_number(); i++){
dof = (*f_dofs)[i];
if(!dof->is_constrained()){
F=(f_right_side_force[i]+f_left_side_force[i])/2.0;
k=(f_right_side_force[i]-f_left_side_force[i])/dof->get_delta();
ResidualForce=dof->get_load()-F;
if (k!=0.0)
```

```
dof->set_value(dof->get_saved_value ()+(ResidualForce/k));
}
}
}
```

W procedurze tej można wyodrębnić trzy główne etapy obliczeń. W pierwszym etapie sumuje się w pętli energie odkształcenia elementów rozpatrywanego węzła. Ponieważ funkcja energii odkształcenia jest wirtualna, więc energia odkształcenia zostanie policzona dla dowolnego rodzaju elementu, który jest powiązany z węzłem.

W drugim etapie, dla każdego dostępnego stopnia swobody węzła, funkcja sprawdza czy stopień swobody został utwierdzony. Jeżeli wybrany stopień swobody nie został utwierdzony, to po przesunięciu węzła wzdłuż dodatniego oraz ujemnego kierunku stopnia swobody, a następnie znalezieniu wartości energii odkształcenia elementów otaczających węzeł, obliczane są prawo i lewo stronne siły w węźle. W przeciwnym wypadku obliczenia są pomijane.

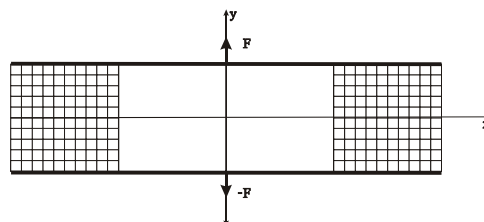
W trzecim i ostatnim etapie funkcja ponownie sprawdza, czy kolejne stopnie swobody zostały utwierdzone, jednak w przypadku gdy stopień swobody nie został utwierdzony, obliczane są siła węzłowa oraz sztywność lokalna, dzięki którym można obliczyć nową pozycję węzła.

Zaletą zastosowanej procedury jest to, że działa ona niezależnie od liczby stopni swobody węzła oraz od rodzaju i liczby elementów go otaczających. Dzięki temu możliwe jest naliczanie energii odkształcenia dla różnych rodzajów elementów stowarzyszonych z węzłem bez zbędnych komplikacji i dodatkowego kodu w programie.

W celu wykonania obliczeń wywołuje się wielokrotnie funkcję `calculate()` dla każdego węzła, którego nową pozycję chcemy obliczyć.

## 5. MODEL OBLICZENIOWY

Jako obliczeniowy model ciała stałego wybrano obiekt o wymiarach 20 x 20 x 8 mm, w którego środku wydrążono otwór o przekroju kwadratowym. Do górnej oraz dolnej powierzchni modelu przymocowano sztywne nieodkształcalne płyty. Następnie model odkształcono poprzez przemieszczenie płyt względem siebie. Przekrój obiektu reprezentowano przez siatkę, której węzły określały punkty przekroju rzeczywistego (rys. 5).



Rys. 5. Przekrój kostki z widocznym podziałem na elementy skończone

Model wykonano z 3200 elementów tzn. podzielono go na 20 elementów w kierunku osi  $x_1$ , 8 w kierunku osi  $x_2$  oraz 20 w kierunku osi  $x_3$ . Materiał, który usunięto, posiadał wymiar 8 elementów w każdym z kierunków osi układu współrzędnych. Wymiary  $\Delta x_1$ ,  $\Delta x_2$  oraz  $\Delta x_3$

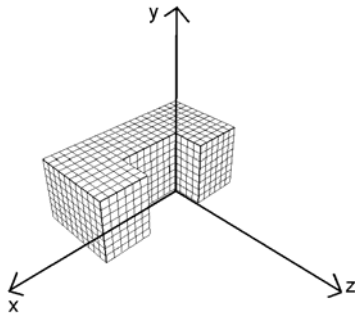
pojedynczego elementu skończonego wynosiły 1,0mm. Każdy węzeł siatki poddano 100 iteracjom.

Jako funkcję energii właściwej odkształcenia przyjęto

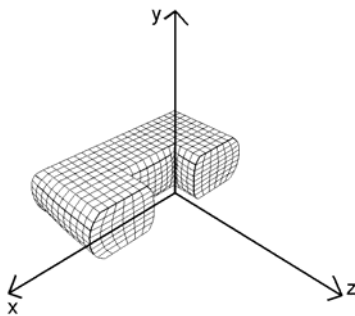
$$U = C_1(I_1 - I_1^V) + C_2(I_2 - I_2^V) + \frac{1}{2}K \frac{(J - 1)^2}{J}. \quad (41)$$

Za stałe  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $K$  przyjęto wartości  $C_1 = 1,92$  MPa,  $C_2 = 0,08$  MPa oraz  $K = 200$  MPa.

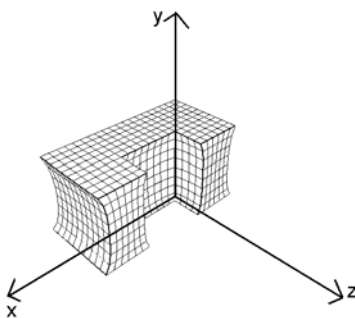
Na rysunkach (rys. 6–8) przedstawiono przekrój modelu obliczeniowego w wybranych fazach odkształcenia. Pokazano deformację obiektu pod wpływem hipotetycznie narastającej siły zewnętrznej  $F$  powodującej równomierne przemieszczenie węzłów górnej i dolnej powierzchni zewnętrznej kostki.



Rys. 6. Przekrój modelu w stanie nieodkształconym



Rys. 7. Przekrój modelu ściśniętego o 2,0 mm



Rys. 8. Przekrój modelu rozciągniętego o 2,0 mm

## 6. PODSUMOWANIE

Z wykorzystaniem uznanych rozwiązań, zaproponowano zastosowanie programowania obiektowego w języku C++ do rozszerzenia systemów MES o elementy skończone modelowane za pomocą funkcji energii właściwej odkształcenia.

Stosując trójliniowe funkcje kształtu oraz funkcję energii właściwej odkształcenia zaprezentowano matematyczny model trójwymiarowego elementu energetycznego typu „brick”. Następnie wykorzystując takie pojęcia jak: stopień swobody, węzeł, element i materiał przedstawiono sposób integracji opisanego modelu z systemem komputerowym. Dokonano tego poprzez rozszerzenie standardowych klas o nowe zmienne i funkcje. Przybliżono klasę reprezentującą materiał hiperelastyczny opisywany za pomocą funkcji energii właściwej odkształcenia.

W klasie elementu energetycznego zamieszczono uniwersalną funkcję obliczającą jego energię właściwą odkształcenia oraz funkcję obliczającą jego energię odkształcenia. Następnie wydziedziczono klasę reprezentującą opisany w pracy element energetyczny, w której zdefiniowano funkcję, dzięki której obliczano energię odkształcenia tego elementu.

Przybliżono rozszerzoną klasę węzła, w której zaproponowano metodę obliczającą jego nową pozycję, niezależnie od ilości i rodzaju elementów otaczających węzeł, oraz liczby jego swobody.

Z wykorzystaniem wybranej funkcji energii właściwej odkształcenia przedstawiono prosty numeryczny model ciała stałego wykonanego z materiału hiperelastycznego poddanego dużym odkształceniom.

Zaletą rozwiązań, które zaproponowano, są: łatwość zastosowania w celu rozszerzenia istniejących systemów MES o elementy skończone modelowane energetycznie, zgodność z uznanymi światowymi rozwiązaniami, a także czytelność, zwiezłość, uniwersalność oraz szybkość wykonywania kodów.

## LITERATURA

1. Archer G. C., Fenves G., Thewalt C. (1999), A new object-oriented finite element analysis program architecture, *Computers and Structures*, Vol. 70, No 1, 63-75.
2. Athanasiadis A. N., Deconinck H. (2003), Object-oriented three-dimensional hybrid grid generation, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 58, No 2, 301-318.
3. Attard M. M., Hunt G. W. (2004), Hyperelastic constitutive modeling under finite strain, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, No 18-19, 5327-5350.
4. Balopoulos V., Abel J. F. (2002), Use of shallow class hierarchies to facilitate object-oriented nonlinear structural simulations. *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 38, No 11, 1047-1074.
5. Bastian M., Li B.Q. (2003), An efficient automatic mesh generator for quadrilateral elements implemented using C++, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 39, No 9, 905-930.
6. Besson J., Foerch R. (1997), Large scale object-oriented finite element code design, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 142, No 1-2, 165-187.

7. **Commend S., Zimmerman T.** (2001), Object-oriented nonlinear finite element programming: a primer, *Advances in Engineering Software*, Vol. 32, No 8, 611-628.
8. **Devloo P. R. B.** (1997), PZ: An object-oriented environment for scientific programming, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 150, No 1-4, 133-153.
9. **Dolenc M.** (2004), Developing extensible component-oriented finite element software, *Advances in Engineering Software*, Vol. 35, No 10-11, 703-714.
10. **Dubois-Pèlerin Y., Pegon P.** (1998), Linear constraints in object-oriented finite element programming, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 154, No 1-2, 31-39.
11. **Dubois-Pèlerin Y., Pegon P.** (1998), Object-oriented programming in nonlinear finite element analysis, *Computers and Structures*, Vol. 67, No 4, 225-241.
12. **Dubois-Pèlerin Y., Bomme P. and Zimmermann Th.** (1991), Object-oriented finite element programming concepts, *Proceedings of European conference on new advances in computational structural mechanics*, ed. P. Ladevèze and O.C. Zienkiewicz, Elsevier Science Publishers, 95-101.
13. **Dubois-Pèlerin Y., Zimmermann Th. and Bomme P.** (1992), Object-oriented finite element programming: II. A prototype program in Smalltalk, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 98, No 3, 361-397.
14. **Dubois-Pèlerin Y., Th. Zimmermann** (1993), Object-oriented finite element programming: III. An efficient implementation in C++, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 108, No 1-2, 165-183.
15. **Jeremić B., Runesson K. Sture S.** (1999), Object-oriented approach to hyperelasticity, *Engineering with Computers*, Vol. 15, No 1, 2-11.
16. **Ju J., Hosain M.U.** (1996), Finite element graphics objects in C++, *Journal of Computing in Civil Engineering*, Vol. 10, No 3, 258-260.
17. **Karamete B.K.** (1997), Unstructured grid generation and a simple triangulation algorithm for arbitrary 2-D geometries using object-oriented programming, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, No 2, 251-268.
18. **Kong. X. A. Chen D. P.** (1995), An object-oriented design of FEM programs, *Computers and Structures*, Vol. 57, No 1, 157-166.
19. **Lages E. N., Paulino G. H., Menezes I. F. M., Silva R. R.** (1999), Nonlinear finite element analysis using object-oriented philosophy – Application to beam elements and to the Cosserat continuum, *Engineering with Computers*, Vol. 15, No 1, 73-89.
20. **Lichao Yo, Kumar A. V.** (2001), An object-oriented programming modular framework for implementing the finite element method, *Computers and Structures*, Vol. 79, No 9, 919-928.
21. **Mackie R. I.** (1990), Object-oriented finite element programming – the importance of data modelling, *Advances in Engineering Software*, Vol. 30, No 9-11, 775-782.
22. **Mackie R. I.** (1997), Using objects to handle complexity in finite element software, *Engineering with Computers*, Vol. 13, No 2, 99-111.
23. **Mackie R. I.** (1998), An object-oriented approach to fully interactive finite element software, *Advances in Engineering Software*, Vol. 29, No 2, 139-149.
24. **Mackie R. I.** (2000), An object-oriented approach to calculation control in finite element programs, *Computers and Structures*, Vol. 77, No 5, 461-474.
25. **Mackie R. I.** (2001), *Object-oriented methods and finite element analysis*, Saxe-Coburg Publications, Stirling, ISBN 1-874-672-08-3.
26. **Mackie R. I.** (2002), Using objects to handle calculation control in finite element modelling, *Computers and Structures*, Vol. 80, No 27-30, 2001-2009.
27. **Mackie R. I.** (2004), Extensibility of finite element class system – a case study, *Computers and Structures*, Vol. 82, No 23-26, 2241-2249.
28. **Menétrey Ph., Zimmermann Th.** (1993), Object-oriented nonlinear finite element analysis: application to J2 plasticity, *Computers and Structures*, Vol. 49, No 5, 767-77.
29. **Money M.** (1940), A theory of large elastic deformation, *Journal of Applied Physics*, Vol. 11, 582-592.
30. **Patzák B., Bittnar Z.** (2001), Design of object-oriented finite element code, *Advances in Engineering Software*, Vol. 32, No 10-11, 759-767.
31. **Phongthanapanich S., Dechaumphai P.** (2006), Easy FEM – An object-oriented graphics interface finite element/finite volume software, *Advances in Engineering Software*, Vol. 37, No 12, 797-804.
32. **Rivlin R. S.** (1956), Rheology theory and applications. Red. F.R. Eirich., Academic Press, New York, Vol. 1, 351-385.
33. **Rucki M. D., Miller G. R.** (1998), An adoptable finite element modelling kernel, *Computers and Structures*, Vol. 69, No 3, 399-409.
34. **Wegner T.** (1997), Energetyczna metoda modelowania i wyznaczania dynamicznych charakterystyk elementów mechanicznych o silnym tłumieniu. Seria Rozprawy, nr 323, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań.
35. **Zimmerman Th., Bomme P., Eyheramendy D., Vernir L., Commend S.** (1998), Aspects of an object-oriented finite element environment, *Computers and Structures*, Vol. 68, No 1-3, 1-16.
36. **Zimmermann Th., Dubois-Pèlerin Y. and Bomme P.** (1992), Object-oriented finite element programming: I. Governing principles, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 98, No 2, 291-303.

#### EXTENSIBILITY OF OBJECT-ORIENTED FINITE ELEMENT CLASS SYSTEM WITH A CONCEPTION OF FINITE ELEMENT BASED ON A STRAIN ENERGY DENSITY FUNCTION.

**Abstract:** The main purpose of this article is a presentation of the computational method of finite element based on a strain energy density function and its implementation in an object-oriented environment. The original adaptation of the nonlinear finite element is introduced. The different use of the finite element is basing on the old-style framework of classes. Properties of a material are modeled with the modified strain energy density function. The local relaxing procedure is introduced as a solving method implemented in C++ language. The application of the proposed finite element is exposed on the example of computational object made of nearly incompressible hyperelastic material.

# ANALIZA WYTRZYMAŁOŚCIOWA BĘBNA PĘDNEGO MASZYNY WYCIĄGOWEJ

Stanisław WOLNY\*, Sławomir BADURA\*

\* Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki,  
Katedra Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji Al. Mickiewicza 30 30-059 Kraków

[stwolny@agh.edu.pl](mailto:stwolny@agh.edu.pl), [sbadura@agh.edu.pl](mailto:sbadura@agh.edu.pl)

**Streszczenie:** Urządzenia wyciągowe w kopalniach są budowane i stosowane od wielu lat. Są one tematem ciągłych badań których celem jest poznanie czynników umożliwiających poprawę ich właściwości eksploatacyjnych. Problem ten nabiera szczególnego znaczenia dziś, kiedy coraz częściej wyłącza się z eksploatacji w polskich kopalniach koła pędne, projektowane jeszcze w latach 70-tych ubiegłego wieku, głównie za przyczyną pojawienia się licznych pęknięć, przeważnie o charakterze zmęczeniowym. Wykonanie szczegółowej analizy wytrzymałościowej wybranych elementów urządzenia wyciągowego wymagać będzie określenia rzeczywistych przebiegów zmienności ich obciążenia. Rozwiązanie problemu polegające na ustaleniu rozkładu naprężeń oraz współczynników koncentracji w elementach koła pędne (blacha płaszczka, przepony obwodowe, ściany boczne, piasta) stanowi skomplikowane zadanie teorii sprężystości i stateczności. Autorzy podjęli próbę analizy wytrzymałościowo-zmęczeniowej wybranych elementów bębna pędne maszyny wyciągowej w oparciu o rozważania teoretyczne jak i metodę elementów skończonych.

## 1. WPROWADZENIE

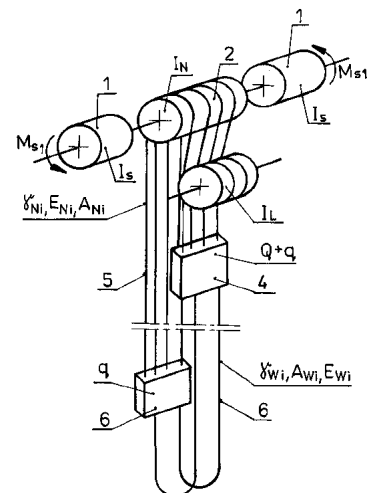
Urządzenia wyciągowe w kopalniach są budowane i stosowane od wielu lat. Są one tematem ciągłych badań których celem jest poznanie czynników umożliwiających poprawę ich właściwości eksploatacyjnych. Problem ten nabiera szczególnego znaczenia dziś, kiedy coraz częściej wyłącza się z eksploatacji w polskich kopalniach koła pędne, projektowane jeszcze w latach 70-tych ubiegłego wieku, głównie za przyczyną pojawienia się licznych pęknięć, przeważnie o charakterze zmęczeniowym. Przeprowadzane wielokrotnie naprawy, jak również wrywkowe modernizacje eksploatowanych bębnow, nie przynoszą zwykle oczekiwanego rezultatu, jeśli chodzi o zlikwidowanie przyczyn powstawania uszkodzeń, a dają jedynie możliwość bieżącego utrzymania urządzeń w sprawności eksploatacyjnej.

Obowiązujące obecnie kryteria wymiarowania i projektowania górniczego urządzenia wyciągowego, nie odzwierciedlają pełnej specyfikacji warunków ich pracy. Stosowana metoda naprężeń dopuszczalnych umożliwia jedynie ocenę ich nośności, nie daje natomiast możliwości określenia ich trwałości zmęczeniowej. Wykonanie szczegółowej analizy wytrzymałościowej wybranych elementów urządzenia wyciągowego wymagać będzie określenia rzeczywistych przebiegów zmienności ich obciążenia. Rozwiązanie problemu polegające na ustaleniu rozkładu naprężeń oraz współczynników koncentracji w elementach koła pędne (blacha płaszczka, przepony obwodowe, ściany boczne, piasta) stanowi skomplikowane zadanie teorii sprężystości i stateczności ponieważ są to elementy o złożonej konfiguracji brzegu zewnętrznego (płyty, powłoki, tarcze, przepony), posiadające różnego rodzaju wykroje, połączone w całość, głównie za pomocą spawania a ponadto poddane zmiennym w czasie obciążeniom (Knop, 1975). W tej sytuacji

niezbędnym wydaje się podjęcie prac zmierzających do modernizacji eksploatowanych bębnow kół pędnych maszyn wyciągowych.

## 2. WYZNACZENIE SIŁ DZIAŁAJĄCYCH NA KOŁO PĘDNE

Wykonanie szczegółowej analizy wytrzymałościowo-zmęczeniowej wybranych elementów bębna pędne maszyny wyciągowej wymagać będzie określenia rzeczywistych przebiegów sił w linach nośnych po obu stronach koła, we wszystkich fazach pracy urządzenia. W rozważaniach autorzy ograniczyli się do przypadku rozruchu naczynia z nadszybka dla urządzenia z maszyną wyciągową umieszczoną na wierzy szybu którego schemat przedstawiono na rys. 1.



Rys.1. Schemat urządzenia wyciągowego

W układzie fizycznym przedstawionego wyciągu występują:

1. – wolnoobrotowe silniki prądu stałego, których moment bezwładności tworników wynosi  $I_s$ ,
2. – wielolinowe koło pędne o średnicy  $D$  i momencie bezwładności  $I_N$ ,
3. – zespół kół odchylających o momencie bezwładności  $I_L$ ,
4. – naczynia skipowe o masie  $q$  i ładowności  $Q$ , z których górne jest załadowane,
5. – gałęzie równoległe ułożonych lin nośnych o gęstości liniowej  $\gamma_N$  i sztywności na rozciąganie  $A_N E_N$ ,
6. – gałęzie równoległe ułożonych lin wyrównawczych o gęstości liniowej  $\gamma_W$  i sztywności na rozciąganie  $A_W E_W$ .

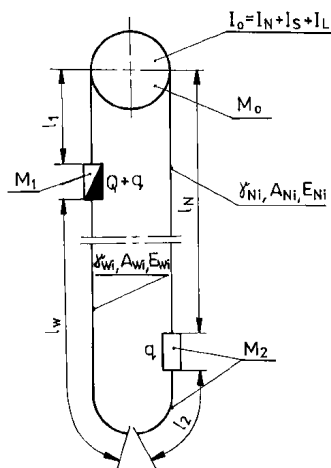
Wirniki silników połączone krótkimi sztywnymi wałami z kołem pędnym poruszają się ruchem obrotowym. Ruchem obrotowym poruszają się ponadto odcinki lin nośnych, przylegające w danej chwili do koła pędnego na łuku równym połowie obwodu koła. Naczynia skipowe oraz gałęzie lin nośnych i wyrównawczych poruszają się ruchem postępowym.

Ograniczając się do najbardziej interesującego dla praktyki ruchowej przypadku położenia naczyń skipowych, jak na rysunku 1, gdy jedno z nich znajduje się w okolicy nadszybia, a drugie w okolicy podszybia (rozruch z podszybia, hamowanie przy dojeździe do nadszybia) wyciąg będzie można zastąpić modelem jak na rysunku 2.

W przyjętym modelu

$$M_0 = \frac{G_0}{g}, M_i = \frac{1}{g}(G_i + q_i \cdot l_i) \quad (i = 1, 2)$$

gdzie:  $G_1, G_2, G_0$  - ciężary naczyń i ciężar zredukowany części wirujących wyciągu, łącznie z kołami kierującymi. Masy krótkich odcinków lin  $l_1$  (między naczyniem górnym a kołem pędnym) i  $l_2$  (pod naczyniem dolnym do nawrotu w rzapiu) wliczono w całości do naczyń.

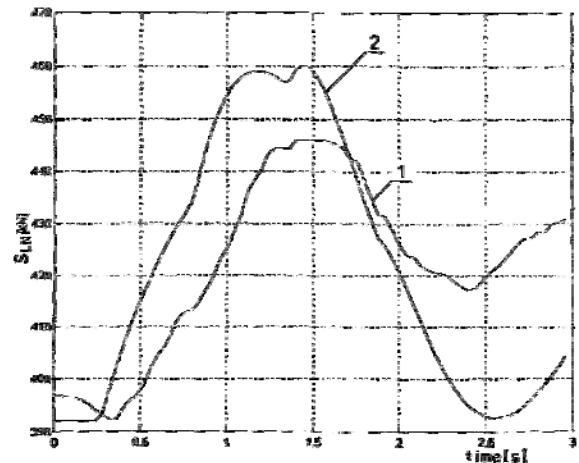


**Rys. 2.** Model urządzenia wyciągowego.  $M_1$  - masa naczynia  $M_0$  - zredukowane masy wirujące w wieży,  $M_2$  masa naczynia i urobku,  $l_1$  - długość lin nośnych między naczyniem górnym a kołem pędnym,  $l_W$  - długość lin wyrównawczych,  $l_N$  - długość lin nośnych,  $A_W E_W$ ,  $A_N E_N$  - sztywność na rozciąganie odpowiednio lin wyrównawczych oraz lin nośnych,  $\gamma_W, \gamma_N$  - gęstość liniowa odpowiednio lin wyrównawczych oraz nośnych

W modelu wg rysunku 2 poczyniono następujące uproszczenia:

- koło pędne, koła linowe i tworniki silników elektrycznych potraktowano jako jedną masę sztywną o momencie bezwładności  $I_0 = I_L + I_N + I_s$ , ze względu na dużą sztywność na skręcanie i małą długość wału napędowego na podstawie rozważań zawartych w,
- oba naczynia potraktowano jako sztywne,
- pominięto tłumienie wewnętrzne w linach z uwagi na krótki czas trwania procesu hamowania manewrowego,
- przez pętle liny wyrównawczej w nawrocie nie są przenoszone drgania z jednej strony na drugą, co pozwala na rozdzielenie zamkniętego układu mas modelu (z rysunku 2) w tym miejscu.

W celu weryfikacji rozważań teoretycznych przeprowadzono pomiary sił w zawieszeniu naczynia (Wolny, 2001) podczas jego rozruchu rys 3. Skonfrontowane z wynikami analizy teoretycznej, wykazują zadowalającą z technicznego punktu widzenia zgodność (Wolny, 2002).



**Rys. 3.** Obciążenie zawieszenia naczynia o masie  $M_2 = 41000$  [kg] podczas jego rozruchu z podszybia ze stałym przyspieszeniem, uzyskane na drodze eksperymentu (krzywa 1) oraz symulacji z wykorzystaniem wzoru teoretycznego (krzywa 2) (Wolny, 2001)

### 3. ANALIZA WYTRZYMAŁOŚCIOWA BĘBNA PĘDNEGO

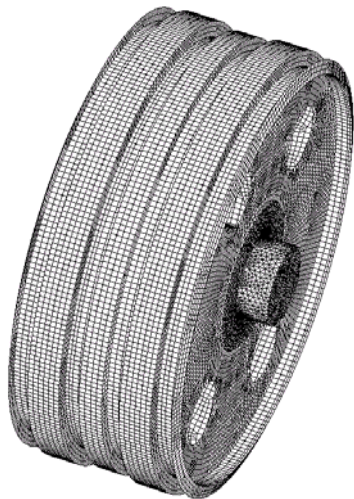
#### 3.1. Model obliczeniowy

W celu uzyskania informacji o wartościach odkształceń i stanie naprężeń w konkretnych elementach analizowanego koła pędnego został zbudowany model numeryczny z odwzorowaniem geometrii badanej konstrukcji (rys 4). Analiza została przeprowadzona przy użyciu pakietu „NEi/Nastran for Windows”. Modele zostały wykonane w programie „Femap”. Do wykonania modelu numerycznego zostały użyte elementy typu płytowego i bryłowego przedstawione na rys 5. Na rysunku 6 przedstawiono rozkład zeber promieniowych i obwodowych wewnątrz płaszcz.





Rys. 4. Model bębna 4L-4000/2900.

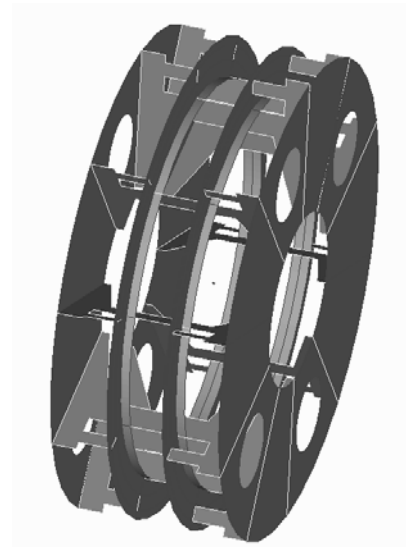


Rys. 5. Model numeryczny

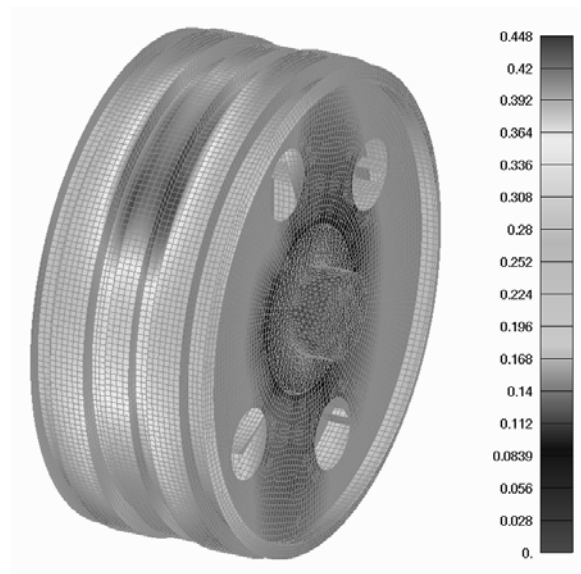
### 3.2. Analiza wytrzymałościowa bębna pędnego 4L-4000/2900

Analizę wytrzymałościową przeprowadzono z uwzględnieniem warunków brzegowych oraz obciążeń powstałych od lin jak i ciężaru konstrukcji. Stworzony model obliczeniowy został wykorzystany do analizy wytrzymałościowej konstrukcji bębna. W wyniku analizy komputerowej autorzy otrzymali dokładne informacje m.in. na temat odkształceń i naprężeń we wszystkich elementach konstrukcji. Przykładowe wyniki analizy zostały przedstawione w postaci graficznej za pomocą planów warstwowych. Na rysunku 7 przedstawiono odkształcenie w [mm] płaszcza bębna. Największe odkształcenie płaszcza wynosi 0.448 [mm]. W wyniku zmieniającego się obciążenia i ruchu obrotowego płaszczy będzie cyklicznie poddawany maksymalnej deformacji co może powodować efekt tzw. „maszynny zmęczeniu” i powstawania pęknięć charakterze zmęczeniowym (Ciechoński, Ładecki, 2005). Na rysunku 8 Przedstawiono rozkład naprężeń w żeberkach promieniowych i obwodowych

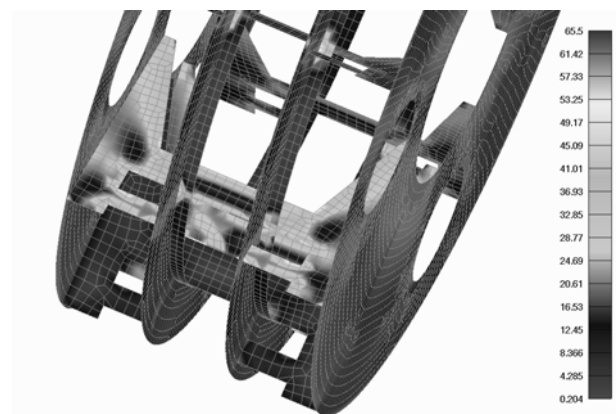
wg hipotezy Hubera-von Misesa. Maksymalne naprężenia wynoszą około 65.5 [MPa]. Rysunek 9 przedstawia rozkład naprężeń w płaszczy.



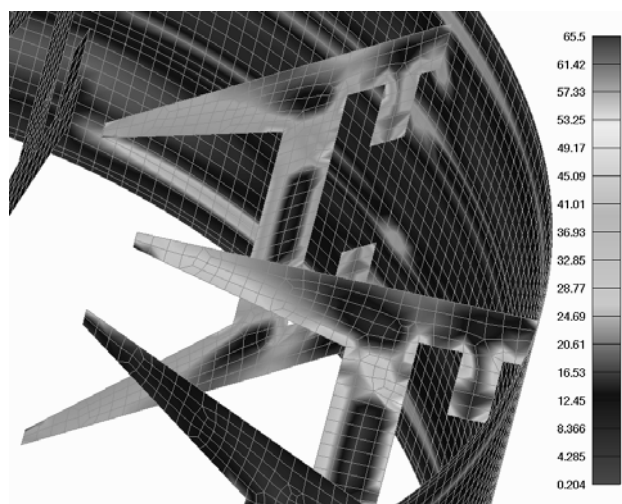
Rys. 6. Układ żeberk promieniowych i obwodowych w bębnie.



Rys. 7. Obraz odkształceń bębna[mm]



Rys. 8. Rozkład naprężeń wg Hubera-Misesa na żeberkach promieniowych i obwodowych [Mpa]



Rys. 9. Rozkład naprężeń na płaszczu bębna wg Hubera von Misesa [Mpa]

#### 4. PODSUMOWANIE

Uzyskane rezultaty charakteryzujące proces rozruchu naczynia z podszybia ze stałym przyspieszeniem, będące wynikiem analizy teoretycznej, zweryfikowane eksperymentem na obiekcie rzeczywistym, potwierdziły zasadność wprowadzonych założeń upraszczając. Wyniki pomiarów sił w zawieszeniu naczynia podczas jego rozruchu (rys. 3.) skonfrontowane z wynikami analizy teoretycznej, wykazują zadowalającą z technicznego punktu widzenia zgodność i zostały wykorzystane przy numerycznej analizie wytrzymałościowej.

Analiza numeryczna pozwoliła uzyskać obraz rozkładu naprężeń i odkształceń analizowanej konstrukcji. Z analizy widać że projektowane w latach 70 ubiegłego wieku bębny posiadające żebra promieniowe i obwodowe posiadają liczne wady konstrukcyjne powodujące lokalne wzrosty koncentracji naprężeń co skutkuje pojawianiem się pęknięć o charakterze zmęczeniowym (Ciechoński, Ładecki, 2005). W celu modernizacji starych urządzeń wyciągowych jak i budowy nowych (Bućko, 2001) konieczne wydaje się poznanie pełnej charakterystyki obciążeń na kole pędnym uwzględniające dynamiczny cykl pracy urządzeń wyciągowych.

#### LITERATURA

1. **Knop H.** (1975), Wybrane zagadnienia z dynamiki urządzeń wyciągowych, *ZN AGH, Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa*, A. 67 Kraków.
2. **Wolny S.** (2001), Theoretical and experimental analysis of loads in mining tubs suspensions in the condition of operational braking mine hoist facility, *Archives of mining sciences*, Volume 46, Issue.1, Warszawa – Kraków, s. 19-36
3. **Wolny S.** (2002), Dynamic loading of mining hoist elements in the condition of emergency braking, *The archive of mechanical engineering*, Vol. XLIX, Number 3, s.231-250.

4. **Wolny S., Badura S.** (2007), Obciążenie dynamiczne kół pędnych urządzeń wyciągowych, *Transport Szybowy*, IV Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna Szczyrk 17-19.09.2007
5. **Ciechoński A., Ładecki B.** (2005), Analiza przyczyn powstawania pęknięć zmęczeniowych konstrukcji bębna pędnego maszyny wyciągowej, *Mechanika* Tom 24, nr 3, Wydawnictwo AGH, Kraków.
6. **Bućko S.** (2001), Analiza wytrzymałościowa nowej konstrukcji płytowo-powłokowej na przykładzie wielolinowego bębna pędnego, *Zeszyty Naukowe PK*, seria Mechanika, nr 86.

#### THE STRENGTH ANALYSIS OF THE WHEEL OF KOEPE PULLEY OF WINDING GEAR

**Abstract:** Winding gears in a mines are built and used from many years. However there are the theme of still experiments, which have the intent to know elements, which make improvement their characteristics exploitations. Dynamic analysis of the work for this constructions and strength's analysis the wheel of koepe pulley of winding gear. This is the theme of this work.

# FRICIONAL HEAT GENERATION DURING COLD ROLLING OF METALS

Olena YEVTUSHENKO\*

\*Department of Automatics and Robotics, Faculty of Mechanical Engineering,  
Bialystok Technical University, ul. Wiejska 45c, 15-351 Bialystok, Poland

[lenay@pb.edu.pl](mailto:lenay@pb.edu.pl)

**Abstract:** The problem of transient frictional heating in cold rolling of metals is considered. For this purpose the equations of heat conduction for the rolls and the rolled strip are solved by the Laplace integral transform method. The evolution of the contact temperature and its dependence from sliding speed is discussed.

## 1. INTRODUCTION

In conventional cold rolling, a cold metal strip is passed through the cold rolls. The heat due to friction is generated in a contact zone and it is induced by rolls and a strip. For cooling of the rolls water can be used.

It was established that temperature is one of the factors which significantly affects the cold rolling efficiency (Kovalev S.I. et al, 1982). The theoretical model for the temperature of rolls and a strip due to its frictional heating has been presented by Wilson W.R.D. et al, (1989) and Yamamoto H. et al, (1993) using the finite element approach. This model assumes that the material of the rolls is homogeneous and isotropic. The temperature regimes of the rolls under the assumption that the rolls are micro periodically stratified concentric cylinders composed of two different materials have been investigated by Matysiak et al, (1998).

In present paper the solution of the boundary-value problem of heat conduction for homogeneous rolls and strip by the Laplace integral transform method is obtained.

## 2. STATEMENT OF THE PROBLEM

The contact geometry of the strip and rolls is shown in Fig. 1.

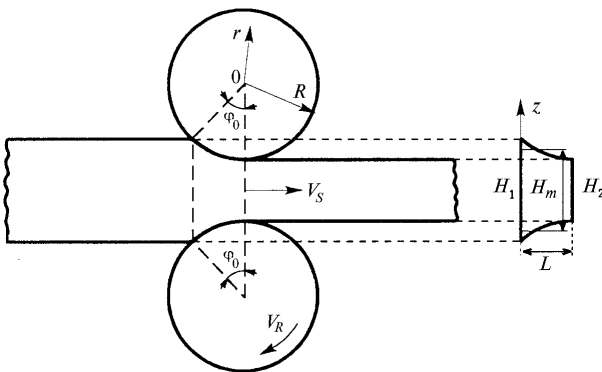


Fig. 1. Geometry of the strip – rolls contact

It is assumed that:

- friction heat is generated on the interfaces and completely distributed between the strip and rolls;
- plastic work of deformation occurs with heat generation in the interior of the strip;
- length of the arc of the contact is very much smaller than the strip thickness and, hence, the temperature field in the nip region is one-dimensional with respect to the spatial coordinate;
- rotational velocity of rolls suffices to neglect the heat conduction in the circumferential direction. The heat conduction in the axial direction is also ignored;
- outside the contact region the rolls are cooled with water.

On this assumptions, the boundary-values heat conduction problem for the rolls may be written in the form (Luikov, 1968)

$$\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = \frac{1}{k_R} \frac{\partial T(r,t)}{\partial t}, \quad 0 < r < R, \quad t > 0, \quad (1)$$

$$T(r,0) = T_R^0, \quad 0 \leq r \leq R, \quad (2)$$

$$K_R \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \Big|_{r=R} = \begin{cases} q_R, & 0 \leq \varphi \leq \varphi_0, \quad t > 0, \\ h[T_W - T(R,t)], & \varphi_0 < \varphi \leq 2\pi, \quad t > 0, \end{cases} \quad (3)$$

$$T(0,t) < \infty, \quad (4)$$

where  $T$  is the temperature,  $r$  is the radial coordinate,  $\varphi$  is the angular coordinate,  $\varphi_0$  is the contact angle,  $t$  is the time,  $R$  is the roll radius,  $q_R$  is the intensity of the heat flow,  $K_R$  is the thermal conductivity,  $k_R$  is the thermal diffusivity,  $h$  is the heat exchange coefficient,  $T_R^0$  is the initial temperature of the rolls,  $T_W$  is the temperature of cooling water.

The intensity of the heat flow  $q_R$  generated at the interface and directed into the roll is determined by Johnson K.L., (1987):

$$q_R = (1 - \lambda)q_f, \quad q_f = f|V_R - V_S|p_m, \quad (5)$$

where  $\lambda$  is the heat partition factor,  $V_R$  is the sliding speed of the roll,  $V_S$  is the speed of the strip,  $p_m$  is the average contact pressure,  $f$  is the coefficient of friction.

The heating time  $t_R$  and cooling time  $t_C$  for one rotation of the rolls are given by

$$t_R = \frac{R\varphi_0}{V_R}, \quad t_C = \frac{2\pi R}{V_R} - t_R. \quad (6)$$

The average thickness  $H_m$  of the rolled strip in the contact region is given by Matysiak et al, (1998):

$$H_m = \frac{H_1 + 2H_2}{3} \quad (7)$$

and the contact angle

$$\varphi_0 = \sqrt{\frac{H_1 - H_2}{R}}, \quad (8)$$

where  $H_1$  is initial,  $H_2$  is final thickness of the rolled strip.

According to the assumptions a) – e), the boundary value problem of heat conduction for the rolled strip has the form:

$$\frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} + q_p = \frac{1}{k_S} \frac{\partial T(z,t)}{\partial t}, \quad |z| < \frac{1}{2} H_m, \quad t > 0 \quad (9)$$

$$T(z,0) = T_S^0, \quad |z| \leq \frac{1}{2} H_m, \quad (10)$$

$$K_S \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \Big|_{z = \pm \frac{H_m}{2}} = \pm q_S, \quad (11)$$

where  $z$  is the coordinate,  $K_S$  is the thermal conductivity,  $k_S$  is the thermal diffusivity,  $q_S = \lambda q_f$  is the intensity of the frictional heat flow directed into the strip.

Specific power of the heat source caused by the plastic deformation of the strip is determined as

$$q_p = \frac{k}{K_S} \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (12)$$

The plastic strain rate is found from the rough formula (Yamamoto H. et al, 1993):

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{t_S} \ln \left( \frac{H_1}{H_2} \right), \quad (13)$$

where  $t_S = R\varphi_0 / V_S$  is the contact time for the rolled strip.

Let us consider the case of cold rolling where the strip slips relative to the rolls at all the points in the contact region. Then, according to Orowan's theory of cold rolling (Orowan E., 1943), two zones of local speed of the rolled material can be defined. At entry the strip is moving slower than the roll surfaces ( $V_S < V_R$ ); at exit the strip is moving faster ( $V_S > V_R$ ). The vertical plane where  $V_S = V_R$  is termed neutral. Location of the neutral angle  $\varphi_n$  is found from the relations (Johnson K.L., 1987):

$$\varphi_n = \varphi_0 \varphi_n^*, \quad \varphi_n^* = -\frac{1}{2} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\gamma_1}{2}\right) \right], \quad (14)$$

$$\gamma_1 = 2f\varphi_0 \frac{R}{H_m}, \quad \gamma_2 = \frac{\varphi_0}{f}, \quad (15)$$

The strip spread at arbitrary vertical plane is assumed to be constant and equal to

$$V_S = V_R \frac{H_n}{H_m}, \quad (16)$$

where  $H_n = H(\varphi_n)$ .

The average pressure over the arc of the contact is calculated by the equation (Johnson K.L., 1987):

$$p_m = k \left[ \frac{4(\gamma_1 + \gamma_2)}{\gamma_1^2} (\exp(-\gamma_1 \varphi_n^*) - 1) + \gamma_2 + 4\gamma_2 \frac{\varphi_n^*}{\gamma_1} - 2\gamma_2 \varphi_n^{*2} \right], \quad (17)$$

where  $k$  is the yield stress of the strip material in simple shear.

### 3. SOLUTION OF THE PROBLEM

The boundary-value heat conductivity problems (1) - (4) and (9) - (11) are solved by the method of Laplace integral transform. For the region  $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$  where the roll is heated, we obtain

$$T(r,t) = T_R^0 + \frac{q_R R}{K_R} \left\{ \frac{2k_R}{R^2} t + \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 - \frac{1}{4} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\alpha_n r/R)}{\alpha_n^2 J_0(\alpha_n)} \exp \left[ -k_R \left( \frac{\alpha_n}{R} \right)^2 t \right] \right\} \quad (18)$$

where  $J_n(\cdot)$  is the Bessel function of the first kind of the order  $n$ ,  $\alpha_n > 0$ ,  $n=1, 2, \dots$ , are zeros of the Bessel function  $J_1(\cdot)$ , i.e.,  $J_1(\alpha_n) = 0$ .

For the region  $\varphi_0 < \varphi \leq 2\pi$  where the roll is cooled, we have

$$T(r,t) = T_W - 2Bi(T_W - T_R^0) \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\beta_n r/R)}{\beta_n [ \beta_n J_0(\beta_n) + Bi J_1(\beta_n) ]} \exp \left[ -k_R \left( \frac{\beta_n}{R} \right)^2 t \right] \quad (19)$$

where  $\beta_n > 0$ ,  $n=1, 2, \dots$  are the positive roots of equation

$$\beta_n J_1(\beta_n) - Bi J_0(\beta_n) = 0, \quad (20)$$

$Bi = hR / K_R$  is the Biot number.

The solution of the boundary value problem of heat conduction (9) – (11) is

$$T(z,t) = T_S^0 + q_p k_S t + \frac{q_S H_m}{K_S} \left\{ \frac{2k_S}{H_m^2} t + \frac{z^2}{H_m^2} - \frac{1}{12} - \right.$$

$$-4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2\pi n)^2} \cos(2\pi n \frac{z}{H_m}) \exp \left[ -k_S \left( \frac{2\pi n}{H_m} \right)^2 t \right], \quad (21)$$

where  $|z| \leq \frac{H_m}{2}$ ,  $t \geq 0$ .

#### 4. HEAT PARTITION RATIO

The unknown heat partition ratio  $\lambda = q_S / (q_R + q_S)$  of frictional heat between the roll and the strip can be determined from the condition that the temperature of the roll in the contact region at time  $t=t_R$  is equal to that of the strip surface  $z=H_m/2$  at  $t=t_S$ :

$$\lambda = \frac{K_S}{q_f H_m \Psi_S} \left[ T_R^0 - T_S^0 - q_p k_S t_S + \frac{q_R R}{K_R} \Psi_R \right], \quad (22)$$

where

$$\Psi_R = 2 \frac{k_R t_R}{R^2} + \frac{1}{4} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \exp \left[ -\alpha_n^2 \frac{k_R t_R}{R^2} \right], \quad (23)$$

$$\Psi_S = 2 \frac{k_S t_S}{H_m^2} + \frac{1}{6} - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2\pi n)^2} \exp \left[ -(2\pi n)^2 \frac{k_S t_S}{H_m^2} \right]. \quad (24)$$

The total heat flow generated at the interface will direct into the roll at  $\lambda=0$  and into the strip at  $\lambda=1$ .

#### 5. NUMERICAL ANALYSIS AND DISCUSSION

All calculations by formulas (18)–(24) were performed with experimental data borrowed from article of Yamamoto H. et al (1993). The numerical examinations of contact temperature and heat partition ratio for the system consisting of stainless steel SUS 430 rolls ( $K_R=50.2$  W/(m°C),  $k_R=1.33 \cdot 10^{-5}$  m²/s) and high- conductivity copper strip ( $K_S=381$  W/( m°C),  $k_S=1.02 \cdot 10^{-4}$  m²/s,  $k=422.3$  MPa).

Radius of rolls is  $R = 38$  mm, the strip thickness at the entry into the contact zone is  $H_1=1.78$  mm. Reduction in the strip thickness  $d=(H_1-H_2)/H_1$  in the cold rolling made up 20 to 35%. The cold rolling conditions were as follows:  $f=0.1$ ,  $T_W=45^\circ\text{C}$ ,  $h=5500$  W/(m²·°C).

For the first rotation of the roll,  $T_R^0=T_R^{0(1)}=45^\circ\text{C}$ . For the  $m$ -th rotation  $T_R^{0(m)}=(T_R^{0(1m)}+T_R^{02(m)})/2$ , where the average temperature in the contact region ( $0 \leq r \leq R$ ,  $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$ ) is found from solution (18) by the formula:

$$T_R^{1(m)} = T_R^{0(m-1)} + \frac{q_R R}{K_R} \Psi_R, \quad m = 2, 3, \dots \quad (25)$$

In the region ( $0 \leq r \leq R$ ,  $\varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ), where the roll is cooled, the average temperature has, in view of solution (19), the following form:

$$T_R^{2(m)} = T_W - 2\text{Bi}(T_W - T_R^{0(m-1)}) \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\beta_n)}{\beta_n^2 [\beta_n J_0(\beta_n) + \text{Bi} J_1(\beta_n)]} \exp \left[ -k_R \left( \frac{\beta_n}{R} \right)^2 t_C \right], \quad (26)$$

$m = 2, 3, \dots$

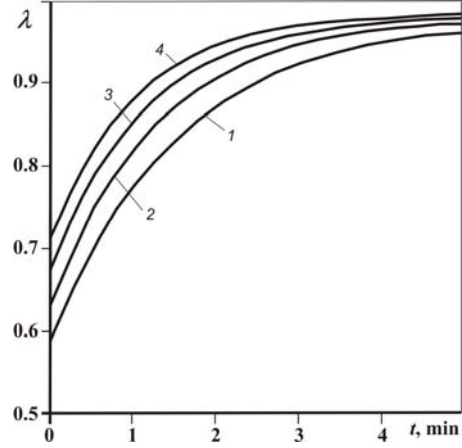


Fig. 2. The time-dependent heat partition factor  $\lambda$  at  $d=20\%$  for different sliding speeds of the roll: 1- $V_R=1.6$ m/s, 2-2.8m/s, 3-4.5m/s, 4-6.7m/s

The heat partition factor  $\lambda$  (22) - (24) and the contact temperature  $T$  increase most rapidly when the rolls make the first rotation of the duration  $t=t_R+t_C$ , and with time they reach steady state (Fig. 2, 3). It is seen that the rate of friction heat directed into the strip and contact temperature increases with increasing of the roll speed. The amount of heat entering the roll decreases with increasing  $V_R$ , i.e., with increasing the power of frictional heat release (Fig. 2).

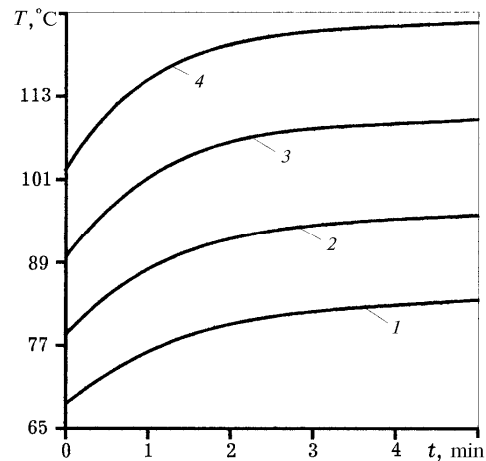


Fig. 3. The evolution of the contact temperature  $T$  at  $d=20\%$  for different sliding speeds of the roll: 1- $V_R=1.$  m/s, 2-2.8m/s, 3-4.5m/s, 4-6.7m/s

With increasing the parameter  $d$  defining the relative reduction in the strip thickness, the amount of friction heat directed into the roll increases (Fig. 4), while the contact

temperature is elevated (Fig. 5). At low sliding speed ( $<3$  m/s), nearly linear dependence of the contact temperature on the parameter  $d$  should be noted.

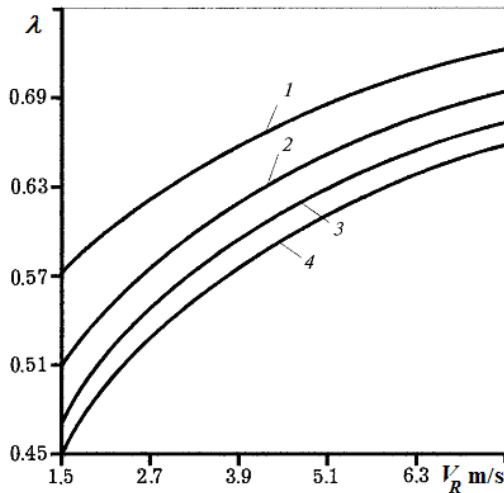


Fig. 4. Dependence of the heat partition ratio  $\lambda$  on the sliding speed of the roll  $V_R$  in its first rotation for different values of the strip thickness reduction  $d: 1-d=20\%$ ,  $2-25\%$ ,  $3-30\%$ ,  $4-35\%$

Thus, it was shown that in cold rolling of high-conductivity copper the temperature in the strip-roll contact region calculated by the proposed model is greater than  $100^\circ\text{C}$ . This is in agreement with results of Yamamoto H. et al (1993).

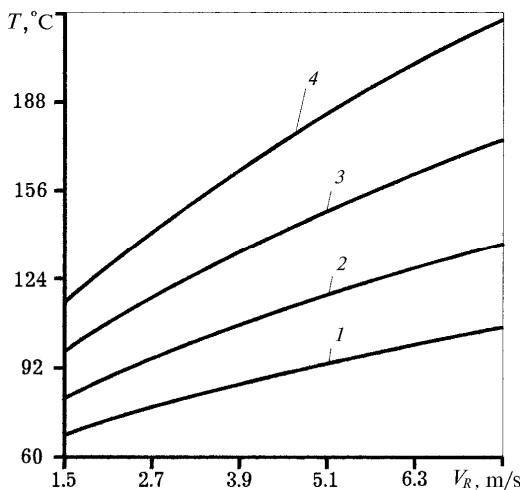


Fig. 5. Contact temperature  $T$  versus sliding speed of the roll  $V_R$  in its first rotation for different values of the parameter  $d: 1-d=20\%$ ,  $2-25\%$ ,  $3-30\%$ ,  $4-35\%$

It should be recognized that for study of the frictional heating effect we dropped deliberately some features of cold rolling which are important from a processing standpoint.

## REFERENCES

1. Johnson K.L. (1987), *Contact Mechanics*, Cambridge.
2. Kihara Y., Okada K. (1984), A study on occurrence of heatstreaks in cold rolling (1<sup>st</sup> report), *J. Jpn. Soc. Lubr. Eng.*, Vol. 29, No 11, 809-816.
3. Kovalev S.I., Korágin N.I., Širko I.V. (1982), *Naprážení a deformacii*, Metallurgíá, Moskva.
4. Luikov A.V. (1968) *Analytical Heat Diffusion Theory*, New York: Academic Press.
5. Matysiak S., Konieczny S., Yevtuszenko A. (1998), Distribution of friction heat during cold-rolling of metals by using composite rolls, *Numerical Heat Transfer*, Part A, Vol. 34, 719-729.
6. Orowan E. (1943), The calculation of roll pressure in hot and cold flat rolling, *Proc. Inst. Mech. Engng.*, Vol. 150, 140-167.
7. Wilson W.R.D., Chang C.T., Sa C.Y. (1989), Interface temperature in cold rolling, *J. Mater. Shaping Eng.*, Vol. 6, No 4, 229-240.
8. Yamamoto H., Shiraishi T., Ataka M., and Iwasaki Y. (1993), Experimental and numerical analyses of effect of thermal stability of lubricants on heatstreaks in cold rolling of stainless steel, *ASME J. Tribology*, Vol. 115, No 2, 532-537.

## GENERACJA CIEPŁA NA SKUTEK TARCIA PODCZAS ZIMNEGO WALCOWANIA METALI

**Streszczenie:** Rozpatruje się zagadnienie nieustalonego nagrzewania tarcowego pod czas zimnego walcowania metali. W celu tym za pomocą transformacji całkowitej Laplace'a otrzymano rozwiązanie równań przewodnictwa ciepła dla wałków i warstwy. Zbadano ewolucję temperatury oraz jej zależność od prędkości poślizgu.