

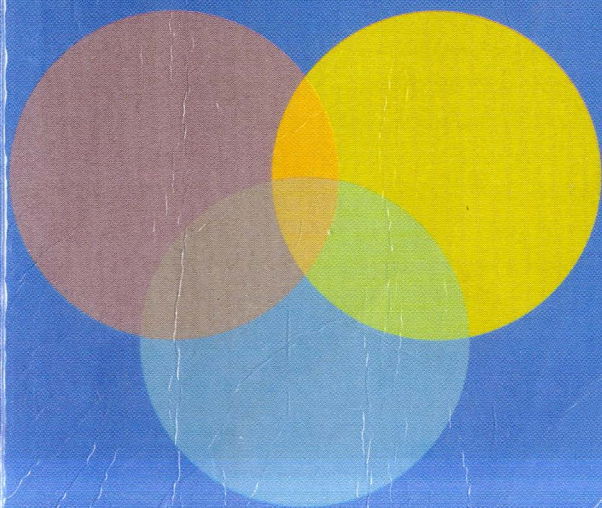
Kazimierz Trzęsicki

LOGIKA

Nauka

i

Sztuka



LOGIKA

Nauka
i
Sztuka

Kazimierz Trzęsicki

LOGIKA

Nauka i Sztuka



Temida2

Białystok 1996

© Copyright by Temida 2
Białystok 1996

Żadna część tej pracy nie może być powielana i rozpowszechniana w jakiegokolwiek formie i w jakikolwiek sposób (elektroniczny, mechaniczny), włącznie z fotokopiowaniem, bez pisemnej zgody wydawcy.

ISBN 83-86137-35-5

Opracowanie graficzne okładki
Jerzy Banasiuk, Krzysztof Kruszewski

N-96174

Opracowanie typograficzne
Kazimierz Trzęsicki

Redaktor techniczny
Jerzy Banasiuk

Korekta językowa
Elżbieta Rajewska

BIBLIOTEKA GŁÓWNA FILII UW
w Białymstoku



FUW0001409

Wydawca: **Temida 2**

Przy współpracy i wsparciu finansowym Wydziału Prawa
Uniwersytetu Warszawskiego w Białymstoku

Druk: Orthdruk, Białystok

SPIS TREŚCI

0. WSTĘP	11
(i) JĘZYK	15
1.1. Pojęcie języka i jego funkcje	15
1.2. Budowa i znaczenie wyrażen	21
1.3. Kategorie wyrażen	29
1.3.1. Zdanie i prawdziwość	30
1.3.2. Nazwa	39
1.3.3. Predykaty, relacje, funkcje	55
1.3.4. Spójniki	67
1.3.4.1. Spójniki prawdziwościowe	69
1.3.4.2. Słówka modalne	81
1.3.5. Słówka kwantyfikujące	86
1.3.6. Znaki interpunkcyjne	89
1.4. Błędy w słownym przekazywaniu myśli	91
2. ROZUMOWANIA I ARGUMENTACJA	101
+ 2.1. Uznawanie i uzasadnianie	102
+ 2.2. Wynikanie	109
+ 2.3. Wnioskowanie	113
+ 2.3.1. Wnioskowanie dedukcyjne	114
+ 2.3.2. Dowód wprost i dowód nie wprost	117

2.3.3. Wnioskowanie uprawdopodobniające	119
2.3.4. Wnioskowanie redukcyjne	124
2.3.5. Wnioskowanie indukcyjne	126
2.3.6. Wnioskowanie statystyczne	131
2.3.7. Milla kanony indukcji eliminacyjnej	138
+ 2.3.7.1. Związek przyczynowo-skutkowy	138
2.3.7.2. Indukcja eliminacyjna	144
2.3.7.3. Metoda zgodności	147
2.3.7.4. Metoda różnicy	149
2.3.7.5. Połączona metoda zgodności i różnicy	151
2.3.7.6. Metoda reszt	152
2.3.7.7. Metoda zmian towarzyszących	154
2.3.8. Wnioskowanie przez analogię	156
2.4. Argumentacja	161
2.5. Błędy w rozumowaniu	173
2.5.1. Błędy wieloznaczności	174
2.5.1.1. Błąd ekwiwokacji	175
2.5.1.2. Błąd terminów relacyjnych	176
2.5.1.3. Błąd podziału	177
2.5.1.4. Błąd złożenia	179
2.5.2. Non sequitur	180
2.5.3. Petitio principii	181
2.5.4. Non causa pro causa	184
2.5.5. Błąd uznania następnika i błąd odrzućcia poprzednika	185

2.5.6. Błędy nieuzasadnionego uogólnienia i prowincjonalizmu	189
2.5.7. Błędy przypadkowości	190
2.5.8. Błąd zmiany rodzaju	190
2.5.9. Błąd znaczenia względnego i znaczenia bezwzględnego	191
2.5.10. Błędy reguły i wyjątku	191
3. WYNIKANIE, SCHEMATY I PRAWA LOGIKI	194
+ 3.1. Klasyczna logika zdań	195
+ 3.1.1. Język klasycznego rachunku zdań	195
+ 3.1.2. Tautologia	198
3.1.3. Wynikanie w klasycznej logice zdań	201
3.1.3.1. Twierdzenie o dedukcji	203
3.1.4. Schematy i prawa logiki zdań	205
3.2. Logika kwantyfikatorów	213
3.2.1. Sylogistyka	215
3.2.1.1. Język sylogistyki	217
3.2.1.2. Diagramy Venna	218
3.2.1.3. Wnioskowanie bezpośrednie	220
3.2.1.3.1. Prawa kwadratu logicznego	220
3.2.1.3.2. Konwersja	223
3.2.1.3.3. Obwersja	226
3.2.1.4. Założenia egzystencjalne sylogistyki ..	229
3.2.1.5. Sylogizm	230

3.2.1.6. Rodzaje sylogizmów	234
3.2.1.7. Sylogistyczne schematy wnioskowań ..	236
† 3.2.2. Klasyczna logika predykatów	238
† 3.2.2.1. Język klasycznego rachunku predykatów	240
3.2.2.2. Język rachunku predykatów a język sylogistyki	245
† 3.2.2.3. Język rachunku predykatów a język naturalny	246
3.2.2.3.1. Schemat i forma zdania języka naturalnego	247
3.2.2.3.2. Jak wyrażenia języka naturalnego wypowiadamy w języku rachunku predykatów?	250
3.2.2.3.3. Kwantyfikatory i spójniki w języku naturalnym	255
3.2.2.4. Wynikanie w klasycznej logice predykatów	258
3.2.2.5. Schematy i prawa logiki predykatów ..	261
3.3. Dedukcja naturalna	265
4. KONCEPTUALIZACJA, DEFINIOWANIE, EKSPLIKACJA	275
4.1. Konceptualizacja	276
4.1.1. Ekstensjonalna i intensjonalna charakterystyka zakresów nazw	277

4.1.2. Podział logiczny i klasyfikacja	281
4.1.3. Partycja	286
4.1.4. Definicja przez abstrakcję	287
4.1.5. Pojęcia porządkujące i typologiczne	290
4.2. Definiowanie	294
4.2.1. Budowa definicji	294
4.2.2. Podział definicji ze względu na pełność	295
4.2.3. Podział definicji ze względu na sposób definiowania	298
4.2.4. Podział definicji ze względu na stylizację ...	300
4.2.5. Podział definicji ze względu na zadania	302
4.2.6. Granice definiowania	305
4.2.7. Poprawność definicji	307
4.3. Eksplikacja	311

0. WSTĘP

Logika jako nauka, czyli teoretyczne i metodyczne dociekanie nad sposobami rozumowania i wypowiedania myśli, powstała w starożytnej Grecji. Prawa logiki są powszechne, to znaczy, że stosują się do wszystkich bez wyjątku rozumowań, niezależnie od tego, jakiej dziedziny przedmiotowej rozumowania te dotyczą. Prawa logiki są również konieczne, to znaczy, że rozumowania z nimi niezgodne są niepoprawne. Idei logiki jako nauki o powszechnych i koniecznych prawach rozumowania możemy doszukiwać się w tekstach Platona (427–347 p.n.e.) – co nie znaczy jednak, że Platon taką ideę miał.

Arystoteles (384–322 p.n.e.) nadał logice tak doskonały kształt, że jeszcze w XVIII w. Imanuel Kant (1724–1804) uważał, że prawie niczego już do niej nie można dodać. Historycy idei dociekają powodów zrodzenia się w starożytnej Grecji filozofii i nauki, bo przecież żadna inna cywilizacja nie stworzyła wystarczających założeń tego, co przesądza o obliczu współczesnego świata. Rozwój filozofii i nauki wymagał dociekań nad ich narzędziem: logiką. Być może logika rozwinęła się w Grecji i dlatego, że demokratyczny ustrój miast greckich umożliwiał i czynił pożyteczną sztukę dyskusowania oraz poprawnego rozumowania i skutecznego argumentowania. Wartości te dostrzegali również teoretycy demokracji amerykańskiej. Zdaniem Thomasa Jeffersona: w państwie demokratycznym, którego obywatele mają być kierowani przez racje i perswazję, a nie przez siłę, sposób rozumowania nabiera pierwszorzędного znaczenia. Dziś, gdy świat coraz bardziej rządzony jest demokratycznie, gdy argument siły zastępowany jest przez siłę argumentów, greckiemu wynalazkowi demokracji towarzyszy potrzeba znajomości innego greckiego wynalazku:

logiki. Podobnie jak w starożytnych akademiach, średniowiecznych ośrodkach edukacyjnych i uniwersytetach Oświecenia, logika zajmuje ważne miejsce w działalności naukowej i dydaktycznej współczesnych szkół. Można sądzić, że istotnym powodem wzrastającego znaczenia logiki jest też rozwój techniki komputerowej i powszechność jej zastosowań. Jak maszyny są wielokrotnie sprawniejsze niż człowiek w wykonywaniu pracy fizycznej, tak komputery w coraz większym zakresie sprawnie zastępują człowieka w pracy umysłowej, pozostawiając do wykonania człowiekowi to, co najbardziej ludzkie: rozumowanie. Efektywność maszyn i możliwości komputerów czynią, że realizacja zadań zależy prawie wyłącznie od sprawnego i poprawnego rozumowania posługującego się nimi człowieka.

Współcześnie najważniejszym i podstawowym działem logiki jest logika matematyczna. G. W. Leibniz (1646-1716) był pierwszym myślicielem, który w sposób wyraźny sformułował koncepcję logiki jako rachunku. Pierwszymi logikami, których prace są realizacjami tego pomysłu, byli G. Boole (1815–1864) i G. Frege (1848–1925), który świadomie nawiązał do Leibniza. Prace Boole’a, z których najważniejsze są „The mathematical analysis of logic” [1847] i „An investigation of the laws of thought” [1854], oraz prace Fregego, z których podstawową jest „Begriffsschrift” [1879] (Ideografia), dały właściwy początek współczesnej logice formalnej. Istotny wkład w rozwój tej nauki wnieśli logicy polscy.

Logika formalna jest podstawowa z punktu widzenia teorii logiki, stanowi właściwą teorię rozumowań. Rachunek logiczny stosuje się jednak do specjalnego języka, różnego od języka naturalnego, w którym na co dzień przeprowadzamy rozumowania. Z punktu widzenia zastosowania konieczny jest więc «przekład» z języka naturalnego na język logiki formalnej. Przekład taki zakłada zaś aparat pojęciowy, który umożliwia analizę logiczną języka naturalnego. Logika formalna jest teorią, która jako taka nie musi być w pełni znana, aby mogła być stosowana. Umiejętnie rachujemy wcale nie zajmując się teorią arytmetyczną. Sprawnie korzystamy z komputerów nie studiując zasad budowy i nie studiując zasad programowania. Mając na uwadze praktyczne wykorzystanie logiki wystarczy więc ograniczyć znajomość do tych wyników i fragmentów logiki formalnej, które mogą być zastoso-

wane w pracy np. prawnika. Logika praktyczna obejmuje więc to, co można określić mianem logiki nieformalnej, albo też semiotyki logicznej i te wyniki logiki formalnej, które są narzędziem i mają przełożenie na zadania praktyczne, które stoją przed współczesnym człowiekiem.

Logika jest jedną z najstarszych nauk. Niektóre osiągnięcia nawet w tych dziedzinach, które lepiej i trafniej umuje logika współczesna, są przedmiotem studiów i nauczania, jak to jest w wypadku sylogistyki, której znajomość jest ważna dla np. teologów a także prawników. Mimo że łacina przestała być językiem nauki, podobnie jak wcześniej greka – filozofii, nauka i filozofia czerpią ze skarbca i łaciny, i greki. Stworzona terminologia, głównie pochodząca ze średniowiecza, utrzymuje się do dziś. Tu też pozostaniemy przy wielu tradycyjnych terminach mając na uwadze i to, że ich znajomość ułatwia rozumienie np. nie tak jeszcze dawnych tekstów prawniczych.

Logika jest nauką. Logika jest również sztuką. O logice mówimy bowiem też jako o pewnej umiejętności, sprawności w jasnym komunikowaniu myśli, poprawnym rozumowaniu i skutecznym argumentowaniu. Kto posiadał tę umiejętność, ten potrafi sprawnie realizować swoje cele poszerzając wiedzę i pozyskując innych. Kto posiadał umiejętność krytycznej oceny sensu czyjejs wypowiedzi, umie ocenić rozumowanie i nadać właściwą wagę czyimś argumentom, ten będzie wolny od poddania się presji komercyjnych mediów, przyrzeczeń polityków itp.

Sztuka logiki możliwa jest bez podręcznikowej znajomości logiki. Można poprawnie mówić nie znając teorii gramatycznej. Uczymy się jednak gramatyki i wiemy, jak bardzo ta znajomość jest przydatna tym, którzy dbają o poprawność języka. Jak sama znajomość gramatyki nie gwarantuje jeszcze poprawności gramatycznej wypowiedzi, tak znajomość logiki nie gwarantuje poprawności logicznej. Są to sprawności i jak każda sprawność wymagają stałego ćwiczenia. Niższy podręcznik ma pomóc w usprawnieniu naszych umiejętności jasnego i jednoznacznego wypowiedzania się, poprawnego rozumowania i skutecznego argumentowania.

Unika się na tyle, na ile to możliwe, wchodzenia w problematykę i terminologię, która ma znaczenie dla samej logiki jako teorii. Jeżeli jednak mówimy o zastosowaniu teorii logiki, to musimy zapoznać

się z tym, co mamy stosować. Współcześnie wykład logiki formalnej rozpoczyna się od rachunku zdań. Wykład rachunku predykatów, na którym kończymy przedstawianie logiki formalnej, poprzedzony jest omówieniem sylogistyki. Od strony teoretycznej wyniki sylogistyki stanowią fragment rachunku predykatów. Od strony dydaktycznej ułatwia ona zrozumienie tego rachunku. Jej wykład jest pouczający, bowiem jest ona dydaktycznie dobrze opracowana i język sylogistyki, będąc bliższym niż język logiki współczesnej językowi naturalnemu, nie stwarza specjalnych problemów w jej zastosowaniach do rozumowań przeprowadzanych w języku naturalnym. W wykładzie rachunku zdań i rachunku predykatów ograniczamy się do podstawowych pojęć i metod oceny wnioskowań jako dedukcyjnych.

Przyświecają nam cele praktyczne, stąd dużą wagę przywiązuje się do przykładów. Znajdujemy ich wiele rozwiązując własne problemy, w kontaktach z innymi, w środkach społecznego przekazu.

1. JĘZYK

1.1. POJĘCIE JĘZYKA I JEGO FUNKCJE

Językiem posługujemy się na co dzień przede wszystkim w celu porozumiewania się. Używamy języka polskiego. Uczymy się angielskiego, niemieckiego lub innego języka, którym posługuje się jakiś naród. Najbardziej powszechnym sposobem użycia języka jest mowa. Tekst pisany jest najstarszym i najczęstszym sposobem utrwalania komunikatu językowego. Dziś powszechne staje się przechowywanie tekstów w formie zapisu na dysku komputerowym, a ich przekaz odbywa się m.in. za pomocą poczty elektronicznej. Język jest pewnego rodzaju narzędziem. Omówimy cztery podstawowe funkcje tego narzędzia, a mianowicie:

- (1) przekazywania informacji,
- (2) wyrażania lub wywoływania stanów wewnętrznych,
- (3) powodowania działania lub powstrzymywania od działania,
- (4) zobowiązywania się użytkownika języka do czynienia czegoś lub do nieczynienia czegoś.

Zadaniem pierwszej z tu wymienionych funkcji, funkcji informacyjnej, jest przekazywanie informacji o tym jak jest. Ta rola z punktu widzenia logiki jest pierwotną funkcją języka. Logika zajmuje się językiem przede wszystkim pod kątem jej prawidłowego wypełniania. Informacja może być twierdząca, czyli głosząca, że taki a taki jest stan rzeczy, bądź przecząca, czyli głosząca, że tak a tak nie jest

w rzeczywistości, o której traktuje ta informacja. Może to być informacja prawdziwa, czyli zgodna ze stanem rzeczy, bądź fałszywa, czyli niezgodna z nim. Używamy języka w funkcji informacyjnej, gdy opisujemy jakiś stan rzeczy. Może to być rzeczywistość postrzegana na co dzień lub może to być świat rzeczywisty, dany w doświadczeniu naukowym. Nie ma tu znaczenia, czy przekazywana informacja jest doniosła, czy błaha, ogólna, czy szczegółowa. Przykładem użycia języka w tej funkcji jest tekst naukowy. Raport, list handlowy są również tekstami, w których język wykorzystany jest jako środek informowania. Nie znaczy to oczywiście, że język użyty w funkcji przekazu informacji nie może niejako ubocznie wypełniać innych ról i nie tylko informować, ale także np. powodować stany emocjonalne. Matematycy doceniają piękno tworzonych przez siebie teorii. Raport bankowy może budzić zgoła inne emocje u tego, kogo informuje o zyskach, a inne u tego, kogo informuje o stratach. W wypadku takich tekstów wywoływanie emocji nie jest zamierzone, a w każdym razie nie jest pierwszoplanowe. Wypowiedzi w funkcji informacyjnej oceniane są przede wszystkim jako prawdziwe albo fałszywe. Inną ważną kategorią oceny jest wielkość informacji. Ocena ta może mieć charakter obiektywny lub subiektywny. Miernikiem wielkości informacji dla kogoś (charakter subiektywny) może być stopień oczekiwania przez osobę informowaną tego, że zajdzie sytuacja, o której traktuje ta wypowiedź. Prawdziwy komunikat może dla kogoś nie mieć żadnej wartości informacyjnej, jeśli ten ktoś już wiedział o tym, co jest zawarte w treści komunikatu. Wielkość informacji w sensie obiektywnym może być mierzona przez prawdopodobieństwo zajścia sytuacji opisywanej przez ten komunikat: im mniejsze prawdopodobieństwo tym większa informacja. Informacja może być doniosła (obiektywnie) lub doniosła dla kogoś (subiektywnie), gdy może być wykorzystana dla celów praktycznych, odpowiednio, powszechnych lub indywidualnych; im więcej korzyści lub strat tym informacja bardziej doniosła. Informacja o pożarze fabryki jest doniosła dla tego, kto był jej właścicielem i dla właściciela innej firmy, która może przejąć zamówienia. Błaha zaś, bez znaczenia dla kogoś, kto z tego tytułu nie odniesie ani korzyści, ani strat.

Tekst literacki jest przykładem użycia języka w funkcji wyrażania stanów wewnętrznych, inaczej, w funkcji ekspresywnej. Zadaniem tekstu literackiego nie jest informowanie o faktach, co nie znaczy, że nie może być o nich mowy, mogą one nawet stanowić osnowę dzieła literackiego, jak jest w wypadku powieści historycznej. Celem nie jest przedstawianie teorii, co nie znaczy, że pisarz nie był inspirowany jakąś teorią, której dał literacki wyraz, jak to ma miejsce w wypadku literatury *science fiction*. Istotne dla tekstu literackiego jest dawanie wyrazu pewnym emocjom i wzbudzanie podobnych u czytelnika. Publiczne wystąpienia nie tylko ujawniają postawę i emocje ich autora, ale mają również, i o to głównie chodzi, wywołać określone postawy słuchaczy. Funkcję ekspresywną języka realizują również pozdrowienia itp. Jak wypowiedzi w funkcji informacyjnej oceniane są przede wszystkim w kategoriach poznawczych, tak w wypadku ekspresywnej funkcji języka tymi podstawowymi kategoriami są kategorie estetyczne, np. piękno.

W wypadku użycia języka w funkcji (3), w funkcji **dyrektywnej**, na plan pierwszy wysuwa się powodowanie jakiegoś działania lub zakazywanie czynienia czegoś. Tego typu użycie jest charakterystyczne dla tekstów prawnych: ustaw i przepisów. W tej roli występują zdania rozkazujące i pytajne języka potocznego. Kiedy mówię: „Zamknij okno!”, nie zamierzam informować o czymś i nie dążę do budzenia jakichś emocji, lecz przede wszystkim chodzi o spowodowanie określonego działania – zamknięcia okna. „Nie kradnij!” zakazuje pewnego działania. Zdanie pytajne różni się formą jako wypowiedź od zdania rozkazującego. Daje się jednak całkowicie na wypowiedź rozkazującą przełożyć. Kiedy pytam: „Która jest teraz godzina?”, to w istocie domagam się pewnego działania, którym będzie odpowiedź na moje pytanie. Z powodzeniem mogę więc powiedzieć, jeśli pominąć względy grzecznościowo-stylistyczne: „Powiedz, która jest teraz godzina!”. Polecenie działania i zakaz mogą być wykonalne lub nie. Osoba, osoby, do których skierowane jest polecenie lub zakaz, mogą się im poddać, wykonać co nakazują lub zakazują, albo nie. Nie powiemy jednak o zdaniach rozkazujących i pytajnych, jak to ma miejsce dla zdań informujących, że są prawdziwe lub nie. Wypowiedzi nakazujące jakiegoś działania lub je zakazujące możemy oceniać

jako skuteczne lub nie. Oczywiście, takie wypowiedzi muszą nieść informacje pozwalające zidentyfikować te działania. Takie wypowiedzi mogą budzić emocje zarówno z powodu formy, w jakiej zostały wypowiedziane (grzecznie lub nie), jak też z powodu tego, co nakazują lub czego zakazują.

Przyrzeczenia, zobowiązania, potwierdzenia są rodzajami wypowiedzi, w których na plan pierwszy wysuwa się funkcja (4), **funkcja zobowiązania się**. Kiedy mówię: „Rzucę palenie”, kiedy mówię: „Na następnych zajęciach będziemy kontynuowali temat”, to przyrzekam coś, zobowiązuję się do czegoś. Kontrakt, umowa, rota przysięgi są tekstami, w których ta funkcja języka jest pierwszoplanowa. Ktoś, kto przyrzeka lub zobowiązuje się, jest konsekwentny, gdy wypełnia to, co przyrzeka lub to, do czego się zobowiązuje. Dla oceny wypowiedzi w funkcji (4) istotne jest, czy jest ona wypełniona, czy też nie. Przyrzeczenie i zobowiązanie są szczerze, gdy osoba przyrzekająca lub zobowiązująca się zamierza wypełnić to, co przyrzeka lub to, do czego się zobowiązuje.

Wskazane zostały cztery funkcje języka. Nie znaczy to, że wypowiedzi, teksty wypełniają zawsze tylko jedną z tych funkcji. Jest raczej tak, że każda wypowiedź realizuje w większym lub mniejszym stopniu więcej niż jedną funkcję. Tekst naukowy nie tylko informuje, ale i też może wyrażać. Utwór literacki nie tylko coś wyraża, ale i informuje, a nadto ma jakieś przesłanie, czyli ma na celu spowodowanie jakiegoś działania lub spowodowanie zaniechania działania. Są teksty, w których to połączenie funkcji nie jest czymś uzupełniającym, dodatkowym, lecz jest czymś istotnym, ważnym. Modlitwa to – przynajmniej – dość swoisty tekst, który wypełnia funkcję ekspresywną, ma na celu spowodowanie jakiegoś działania (przez tego, do kogo się modlimy) oraz zawiera zobowiązania się modlącego do czynienia lub nieczynienia czegoś. Kiedy oferuję jakiś towar do sprzedaży, to udzielam informacji, co to jest, lecz jednocześnie tak dobieram słowa, aby przekonać do jego kupna, a więc przekonać do podjęcia pewnego działania. Moje informowanie o towarze nie było bezinteresowne, na celu miało spowodowanie pewnego działania, kupna. W reklamach dąży się nadto do wywoływania pewnych postaw, wytworzenia stanu motywacji do kupna reklamowanego towaru lub usługi.

We wszelkiego rodzaju ceremoniach, takich jak ślub, tekst ma informować, ma wywoływać uczucia, powodować pewne działania i nadto zawiera zobowiązania. Język kontraktu zbliżony jest do języka ceremonialnego. W tego rodzaju użyciach języka pojawiają się wyrażenia performatywne.

DEFINICJA: Wyrażenie performatywne to wyrażenie, którego użycie w określonych okolicznościach (właściwych dla niego) powoduje zaistnienie tego, co ono opisuje.

Formuła immatrykulacji powoduje, że zostaje studentem ktoś, do kogo w czasie ceremonii inauguracji roku akademickiego rektor szkoły wyższej zwróci się słowami tej formuły. Formuła zawarcia związku małżeńskiego powoduje, że ktoś, kto ją wygłasza w okolicznościach opisanych w odpowiednich aktach prawnych, wstępuje w związek małżeński. Kiedy (na serio) mówię „gratuluje”, to tym samym gratuluje, a więc dokonuję pewnego czynu (różnego od samego aktu użycia języka).

W gramatyce szkolnej wyróżnia się typy zdań: oznajmujące, pytajne, rozkazujące, wykrzyknikowe. Rodzaj użytych zdań nie rozstrzyga kwestii funkcji, w jakiej zostały użyte. Można przecież zadać pytanie korzystając ze zdania oznajmującego. Kiedy mówię do kelnera: „Napiłbym się kawy”, to używam zdania oznajmującego dla spowodowania pewnego działania. Tak zwane pytania retoryczne, to zdania pytajne użyte dla przekazania informacji. Wypowiedziane w odpowiednim kontekście zdanie „jak długo jeszcze w Rzeczypospolitej będzie rządziła prywatata?” może być pytaniem retorycznym. Celem jego wygłoszenia byłoby informowanie o stanie rzeczy, a nie stawianie pytania o to, jaki ten stan rzeczy jest.

Język jest systemem znaków. Znak jest czymś charakterystycznym dla człowieka jako istoty społecznej. Jest to typ rzeczy (przedmiotów materialnych), co do którego istnieje umowa pewnej społeczności ludzkiej, do czego przedmioty tego typu odnoszą, jak je należy rozumieć.

Rzecz może być znakiem ze względu na swój kształt, jak jest w wypadku znaków języka pisanego, lub ze względu na typ brzmienia,

jak jest w wypadku języka mówionego. Pismo Braille'a, którym posługują się niewidomi, wykorzystuje typ odczuć dotykowych. Zrozumienie znaku wymaga poznania umowy danej społeczności, konwencji jak ten znak należy rozumieć. Konwencję dotyczącą znaków języka, którym posługujemy się jako członkowie danej społeczności, «wysysamy z mlekiem matki» w trakcie przekazu kulturowego. Odczytanie pisma starożytnego Egiptu, hieroglifów, było możliwe po ustaleniu zasad, którymi starożytni Egipcjanie kierowali się w rozumieniu jego znaków.

Oznaka różni się od znaku przede wszystkim tym, że ma charakter naturalny. Podobnie jak znak jest rzeczą odnoszącą się do czegoś innego. W odróżnieniu od znaku to, do czego się odnosi, nie jest przedmiotem jakiejś umowy, lecz jest wyznaczone przez porządek naturalny. Dym jest w porządku naturalnym oznaką ognia. Dym może też być znakiem. Na to jednak, aby wiedzieć czego jest znakiem, trzeba znać odpowiednią umowę. W czasie konklawe dym wydobywający się z komina Kaplicy Sykstyńskiej w zależności od barwy jest znakiem tego, czy wybrano nowego papieża, czy też nie. Ktoś, kto nie zna stosowanej umowy, będzie widział tylko dym. Ktoś, kto zna umowę, widząc kolor dymu będzie wiedział, jaki przebieg mają wybory. Aby widząc dym kojarzyć go z ogniem, nie trzeba znać żadnej umowy takiej lub innej społeczności. Pszczoły «informują się» o miejscu, w którym są kwiaty za pomocą specjalnego tańca. Taniec ten jest «zrozumiały» dla wszystkich pszczół danego gatunku, jednak nie dlatego, żeby w obrębie gatunku istniała jakaś umowa, lecz dlatego, że gatunek ten zgodnie z prawami przyrody tak a nie inaczej reaguje na te bodźce. Badacze życia pszczół od badaczy pisma węzłkowego Inków różnią się tym, że ci pierwsi poszukują prawa rządzącego reakcjami pszczół na bodźce pochodzące z «tańca», a ci drudzy dążą do odtworzenia umowy, według której Inkowie rozumieli swoje «węzłki». Lekarz na podstawie oznak stawia diagnozę, mając na uwadze naturalny związek między tymi oznakami a chorobą, a nie ze względu na to, że w danej społeczności obowiązuje jakaś umowa co do rozumienia poszczególnych danych o stanie zdrowia pacjenta, jako znaku jakiejś choroby. Społeczność i lekarz mogą żywić przekonanie, że takie a takie objawy (oznaki) wskazują na taką a taką chorobę. Lekarz powinien odrzucić

takie przekonanie, jeśli są tylko wystarczające racje, że tak naprawdę nie jest.

Mając na uwadze określenie języka jako systemu znaków możemy wyróżnić trzy aspekty, w których może być on badany i opisywany:

- (1) **syntaktyczny**, czyli dotyczący stosunków między wyrażeniami języka – bo język jest systemem;
- (2) **semantyczny**, czyli dotyczący stosunku języka do rzeczywistości, do mówienia o której ten język służy – bo znaki odnoszą do czegoś różnego od nich samych;
- (3) **pragmatyczny**, czyli dotyczący stosunków między językiem a jego użytkownikiem – bo na to, by jakiś typ rzeczy był znakiem potrzeba, by była społeczność, która go stworzyła.

Język interesuje logikę głównie, choć nie jedynie, jako środek przekazywania informacji.

1.2. BUDOWA I ZNACZENIE WYRAŻEŃ

Na język składają się pewne przedmioty, którymi są w wypadku języka pisanego napisy, a w wypadku języka mówionego głosy. Te napisy i głosy skonstruowane są zgodnie z zasadami gramatyki (składni, regułami syntaktycznymi) z elementów pewnego zbioru przedmiotów – słownika. Dochodzą do tego reguły, które mówią jak te napisy i głosy należy rozumieć. Są to reguły znaczeniowe (semantyczne).

DEFINICJA: Wyraz języka J to element słownika tego języka.

Napis¹ jest skończonym ciągiem wyrazów. Jednak nie każdy napis, nie każdy skończony ciąg wyrazów należy do języka.

DEFINICJA: Skończony ciąg elementów słownika S języka \mathcal{J} jest wyrażeniem języka \mathcal{J} wtedy i tylko wtedy, gdy jest zbudowany zgodnie z regułami \mathcal{G} gramatyki języka \mathcal{J} , inaczej – zgodnie z jego regułami składniowymi (syntaktycznymi).

O ciągu wyrazów zbudowanym zgodnie z regułami syntaktycznymi mówimy, że jest syntaktycznie spójny. Wyrażenia języka to syntaktycznie spójne skończone ciągi wyrazów tego języka.

Wyrażenia mogą być proste, gdy są wyrazami, i złożone, gdy zbudowane są z więcej niż jednego wyrazu.

Aby korzystać z języka, nie wystarczy mieć do dyspozycji słownik tego języka i konstruować wyrażenia zgodnie z regułami składniowymi. Ucząc się języka uczymy się również rozumienia jego wyrazów. Dziecko sposób rozumienia wyrazów języka ojczystego czerpie w procesie przekazu kulturowego: różne konkretne sytuacje dają rodzicom i wychowawcom okazję do przekazywania sposobu, w jaki należy rozumieć wyrażenia. Gdy uczymy się języka obcego, o rozumieniu poszczególnych napisów i głosów w tym języku jesteśmy zwykle informowani w naszym języku ojczystym. Znaczenie wyrażenia to sposób jego rozumienia. Przyporządkowywanie znaczeń wyrażeniom dokonuje się według pewnych zasad. Te zasady zawarte są w regułach znaczeniowych, semantycznych języka.

DEFINICJA: Znaczenie wyrażenia języka \mathcal{J} , to sposób rozumienia tego wyrażenia wyznaczony przez reguły znaczeniowe \mathcal{Z} języka \mathcal{J} .

Dla języków naturalnych typowe jest, że niektóre wyrażenia nie mają dokładnie sprecyzowanego znaczenia.

¹ Aby niepotrzebnie nie komplikować wykładu, zwykle będziemy ograniczać się do mówienia o języku pisanim. Zwykle jednak wszystko, co powiemy, będzie stosować się do języka w każdej formie i wystarczy jedynie dokonać stosownych modyfikacji, których wymaga specyfika danej formy, np. mówionej.

DEFINICJA: Wyrażenie ma jasne znaczenie lub, po prostu, wyrażenie jest jasne wtedy i tylko wtedy, gdy znaczenie tego wyrażenia jest jednoznacznie określone.

DEFINICJA: Znaczenie wyrażenia jest niejasne (mętne) lub, po prostu, wyrażenie to jest niejasne (mętne) wtedy i tylko wtedy, gdy znaczenie tego wyrażenia nie jest jednoznacznie określone.

Znaczenie wyrażenia jest bądź jasne, bądź jest niejasne, czyli mętne.

O wypowiedzi mówimy, że jest jasna wtedy i tylko wtedy, gdy jej znaczenie jest jednoznacznie określone. Mówimy zaś, że jest niejasna (mętna), gdy tak nie jest. O autorze (nie)jasnej wypowiedzi mówimy, że wypowiada się (nie)jasno.

O jasności lub niejasności i mętności znaczenia wyrażenia możemy mówić jako o pewnej nierelatywnej cesze tego wyrażenia. Może jednak być tak, że wyrażenie, które jest jasne w sensie absolutnym (nierelatywnym), nie jest jasne subiektywnie, czyli nie jest jasne dla kogoś.

DEFINICJA: Znaczenie wyrażenia jest jasne dla kogoś wtedy i tylko wtedy, gdy ten ktoś to wyrażenie rozumie w dokładnie jeden określony sposób. Jest zaś niejasne dla kogoś, kto tego wyrażenia nie rozumie lub nie rozumie w pełni.

Publikowane są słowniki, które podają znaczenie wyrazów. Mówimy więc o słownikowym znaczeniu wyrazu.

W znaczeniu wyrazów daje się wyróżnić sens deskryptywny (kognitywny).

DEFINICJA: Sens deskryptywny (kognitywny) wyrażenia to to, co w jego znaczeniu odnosi się do przedmiotów, ich cech i związków (relacji) między nimi.

Ponadto można wyróżnić sens pragmatyczny (emocjonalny).

DEFINICJA: Sens pragmatyczny (emocjonalny) wyrażenia to składnik jego znaczenia, odnoszący się do postaw, uczuć lub ocen użytkowników języka.

Sensy deskryptywne nazw „policjant”, „stróż porządku publicznego” i „gliniarz” w zasadzie nie różnią się. Nazwy te mają jednak różne sensy emocjonalne.

Zwykle wyrażeniu przysługuje znaczenie wyznaczone przez znaczenia składających się na nie wyrazów.

DEFINICJA: Dosłowne znaczenie wyrażenia to znaczenie tego wyrażenia wyznaczone przez znaczenia składających się na nie wyrazów.

Niektórym wyrażeniom przysługuje znaczenie nie będące funkcją znaczeń poszczególnych wyrazów.

DEFINICJA: Idiomatyczne znaczenie wyrażenia to znaczenie tego wyrażenia nie będące wynikiem złożenia znaczeń składających się na nie wyrazów.

DEFINICJA: Idiom to wyrażenie, któremu przysługuje znaczenie idiomatyczne.

Idiomom, oprócz znaczenia idiomatycznego, może, choć nie musi, przysługiwać znaczenie dosłowne. Wyrażeniu „tu leży pies pogrzebany” oprócz znaczenia idiomatycznego przysługuje też znaczenie dosłowne. Inaczej jest w wypadku „pal go sześć”. Ma ono tylko znaczenie idiomatyczne.

Zdarza się, że jakiś wyraz ma więcej niż jedno znaczenie, czyli jest wieloznaczny, a nadto różne jego znaczenia nie są ze sobą związane, są przypadkowe, jak np. „zamek”, „koza”. Słowo „szyje” użyte może być jako rzeczownik i jako czasownik.

DEFINICJA: Homonim to wyraz, któremu przysługuje więcej niż jedno znaczenie i znaczenia te nie są ze sobą powiązane.

W wypadku homonimów wieloznaczność ma charakter przypadkowy. Inaczej jest w wypadku wyrazów systematycznie wieloznacznych.

DEFINICJA: Wyraz systematycznie wieloznaczny to wyraz, którego poszczególne znaczenia pozostają ze sobą w systematycznych związkach wyznaczonych przez reguły znaczeniowe.

Wyrazami systematycznie wieloznacznymi są w języku polskim czasowniki. Np. „gra” w zdaniu „Jan gra na pianinie” może znaczyć, że Jan posiada umiejętność gry na pianinie. W tym wypadku mówimy o **znaczeniu potencjalnym**. Może również znaczyć, że Jan w tym czasie, w którym dokonywana jest wypowiedź, siedzi przy pianinie powodując wydawanie przez nie dźwięków. Mówimy wówczas, że czasownik ten użyty jest w **znaczeniu aktualnym**. Wyrazami systematycznie wieloznacznymi są również **słówka okazjonalne**. Znaczenie słówka okazjonalnego zależy od okoliczności i kontekstu jego użycia, czyli jego znaczenie jest **znaczeniem kontekstowym**. Słówkami okazjonalnymi są okoliczniki czasu, jak: „teraz”, „dzisiaj”; okoliczniki miejsca, jak: „tu”, „tam”; zaimki osobowe, jak: „ja”, „ty”. Wyrażenie „zaraz wracam” nie ma określonego znaczenia, dopóki nie zostanie umieszczone w odpowiednim kontekście, który nadałby znaczenie wyrazowi „zaraz” oraz wskazałby tego, kto zaraz wraca.

W wypadku słówek okazjonalnych ich znaczenie zależy od okoliczności, czyli pozajęzykowego kontekstu użycia. W wypadku takich słówek jak „dużo”, „wysoki” i „dobry” ich znaczenie zależy zasadniczo od językowego kontekstu użycia. „Dużo” znaczy co innego, gdy mówimy, że w klubie na spotkaniu z autorem książki było dużo uczestników, a co innego, gdy mówimy, że na meczu piłkarskim było dużo kibiców. „Wysoki” w zdaniu „Jan jest wysoki” znaczy co innego niż w zdaniu „w Gąbinie był wysoki maszt radiowy”. „Dobry” w kontekście „dobry student” znaczy co innego niż w kontekście „dobry lekarz”. Dla podanych słówek charakterystyczne jest, że mówią o pewnych własnościach związanych z relacjami. „Dużo” wiąże się z relacją – więcej, „wysoki” – wyższy, „dobry” – lepszy. Relacja jest określana przez rodzaj przedmiotów, pomiędzy którymi zachodzi. Relacja pomiędzy liczebnością zbiorów uczestników literackich spotkań klubowych

jest różna od relacji pomiędzy liczebnością zbiorów kibiców meczów piłkarskich. Relacja pomiędzy ludźmi ze względu na ich wzrost jest różna od relacji między masztami radiowymi ze względu na ich wysokość. Relacja bycia lepszym studentem jest różna od relacji bycia lepszym lekarzem. To, o jaką relację w danym wypadku chodzi, jest wskazywane przez językowy kontekst użycia.

DEFINICJA: Wyraz relacyjnie wieloznaczny to wyraz, którego znaczenie związane jest z relacją, ze względu na którą jest orzekany.

Zależy nam na bogatym języku. Jego wzbogacenie może nastąpić w drodze przypisywania wyrazom nowych znaczeń. Te nowe znaczenia mogą bazować na dotychczasowym znaczeniu wyrazu.

DEFINICJA: Wyraz umyślnie wieloznaczny to wyraz, któremu dodano znaczenie metaforyczne lub analogiczne.

Wyrazami umyślnie wieloznacznymi są np.: „gniazdo”, „miara”. Wieloznaczność umyślna może być **metaforą**, czyli **przenośnią**, może też być **analogią**. W znaczeniu pierwotnym „gniazdo” oznacza miejsce wylęgu piskląt w warunkach naturalnych. W kontekstach „gniazdo oporu” i „gniazdo rodzinne” wyraz ten zyskuje inne, przenośne znaczenia. W wypadku analogii znaczenia są do siebie podobne. Podobne są np. znaczenia wyrazu „miara” w kontekstach: „miara wzrostu”, „miara wysokości”, „miara mądrości”, „miara dorosłości”.

Zdarza się i tak, że to samo znaczenie przysługuje więcej niż jednemu wyrazowi.

DEFINICJA: Wyraz w_1 użyty w znaczeniu z_1 jest synonimem wyrazu w_2 użytemu w znaczeniu z_2 wtedy i tylko wtedy, gdy znaczenia z_1 i z_2 (istotnie) nie różnią się.

Wyrazów synonimicznych możemy używać wymiennie. Zamiast „i” możemy użyć „oraz”, zamiast „kartofel” możemy napisać „ziemniak”. Czasem użycie jednego z wyrazów synonimicznych jest sprawą zwy-

czajów językowych środowiska, preferencji stylistycznych lub, po prostu, aby uniknąć powtarzania (polepsza styl).

DEFINICJA: Nonsens to ciąg wyrazów, który nie jest wyrażeniem.

Nonsensem jest np. „spać Jan koniec”. Nonsensom, ponieważ nie są zbudowane zgodnie z regułami składniowymi, reguły znaczeniowe nie przypisują znaczenia. Nonsensy mogą pełnić jakąś funkcję językową np. w tekście literackim, gdy zapisane jako przez kogoś wypowiedziane są **oznaka** tego, że ten ktoś nie kontroluje swoich wypowiedzi. Czym innym jest bezsens.

DEFINICJA: Bezsens to wyrażenie, czyli ciąg wyrazów zbudowany zgodnie z regułami składniowymi języka, któremu nie można przypisać znaczenia zgodnie z regułami znaczeniowymi.

Wyrażenie „niektóre z rosnących na stole kwiatów były zardzewiałe” zgodnie z regułami syntaktycznymi jest wyrażeniem zdaniowym. Jest to jednak bezsens, nie można mu bowiem według reguł semantycznych przypisać znaczenia. Wyrażenie „gwóźdź programu” jest zbudowane zgodnie z regułami składniowymi języka polskiego – ma postać nazwy – a więc nie jest to nonsens. Ktoś, kto zna język polski, zna jego reguły znaczeniowe, wie, że wyrażenie to nie ma żadnego znaczenia dosłownego. Ma ono tylko znaczenie idiomatyczne. W języku matematyki bezsensiem jest wyrażenie „większa połowa”. Jest to nazwa, a zatem nie jest to nonsens. Jednak wyrażeniu temu według reguł znaczeniowych języka matematyki nie przysługuje żadne znaczenie.

Język służy nie tylko do komunikowania faktów, lecz także naszej wobec nich postawy. Kiedy mówię: „Nie jest prawdą, że dzisiaj jest wtorek”, neguję zachodzenie, istnienie pewnej sytuacji. W tej sprawie ktoś może mieć inne zdanie. **Różnimy się wówczas co do faktów**. Kiedy mówię: „Dzisiaj mamy dobrą pogodę”, to wyrażam pewną postawę, wypowiadam ocenę pogody. Ktoś inny może inaczej oceniać dzisiejszą pogodę. **Różnimy się więc co do postawy, oceny**.

Wartościowanie, **ocenia**nie czegoś może być ocenianiem z punktu widzenia **moralności**, czyli przede wszystkim jako dobrego lub złego.

Może to być ocena estetyczna, wówczas mówimy o pięknie i brzydocie. Możemy też mówić o ocenach użyteczności, wówczas mówimy o użyteczności i bezużyteczności. Nasze postawy i oceny możemy wyrażać korzystając ze specjalnych słówek: „dobre”, „złe”; „piękne”, „brzydkie”; „korzystne”, „niekorzystne” itd. Może się to też dokonywać przez użycie wyrażen nacechowanych pejoratywnie lub nacechowanych pozytywnie. W okresie PRL-u używano oficjalnie nazwy „Związek Radziecki”. Był to termin wprowadzony do powszechnego użycia przez komunistów. W okresie przed II wojną światową stosowana była nazwa „Związek Sowiecki”. Konteksty, w których była używana, spowodowały, że była nacechowana pejoratywnie i to stało się powodem używania w oficjalnym języku PRL-u wyłącznie terminu „Związek Radziecki”. Otóż ktoś, kto mówił: „Związek Sowiecki”, właśnie z powodu pejoratywnego nacechowania tego terminu, wyrażał swoją negatywną postawę wobec ZSRR. W działalności gospodarczej chroni się nazwę marki – osiągnięcie pozytywnego kojarzenia nazwy kosztuje, a następnie daje korzyści. Dlatego też oprócz uznanej nazwy firmowej „Panasonic” spotykamy np. „Pavasonic”, „Panasaonic”, „Panasonix”. Czasem tylko podejrzenie o pejoratywne nacechowanie wystarcza, aby ich miejsce zajmowały słowa, które się jeszcze nie «zżyły». Zamiast „dozorca” używa się „administrator domu”, do zajęcia miejsca „listonosza” pretenduje „doreczyciel” itp. Wyrażeniami nacechowanymi pejoratywnie są: „biurokrata”, „anarchista”, „faszysta”. Wyrażeniami nacechowanymi pozytywnie są: „menedżer”, „demokrata”, „patriota”. W argumentacji, w zależności od jej celu, używa się takich słów, które przez swoje nacechowanie wzmacniają argumentację. Gdy ktoś argumentuje za czymś, co opisuje się raczej wyrażeniami nacechowanymi pejoratywnie, zwykle dąży do stosowania określeń, które takiego nacechowania nie mają. Ten sposób postępowania polega na stosowaniu eufemizmów. Zamiast powiedzieć: „dokonał malwersacji”, można użyć eufemizmu i powiedzieć: „zrobił fałszywy krok finansowy”. «Życie» eufemizmów jest krótkie. Eufemizm raz użyty traci swoją rolę z powodu skojarzenia z rzeczywistością, do której się odnosi. Zyskując pejoratywne nacechowanie musi być systematycznie zastępowany przez eufemizm na samego siebie. Ktoś, kto może użyć w swojej argumentacji wyrażen nacechowanych, zwykle tę sytuację wykorzystuje dla

jej wzmocnienia. W dyskusji na temat legalizacji przerywania ciąży obserwujemy używanie przez jedną ze stron określeń typu: „prawo do własnego ciała”, „prawo wyboru”, „aborcja”, a przez drugą określeń typu: „prawo do życia”, „zabójstwo nie narodzonych”.

Wypowiedź nacechowana emocjonalnie przeszkadza w racjonalnym podejściu do podejmowanego w niej zagadnienia. Bywa, że zależy nam na przedstawieniu jakiejś sprawy bez wyrażenia naszego wobec niej stanowiska, a więc w języku nie nacechowanym emocjonalnie, czyli w języku neutralnym emocjonalnie. Czasem nie wydaje się to jednak możliwe. Wypowiedzi „prawo do niezależnego sądu należy do podstawowych praw człowieka”, nie można, jak się zdaje, tak przeformułować, aby ktoś, kto mówi o tym fakcie, mógł być odbierany jako ktoś, kto zajmuje stanowisko neutralne. Język nauki powinien być emocjonalnie neutralny. Nawet wyrażenia, które w języku potocznym są emocjonalnie nacechowane, tracą to nacechowanie w języku nauki. Na przykład nazwa „szlachetny metal”, będąca w języku potocznym nacechowana pozytywnie, traci to nacechowanie w podręcznikach z fizyki i chemii.

1.3. KATEGORIE WYRAŻEŃ²

Ze szkolnej nauki o języku znamy podział wyrażen. Wśród części mowy wyróżnia się rzeczowniki, czasowniki, przymiotniki itd. Logika dla swoich potrzeb też dokonuje podziału wyrażen na kategorie. Wyrażeniom językowym przypisuje się kategorie syntaktyczne (odpowiadające rolom składniowym pełnionym przez te wyrażenia).

DEFINICJA: Wyrażenie w_1 w danym miejscu wystąpienia w wyrażeniu w_2 (jako napis) jest wymienialne (wymienialne *salva congruitate*) z wyrażeniem w_3 wtedy i

² W dalszym ciągu mówiąc o wyrażeniach będziemy mieli na uwadze wyrażenia jakiegoś jednego ustalonego języka. Możemy więc używać terminu „wyrażenie” zamiast „wyrażenie języka \mathcal{J} ”. Podobnie – jeśli nie będzie to prowadzić do nieporozumienia – będziemy postępować z innymi terminami, których użycie powinno być zrelatywizowane do języka, jak np.: „wyraz”, „zdanie”, „nazwa”.

tylko wtedy, gdy po wpisaniu wyrażenia w_3 w wyrażeniu w_2 w to miejsce, w którym występuje wyrażenie w_1 otrzymamy ciąg wyrazów będący wyrażeniem.

Na przykład w wyrażeniu „Jan pisze listy” wyrażenie „pisze” jest wymienne z wyrazem „czyta”. Wyraz „listy” nie jest zaś wymienny z wyrażeniem „ładnie wygląda”.

✓ **DEFINICJA: Kategoria składniowa (kategoria syntaktyczna)** jest klasa wszystkich i tylko wyrażen wzajemnie wymiennych.

Dwa wyrażenia należą więc do tej samej kategorii składniowej wtedy i tylko wtedy, gdy są wzajemnie wymienne w dowolnych wyrażeniach w każdym miejscu ich wystąpienia. Wyrażeniami tej samej kategorii składniowej są „ziemniak” i „seler”.

Kategoria syntaktyczna to każda (maksymalna) klasa wyrażen należących do tej samej kategorii składniowej. Dowolne dwa wyrażenia w_1 i w_2 należące do tej klasy są wzajemnie wymienne w dowolnych wyrażeniach i nadto do tej klasy należy każde wyrażenie w_3 wzajemnie wymienne z wyrażeniami należącymi do tej klasy.

W wypadku języka, którego wyrażeniom może przysługiwać więcej niż jedno znaczenie, jak to ma miejsce dla języka naturalnego, wyrażenie w zależności od tego, w jakim jest wzięte znaczeniu, ma taką lub inną kategorię składniową. Wyraz „szyje” w jednym znaczeniu jest rzeczownikiem w liczbie mnogiej, a w drugim znaczeniu jest czasownikiem. Przypisując wyrażeniu kategorię składniową mamy na uwadze wyrażenie wzięte w określonym znaczeniu.

Dla nazwania kategorii składniowych stosowane są terminy znane z nauki gramatyki. Terminom tym jednak w logice nadaje się specyficzne znaczenie. Wyróżnimy kategorie zdań, nazw, spójników oraz słówek kwantyfikujących.

✓ 1.3.1. Zdanie i prawdziwość

O pewnych wypowiedziach zwykliśmy mówić, że są prawdziwe lub fałszywe. O wypowiedzi „Warszawa jest stolicą Polski” powiemy,

że jest prawdziwa. O wypowiedzi „Białystok jest stolicą Polski” powiemy, że jest fałszywa. O wyrażeniu „czerwony kwiat” ani nie powiemy, że jest fałszywe, ani że jest prawdziwe. Podobnie będzie w wypadku „zamknij drzwi!” i „kto jest prezydentem Polski?”.

DEFINICJA: Zdanie w sensie logicznym to takie i tylko takie wyrażenie, które jest bądź prawdziwe, bądź fałszywe.

DEFINICJA: Sąd to sposób rozumienia zdania, czyli znaczenie zdania.

Zdarza się, że jakieś wyrażenie służy do wypowiedzenia wielu zdań. Wyrażenie takie ma syntaktyczną postać zdania, a wzięte poza kontekstem jest wieloznaczne. Dopóki nie wiemy, jaki sąd należy wiązać z takim wyrażeniem, dopóty nie możemy ani twierdzić, że jest ono prawdziwe, ani twierdzić, że jest ono fałszywe. Może się bowiem zdarzyć, że wzięte w jednym znaczeniu jest zdaniem prawdziwym, a wzięte w innym znaczeniu, jest zdaniem fałszywym.

DEFINICJA: Zdanie α języka J_1 jest równoznaczne ze zdaniem β języka J_2 wtedy i tylko wtedy, gdy znaczenie zdania α w języku J_1 jest takie samo jak znaczenie zdania β w języku J_2 .

Zdania równoznaczne to zdania z jednego języka, którym reguły znaczeniowe tego języka przyporządkowują jeden i ten sam sąd lub zdania z różnych języków, którym w każdym z tych języków ich reguły znaczeniowe przyporządkowują to samo znaczenie. Przetłumaczyć zdanie jednego języka na zdanie drugiego to tyle, co znaleźć w języku, na który tłumaczymy, takie zdanie, które wyraża taki sam sąd jak zdanie, które tłumaczymy.

Zdania są podstawową kategorią wyrażen. Na zdania w sensie logicznym nadają się zdania oznajmujące w sensie gramatycznym. Zdaniami w sensie logicznym nie są ani zdania pytajne, ani rozkazujące i wykrzyknikowe. Tego ustalenia terminologicznego nie należy rozumieć tak, że zasady logiki nie stosują się do wypowiedzi, w których występują zdania inne niż oznajmujące, lub że logika zajmuje się

tylko zdaniem typu oznajmującego. Niewątpliwie jednak logika interesuje się przede wszystkim rozumowaniami, a dla nich podstawowe są zdania jako wyrażenia prawdziwe lub fałszywe. Zrozumienie podanej definicji zdania wymaga dopowiedzenia, czym są prawdziwość i fałszywość.

Gdy w zwykłych codziennych sytuacjach mówimy o prawdziwości wypowiedzi³, to mamy na uwadze zgodność tej wypowiedzi z tym, jak jest w rzeczywistości. Gdy mówię „pakunek *A* jest cięższy niż pakunek *B*”, to o prawdziwości tej wypowiedzi rozstrzyga się porównując ciężary obu pakunków. Gdy w rzeczywistości pakunek *A* waży więcej niż pakunek *B*, to moja wypowiedź jest uznawana za prawdziwą. Gdy zaś tak nie jest, a więc gdy *A* waży tyle samo, co *B* lub *B* waży więcej niż *A*, to moja wypowiedź uznawana jest za fałszywą. Takie podejście wskazuje, że kierujemy się klasycznym rozumieniem prawdy.

DEFINICJA: Zdanie jest **prawdziwe** wówczas i tylko, gdy w rzeczywistości jest tak, jak to zdanie głosi. Zdanie jest zaś **fałszywe** wówczas i tylko, gdy w rzeczywistości nie jest tak, jak zdanie to głosi.

Klasycznie rozumiana prawdziwość zdania nie zależy od tego, kto dane zdanie wygłasza oraz od stanu wiedzy subiektywnie lub obiektywnie rozumianej.

Powyższe określenia prawdziwości i fałszywości zdań są potocznym sformułowaniem **klasycznej koncepcji prawdy**. Klasyczne pojęcie prawdy jest dziełem starożytnych Greków i stanowi jeden z fundamentów cywilizacji europejskiej. Takie określenia prawdziwości i fałszywości znajdujemy u Arystotelesa. Na przykład w swoim podstawowym dziele filozoficznym „*Metafizyka*” pisze on: *Twierdzenie o*

³ Słowa „prawdziwy” używa się też w innych kontekstach i znaczeniach, np. na odróżnienie produktów od ich namiastek i substytutów, jak w wypadku: „prawdziwa kawa”. Podobnie słowo „fałszywy” może być użyte nie tylko w odniesieniu do zdań. Mówimy np. o prawdziwym przyjacielu i o fałszywym przyjacielu, mówimy o prawdziwym pokoju, ale nie ma czegoś, co określilibyśmy jako fałszywy pokój, o kimś, np. o Janie, możemy mówić, że jest fałszywy, ale nie mówimy (a w każdym razie nie wiemy, co to mogłoby znaczyć), że Jan jest prawdziwy (możemy zaś powiedzieć: „Jan jest prawdziwym przyjacielem”).

Bycie, że nie istnieje, albo o Nie-Bycie, że istnieje, jest fałszem; natomiast twierdzić, że Byt istnieje, a Nie-Byt nie istnieje, jest prawdą. A w innym fragmencie tego dzieła głosi, że: *Prawda albo fałsz z punktu widzenia rzeczy zależy od ich połączenia lub rozdzielania; kto więc myśli o rozdzielonym, że jest rozdzielone, a o połączonym, że jest połączone, mówi prawdę, natomiast głosi fałsz, jeżeli się myśli przeciwnie o tym stanie rzeczy.* Duże uznanie zyskała definicja tak pojmowanej prawdy sformułowana przez żyjącego w Egipcie lekarza i filozofa żydowskiego Izaaka ben Salomona (845–940). W łacińskim przekładzie głosi ona: *Veritas est adequatio intellectus et rei*, co można by przetłumaczyć: *Prawda jest zgodnością poznania i rzeczy.* Problemem była definicja, która, po pierwsze, wyrażałaby to, co zawarte jest w klasycznym rozumieniu prawdy, a po drugie, spełniałaby warunki poprawności definicji formułowane w teorii definicji. Pierwszy warunek określa się jako warunek intuicyjnej trafności, a drugi – metodologicznej poprawności. Definicję klasycznego rozumienia prawdy, spełniającą oba warunki, podał A. Tarski (1901–1983) w pracy „*Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*” z 1933 r. Definicja ta prowadzi do zgodnych z intuicyjną treścią klasycznego rozumienia prawdy twierdzeń takich, jak to, że każde zdanie jest prawdziwe albo fałszywe.

Klasyczne rozumienie prawdy jest powszechne w nauce oraz w życiu codziennym. Filozofowie dyskutują nad innymi, różnymi od klasycznej koncepcjami prawdy, np. **koherencyjną**, **pragmatyczną**. Wyrażając się swobodnie można powiedzieć, że w wypadku definicji **koherencyjnej** na to, aby zdanie było prawdziwe, potrzeba by nie wykluczało się, by było zgodne ze zdaniem już uznanym za prawdziwe. W sprawie tego, co wystarcza, aby było prawdziwe, istnieją jednak różne opinie zwolenników tej koncepcji. W wypadku **pragmatycznej koncepcji** prawdy, pochodzącej od W. Jamesa (1842–1910), warunkiem prawdziwości zdania jest, aby dawało ono podstawę dla skutecznego działania. Koherencyjne i pragmatyczne rozumienia prawdy nie muszą być rozumiane jako konkurencyjne wobec rozumienia klasycznego, lecz raczej jako je dopełniające. Zdanie prawdziwe w sensie klasycznym nie może się wykluczać z innymi zdaniem prawdziwymi, sama zgodność nie wystarcza jednak, aby było prawdziwe. Można bowiem wskazać zdanie fałszywe, które nie wyklucza się ze zdaniem

prawdziwymi. Działa się skutecznie opierając się na zdaniach prawdziwych w sensie klasycznym. Zdarza się jednak, że np. skutecznie leczy się jakieś schorzenie kierując się fałszywym przekonaniem co do działania stosowanego leku. **Relatywność prawdy** głoszą ci, co np. uważają, że prawdziwe to tyle, co zgodne z interesem klasowym lub, co zdają się głosić obecnie niektórzy, że prawdziwość jest zależna od płci tego, kto dane zdanie uznaje za prawdziwe. W tych wypadkach występuje niezgodność z klasycznym pojmowaniem prawdy. Jest ono bowiem nierelatywistyczne. W naszych rozważaniach stać będziemy na gruncie klasycznego rozumienia prawdy. Dla logiki jest ono podstawowe. Zauważmy bowiem, że nawet ci, którzy głoszą inne koncepcje, muszą stawiać pytanie, czy ich rozumienie prawdy jest zgodne z rzeczywistością, a więc pytają o prawdziwość, w sensie klasycznym, zdań, za pomocą których formułują swoją koncepcję.

Od prawdziwości i fałszywości odróżnić należy kategorie szczerości (prawdomówności) i kłamstwa. Prawdziwość i fałszywość są obiektywnymi własnościami zdań. O zdaniu możemy zaś orzekać, że jest szczerze, lub że jest kłamstwem, ze względu na kogoś, kto to zdanie wypowiada.

DEFINICJA: Ktoś wypowiadając zdanie α jest **szczerzy** (prawdomówny), gdy wygłaszając α jako zdanie prawdziwe czyni to zgodnie ze swoimi przekonaniem.

Może się zdarzyć, że ktoś wygłasza jakieś fałszywe zdanie będąc przekonany o jego prawdziwości. W takim wypadku ten ktoś mówiąc nieprawdę myli się. Zarzut kłamstwa wobec tego kogoś jest bezpodstawny. Mówienie nieprawdy nie jest tym samym, co kłamanie.

DEFINICJA: Ktoś wygłaszając zdanie α **kłamie**, gdy wygłaszając α jako zdanie prawdziwe czyni to niezgodnie ze swoimi przekonaniem.

Może się zdarzyć, że ktoś kłamiąc mówi prawdę. Jest tak, gdy mówiący jest przekonany o fałszywości wygłaszanego zdania, a zdanie to jest prawdziwe.

Od prawdziwości i fałszywości należy również odróżniać kategorie **wiedzy** i **niewiedzy** subiektywnie lub obiektywnie rozumianych.

Ktoś może nie wiedzieć lub nikt może nie wiedzieć, a nawet czasem ze względów np. technicznych nikt nigdy nie będzie wiedział, czy dane zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe. Ono samo jednak jest bądź prawdziwe, bądź fałszywe. Albowiem to, co ono głosi, jest bądź zgodne, bądź niezgodne ze stanem rzeczy.

Może się np. zdarzyć, że wątpię, czy jest tak, jak głosi jakieś zdanie α . Zatem ani nie twierdzę, że α jest prawdziwe, ani nie twierdzę, że α jest fałszywe. Czy zatem α nie jest ani prawdziwe, ani fałszywe? To, że wątpię, czy jest tak jak głosi α , nie znaczy, że nie jest tak, że: bądź jest tak, że α , bądź nie jest tak, że α .

Zauważmy, że klasyczne pojęcie prawdy jest pojęciem relacyjnym (nie należy tego mylić z relatywizmem w rozumieniu prawdy). To, czy zdanie jest prawdziwe, czy nie, zależy od stanu rzeczy, ze względu na który to zdanie orzekamy. Zwykle gdy mówimy, że zdanie jest prawdziwe, nie mówimy o tym ze względu na jaki stan rzeczy, ze względu na jaki «świat», jest ono prawdziwe. Domyślnie przyjmujemy, że jest to świat realny, otaczająca nas rzeczywistość.

Pewne sytuacje życia codziennego sugerowałyby, że czasem przyjmujemy nie relacyjne a relatywistyczne rozumienie prawdy. Jest tak jednak tylko pozornie. Kiedy bowiem zdarza się nam słyszeć: „to jest prawdą dla ciebie, ale nie dla mnie”? Zwykle jest tak w wypadku wypowiedzi oceniających. Wypowiedź: „Bill Clinton jest dobrym prezydentem” może być różnie rozumiana ze względu na możliwe różne rozumienia słowa „dobry”. Zależnie od rozumienia tego słowa zdanie to jest prawdziwe lub fałszywe. „Jan jest dobrym kolegą” nawet przy jednym znaczeniu słowa „dobry” jest zdaniem prawdziwym dla tej osoby, dla której Jan jest dobrym kolegą, zaś fałszywym dla tej osoby, dla której Jan nie jest dobrym kolegą. Nie ma przecież żadnej sprzeczności w tym, by ta sama osoba była dobrym kolegą kogoś jednego i nie była dobrym kolegą kogoś drugiego. Podobnie będzie w wypadku zdania „lody pistacjowe są smaczne”. Gdy mówię, że to nieprawda, to zwykle mam na uwadze to, że mi lody pistacjowe nie smakują. W istocie mówię więc o fałszywości zdania „lody pistacjowe mi smakują”. Powodem różnicy poglądów co do tego, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe, może też być stan wiedzy osób, które różnią się poglądami. Stwierdzając więc, że zdanie α jest prawdziwe dla

Jana a fałszywe dla Piotra, głosimy, że Jan uważa α za prawdziwe, a Piotr za fałszywe. Sytuacja taka, że dwie osoby zajmują różne stanowisko w sprawie prawdziwości jakiegoś zdania, nie jest argumentem przeciwko klasycznemu rozumieniu prawdy, daje się bowiem wyjaśnić także przy klasycznym rozumieniu prawdy.

Prawdziwość i fałszywość to **wartości logiczne zdań**. Stoimy na stanowisku, że zdania są bądź prawdziwe, bądź fałszywe, czyli uznajemy **zasadę dwuwartościowości**. Przyjmujemy więc, że oprócz prawdziwości i fałszywości nie ma innych wartości logicznych⁴. Zasada dwuwartościowości jest podstawowym założeniem logiki klasycznej.

Określenie prawdziwości jako zgodności tego, co zdanie głosi z tym, jak jest w rzeczywistości, nic nie mówi o tym, jak tę zgodność stwierdzić, czyli nie podaje **kryterium (probierza) prawdziwości**. Okazuje się, że mogą być różne sprawdziany tego, czy zdanie jest prawdziwe. W związku z dyskusją koherencyjnej i pragmatycznej koncepcji prawdy zauważyliśmy, że nie stoją one w sprzeczności z klasycznym rozumieniem prawdy. Mogą one stanowić podstawę dla kryterium prawdy rozumianej klasycznie. W wypadku koherencyjnej koncepcji prawdy zdanie prawdziwe nie może wykluczać się ze zdaniem prawdziwym, a więc gdy zdanie wyklucza się z jakimś zdaniem prawdziwym, to zdanie to można odrzucić jako fałszywe. W wypadku pragmatycznej koncepcji prawdy zdanie prawdziwe daje podstawę do skutecznego działania, a więc nieskuteczne działanie wskazuje na fałszywość zdania, w oparciu o które działamy. Ze względu na rodzaj kryterium prawdy zdania dzielimy na zdania, których wartość logiczna:

- 1) jest określona przez znaczenia składających się na nie wyrażen;
- 2) jest zależna od rzeczywistości, o której jest zdanie.

⁴ Rozważa się możliwość innych wartości logicznych niż prawda i fałsz. Badania nad logikami więcej niż dwuwartościowymi, logikami wielowartościowymi, zostały zapoczątkowane przez J. Łukasiewicza i E. Posta (urodził się w Augustowie). Wielowartościowe rachunki logiczne znajdują zastosowanie w badaniach nad systemami logiki, mogą być wykorzystane dla opisu zagadnień technicznych lub – przez filozofów przyrody – dla lepszego zrozumienia niektórych zjawisk, np. kwantowych. Jeśli chodzi o teorię rozumowań, to logiki wielowartościowe nie spełniły oczekiwań ich twórców – naszym myśleniem «rządzi» logika dwuwartościowa.

W wypadku niektórych zdań dla stwierdzenia ich prawdziwości wystarcza znajomość znaczenia składających się nie wyrażen. Ktoś, kto rozumie słowo „kawaler”, na podstawie samego znaczenia uznaje za prawdziwe zdanie „kawaler nie ma żony”. Stwierdzenie prawdziwości zdania „ α lub nieprawda, że α ” wymaga tylko rozumienia zwrotów „lub” i „nieprawda, że” oraz uwzględnienia budowy tego zdania.

DEFINICJA: Zdanie analityczne to zdanie, które jest prawdziwe na mocy znaczenia składających się na nie wyrażen i swej budowy.

Zdanie analityczne to zdanie, którego nie można uznać za fałszywe bez naruszenia reguł semantycznych.

Podobnie jak można stwierdzić prawdziwość zdania na podstawie samego znaczenia, tak można też stwierdzić fałszywość zdania. Ma to miejsce w wypadku zdań „trójkąt ma cztery boki” oraz „ α i nieprawda, że α ”.

DEFINICJA: Zdanie wewnętrznie sprzeczne (wewnętrznie kontradiktoryczne) to zdanie, które jest fałszywe na mocy znaczenia składających się na nie wyrażen i swej budowy.

Zdanie wewnętrznie sprzeczne (wewnętrznie kontradiktoryczne) to zdanie, którego nie można uznać za prawdziwe bez naruszenia reguł semantycznych języka. Należy odróżniać między zdaniem kontradiktorycznym a bezsensem. Zdanie kontradiktoryczne nie jest bezsens, bowiem wyraża pewien sąd, ma znaczenie. Bezsens mając nawet syntaktyczną postać zdania jest wyrażeniem, któremu zgodnie z regułami semantycznymi nie można przypisać znaczenia, a tym samym nie przysługuje mu wartość logiczna.

Mówiąc o funkcji informacyjnej języka zauważyliśmy, że obiektywna zawartość informacyjna komunikatu może być mierzona prawdopodobieństwem zajścia sytuacji opisywanej przez ten komunikat. Zgodnie z tym zdania analityczne nie przekazywałyby żadnej informacji, zaś zdania wewnętrznie kontradiktoryczne byłyby zdaniami z maksymalną informacją (tyle że fałszywą).

W wypadku zdań analitycznych i wewnętrznie kontrykcyjnych dla ustalenia ich prawdziwości i, odpowiednio, fałszywości nie jest konieczny kontakt poznawczy z rzeczywistością (pozajęzykową). Inaczej jest w wypadku pozostałych zdań w sensie logicznym, czyli zdań, które nie są ani analityczne, ani kontrykcyjne.

DEFINICJA: **Zdanie syntetyczne** to zdanie, stwierdzenie prawdziwości którego wymaga poznawczego kontaktu z rzeczywistością, o której jest to zdanie.

Zdaniem syntetycznym jest „Jan Kowalski jest ojcem Piotra Kowalskiego”. Ustalenie ojcostwa nie jest proste. Nie jest jednak w ogóle możliwe na podstawie samych znaczeń wyrażenia i budowy zdania.

Znaczenie i budowa zdań mogą być źródłem pewnych związków między nimi.

DEFINICJA: Zdanie α jest **logicznie równoważne** zdaniu β wtedy i tylko wtedy, gdy analityczne jest zdanie „ α wtedy i tylko wtedy, gdy β ”.

Przykładem zdań logicznie równoważnych są „Warszawa jest stolicą Polski” i „stolicą Polski jest Warszawa”. Dwa zdania tworzą parę zdań logicznie równoważnych wówczas, gdy na mocy ich znaczenia i budowy wykluczone jest, aby było możliwe, że jedno z nich jest prawdziwe, a drugie fałszywe. Zdania logicznie równoważne mogą być bądź współprawdziwe, bądź współfałszywe. Zdaniem logicznie równoważnymi są więc również „Białystok jest stolicą Polski” i „stolicą Polski jest Białystok”. Każde zdanie jest logicznie równoważne samemu sobie. Tam, gdzie nie będzie to prowadzić do nieporozumień, zamiast mówić, że zdanie α jest logicznie równoważne zdaniu β , będziemy mówili po prostu, że zdanie α jest równoważne zdaniu β .

DEFINICJA: Zdanie α jest **sprzeczne** ze zdaniem β wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie „ α wtedy i tylko wtedy, gdy β ” jest zdaniem wewnętrznie sprzecznym.

Przykładem zdań sprzecznych mogą być zdania: „Warszawa jest stolicą Polski”, „Warszawa nie jest stolicą Polski”. Dwa zdania tworzą

parę zdań sprzecznych wtedy i tylko wtedy, gdy na mocy znaczenia wykluczona jest możliwość ich współprawdziwości i wykluczona jest możliwość ich współfałszywości. Zdaniem sprzecznymi są więc zawsze zdanie i jego negacja: α , $\text{nie-}\alpha$. Zdaniem sprzecznymi są jednak nie tylko takie zdania. Sprzeczne są zdania: „każdy student ma wykłady z logiki”, „niektórzy studenci nie mają wykładów z logiki”.

DEFINICJA: Zdanie α **dopełnia się** ze zdaniem β wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie „ α lub β ” jest zdaniem analitycznym.

Przykładem zdań dopełniających się są zdania: „niektóre stoły mają cztery nogi”, „niektóre stoły nie mają czterech nóg”. Zdania dopełniają się, gdy na mocy ich znaczenia i budowy wykluczona jest ich współfałszywość.

DEFINICJA: Zdanie α **wyklucza się** ze zdaniem β wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie „ α i β ” jest zdaniem wewnętrznie kontrykcyjnym.

Zdania, które się wykluczają, nie mogą być współprawdziwe. Przykładem takich zdań są: „ten stół jest biały”, „ten stół jest zielony”.

Zdania, które się dopełniają, nie muszą się wykluczać, a zdania, które się wykluczają, nie muszą się dopełniać. Gdy tak jednak jest, to są to zdania sprzeczne. Zdania są sprzeczne wtedy i tylko wtedy, gdy się wykluczają i dopełniają zarazem.

✓ 1.3.2. Nazwa

Drugą, obok zdań, ważną kategorią wyrażenia są **nazwy**. Wyrażenia: „krzesło”, „stół”, „Jan”, „najwyższy budynek świata”, „nauczyciel matematyki” są nazwami.

Nazw używamy do wskazywania przedmiotów: osób, rzeczy, przedmiotów abstrakcyjnych. To, do wskazania jakich przedmiotów nazwy można użyć, jest składnikiem znajomości języka.

DEFINICJA: Nazwa **oznacza** (denotuje) przedmiot, do wskazania którego jest używana. Przedmiot ozna-

czany przez nazwę to jej **desygnat**⁵. Zbiór wszystkich i tylko desygnatów nazwy to **zakres** (*extensio*) tej nazwy.

Stoły są desygnatami nazwy „stół”. Zakresem tej nazwy jest zbiór wszystkich stołów i tylko stołów. Przedmiot a jest desygnatem nazwy „ A ” wtedy i tylko wtedy, gdy $a \in A$.

DEFINICJA: Pojęcie to sposób rozumienia nazwy, czyli znaczenie nazwy.

Zdarza się, że wyrażenie służy do wypowiedzenia wielu nazw. Wyrażenie takie ma syntaktyczną postać nazwy, czyli jest wyrażeniem nazwowym, a użyte poza kontekstem jest wieloznaczne. Dopóki nie wiemy, jakie pojęcie należy wiązać z takim wyrażeniem, dopóty nie wiemy do wypowiedzenia jakiej nazwy jest ono użyte. Inaczej mówiąc wyrażenie nawet mające gramatyczną postać nazwy nie jest nazwą, jeśli nie jest określone jego znaczenie.

DEFINICJA: Nazwa A z języka J_1 jest **równoznaczna** z nazwą B z języka J_2 wtedy i tylko wtedy, gdy znaczenie nazwy A w języku J_1 jest takie samo jak znaczenie nazwy B w języku J_2 .

Nazwy równoznaczne to nazwy z jednego języka, którym reguły znaczeniowe tego języka przyporządkowują jedno i to samo pojęcie lub nazwy z różnych języków, którym w każdym z tych języków ich reguły przyporządkowują to samo znaczenie. Przetłumaczyć jakąś nazwę z jednego języka na drugi to znaczy tyle samo, co wskazać w drugim języku nazwę, której przyporządkowane jest to samo pojęcie, co nazwie w języku, z którego tłumaczymy. Nazwami równoznacznymi są np. „kartofel” i „ziemniak”.

Terminu „pojęcie” będziemy tu używali – jeśli nie będzie to specjalnie zaznaczone – w znaczeniu „znaczenie nazwy”. Samo słowo „pojęcie” ma więcej niż jedno znaczenie. Ponieważ jest to wyrażenie nazwowe, znaczy to więc, że przyporządkowane jest mu więcej niż jedno pojęcie. Gdy jednak mówimy o pojęciu jako o znaczeniu określonej nazwy, to nie możemy mówić, że jest ono wieloznaczne. Zdanie

⁵ *Designo* – po łacinie – wyznaczam, wskazuję.

stwierdzające to będzie zdaniem wewnątrznie kontrydiktorycznym. Zdaniem prawdziwym, a tym samym nie będącymi wewnątrznie kontrydiktorycznymi są zdania: „słowu ‘zamek’ przyporządkowane jest więcej niż jedno pojęcie”, „słowo ‘zamek’ ma więcej niż jedno znaczenie”.

O pojęciu mówimy też jako o wiedzy, poglądzie lub opinii. Kiedy mówię, że nie mam pojęcia jak działa komputer, to mówię, że nie wiem jak działa komputer. Kiedy ktoś mówi, że nie ma pojęcia co sądzić o jakiejś sprawie, to mówi tyle, że nie ma w tej sprawie opinii.

Nazwy mogą być użyte na różne sposoby, w logice tradycyjnej określane jako **supozycje**⁵. Sposoby te charakteryzowane są przez to, do wskazania czego nazwa została użyta.

DEFINICJA: Nazwa użyta jest w supozycji naturalnej (*suppositio naturalis*) wtedy i tylko wtedy, gdy odnosi się do każdego ze swoich desygnatów.

W zdaniu „człowiek jest śmiertelny” nazwa „człowiek” odnosi się do każdego swojego desygnatu. Zdanie „człowiek jest śmiertelny” jest więc równoważne zdaniu „każdy człowiek jest śmiertelny”.

DEFINICJA: Nazwa użyta jest w supozycji przedmiotowej (*suppositio personalis*) wtedy i tylko wtedy, gdy odnosi się do jednego ze swoich desygnatów.

W zdaniu „widzę człowieka” nazwa „człowiek” odnosi do jednego ze swoich desygnatów.

DEFINICJA: Nazwa użyta jest w supozycji formalnej (*suppositio simplex*, zwanej też *suppositio formalis*) wtedy i tylko wtedy, gdy użyta jest jako nazwa gatunku wszystkich i tylko swoich desygnatów.

W zdaniach „w klasyfikacji zoologicznej człowiek zaliczony jest do gromady ssaków” oraz „w obrębie gromady ssaków człowiek należy do rzędu naczelnych” wyraz „człowiek” nazywa gatunek wszystkich i tylko desygnatów nazwy „człowiek”.

⁵ *Supponere* – po łacinie – zastępować, podstawiać, podkładać.

DEFINICJA: Wyrażenie użyte jest w **supozycji materialnej** (*suppositio materialis*) wtedy i tylko wtedy, gdy odnosi do samego siebie.

Nazwa „człowiek” użyta jest w supozycji materialnej w zdaniu „wraz ‘człowiek’ jest nazwą”. W języku pisanym – co tu praktykujemy – użycie wyrażenia w supozycji materialnej zaznaczamy ujmując je w cudzysłowy⁶. W wypadku, gdy wyrażenie użyte w supozycji materialnej występuje w innym wyrażeniu użytym w supozycji materialnej – co ma miejsce w naszym przykładzie – będziemy stosować: ‘, ’. Prawdą jest, że „człowiek” jest nazwą, a nie jest prawdą, że człowiek jest nazwą.

DEFINICJA: **Nazwa cudzysłowowa** to nazwa wyrażenia powstała przez ujęcie tego wyrażenia w cudzysłowy.

Z pojęciem supozycji materialnej wiąże się pojęcie stopnia języka. Mając jakiś język \mathcal{J}_1 (język przedmiotowy, język pierwszego rzędu) możemy chcieć go badać, wygłaszać o nim twierdzenia itp. Musimy więc dysponować językiem drugiego rzędu \mathcal{J}_2 , który nam to umożliwi. W języku \mathcal{J}_2 możemy tworzyć nazwy wyrażen języka \mathcal{J}_1 poprzez branie tych wyrażen w cudzysłowy.

DEFINICJA: Język \mathcal{J}_2 jest **metajęzykiem** języka \mathcal{J}_1 wtedy i tylko wtedy, gdy zawiera nazwy wyrażen języka \mathcal{J}_1 .

Zdanie „w arytmetyce zwykle stosuje się cyfry arabskie” nie należy do języka arytmetyki jak np. zdania: „ $2 + 2 = 4$ ”, „ $2 + 2 = 5$ ”, lecz do metajęzyka tego języka. Do języka matematyki nie należą terminy takie, jak „równość”, „równanie”, z którymi spotykamy się praktycznie w każdym podręczniku matematyki. Do języka arytmetyki należy symbol „=”, w języku arytmetyki sformułowane jest równanie: „ $x + 3 = 5$ ”.

⁶ Zauważmy, że nie jest to jedyna funkcja cudzysłowu. Używa się go również, aby wyróżnić tekst cytowany i jego tytuł, albo aby zaznaczyć użycie jakiegoś wyrażenia w innym znaczeniu niż dosłowne i słownikowe. Dla tego ostatniego celu w niniejszej książce zdecydowano się zastosować: « ».

DEFINICJA: Nazwa jest **ostra** wtedy i tylko wtedy, gdy zgodnie z regułami znaczeniowymi dowolny przedmiot należy albo nie należy do zakresu tej nazwy.

Przykładem nazwy ostrej jest „kwadrat”. Podobnie nazwą ostrą jest „dziecko Matyldy”. Mogą być wątpliwości, czy dana osoba jest dzieckiem Matyldy, jest jednak jasne, że dana osoba jest albo nie jest dzieckiem Matyldy.

DEFINICJA: Nazwa jest **nieostra** wtedy i tylko wtedy, gdy są przedmioty, które, nie naruszając reguł znaczeniowych, użytkownik języka może, ale nie musi uznać za jej desygnaty.

Przykładem nazwy nieostrej może być „dziecko” w znaczeniu, w którym występuje w zdaniu „Jaś jest jeszcze dzieckiem”. Istnieje powszechna zgoda użytkowników języka co do tego, że osoba mająca dwa lata życia to dziecko, podobnie, że osoba mająca czterdzieści lat to już nie dziecko. W wypadku osoby mającej czternaście lat wystąpi jednak różnica zdań. Ktoś może uważać, że osoba czternastoletnia to jeszcze dziecko, ktoś inny, że już nie. Każda z odpowiedzi jest możliwa, reguły języka bowiem tej kwestii nie rozstrzygają. Nazwy języka potocznego z zasady są nieostre.

Nazwa jest bądź ostra, bądź nieostra. Ten podział nazw jest ich podziałem ze względu na określoność zakresu. W wypadku nazwy ostrej zakres jest dobrze określony, zaś w wypadku nazwy nieostrej tak nie jest, zakres nie jest określony.

DEFINICJA: Nazwa jest **wieloznaczna zakresowo** wtedy i tylko wtedy, gdy jej zakres w jednym znaczeniu jest różny od zakresu w jej innym znaczeniu.

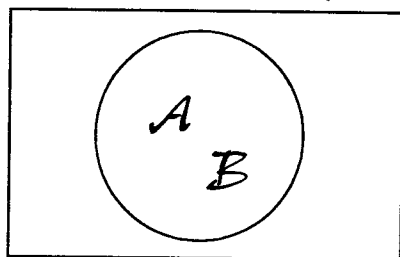
Wieloznaczna zakresowo jest np. nazwa „zamek”.

Jeżeli jest zbiór, którego podzbiórami są zakresy branych pod uwagę nazw, to możemy określać stosunki teoriomnogościowe pomiędzy zakresami tych nazw. Stosunki między zakresami nazw omówimy zakładając, że zakresy te nie są zbiorami pustymi, czyli że nazwy

mają przynajmniej jeden desygnat oraz że istnieje zbiór, którego elementami są wszystkie desygnaty tych nazw. Ten zbiór to **zbiór uniwersalny** (symb.: U). W wypadku arytmetyki liczb naturalnych zbiorem uniwersalnym jest zbiór liczb naturalnych. Elementy tego zbioru są desygnatami nazw liczb naturalnych. Jeśli dziedziną rozważań jest świat roślin, to zbiorem uniwersalnym jest zbiór roślin. Są one desygnatami nazw języka tych rozważań.

Zakresy nazw graficznie można przedstawiać jako koła. Zbiór uniwersalny zaś jako prostokąt, w którym te koła się znajdują.

DEFINICJA: Nazwy A i B są **równoważne** wtedy i tylko wtedy, gdy zakresy tych nazw są równe.

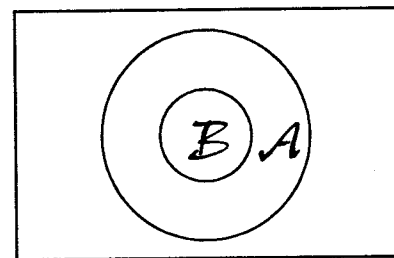


$$A = B$$

Zakresowo równoważne są nazwy „mieszkaniec stolicy Polski” i „mieszkaniec Warszawy”. Zakresowo równoważne są wszystkie nazwy równoznaczne (synonimy). Odwrotnie być nie musi, czyli zakresowa równoważność nie pociąga za sobą równoznaczności. Jest tak w wypadku nazw „mieszkaniec stolicy Polski” i „mieszkaniec Warszawy”.

DEFINICJA: Nazwa A jest **nadrzędna** względem nazwy B wtedy i tylko wtedy, gdy:

- (1) każdy desygnat nazwy B jest desygnatem nazwy A ,
oraz
- (2) są desygnaty nazwy A , które nie są desygnatami nazwy B .

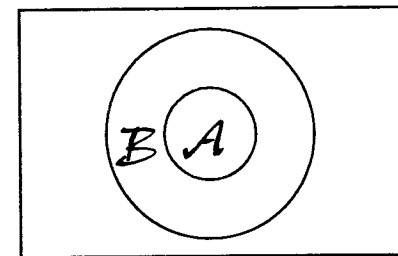


$$A \supset B$$

Nazwa „człowiek” jest **nadrzędna** w stosunku do nazwy „nauczyciel”. Każdy nauczyciel jest człowiekiem, lecz nie każdy człowiek jest nauczycielem. Zdarza się, że zakres wyrażenia nazwowego w jednym znaczeniu jest nadrzędny względem zakresu tego wyrażenia w innym znaczeniu. Kiedy chcemy powiedzieć, że bierzemy to wyrażenie w tym znaczeniu, w którym jest ono nazwą **nadrzędna**, to mówimy, że bierzemy je w **szerszym znaczeniu** (*sensu largo*). Zgodnie z prawdą możemy powiedzieć: Gra w warcaby jest sportem w szerszym tego słowa znaczeniu.

DEFINICJA: Nazwa A jest **podrzędna** względem nazwy B wtedy i tylko wtedy, gdy:

- (1) każdy desygnat nazwy A jest desygnatem nazwy B
oraz
- (2) nie każdy desygnat nazwy B jest desygnatem nazwy A .

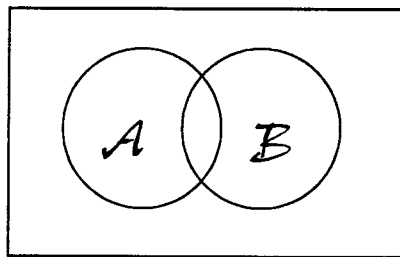


$$A \subset B$$

Nazwa „nauczyciel” jest podrzędna względem nazwy „człowiek”. Zdarza się, że zakres wyrażenia nazwowego w jednym znaczeniu jest podrzędny względem zakresu w innym znaczeniu. Kiedy chcemy powiedzieć, że bierzemy to wyrażenie w tym znaczeniu, w którym jest ono podrzędne, to mówimy, że bierzemy je w **węższym znaczeniu** (*sensu stricto*). Zgodnie z prawdą możemy powiedzieć: Gra w warcaby nie jest sportem w wąskim tego słowa znaczeniu.

DEFINICJA: Nazwa A **krzyżuje się** z nazwą B wtedy i tylko wtedy, gdy:

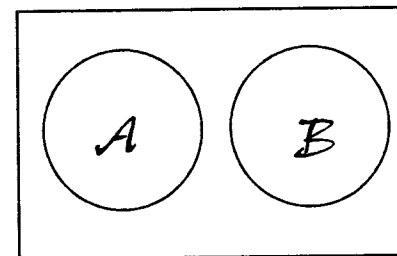
- (1) istnieją desygnaty nazwy A , które nie są desygnatami nazwy B ,
- (2) istnieją desygnaty nazwy A , które są desygnatami nazwy B ,
- (3) są desygnaty nazwy B , które nie są desygnatami nazwy A .



$$A \cap B$$

Krzyżują się nazwy „nauczyciel” i „inwalida”; nie krzyżują się nazwy „województwo” i „gmina”.

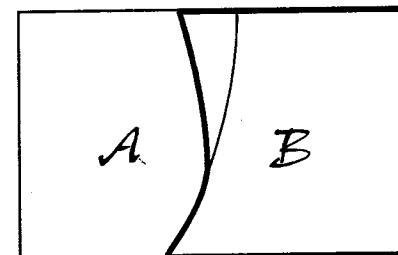
DEFINICJA: Nazwy A i B pozostają w **stosunku przeciwności (wykluczania)** wtedy i tylko wtedy, gdy nie ma takiego przedmiotu, który byłby zarazem desygnatem nazwy A i desygnatem nazwy B .



$$A \supset C B$$

Nazwy „ A ” i „ B ” są przeciwne wtedy i tylko wtedy, gdy $A \cap B = \emptyset$. W stosunku przeciwności pozostają nazwy „pies” i „kot”.

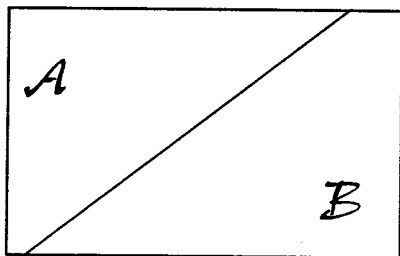
DEFINICJA: Nazwy A i B pozostają w **stosunku podprzeciwności (dopełniania)** wtedy i tylko wtedy, gdy każdy przedmiot ze zbioru uniwersalnego jest bądź desygnatem nazwy A , bądź desygnatem nazwy B .



$$A \cup B = U$$

Nazwy „ A ” i „ B ” dopełniają się wtedy i tylko wtedy, gdy ich suma teoriomnogościowa jest równa zbiorowi uniwersalnemu. Jeśli zbiorem uniwersalnym jest zbiór liczb całkowitych, to nazwami pozostającymi w stosunku podprzeciwności są „liczba całkowita mniejsza od 10” i „liczba całkowita dodatnia”. Jeśli zbiorem uniwersalnym jest zbiór państw, to nazwami podprzeciwymi są „państwo o gospodarce wolnorynkowej” i „państwo nieeuropejskie”.

DEFINICJA: Nazwy A i B są **sprzeczne** wtedy i tylko wtedy, gdy nazwy te wykluczają się i dopełniają się.



$$A \cup B = U, A \cap B = \emptyset$$

Nazwy „ A ” i „ B ” są sprzeczne wtedy i tylko wtedy, gdy sumą ich zakresów jest zbiór uniwersalny a ich iloczynem teoriomnogościowym jest zbiór pusty. W wypadku, gdy zbiorem uniwersalnym jest zbiór liczb naturalnych, to nazwami sprzecznymi są „liczba parzysta” i „liczba nieparzysta”. Każda liczba naturalna jest bądź parzysta, bądź nieparzysta, a ponadto żadna liczba nie jest parzysta i nieparzysta zarazem. Przykładem nazw sprecznych w dziedzinie zwierząt są „pies” i „niepies”. Zauważmy tu, że przedrostek „nie” nie zawsze tworzy nazwę sprzeczną, np. nazwami sprzecznymi nie są „przyjaciel” i „nieprzyjaciel”.

Nazwami antonimicznymi, czyli nazwami o przeciwstawnym znaczeniu są pary nazw takich jak np.: „dobry”–„zły”, „wysoki”–„niski”. Nazwy antonimiczne pozostają w stosunku przeciwieństwa lub sprzeczności.

Zakresy nazw są zbiorami. Możemy więc mówić o operacjach teoriomnogościowych na zakresach nazw. Niech zakresem nazwy „ X ” będzie zbiór X .

Suma zakresów nazw „ A ” i „ B ” to zbiór $A \cup B$ taki, że:

$$\begin{aligned} x \in (A \cup B) \\ \text{wtedy i tylko wtedy, gdy} \\ x \in A \text{ lub } x \in B. \end{aligned}$$

Zbiór $A \cup B$ jest zakresem nazwy „ A lub B ”. Na przykład zakresem nazwy „krzesło lub fotel” jest suma zakresu nazwy „krzesło” i zakresu nazwy „fotel”.

Iloczyn zakresów nazw „ A ” i „ B ” to zbiór $A \cap B$ taki, że:

$$\begin{aligned} x \in (A \cap B) \\ \text{wtedy i tylko wtedy, gdy} \\ x \in A \text{ i } x \in B. \end{aligned}$$

Zbiór $A \cap B$ jest zakresem nazwy „ A i B ”. Na przykład zakresem nazwy „student i sportowiec” jest iloczyn zakresu nazwy „student” i zakresu nazwy „sportowiec”.

Dopełnieniem do zbioru uniwersalnego zakresu nazwy „ A ” jest zbiór A' taki, że:

$$\begin{aligned} x \in A' \\ \text{wtedy i tylko wtedy, gdy} \\ x \notin A. \end{aligned}$$

Zbiór A' jest zakresem nazwy „nie- A ”. Na przykład zakresem nazwy „niestudent” jest dopełnienie do zbioru uniwersalnego zakresu nazwy „student”.

Nazwy ze względu na budowę dzielimy, tak jak wyrażenia w ogóle, na proste i złożone.

DEFINICJA: Nazwa prosta zbudowana jest z jednego wyrazu.

Nazwą prostą jest „dom”.

DEFINICJA: Nazwa złożona składa się z więcej niż jednego wyrazu.

Nazwą złożoną jest „stolica Polski”.

Ze względu na liczbę desygnatów nazwy dzielimy na puste, jednostkowe i ogólne.

DEFINICJA: Nazwa pusta to nazwa, które nie ma desygnatów.

Przykładami nazw pustych są „żonaty kawaler” i „kwadratowe koło”.

DEFINICJA: Nazwa jednostkowa to nazwa, które ma dokładnie jeden desygnat.

Nazwami jednostkowymi są „Białystok” i „najwyższy szczyt świata”.

DEFINICJA: Nazwa ogólna to nazwa mająca więcej niż jeden desygnat.

Nazwami ogólnymi są „mieszkaniec Białegostoku” i „stół”.

Kiedy mówimy tu o liczbie desygnatów, to nie mamy na uwadze liczby istniejących przedmiotów. Podstawą podziału na nazwy puste, jednostkowe i ogólne jest sposób rozumienia, znaczenie nazwy i zawarta w tym znaczeniu możliwość odniesienia nazwy do żadnego, jednego albo więcej przedmiotów.

Ze względu na sposób wskazywania desygnatów nazwy dzielimy na **generalne** i **indywidualne**.

DEFINICJA: Nazwa generalna to nazwa przysługująca przedmiotowi ze względu na cechy, jakie są przypisywane temu przedmiotowi.

Nazwa „kwadrat” to nazwa generalna. Przysługuje ona wszystkim i tylko tym przedmiotom, które posiadają pewną cechę, mianowicie cechę bycia prostokątem równobocznym. Nie należy mylić nazw generalnych z nazwami ogólnymi.

W wypadku nazw indywidualnych nie są brane pod uwagę cechy, jak to ma miejsce w wypadku nazw generalnych.

DEFINICJA: Nazwa indywidualna przysługuje jakiemuś przedmiotowi ze względu na ustanowienie, że przedmiot ten tak będzie nazywany.

Stolica Polski nazywa się „Warszawa”. To miasto będzie się tak nazywać również, gdyby zdarzyło się, że utraciło cechę bycia stolicą Polski. Nazwa „stolica Polski” to nazwa generalna, a nazwa „Warszawa” to nazwa indywidualna. Nasze nazwiska to nazwy indywidualne. Przysługują nam niezależnie od naszych cech. Nie należy mylić nazw indywidualnych z jednostkowymi.

Ze względu na rodzaj przedmiotów, którymi są desygnaty, nazwy dzielimy na konkretne i abstrakcyjne.

DEFINICJA: Nazwa konkretna to nazwa, której desygnatami są osoby, rzeczy i coś, co sobie jako osoby lub rzeczy wyobrażamy.

Nazwami konkretnymi są: „krzesło”, „krasnoludek”, „Henryk Sienkiewicz”.

DEFINICJA: Nazwy abstrakcyjne to nazwy przedmiotów abstrakcyjnych, a więc cech, stosunków, stanów rzeczy itd.

Nazwami abstrakcyjnymi są: „białość” (cecha), „przyjaźń” (stosunek), „burza” (stan rzeczy).

Ze względu na strukturę, wewnętrzną budowę desygnatów, nazwy dzielimy na zbiorowe i niezbiorowe. Podział ten jest oparty na podziale przedmiotów na zbiorowe i niezbiorowe. Przedmioty zbiorowe są wyraźnie złożone z jakichś przedmiotów. Więź łącząca te przedmioty, dzięki której możemy mówić o przedmiocie zbiorowym (agregacie, zbiorze w sensie kolektywnym), może być różnorodna: przestrzenna, jak w wypadku lasu; organizacyjna, jak w wypadku wojska; przestrzenna i organizacyjna, jak w wypadku województwa; społeczna, jak w wypadku organizacji społecznej. Innym rodzajem przedmiotów byłyby przedmioty proste, niezłożone, jeśli złożoności nie pojmujemy np. w sensie fizycznym, w jakim wszystkie w ogóle przedmioty materialne są złożone z dających się fizycznie wyróżnić części materialnych.

DEFINICJA: Nazwa zbiorowa to nazwa, której desygnaty są przedmiotami zbiorowymi.

Nazwami zbiorowymi są np.: „armia” – gdyż armia to ustrukturowana grupa żołnierzy, zespół osób; „las” – gdyż las to zespół drzew; „województwo” – gdyż województwo może być pojęte jako zespół gmin.

DEFINICJA: Nazwy niezbiorowe to nazwy, których desygnaty są przedmiotami prostymi (niezłożonymi).

Nazwa „stół” to nazwa niezbiorowa.

Nazwy ze względu na to, czy w swoim znaczeniu odnoszą się lub nie odnoszą do innych przedmiotów dzieli się na relatywne (zależne) i nierelatywne (absolutne, niezależne).

DEFINICJA: **Nazwa relatywna (zależna)** to nazwa, której znaczenie odnosi się do innego przedmiotu lub przedmiotów.

Nazwami relatywnymi są „dłużnik” i „syn”. Desygnaty nazw zależnych z konieczności pozostają w określonej relacji z pewnymi przedmiotami. W znaczeniu nazwy „dłużnik” zawarte jest odniesienie do wierzyciela. Nie ma dłużnika bez wierzyciela. Nazwa „syn” w swoim znaczeniu odnosi się do matki i ojca. Nie ma syna bez ojca lub matki.

W wypadku nazw niezależnych ich desygnaty nie odnoszą z konieczności do jakichś przedmiotów.

DEFINICJA: **Nazwa nierelatywna (absolutna, niezależna)** to nazwa, której znaczenie nie wskazuje na jakiś stosunek jej desygnatów do innych przedmiotów.

Nazwami absolutnymi są „człowiek”, „stół”. Ludzie mogą i są w różnych relacjach z innymi przedmiotami. Znaczenie nazwy „człowiek” jednak tego nie przesądza. Jest faktem biologicznym, że człowiek ma matkę i ojca. Fakt ten jednak nie jest «zakodowany» w treści nazwy „człowiek”. Inaczej mówiąc wyrażenie „ten człowiek nie miał ani ojca, ani matki” nie jest bezsensem. Bezsensem zaś jest „ten syn nie miał ani ojca, ani matki”. Jest wiele wyrażeń, które w jednym znaczeniu są nazwami relatywnymi, a w innym absolutnymi. W zdaniu „Jan jest nauczycielem” nazwa „nauczyciel” jest nazwą absolutną i służy do wskazania wykonywanego zawodu. W zdaniu „Jan jest nauczycielem Piotra” wyraz „nauczyciel” jest użyty jako nazwa relatywna.

Nazwy ze względu na to, czy ich znaczenie wyraźnie przypisuje pewne cechy desygnatom lub ich wyraźnie odmawia dzieli się na, odpowiednio, prywatywne i nieprywatywne.

DEFINICJA: **Nazwa prywatywna** to nazwa, której znaczenie wyraźnie wskazuje na brak (*privatio*) pewnej cechy jej desygnatów.

Nazwą prywatywną jest „niebogaty”, jej znaczenie wyraźnie wskazuje na brak cechy bycia bogatym. Nazwa „niezdrowy” wskazuje wyraźnie na brak zdrowia. Przedrostek „nie” nie zawsze jest wskaźnikiem nazwy prywatywnej. Nazwa „nieprzyjaciół” wprost nie odmawia swoim desygnatom cechy bycia przyjacielem. Jej desygnatami są nie tyle ci, którzy nie są przyjaciółmi, lecz ci, którzy są wrodzy, mają cechę wrogości w stosunku do tego, kogo są nieprzyjaciółmi.

DEFINICJA: **Nazwa nieprywatywna** to nazwa, której znaczenie wyraźnie nie wskazuje na brak jakiejś cechy jako własności jej desygnatów.

Znaczenie nazwy jest jej cechą obiektywną, określone jest bowiem przez reguły znaczeniowe języka. Użytkownicy języka nie naruszając tych reguł mogą wiązać z nazwą przysługiwanie lub nie jakichś cech przez jej desygnaty.

DEFINICJA: **Treść językowa (konotacja) nazwy** to zbiór tych i tylko tych cech, które użytkownik języka używając tej nazwy przypisuje każdemu jej desygnatowi.

Treść językowa nie w każdym wypadku jest dobrze określona. Z całą pewnością będziemy mieli kłopoty z podaniem treści językowej tak zwykłych nazw, jak: „stół”, „krzesło”.

DEFINICJA: **Nazwa ma wyraźną treść** (jest wyraźna) wtedy i tylko wtedy, gdy w wypadku dowolnej cechy, cecha ta należy albo nie należy do treści językowej tej nazwy.

DEFINICJA: **Nazwa ma niewyraźną treść** (nie jest wyraźna) wtedy i tylko wtedy, gdy są cechy, których przynależność do treści językowej tej nazwy nie jest określona.

Nazwa jeśli jest wyraźna, to jest ostra. Jeśli ma ona określoną treść, to ma też określony zakres. Odwrotnie nie musi zachodzić: nazwa może być ostra a mimo to nie być wyraźna.

DEFINICJA: **Nazwa intuicyjna** to nazwa, która jest ostra, ale nie jest wyraźna.

Nazwy „stół”, „krzesło” i „konwalia” są nazwami intuicyjnymi. Ich zakresy są ostre. Jednak ich treści nie są dobrze określone.

Inaczej jest w wypadku terminów⁷.

DEFINICJA: **Termin** to nazwa, która jest ostra i wyraźna.

Nazwy możemy porównywać ze względu na stosunki między ich treściami. Treść jednej nazwy może być bogatsza niż innej. Treści nazw możemy wzbogacać o pewne cechy. Do treści nazwy „student” możemy dodać cechę „zdolny”. Do treści „zdolny student” możemy dodać cechę „pracowity”. Nazwa „pracowity i zdolny student” jest podrzędna zakresowo względem nazwy „zdolny student”, a ta względem nazwy „student”. Wzbogacając treść dochodzimy więc do nazwy zakresowo podrzędnej w stosunku do nazwy, której treść wzbogacamy.

DEFINICJA: **Determinowanie** treści nazwy, inaczej **specjalizacja** nazwy to procedura wzbogacania treści tej nazwy.

Determinując treść nazwy otrzymujemy nazwę o zakresie nie większym niż zakres nazwy determinowanej. Wskaźnikami językowymi zabiegu determinowania są np. zwroty: „uszczegółowmy”, „skonkretyzujmy”.

Proces odwrotny do determinowania to abstrahowanie.

DEFINICJA: **Abstrahowanie** od treści nazwy, inaczej **generalizacja** nazwy, to procedura zubażania treści tej nazwy.

Odrzucając od treści nazwy „pracowity i zdolny student” cechę „pracowity” otrzymujemy nazwę zakresowo nadrzędną względem tej nazwy. Dokonując abstrahowania otrzymujemy nazwę o zakresie nie

⁷ *Terminus* to rzymskie bóstwo granic. Nazwa ta w języku łacińskim oznaczała również znaki graniczne.

mniej niż zakres nazwy, od treści której abstrahujemy. Wskaźnikiem językowym operacji abstrahowania jest np. zwrot „abstrahujmy”.

Pomiędzy zakresem nazwy a treścią nazwy zachodzi związek taki, że jeżeli nazwa *A* jest nadrzędna względem nazwy *B*, to treść nazwy *A* jest uboższa od treści nazwy *B*. Odwrotnie, jeżeli treść nazwy *A* zawiera się w treści nazwy *B*, to nazwa *B* jest podrzędna względem nazwy *A*. Biorąc nazwę w sensie szerszym (*sensu largo*), bierzemy ją treściowo uboższą. Biorąc zaś nazwę w sensie węższym (*sensu stricto*), bierzemy ją treściowo bogatszą.

Podsumowując zauważmy, że nazwy możemy dzielić:

według:	na:
1. liczby wyrazów składowych	– proste i złożone
2. liczby desygnatów	– ogólne, jednostkowe i puste
3. sposobu wskazywania desygnatów	– generalne i indywidualne
4. tego, do czego się odnoszą	– konkretne i abstrakcyjne
5. struktury desygnatów	– zbiorowe i niezbirowe
6. określoności zakresu	– ostre i nieostre
7. wskazywania przez znaczenie na stosunek	– relatywne i absolutne
8. wskazywania przez znaczenie na brak jakiejś cechy desygnatów	– prywatywne i nieprywatywne
9. określoności treści	– wyraźne i niewyraźne

1.3.3. Predykaty, relacje, funkcje

Na to, aby mając nazwę zbudować zdanie, potrzebne jest jeszcze jakieś wyrażenie. Zdanie „Jan śpi” zbudowane jest z nazwy „Jan” i wyrażenia „śpi”, które nie jest nazwą. „Jan jest wyższy niż Piotr” jest

zdaniem zbudowanym z dwóch nazw „Jan” i „Piotr” oraz z wyrażenia „jest wyższy niż”.

DEFINICJA: Predykat n -argumentowy to wyrażenie, które łącznie z n nazwami tworzy zdanie.

Wyraz „śpi” to przykład predykatu jednoargumentowego, a fraza „jest wyższy niż” jest predykatem dwuargumentowym.

Logika wyróżnia predykat **równości**. Jest to predykat dwuargumentowy. Z języka arytmetyki znamy symbol równości: „=”. Pisząc „ $2 + 2 = 2 \times 2$ ” dostajemy zdanie prawdziwe. Fałszywe jest zaś zdanie „ $2 + 2 = 5$ ”. W języku naturalnym w roli predykatu równości może być użyte słowo „jest”. Jest tak w zdaniu „stolicą Polski jest Warszawa”, co też wypowiadamy zdaniem „stolica Polski to Warszawa”.

W logice tradycyjnej zdaniom zbudowanym za pomocą dwuargumentowego predykatu „jest” – są to zdania podmiotowo-orzecznikowe – przypisywano specjalną rolę. Oprócz zdań podmiotowo-orzecznikowych wyróżniano jeszcze zdania podmiotowo-orzeczeniowe, które sprowadzono do postaci podmiotowo-orzecznikowej. Zdanie pomiotowo-orzeczeniowe „Jan uczy się” przekształcane jest na zdanie podmiotowo-orzecznikowe „Jan jest uczącym się”.

DEFINICJA: Zdanie identycznościowe to zdanie podmiotowo-orzecznikowe, w którym podmiot i orzecznik są nazwami jednostkowymi i które stwierdza identyczność desygnatów tych nazw.

DEFINICJA: Zdanie subsumpcyjne to zdanie podmiotowo-orzecznikowe, którego podmiot i orzecznik są nazwami ogólnymi i które stwierdza, że desygnaty podmiotu są desygnatami orzecznika.

Nazwy odnoszą się do pewnych przedmiotów, swoich desygnatów. Predykaty też mają odpowiedniki w rzeczywistości. Jednoargumentowe predykaty wskazują na cechy przedmiotów⁸. Na przykład

⁸ Jednoargumentowym predykatem jest „jest” w zdaniach egzystencjalnych, czyli zdaniach typu: Był sad. W takim wypadku predykat jednak nie odnosiłby się

predykat „... jest biały” może być użyty do zbudowania prawdziwego zdania wtedy i tylko wtedy, gdy desygnat nazwy, za pomocą której budujemy zdanie z tym predykatem, ma cechę białości. Predykaty dwu i więcej argumentowe odnoszą się do relacji (stosunków). Na to, aby zdanie „Jan jest mężem Zofii” zbudowane za pomocą predykatu „... jest mężem ...” było prawdziwe, konieczne jest i wystarcza, aby Jan był mężem Zofii, czyli aby między Janem a Zofią zachodziła relacja (zachodził stosunek) bycia mężem. W formalnej teorii relacji mówi się o tym, że para uporządkowana, której pierwszym członem jest Jan a drugim Zofia należy do relacji bycia mężem.

W formalnej teorii relacji w definicji relacji korzysta się z pojęcia n -elementowego zbioru uporządkowanego, czyli – jak to będziemy mówić – **n -tki uporządkowanej**. To, że zbiór A , którego wszystkimi elementami są a_1, \dots, a_n jest n -elementowym zbiorem uporządkowanym, którego pierwszym elementem jest a_1, \dots , a n -tym elementem jest a_n będziemy zapisywali: $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$. Jasność wystarczającą dla dalszych wywodów uzyskamy ograniczając się do odpowiedzi na pytanie, kiedy dwie n -tki uporządkowane są równe:

$$\langle a_1, \dots, a_n \rangle = \langle b_1, \dots, b_n \rangle$$

wtedy i tylko wtedy, gdy

$$a_i = b_i,$$

$$1 \leq i \leq n$$

Zauważmy, że równość w dziedzinie zbiorów uporządkowanych określona jest tylko dla zbiorów o tej samej liczbie elementów. Pytanie, czy np. dwuelementowy zbiór uporządkowany jest równy, powiedzmy, trójelementowemu zbiorowi uporządkowanemu nie ma sensu.

DEFINICJA: Relacja n -członowa to klasa n -tek uporządkowanych.

Zgodnie z definicją między elementami n -tek uporządkowanych nie musi zachodzić jakiś związek treściowy. Taki związek ma miejsce np. w wypadku małżeństwa, jako zbioru par uporządkowanych wszystkich i tylko takich ludzi, że pierwszy element pary jest małżonkiem

do cechy. Trudno przecież mówić o istnieniu jako cesze. Miałyby ją bowiem wszystkie przedmioty istniejące, a nie miałyby wszystkie «przedmioty nie istniejące».

drugiego elementu pary. Nie ma zaś związku treściowego w wypadku relacji {<Białystok, Warszawa>, <Poznań, Rzeszów>}⁹. Ta relacja jest określona czysto formalnie.

DEFINICJA: Niech \mathcal{R} będzie n -członową relacją $\{ \langle a_1^1, a_2^1, \dots, a_n^1 \rangle, \dots, \langle a_1^m, a_2^m, \dots, a_n^m \rangle \dots \}$. **Pole relacji** \mathcal{R} to zbiór $\{a_1^1, a_2^1, \dots, a_n^1, \dots, a_1^m, a_2^m, \dots, a_n^m \dots\}$.

Pole relacji to zbiór przedmiotów, na którym relacja jest określona, czyli zbiór tych i tylko tych przedmiotów, które mogą pozostawać w tej relacji. Na przykład zbiór wszystkich ludzi jest polem relacji bycia krewnym. Pytanie o pokrewieństwo dwóch ludzi ma sens na gruncie znaczenia wyrazu „krewny” w języku polskim. Relacja ta nie jest określona na zbiorze roślin, komputerów, mebli itp.

DEFINICJA: Niech \mathcal{R} będzie n -członową relacją $\{ \langle a_1^1, \dots, a_i^1, \dots, a_n^1 \rangle, \dots, \langle a_1^m, \dots, a_i^m, \dots, a_n^m \rangle \dots \}$. **I-tą dziedziną relacji** \mathcal{R} jest zbiór $\{a_i^1, a_i^2, \dots, a_i^m, \dots\}$. W wypadku relacji dwuczłonowej, czyli gdy $n = 2$, 1-dziedzina to **dziedzina**, a 2-dziedzina to **przeciw-dziedzina** tej relacji.

Umówmy się co do korzystania z następujących skrótów. Niech \mathcal{R} będzie relacją. To, że przedmioty x i y z pola relacji \mathcal{R} są w relacji \mathcal{R} będziemy zapisywali: „ $x\mathcal{R}y$ ”. Uniwersalnym zapisem uwzględniającym relacje o innej niż dwa liczbie członów jest: „ $\mathcal{R}(x_1, \dots, x_n)$ ”, gdzie n jest liczbą członów. Stosuje się też zapis: „ $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \in \mathcal{R}$ ”.

Prawo reguluje stosunki (relacje) między ludźmi. Zrozumienie tego, czym jest relacja, jakie są szczególne klasy relacji itp. jest więc ważne dla prawnika.

N -argumentowy predykat odnosi się do relacji n -członowej.

DEFINICJA: N -członowa relacja \mathcal{R} , której polem jest zbiór \mathcal{U} , jest **zakresem n -argumentowego predykatu** \mathcal{P} wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathcal{U}$:

⁹ W teorii mnogości $\{a_1, a_2, \dots\}$ to zbiór, którego wszystkimi elementami są: a_1, a_2, \dots

$\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \in \mathcal{R}$.

Między relacjami, ponieważ są zbiorami, mogą zachodzić stosunki, jakie mogą zachodzić między zakresami nazw. O predykatach n -argumentowych (relacjach n -członowych) możemy mówić jako pozostających w stosunku równoważności, podrzędności, nadrzędności, krzyżowania, przeciwieństwa (wykluczania się). Możemy mówić o stosunku dopełniania się relacji a tym samym o stosunku przeciwieństwa i sprzeczności między predykatami. Oczywiście, określone są operacje teoriomnogościowe.

W zbiorze ludzi sumą relacji ojcostwa i relacji macierzyństwa jest relacja rodzicielstwa. Sumą relacji bycia bratem i relacji bycia siostrą jest relacja bycia bratem lub siostrą. Niech \mathcal{U} będzie polem relacji \mathcal{R} i relacji \mathcal{S} . Sumą relacji \mathcal{R} i relacji \mathcal{S} jest relacja $\mathcal{R} \cup \mathcal{S}$ taka, że dla każdego $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathcal{U}$: $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \in (\mathcal{R} \cup \mathcal{S})$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \in \mathcal{R}$ lub $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \in \mathcal{S}$.

W zbiorze ludzi iloczynem relacji bycia młodszym i relacji bycia ciotką jest relacja bycia młodszą i ciotką zarazem. Iloczynem relacji bycia bratem i bycia wyższym jest relacja bycia wyższym bratem. Niech \mathcal{U} będzie polem relacji \mathcal{R} i relacji \mathcal{S} . Iloczynem relacji \mathcal{R} i relacji \mathcal{S} jest relacja $\mathcal{R} \cap \mathcal{S}$ taka, że dla każdego $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathcal{U}$: $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \in (\mathcal{R} \cap \mathcal{S})$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \in \mathcal{R}$ i $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \in \mathcal{S}$.

W wypadku relacji możemy rozważać nie tylko stosunki teoriomnogościowe między nimi. Ich elementami są bowiem przedmioty złożone, jakimi są n -tki uporządkowane. Możliwe jest więc również badanie związków między relacjami ze względu na same człony relacji, a ponadto możliwe są operacje na relacjach odnoszące do ich elementów, n -tek uporządkowanych. Tego rodzaju operacją na relacjach dwuczłonowych jest operacja konwersji.

DEFINICJA: Niech \mathcal{U} będzie polem relacji \mathcal{R} i relacji \mathcal{R}^{-1} . Dwuczłonowa relacja \mathcal{R}^{-1} jest **konwersem** dwuczłonowej relacji \mathcal{R} wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $x, y \in \mathcal{U}$: $x\mathcal{R}y$ wtedy i tylko wtedy, gdy $y\mathcal{R}^{-1}x$.

Konwersem relacji identyczności jest relacja identyczności, czyli relacja identyczności i jej konwers są sobie równe. Relacja identyczności i jej konwers są zakresami predykatu równości. W zbiorze ludzi relacja bycia rodzicem i jej konwers, czyli relacja bycia dzieckiem, wykluczają się, ale nie dopełniają się. Predykaty, których te relacje są zakresami, pozostają w stosunku przeciwieństwa. W zbiorze liczb naturalnych relacja większości lub równości dopełnia się, ale nie wyklucza ze swoim konwersem, czyli relacją mniejszości lub równości. Predykaty, których zakresami są te relacje, czyli „ \leq ” i „ \geq ”, pozostają do siebie w stosunku podprzeciwieństwa. W zbiorze liczb naturalnych konwersem relacji mniejszości jest relacja większości. Relacje te wykluczają i dopełniają się. Predykat mniejszości ($<$) pozostaje w stosunku sprzeczności z predykatem większości ($>$).

DEFINICJA: Niech U będzie polem dwuczłonowych relacji \mathcal{R} i \mathcal{S} . **Superpozycją (iloczynem względnym, złożeniem)** relacji \mathcal{R} i relacji \mathcal{S} jest relacja $\mathcal{R} \circ \mathcal{S}$ taka, że dla każdego $x, y \in U$:

$$x(\mathcal{R} \circ \mathcal{S})y$$

wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje $z (\in U)$ takie, że $x\mathcal{R}z$ i $z\mathcal{S}y$.

Przykładem relacji, która jest wynikiem superpozycji, jest stosunek powinowactwa, który zachodzi między jednym z małżonków a krewnymi drugiego. Niech \mathcal{R} będzie relacją bycia małżonkiem a \mathcal{S} relacją bycia krewnym. Relacja $(\mathcal{R} \circ \mathcal{S})$ jest relacją powinowactwa. x jest powinowatym y wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje takie z , że x jest małżonkiem z a z jest krewnym y . Relacja bycia dziadkiem jest wynikiem złożenia relacji bycia ojcem i relacji bycia rodzicem. Jan jest dziadkiem Pawła wtedy i tylko wtedy, gdy Jan jest ojcem jednego z rodziców Pawła.

Szczególnym wypadkiem operacji iloczynu względnego jest potęgowanie relacji. Jest to iloczyn względny relacji przez samą siebie. Relacja bycia wnukiem jest wynikiem potęgowania relacji bycia dzieckiem. Jan jest wnukiem Pawła wtedy i tylko wtedy, gdy Jan jest dzieckiem jednego z dzieci Pawła.

Możliwość formalnego opisu związków między relacjami jest szczególnie doniosła dla zastosowania technik informatycznych. Im więcej związków między danymi można będzie opisać w sposób «rozumiały» dla komputera, tym więcej zadań będzie mógł on wykonać. Wskazywane tu związki można przełożyć na język, którym «posługuje się komputer.

Omówione zostaną teraz szczególnie ważne klasy relacji dwuczłonowych. O zwrotności, symetryczności, przechodności, równoważności, antysymetryczności, częściowym uporządkowaniu, spójności i (liniowym) uporządkowaniu mówimy tylko w wypadku relacji dwuczłonowych. Relacja należy do określonej klasy relacji, jeśli wszystkie elementy pola relacji spełniają właściwy dla tej klasy warunek. Mówiąc o n -członowej relacji \mathcal{R} w zbiorze U będziemy mieli na uwadze wszystkie i tylko te n -tki uporządkowane składające się na relację \mathcal{R} , które zbudowane są z elementów zbioru U .

DEFINICJA: Relacja \mathcal{R} jest **zwrotna** w zbiorze U wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $x \in U$:
 $x\mathcal{R}x$.

O relacji mówimy, że jest zwrotna w zbiorze U wtedy i tylko wtedy, gdy każdy element zbioru U pozostaje w tej relacji sam do siebie. Zwrotna jest np. relacja bycia tego samego wzrostu. Zwrotna nie jest relacja bycia wyższym.

DEFINICJA: Relacja \mathcal{R} jest **symetryczna** w zbiorze U wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $x, y \in U$:
jeśli $x\mathcal{R}y$, to $y\mathcal{R}x$.

Relacja symetryczna w zbiorze U to relacja taka, że jeżeli przedmiot x ze zbioru U pozostaje w tej relacji do przedmiotu y ze zbioru U , to również przedmiot y pozostaje w tej relacji do przedmiotu x . W zbiorze ludzi symetryczna jest relacja bycia krewnym, a nie jest relacja bycia przelozonym.

DEFINICJA: Relacja \mathcal{R} jest **przechodnia** w zbiorze U wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $x, y, z \in U$:
jeśli $x\mathcal{R}y$ i $y\mathcal{R}z$, to $x\mathcal{R}z$.

Relacja przechodnia w zbiorze U to relacja taka, że jeżeli zachodzi między x i y oraz między y i z , to zachodzi również między x i z , gdzie x, y, z są elementami zbioru U . W zbiorze ludzi przechodnia jest np. relacja bycia wyższym. Przechodnia nie jest relacja bycia znajomym.

DEFINICJA: Relacja **równoważności** (w zbiorze U) to relacja, która jest zwrotna, symetryczna i przechodnia (w zbiorze U).

Na przykład relacja urodzenia się w tym samym roku jest relacją równoważności, podobnie relacja wykonywania tego samego zawodu. Relacja podobieństwa w zbiorze ludzi nie spełnia warunku przechodniości, nie jest zatem relacją równoważności. Znana z geometrii relacja podobieństwa trójkątów jest relacją równoważności.

Relacją równoważności jest relacja identyczności. Zachodzenie relacji identyczności zapisujemy łącząc predykatem równości nazwy przedmiotów, które pozostają w tej relacji. Definicja relacji identyczności pochodzi od Leibniza i znana jest jako zasada identyczności przedmiotów nieodróżnialnych (*identitas indiscernibilium*).

DEFINICJA: Przedmioty są **identyczne** wtedy i tylko wtedy, gdy nie są odróżnialne pod względem przysługujących im własności.

Przedmiot sam od siebie nie różni się pod względem swoich własności, zatem relacja identyczności jest zwrotna (prawo zwrotności dla relacji identyczności). Jeżeli jeden przedmiot nie różni się od drugiego pod względem swoich własności, to drugi własnościami też nie różni się od pierwszego, czyli relacja identyczności jest symetryczna (prawo symetrii dla relacji identyczności). Jeżeli drugi z przedmiotów nie różniących się własnościami nie różni się od trzeciego, to pierwszy też nie różni się od trzeciego. Relacja identyczności jest więc przechodnia (prawo przechodniości dla relacji identyczności).

Ważnym typem relacji są relacje porządkujące. Porządkowanie przedmiotów ma znaczenie zarówno w nauce, jak i w działaniach praktycznych. Przeprowadza się je według jakiejś zasady wyznaczonej przez relację porządkującą.

DEFINICJA: Relacja \mathcal{R} jest **antysymetryczna** w zbiorze U wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $x, y \in U$:
jeśli $x\mathcal{R}y$, to nieprawda, że $y\mathcal{R}x$.

Relacja antisymetryczna w zbiorze U to relacja taka, że jeżeli przedmiot x jest w relacji do przedmiotu y , to y nie jest w tej relacji do x , gdzie x, y są elementami zbioru U . Relacja bycia matką jest relacją antisymetryczną. Relacja znania kogoś nie jest antisymetryczna – zdarza się, że choć x zna y , to i y zna x .

DEFINICJA: Relacja, która jest antisymetryczna i przechodnia (w zbiorze U) to **relacja częściowo porządkująca** (w zbiorze U).

Relacja bycia potomkiem jest relacją częściowo porządkującą. Relacja bycia ojcem nie jest przechodnia, zatem nie jest częściowo porządkująca.

O relacji częściowo porządkującej w zbiorze U mówimy, że częściowo porządkuje zbiór U .

DEFINICJA: Relacja \mathcal{R} jest **spójna** w zbiorze U wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $x, y \in U$:
jeśli $x \neq y$, to $x\mathcal{R}y$ lub $y\mathcal{R}x$.

Relacja spójna w zbiorze U to relacja taka, że dowolne dwa przedmioty ze zbioru U są same ze sobą w tej relacji.

DEFINICJA: Relacja \mathcal{R} jest **(liniowo) porządkująca** (w zbiorze U) wtedy i tylko wtedy, gdy jest antisymetryczna, przechodnia i spójna (w zbiorze U).

Relacja większości w zbiorze liczb naturalnych jest relacją (liniowo) porządkującą. Relacja bycia potomkiem nie jest spójna, zatem nie jest relacją liniowo porządkującą.

O relacji (liniowo) porządkującej w zbiorze U mówimy, że (liniowo) porządkuje zbiór U .

Ludzi możemy uporządkować korzystając z relacji bycia potomkiem, będzie to wówczas częściowy porządek. Możemy również upo-

rządkować alfabetycznie, biorąc w kolejności alfabetycznej ich nazwiska i imiona. Będzie to wówczas porządek liniowy (jeśli pominąć trudności pojawiające się w wypadku ludzi o tych samych nazwiskach i imionach). W książkach telefonicznych w porządku alfabetycznym podane są nazwiska abonentów telefonicznych. Urzędy skarbowe posługują się «peselem» dla uporządkowania danych o podatkach. Numery rejestracyjne samochodów też umożliwiają liniowe uporządkowanie dokumentów.

Wiele relacji przechodnich i spójnych nie spełnia warunku antysymetryczności. W zbiorze zdarzeń są zdarzenia równoczesne, zatem relacja wcześniej-później nie jest w tym zbiorze antysymetryczna. Liniowo uporządkować można klasy zdarzeń równoczesnych. Jeżeli klasa zdarzeń równoczesnych wyznacza moment czasowy, to relacja wcześniej-później wyznacza liniowy porządek w zbiorze momentów czasowych.

Korzystamy z pojęć największego, najmniejszego, maksymalnego i minimalnego elementów zbioru. Mówimy np., że ktoś jest najwyższy w jakiejś grupie ludzi; że ktoś jest najlepszym studentem na jakimś roku studiów. O pewnych ludziach mówimy, że są naszymi najdalszymi żyjącymi przodkami. Pojęcia te wymagają zdefiniowania.

DEFINICJA: Element a zbioru U jest:

1. **\mathcal{R} -największym** (w zbiorze U) wtedy i tylko wtedy, gdy $x\mathcal{R}a$, dla wszelkich x ze zbioru U takich, że $x \neq a$;
2. **\mathcal{R} -najmniejszym** (w zbiorze U) wtedy i tylko wtedy, gdy $a\mathcal{R}x$, dla wszelkich x ze zbioru U takich, że $x \neq a$;
3. **\mathcal{R} -maksymalnym** (w zbiorze U) wtedy i tylko wtedy, gdy w zbiorze U nie istnieje x takie, że $x \neq a$ i $a\mathcal{R}x$;
4. **\mathcal{R} -minimalnym** (w zbiorze U) wtedy i tylko wtedy, gdy w zbiorze U nie istnieje x takie, że $x \neq a$ i $x\mathcal{R}a$.

Element \mathcal{R} -największy (\mathcal{R} -najmniejszy), jeśli istnieje, to jest tylko jeden.

Elementów \mathcal{R} -maksymalnych (\mathcal{R} -minimalnych) może być więcej niż jeden.

Element \mathcal{R} -największy (\mathcal{R} -najmniejszy) jest też elementem \mathcal{R} -maksymalnym (\mathcal{R} -minimalnym), lecz niekoniecznie na odwrót.

Pojęcia największego, najmniejszego, maksymalnego i minimalnego elementu zbioru są zrelatywizowane do określonego stosunku. Kiedy mówimy np. o najlepszym studentie na jakimś roku, to mamy na uwadze relację bycia lepszym studentem; kiedy zaś mówimy o najdalszym przodku, to mamy na uwadze relację bycia przodkiem. W języku potocznym to, o jakich mówimy elementach, jest zwykle domyślne. Na przykład o maksymalnych elementach w zbiorze przodków mówimy jako o najdalszych przodkach. Domyślną relacją, ze względu na którą mówimy o elementach maksymalnych w zbiorze przodków, jest częściowo porządkująca relacja bycia przodkiem. Samo słowo „najdalszy” z powodzeniem zaś mogłoby być użyte na oznaczenie elementu największego, np. w pytaniu o najdalej od Białegostoku położone miasto polskie na trasie Białystok-Warszawa-Poznań-Berlin. To, co decyduje, w jakim znaczeniu słowo „najdalszy” zostało użyte, to domyślna relacja, ze względu na którą pytamy, czy to o element największy, czy to o element maksymalny. Relacja bycia przodkiem jest relacją częściowo porządkującą i dlatego pytanie o najdalszych przodków jest pytaniem o elementy maksymalne. Relacja bycia położonym dalej na odcinku, którego początkiem jest jeden z członów relacji, jest relacją liniowo porządkującą i dlatego pytanie o miasto polskie położone najdalej od Białegostoku na trasie Białystok-Warszawa-Poznań-Berlin jest pytaniem o element największy.

Predykaty są wyrażeniami, które łącząc się z nazwami dają w wyniku zdania. Podobnie, łącząc nazwy pewnymi wyrażeniami (a czasem przez proste zestawienie) możemy otrzymywać nazwy. Będą to nazwy złożone. Wyrażenia, które łącząc nazwy dają w wyniku nazwy mają odniesienia do funkcji. Znany z arytmetyki symbol „+” łącząc nazwy liczb daje nazwę liczby, np. „2 + 2” oznacza liczbę 4. W języku naturalnym taki charakter ma wyrażenie „stolica...”. Wstawiając w miejsce kropek nazwę państwa otrzymamy nazwę (generalną) stolicy tego państwa. Od strony formalnej funkcje łączy się z relacjami.

DEFINICJA: N -członowa relacja \mathcal{R} jest **jednoznaczna** w m -tej dziedzinie wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnych $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n \in \mathcal{U}$: jeżeli $\mathcal{R}(x_1, \dots, x_n)$ i $\mathcal{R}(y_1, \dots, y_n)$ oraz $x_i = y_i$, dla $1 \leq i \leq (m-1)$ lub $(m+1) \leq i \leq n$, to $x_m = y_m$.

Relacja jednoznaczna w m -tej dziedzinie to relacja taka, że gdy dla $i \neq m$, i -ty człon jednej n -tki uporządkowanej jest równy odpowiadającemu mu i -temu członowi drugiej n -tki uporządkowanej, to równe są też m -te człony tych n -tek uporządkowanych.

DEFINICJA: N -członowa relacja \mathcal{R} jest **jednoznaczna** wtedy i tylko wtedy, gdy jest jednoznaczna w n -tej dziedzinie.

Relacje są przedmiotami. Termin „jednoznaczny” jest tu użyty w zasadniczo różnym znaczeniu niż gdy używany jest w odniesieniu do wyrażeń. Jednoznaczny predykat nie musi wskazywać jednoznacznej relacji. Na przykład predykat „... jest matką...” jest jednoznaczny. Relacja bycia matką zaś nie jest jednoznaczna.

W wypadku jednoznacznej relacji dwuczłonowej ma miejsce jednoznaczne przyporządkowanie elementom jednego zbioru, elementom dziedziny tej relacji, elementom drugiego zbioru, elementom przeciwdziedziny tej relacji. Takie przyporządkowanie poszczególnym elementom jednego zbioru dokładnie jednego elementu drugiego zbioru jest funkcją. Najogólniej rzecz biorąc:

DEFINICJA: **Funkcja** jest to relacja jednoznaczna. Kolejne $(n-1)$ człony to **argumenty** a n -ty człon tej relacji to **wartość** $(n-1)$ -argumentowej funkcji, gdzie n jest liczbą członów relacji.

N -członową relację \mathcal{R} , która jest funkcją, można pojąć jako przyporządkowanie każdemu $(n-1)$ -wyrazowemu ciągowi dokładnie jednego elementu. $(N-1)$ -argumentowa funkcja to funkcja $(n-1)$ -zmiennych.

Kiedy mówimy, że coś jest funkcją czegoś, to winniśmy mieć na uwadze znaczenie, które wiąże się z terminem „funkcja” i nie używać tego terminu na oznaczenie takiej zależności, takiej relacji, która

nie jest funkcją. Prawdą jest, że np. podatki są funkcją dochodów. Znaczy to, że wielkość dochodu jednoznacznie wpływa na wielkość podatku. Nie znaczy to, że dochód jest jedynym parametrem określającym wielkość podatku. Nie jest prawdą, że cena towaru jest funkcją kosztów robocizny. Koszty robocizny mają znaczenie dla ustalenia ceny towaru, lecz nie musi to mieć wpływu jednoznacznego – dwaj produceni, mając różne koszty robocizny i jednakowe wszystkie pozostałe koszty, mogą sprzedawać swój wyrób po tej samej cenie. Cena biletu kolejowego jest funkcją długości trasy. Dwie osoby mające te same uprawnienia do zniżek i decydujące się na jazdę tego samego rodzaju pociągiem i klasą, jeśli długość ich tras przejazdu jest taka sama, zapłacą tyle samo za bilet. Funkcją ceny biletu nie jest długość trasy. Dwie osoby jadące w tym samym przedziale, mające te same uprawnienia do zniżek, po poinformowaniu się, że zapłaciły tyle samo za bilet oraz wsiadły na tej samej stacji i jadą bez przesiadki nie mogą na tej podstawie wnioskować, że wysiądą na tej samej stacji (ceny biletów naliczane są według stref).

DEFINICJA: Dwuczłonowa relacja taka, że ona i jej konwers są jednoznaczne to **funkcja wzajemnie jednoznaczna**.

Dwuczłonowa relacja, której konwers jest relacją jednoznaczną to relacja odwrotnie jednoznaczna. Relacja wzajemnie jednoznaczna to relacja, która jest jednoznaczna i odwrotnie jednoznaczna.

Jednoargumentowa funkcja jest wzajemnie jednoznaczna wtedy i tylko wtedy, gdy dana wartość tej funkcji jest przyporządkowana tylko jednej wartości argumentu. Funkcją wzajemnie jednoznaczną jest funkcja bycia żoną w społeczeństwach, w których mężczyzna może mieć tylko jedną żonę, a kobieta tylko jednego męża. Funkcją wzajemnie jednoznaczną jest również zależność: $y = 2x$.

✓ 1.3.4. Spójniki

Ze zdań możemy budować zdania. W każdym języku istnieją różne sposoby tworzenia zdań ze zdań. Służyć temu celowi mogą wy-

rażenia (w gramatyce nazywane spójnikami i partykułami) lub zestawienie zdań (połączenie zdań składowych wraz z użyciem w języku mówionym stosownej intonacji, a w języku pisanym odpowiedniej interpunkcji). W języku polskim istnieje sto kilkadziesiąt wyrazów, które w połączeniu ze zdaniem tworzą zdania.

DEFINICJA: **Spójnik** to każde i tylko takie wyrażenie, które łącznie ze zdaniem bądź zdaniami tworzy zdanie.

Słowo „lub” może być użyte do połączenia zdania „Jan kocha Zosię” ze zdaniem „Jan kocha Marysię”. Z takiego połączenia otrzymujemy zdanie „Jan kocha Zosię lub Jan kocha Marysię”. Zdanie to zwykle zapisujemy jako „Jan kocha Zosię lub Marysię”. Zdanie „Jan kocha Zosię i Marysię” jest zdaniem otrzymanym przez połączenie naszych zdań spójnikiem „i”. Spójnikiem nie jest „jest”.

DEFINICJA: Zdania, z którymi spójnik tworzy zdanie, to **argumenty** tego spójnika.

Spójniki możemy dzielić ze względu na liczbę ich argumentów. Spójnik jest jednoargumentowy, gdy z jednym zdaniem tworzy zdanie. Przykładem spójnika jednoargumentowego jest wyrażenie „nieprawda, że ...”. Spójniki dwuargumentowe to: „... lub ...”, „... i ...”, „jeżeli ..., to ...”, „... wtedy i tylko wtedy, gdy ...”.

DEFINICJA: **Spójnik n -argumentowy** to spójnik, który z n zdaniami tworzy zdanie.

DEFINICJA: **Zdanie złożone** to zdanie zbudowane za pomocą n -argumentowego spójnika ($n = 1, 2, \dots$) i n zdań.

DEFINICJA: **Zdanie proste** to zdanie, które nie jest złożone.

„Jan kocha Zosię” i „Jan kocha Marysię” to zdania proste. Zdanie „Jan kocha Zosię i Marysię” jest zaś zdaniem złożonym.

1.3.4.1. Spójniki prawdziwościowe

DEFINICJA: **Jednoargumentowy spójnik jest spójnikiem negacji** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy zdanie-argument jest fałszywe
- (2) fałszywe, gdy zdanie-argument jest prawdziwe.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika negacji i zdania β , będziemy mówili, że jest **negacją (zaprzeczeniem) zdania β** .

Zdanie „nieprawda, że Jan jest studentem” jest negacją zdania „Jan jest studentem”. Podobnie jest ze zdaniem „Jan nie jest studentem”. Negację zdania β będziemy zapisywali: *nie- β* . W języku logiki formalnej, w rachunkach logicznych, zapisuje się ją: $\neg \beta$.

Zdanie i jego negacja tworzą parę zdań sprzecznych. Znaczy to, że przynajmniej jedno z nich jest prawdziwe – jest to treścią **zasady wyłączonego środka** – i że przynajmniej jedno z nich jest fałszywe – jest to treścią **zasady niesprzeczności**.

Zauważmy, że negacja negacji zdania jest logicznie równoważna temu zdaniu. Fakt ten jest treścią **zasady podwójnego przeczenia**.

DEFINICJA: **Dwuargumentowy spójnik jest spójnikiem alternatywy** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy chociaż jedno ze zdań-argumentów jest prawdziwe,
- (2) fałszywe, gdy oba zdania-argumenty są fałszywe.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika alternatywy oraz zdań β i γ , będziemy mówili, że jest **alternatywą zdań β i γ** . Zdania β i γ to **człony tej alternatywy**.

Zdanie „Jan jest nauczycielem lub pracuje w kuratorium oświaty” jest alternatywą zdań „Jan jest nauczycielem” i „Jan pracuje w kuratorium oświaty”. Kolejność argumentów w alternatywie nie ma znaczenia dla jej wartości logicznej. Alternatywę zdań β i γ będziemy zapisywali: β *lub* γ . W rachunkach logicznych alternatywę tę zapisuje się: $\beta \vee \gamma$.

Zauważmy, że zdanie o postaci alternatywy zwykliśmy wygłaszać wówczas, gdy nie wiemy, które ze zdań-argumentów jest prawdziwe. Na przykład mówię: „Jan studiuje prawo lub ekonomię”, gdy nie wiem, czy Jan studiuje prawo, czy też ekonomię, a jednak wiem, że Jan studiuje prawo lub ekonomię. Gdy jednak wiem, że Jan studiuje prawo, a mówię: „Jan studiuje prawo lub ekonomię”, to mówię mniej niż wiem. Moja wypowiedź pozostaje wszak prawdziwa, jeśli prawdą jest, że Jan studiuje prawo. Podobnie będzie w wypadku, gdy wiedząc, że Jan studiuje prawo i że studiuje ekonomię mówię: „Jan studiuje prawo lub ekonomię”.

Spójnika „lub” używa się, gdy nie wie się które ze zdań-argumentów alternatywy jest prawdziwe i nie ma podstaw do wykluczenia, że wszystkie zdania-argumenty są prawdziwe. Zdarza się jednak, że są podstawy dla wykluczenia możliwości współprawdziwości branych pod uwagę zdań. Aby ten fakt zakomunikować tylko za pomocą spójnika, potrzebny jest spójnik alternatywy rozłącznej.

DEFINICJA: Dwuargumentowy spójnik jest **spójnikiem alternatywy rozłącznej** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy dokładnie jedno ze zdań-argumentów jest prawdziwe,
- (2) fałszywe, gdy oba zdania-argumenty są prawdziwe lub oba są fałszywe.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika alternatywy rozłącznej oraz zdań β i γ , będziemy mówili, że jest **alternatywą rozłączną zdań** β i γ . Zdania β i γ to **człony** tej alternatywy.

Zdanie „Jan jest nauczycielem albo (Jan jest) urzędnikiem” jest alternatywą rozłączną zdań „Jan jest nauczycielem” i „Jan jest urzędnikiem”. Alternatywę rozłączną zdań β i γ będziemy zapisywali: β *albo* γ . W rachunkach logicznych zwykle nie wprowadza się specjalnego symbolu na alternatywę rozłączną, można ją bowiem w prosty sposób wypowiedzieć za pomocą kombinacji negacji i równoważności (spójnika, który będzie tu omówiony jako ostatni). Z tego powodu można użyć symbolu: ∇ . W języku potocznym dla wyraźnego znaczenia, że chodzi o wypowiedzenie spójnika alternatywy rozłącznej używa się fraz: „albo ... , albo ...”, „bądź ... , bądź ...”. W wypowiedzi typu: „podlega karze pozbawienia wolności lub grzywny, albo obu tych kar” słowo „lub” potraktowane jest tak, jakby wyrażało spójnik alternatywy rozłącznej. W zdaniu „bez cła wolno przywieźć jedną butelkę wódki albo dwie butelki wina” wyraz „albo” użyty jest jako spójnik alternatywy rozłącznej. Ktoś, kto przywozi jedną butelkę wódki i dwie butelki wina zobowiązany jest zapłacić cło. Inaczej byłoby, gdyby przepis był sformułowany za pomocą spójnika „lub”, czyli gdyby brzmiał: „bez cła wolno przywieźć jedną butelkę wódki lub dwie butelki wina”.

Mówimy: „ani mnie to grzeje, ani ziębi”, „ani widu, ani słyhu”. Mówimy „ani Jan nie jest zdolny, a nie jest pracowity”, choć w istocie to złożenie zdań „Jan jest zdolny” i „Jan jest pracowity” rozumiemy tak, jak złożenie zdań za pomocą „ani ... , ani ...” bez słówka „nie”.

DEFINICJA: Dwuargumentowy spójnik jest **spójnikiem binegacji (podwójnego przeczenia)** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy oba zdania-argumenty są fałszywe,
- (2) fałszywe, gdy chociaż jedno ze zdań-argumentów jest prawdziwe.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika binegacji oraz zdań β i γ , będziemy mówili, że jest **binegacją zdań** β i γ . Zdania β i γ to **człony** tej binegacji.

Wartość logiczna zdania złożonego zbudowanego za pomocą spójnika binegacji jest zawsze taka sama jak wartość logiczna zaprzeczenia zdania złożonego zbudowanego z tych samych zdań-argumentów za pomocą spójnika alternatywy (nierozłącznej), czyli zdania te są logicznie równoważne. W rachunkach logicznych dla zapisu binegacji stosuje się zapis: $\beta \downarrow \gamma$, a odczytuje się: „ani β , ani γ ”.

DEFINICJA: Dwuargumentowy spójnik jest **spójnikiem koniunkcji** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy oba zdania-argumenty są prawdziwe,
- (2) fałszywe, gdy chociaż jedno ze zdań-argumentów jest fałszywe.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika koniunkcji oraz zdań β i γ , będziemy mówili, że jest **koniunkcją zdań** β i γ . Zdania β i γ to **człony** tej koniunkcji.

Zdanie „Jan jest nauczycielem i pracuje w kuratorium oświaty” jest koniunkcją zdań „Jan jest nauczycielem” i „Jan pracuje w kuratorium oświaty”. Kolejność argumentów w koniunkcji nie ma znaczenia dla jej wartości logicznej. Koniunkcję zdań β i γ będziemy zapisywali: $\beta \wedge \gamma$. W rachunkach logicznych stosuje się zapis: $\beta \wedge \gamma$.

Rozważając koniunkcję zauważmy, że jej definicja – podobnie jak definicje pozostałych spójników – nie podaje żadnego wyrażenia, które pełniłoby rolę tego spójnika. Jest to sprawą decyzji terminologicznej, któremu słowu języka polskiego zostanie powierzona rola czy to spójnika koniunkcji, czy to innego spójnika. Decyzja nie jest arbitralna, pod uwagę bierze się bowiem znaczenia poszczególnych słów w języku naturalnym. Konwencjonalny charakter ustalenia terminologicznego bierze się stąd, że znaczenia wybranych słów różnią się od znaczeń, które przypisujemy spójnikom. W języku naturalnym udaje się wskazać takie użycia tych słów, które nie są zgodne z ich rolą jako spójników o znaczeniach określonych definicjami. Na przykład w wypadku słówka „i” – któremu wyznacza się rolę spójnika

koniunkcji – tam, gdzie mamy do czynienia ze zdaniami odnoszącymi do faktów mających miejsce w różnym czasie, lecz nie zawierających dat, na znaczenie zdania złożonego zbudowanego za pomocą spójnika „i” ma wpływ kolejności zdań połączonych tym słówkiem. Jest tak w wypadku zdań: „Zosia urodziła syna” „Zosia wyszła za mąż” oraz: „Jan zachorował”, „Jan poszedł na rentę”. W języku naturalnym zdanie koniunkcyjne wypowiada się też – jest to kwestia stylu – używając słówek np. „oraz”, „a”. I tak nie powiemy „Jan jest adwokatem i Piotr jest nauczycielem”, lecz „Jan jest adwokatem a Piotr jest nauczycielem”.

W logice rozważa się też spójnik, który jest zaprzeczeniem koniunkcji, podobnie jak binegacja jest zaprzeczeniem alternatywy.

DEFINICJA: Dwuargumentowy spójnik jest **spójnikiem dysjunkcji** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy przynajmniej jedno ze zdań-argumentów jest fałszywe,
- (2) fałszywe, gdy oba zdania-argumenty są prawdziwe.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika dysjunkcji oraz zdań β i γ , będziemy mówili, że jest **dysjunkcją zdań** β i γ . Zdania β i γ to **człony** tej dysjunkcji.

W rachunkach logicznych dla zapisu dysjunkcji stosuje się zapis: β / γ . Spójnik ten można odczytywać korzystając z faktu, że zdanie zbudowane za jego pomocą jest równoważne zaprzeczeniu koniunkcji jego argumentów, czyli zdanie β / γ czytamy: „nieprawda, że zarazem β i γ ”.

W wypadku dwuargumentowego spójnika implikacji o zdaniu będącym jego pierwszym argumentem będziemy mówili, że jest **poprzednikiem implikacji** a o drugim, że jest **następnikiem implikacji**.

DEFINICJA: Dwuargumentowy spójnik jest **spójnikiem implikacji** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy
 - (a) poprzednik jest fałszywy
lub
 - (b) następnik jest prawdziwy,
- (2) fałszywe, gdy poprzednik jest prawdziwy, a następnik jest fałszywy.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika implikacji oraz zdań β i γ , będziemy mówili, że jest **implikacją** zdań β i γ lub **zdaniem warunkowym**.

Zdanie „jeżeli pada deszcz, to ulica jest mokra” jest implikacją. Implikację, której poprzednikiem jest zdanie β a następnikiem γ będziemy zapisywali: jeżeli β , to γ . W rachunkach logicznych stosuje się zapis: $\beta \rightarrow \gamma$.

W języku naturalnym implikację wypowiada się za pomocą wielu fraz. Może to być „gdy..., to...”, „skoro..., to...”, „ponieważ..., to...” itp.

Wypowiadamy zdanie „jeżeli β , to γ ”, gdy nie wiemy czy β i γ są prawdziwe, lecz wiemy, że jeśli β jest prawdziwe, to i γ jest prawdziwe. Jeśli wiemy, że β jest prawdziwe i wiemy, że prawdziwe jest zdanie „jeżeli β , to γ ”, to wiemy, że prawdziwe jest γ . Wiedząc zaś, że γ jest prawdziwe raczej nie powiemy „jeżeli β , to γ ”, a powiemy γ . Zdania „jeżeli β , to γ ” niezależnie od naszej wiedzy, co do prawdziwości poprzednika lub następnika możemy użyć w argumentacji. Implikacji używamy też dla wypowiedzenia niemożliwości. Zdanie β stwierdzające to, o czym chcemy powiedzieć, że jest niemożliwe, brane jest jako poprzednik, a jako następnik bierze się zdanie, które stwierdza coś, co jest powszechnie uznane za niemożliwe. Chcąc np. powiedzieć, że niemożliwe jest, aby Jan wykonał swoją pracę na czas, mogą powie-

dzieć: „Jeżeli Jan wykona tę pracę na czas, to mi kaktus na dłoni wyrośnie”.

Za pomocą spójnika implikacji, jak za pomocą każdego innego spójnika, możemy budować zdania z dowolnych zdań. Nie znaczy to jednak, by takie dowolne połączenia faktycznie pojawiały się w naszych zwykłych wypowiedziach. Wypowiedź, tekst jest o czymś. Tworzące ją zdania są o tym czymś, na temat, nie są przypadkowe. Pewna osobliwość zdań (wszystkie one są prawdziwe zgodnie z podanymi rozumieniami spójników): „Jan jest nauczycielem lub Warszawa jest stolicą Polski”, „Księżyc jest naturalnym satelitą Ziemi i w centrum Warszawy znajduje się Pałac Kultury i Nauki”, „jeżeli Kraków leży nad Wisłą, to złoto jest pierwiastkiem”, bierze się z tego, że takie zdania nie pojawiają się w zwykłym sposobie mówienia. W praktycznie budowanych zdaniach, w wypadku alternatywy i koniunkcji ma miejsce jakaś zgodność treści między zdaniami-argumentami. Może to być zgodność ze względu na to, że zdania te odnoszą do tego samego aspektu i fragmentu dziedziny przedmiotowej, jak np. w wypadku zdania „to jest czerwone lub różowe”, a co nie ma miejsca w wypadku zdania „to jest czerwone lub jest kulą”. W wypadku implikacji między poprzednikiem a następnikiem zachodzi jakiś związek bogatszy niż tylko zgodność treściowa. Warto tu wskazać na cztery takie związki. Można powiedzieć, że wyraża je spójnik implikacji.

- (1) Pomiędzy tym, co stwierdza poprzednik a tym, co stwierdza następnik implikacji, może zachodzić związek **przyczynowy**. Przyczyna może tu być różnorako rozumiana. Taka sytuacja ma miejsce w wypadku zdań: „Jeżeli na ciało działa niezrównoważona siła, to ciało porusza się ruchem przyśpieszonym”, „Jeżeli będziesz palił, to będziesz ponosił szkodę na zdrowiu”.
- (2) W zdaniach „jeżeli dzisiaj jest poniedziałek, to jutro będzie wtorek” i „jeżeli spojrzysz na Mnicha od strony Morskiego Oka, to na lewo zobaczysz Mniszka” pomiędzy tym, co stwierdza poprzednik a tym, co stwierdza następnik implikacji, zachodzi związek strukturalny. Związek strukturalny to związek zachodzący ze względu na stosunek przestrzenny, czasowy, stosunek zależności służbowej itp.

- (3) Związek **tetyczny** to związek powstały z ustanowienia. Tego rodzaju związek występuje w wypadku zdań: „Jeżeli jest się studentem, to można uzyskać odroczenie od służby wojskowej”, „Jeżeli prowadzi się działalność gospodarczą, to należy płacić podatki”.
- (4) Związek, który stanowi szczególny przedmiot zainteresowań logiki to związek wynikania. O stosunku wynikania między zdaniami będzie mowa w związku z rozumowaniami. Najogólniej rzecz biorąc, związek **wynikania** zachodzi między zdaniami α i β wówczas i tylko wówczas, gdy prawdziwość zdania α gwarantuje prawdziwość zdania β . Nie należy mylić implikacji ze stosunkiem wynikania między zdaniami. Implikacja jest spójnikiem, który może wyrażać stosunek wynikania. Inaczej mówiąc, jeśli z α wynika β , to prawdziwa jest implikacja: „jeśli α , to β ”; jednak prawdziwość tej implikacji nie oznacza, że z jej poprzednika wynika jej następnik.

W logice rozważa się ograniczenie możliwości użycia frazy „jeżeli... , to...” do łączenia zdań, które pozostają w pewnych formalnych związkach. Oprócz warunków prawdziwości, które są takie same jak dla powyżej zdefiniowanej implikacji, jako warunek konieczny poprawności podaje się różne warunki formalne, jakie powinny zachodzić między zdaniami łączonymi frazą „jeżeli... , to...”. Każdy tak opisany spójnik to **implikacja formalna**. Dla odróżnienia powyżej zdefiniowaną implikację nazywa się **implikacją materialną**. Implikacja materialna ma prowadzić do paradoksów. Tak twierdzą zwolennicy **implikacji ścisłej**, która miałyby realizować – jak chciał twórca jej teorii C. I. Lewis (1883–1964) – ideę implikacji formalnej. Niezależnie od usiłowań stworzenia zadowalającej teorii implikacji formalnej, implikacja materialna ma trwałe miejsce w nauce: wystarcza do wypowiedzenia najbardziej skomplikowanych myśli i przeprowadzenia najbardziej subtelnych rozumowań.

W wypadku alternatyw, binegacji oraz koniunkcji i dysjunkcji kolejność zdań-argumentów nie ma wpływu na wartość logiczną zdania złożonego zbudowanego za pomocą tych spójników. Inaczej jest w wypadku implikacji.

DEFINICJA: Implikacja odwrotna (zdanie warunkowe odwrotne) do zdania „jeżeli α , to β ” to zdanie „jeżeli β , to α ”.

Implikacja i implikacja do niej odwrotna dopełniają się, ale nie wykluczają, czyli nie mogą być współfałszywe, choć mogą być współprawdziwe.

DEFINICJA: Implikacja przeciwna (zdanie warunkowe przeciwne) do zdania „jeżeli α , to β ” to zdanie „jeżeli nie- α , to nie- β ”.

Implikacja i implikacja do niej przeciwna dopełniają, ale nie wykluczają się.

DEFINICJA: Implikacja przeciwstawna (zdanie warunkowe przeciwstawne) do zdania „jeżeli α , to β ” to zdanie „jeżeli nie- β , to nie- α ”.

Implikacja i implikacja do niej przeciwstawna są zdaniami logicznie równoważnymi. Implikacja przeciwstawna jest implikacją odwrotną do implikacji przeciwnej.

DEFINICJA: Dwuargumentowy spójnik jest spójnikiem równoważności wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy
 - (a) oba zdania-argumenty są prawdziwe lub
 - (b) oba zdania-argumenty są fałszywe,
- (2) fałszywe, gdy jedno zdanie-argument jest prawdziwe, a drugie fałszywe.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika równoważności oraz zdań β i γ będziemy mówili, że jest równoważnością zdań β i γ , a o zdaniach β i γ , że są sobie równoważne.

Zdanie „liczba a jest podzielna przez 3 wtedy i tylko wtedy, gdy suma jej cyfr jest podzielna przez 3” jest równoważnością. Zdania „liczba a jest podzielna przez 3” i „suma cyfr liczby a jest podzielna przez 3” są sobie równoważne. Równoważność należy odróżniać od równoznaczności. Zdania mające to samo znaczenie, zdania równoznaczne, w myśl podanej definicji równoważności są sobie równoważne. Zależność odwrotna nie zachodzi. Nie wszystkie zdania równoważne są równoznaczne. Zdanie „liczba a jest podzielna przez 3” nie jest równoznaczne ze zdaniem „suma cyfr liczby a jest podzielna przez 3”. Równoważność zdań β i γ będziemy zapisywali: β wtedy i tylko wtedy, gdy γ . W języku symbolicznym logiki formalnej zapisuje się to zaś: $\beta \leftrightarrow \gamma$.

Podobnie jak w wypadku implikacji, w zwykłym sposobie mówienia spójnikiem równoważności łączymy zdania pozostające ze sobą w jakichś związkach. Nasze uwagi o implikacji można odnieść do równoważności.

Związki między implikacją a równoważnością staną się bardziej zrozumiałe jeśli uświadomimy sobie, że równoważność „ α wtedy i tylko wtedy, gdy β ” daje się wyrazić za pomocą dwóch implikacji, a mianowicie „jeśli α , to β ” i implikacji do niej odwrotnej, „jeśli β , to α ”. Na jedno wychodzi, czy wypowiemy te dwie implikacje, czy równoważność. Fakt ten tłumaczy też dlaczego w zwykłym sposobie mówienia spójnik równoważności jest rzadko używany – myśl można bowiem wyrazić posługując się prostszym, choćby tylko w sposobie wysłowienia, spójnikiem implikacji.

Omówione spójniki: negacji, alternatywy, binegacji, koniunkcji, dysjunkcji, implikacji i równoważności charakteryzują się tym, że wartości logiczne ich argumentów jednoznacznie wyznaczają wartość logiczną zdania złożonego. Na tę wartość nie ma wpływu treść zdań-argumentów. Są to spójniki prawdziwościowe.

DEFINICJA: Spójnik prawdziwościowy to spójnik taki, że wartość logiczna zdania złożonego zbudowanego za pomocą tego spójnika jest wyznaczona przez wartości logiczne jego zdań-argumentów.

Przykładem spójnika, który nie jest prawdziwościowy, może być fraza „konieczne jest, że”. Zdanie „ $2 + 2 = 4$ ” jest prawdziwe oraz zdanie „konieczne jest, że $2 + 2 = 4$ ” jest prawdziwe. Jednak w wypadku zdania prawdziwego „Warszawa jest stolicą Polski”, zdanie „konieczne jest, że Warszawa jest stolicą Polski” jest zdaniem fałszywym. Zdanie „Kraków jest stolicą Polski” jest zdaniem fałszywym, a zdanie „możliwe, że Kraków jest stolicą Polski” jest zdaniem prawdziwym. Fałszywe jest zdanie „ $2 + 2 = 5$ ” i fałszywe jest też „możliwe, że $2 + 2 = 5$ ”. Dwuargumentowym spójnikiem, który nie jest prawdziwościowy jest fraza „z tego, że ... wynika, że ...”.

Spójniki prawdziwościowe negacji, alternatywy, koniunkcji, implikacji i równoważności pełnią bardzo ważną rolę w klasycznym rachunku logicznym. Na spójniki alternatywy rozłącznej, binegacji i dysjunkcji zwraca się mniejszą uwagę.

Interesującym zagadnieniem jest liczba spójników prawdziwościowych różniących się tylko sposobem przyporządkowywania wartości logicznej zdaniu złożonemu. W wypadku spójników jednoargumentowych są takie cztery spójniki. Spójników dwuargumentowych jest szesnaście. Ogólnie biorąc jest 2^{2^n} prawdziwościowych spójników n -argumentowych. Natychmiast powstaje pytanie, czy możliwe jest wypowiedzenie wszystkich spójników prawdziwościowych za pomocą pewnej skończonej ich liczby. Zauważamy bowiem, że zamiast „jeżeli α , to β ” możemy równoważnie powiedzieć „nie- α lub β ”. Spójnik implikacji daje się więc wyeliminować, bo można go wypowiedzieć za pomocą negacji i alternatywy. Może więc dałoby się wypowiedzieć wszystkie dające się pomyśleć spójniki prawdziwościowe korzystając tylko ze skończonego ich zbioru? Odpowiedź na to pytanie jest pozytywna. Okazało się, że są nawet dokładnie dwa dwuargumentowe spójniki prawdziwościowe, z których każdy z osobna może wypełnić to zadanie. Są nimi binegacja i dysjunkcja. Dla nas istotne jest to, że omówione przez nas spójniki prawdziwościowe: negacji, alternatywy, koniunkcji, implikacji i równoważności też umożliwiają wypowiedzenie wszystkich dających się choćby tylko pomyśleć spójników prawdziwościowych o skończonej liczbie argumentów.

Zdanie „Jan pracuje na uniwersytecie, na politechnice lub w liceum” jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy prawdziwe jest przy-

najmniej jedno ze zdań: „Jan pracuje na uniwersytecie”, „Jan pracuje na politechnice”, „Jan pracuje w liceum”. Zdanie to zbudowane jest z trzech zdań-argumentów połączonych spójnikiem trójargumentowym. Podobnie można budować zdanie złożone z jeszcze większej liczby zdań-argumentów. Spójnik, który łączyłby te zdania to n -argumentowa alternatywa.

DEFINICJA: N -argumentowy spójnik jest **spójnikiem n -argumentowej alternatywy** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy chociaż jedno ze zdań-argumentów jest prawdziwe,
- (2) fałszywe, gdy wszystkie zdania-argumenty są fałszywe.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika n -argumentowej alternatywy oraz zdań $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ będziemy mówili, że jest **n -argumentową alternatywą zdań $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$** . Zdania $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ to **człony** tej alternatywy.

Zdanie „Jan mieszka w Białymstoku, w Łapach albo w Ełku” jest zbudowane z trzech zdań-argumentów i trójargumentowego spójnika alternatywy rozłącznej. Ogólnie biorąc możemy mówić o n -argumentowym spójniku alternatywy rozłącznej.

DEFINICJA: N -argumentowy spójnik jest **spójnikiem n -argumentowej alternatywy rozłącznej** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy dokładnie jedno ze zdań-argumentów jest prawdziwe,
- (2) fałszywe, gdy prawdziwe są co najmniej dwa lub fałszywe są wszystkie zdania-argumenty.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika n -argumentowej alternatywy rozłącznej

oraz zdań $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ będziemy mówili, że jest **n -argumentową alternatywą rozłączną zdań $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$** . Zdania $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ to **człony** tej alternatywy rozłącznej.

W języku spotykamy też zdania, które należałoby uznać za zbudowane z n -argumentowego spójnika koniunkcji. Na przykład zdanie „Jan studiuje, pracuje i uprawia sport” zbudowane jest za pomocą trójargumentowego spójnika koniunkcji.

DEFINICJA: N -argumentowy spójnik jest **spójnikiem n -argumentowej koniunkcji** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy wszystkie ze zdań-argumentów są prawdziwe,
- (2) fałszywe, gdy przynajmniej jedno ze zdań-argumentów jest fałszywe.

DEFINICJA: O zdaniu złożonym α , zbudowanym za pomocą spójnika n -argumentowej koniunkcji oraz zdań $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ będziemy mówili, że jest **n -argumentową koniunkcją zdań $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$** . Zdania $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ to **człony** tej koniunkcji.

1.3.4.2. Słówka modalne

Spośród spójników, które nie są prawdziwościami, ze względu na rolę w naszych wypowiedziach na szczególną uwagę zasługują **śłówka modalne**. Z fraz „konieczne jest, że” i „możliwe jest, że” korzystaliśmy, aby pokazać, że wartość logiczna ich argumentów sama nie wyznacza wartości logicznej zdania złożonego i trzeba brać pod uwagę treść zdań-argumentów. **Frazy te to słówka modalne**. Modalnością zajmował się już Arystoteles. Współczesne ujęcie jest ogólniejsze i nie ogranicza się do zdań podmiotowo-orzecznikowych: *a jest P*. Tradycyjne ujęcie – jak się wydaje – ma też pewne zalety dydaktyczne.

W tradycyjnej ontologii mówi się o sposobie przysługiwania lub nieprzysługiwania własności \mathcal{P} przedmiotowi a (modalność *de re*). Są to:

1. **konieczność** (*necessarium est*), jeśli własność \mathcal{P} nie może nie przysługiwać przedmiotowi a ;
2. **niemożliwość** (*impossibile est*), jeśli własność \mathcal{P} nie może przysługiwać przedmiotowi a ;
3. **niekonieczność**, czyli **przygodność** (*contingens est*), jeśli własność \mathcal{P} może nie przysługiwać przedmiotowi a ;
4. **możliwość** (*possibile est*), jeżeli własność \mathcal{P} może przysługiwać przedmiotowi a .

DEFINICJA: Zdaniem modalnym (w sensie tradycyjnym) jest zdanie, które stwierdzając przysługiwanie przedmiotowi a własności \mathcal{P} mówi nadto o tym, jak własność ta przysługuje przedmiotowi a .

Rola słówka modalnego w zdaniu polega na określeniu tego, jak własność \mathcal{P} przysługuje przedmiotowi a . Frazy, które służą jako słówka modalne, bywają niejednoznaczne. W zdaniu „Jan musi mieć matkę” mówi się o konieczności biologicznej. Z inną koniecznością mamy do czynienia w zdaniu „Jan musi udać się do lekarza”. Podobnie jest z możliwością. O innej możliwości mowa w zdaniu „Jan może zdać egzamin”, a o innej w zdaniu „Jan może lewitować”.

Logika współczesna nie ogranicza się do zdań podmiotowo-orzecznikowych. Modalność jest czymś, co cechuje sytuację, ze względu na którą zdanie jest prawdziwe lub fałszywe (modalność *de dicto*). Słówka modalne traktowane są zaś jako spójniki. Podobnie jak jakaś własność może na różne – wyżej opisane – sposoby przysługiwać przedmiotowi, tak też w różny sposób mogą zachodzić sytuacje.

Co znaczy to, że sytuacja może zachodzić, nie może zachodzić, jest konieczna lub jest niekonieczna?

Wyobraźmy sobie świat, w którym wszystko jest jak w świecie rzeczywistym, poza tym że podręcznik z logiki nie leży na stole, lecz

na półce, czyli w tym świecie zamiast pewnej sytuacji (a mianowicie, że podręcznik leży na stole) ma miejsce sytuacja w stosunku do niej alternatywna. Ten świat jest możliwy z punktu widzenia świata rzeczywistego. Odpowiedź na nasze pytanie wymaga odpowiedzi na pytanie, jakie światy są możliwe i na pytanie, jak rozumieć to, że świat jest osiągalny z «naszego świata», czyli możliwy ze względu na «nasz świat». Świat możliwy z punktu widzenia praw przyrody nie musi być możliwy z punktu widzenia zasad moralnych, zasad prawnych lub uznanych norm zachowań. Sytuacja jest możliwa, jeśli zachodzi w możliwym świecie osiągalnym (z «naszego świata»). Sytuacja jest konieczna, jeśli ma miejsce w każdym z takich możliwych światów. Ograniczenia na konstrukcje możliwych światów wyznaczają specyficzne rozumienie sposobu, w jaki zachodzi sytuacja. Inne będzie ono, gdy będziemy mieli na uwadze ograniczenia przez prawa przyrody, inne, gdy będą to ograniczenia przez zasady moralne, inne gdy będzie to ograniczenie przez zasady logiczne. Na przykład jeśli weźmiemy pod uwagę świat, w którym obowiązują prawa fizyki i biologii, to Jan może głośno rozmawiać na wykładzie. Możliwa jest również sytuacja, że Jan nie rozmawia na wykładzie. Jeśli weźmiemy pod uwagę normy obowiązujące studentów uczestniczących w wykładzie, to Jan nie może głośno rozmawiać na wykładzie. Jakikolwiek jednak ograniczenie weźmiemy pod uwagę, to nie może jednak być tak, aby jakaś sytuacja była możliwa, a nie była możliwa ze względu na zasady logiczne: to, co jest możliwe, jest możliwe w sensie logicznym, ale nie na odwrót: to, co jest możliwe w sensie logicznym nie musi być możliwe w innym sensie, np. moralnym.

Możemy mówić o sposobach zachodzenia sytuacji, czyli modalnościach fizycznych, praktycznych, moralnych, normatywnych itp. Kiedy będziemy mówili tu o możliwości i konieczności, będziemy mieli na uwadze ich najszersze rozumienie, jako możliwości i konieczności logicznych.

DEFINICJA: Zdaniem modalnym jest zdanie, które oprócz tego, że stwierdza zachodzenie pewnej sytuacji, mówi też o sposobie jej zachodzenia.

Z punktu widzenia modalności zdania dzieli się na asertoryczne, apodyktyczne i problematyczne.

DEFINICJA: Zdanie asertoryczne to zdanie, które stwierdza zachodzenie pewnej sytuacji (bez określenia sposobu jej zachodzenia, modalności).

Zdaniem asertorycznym jest wyrażenie „Jan jest prawnikiem”.

DEFINICJA: Zdanie apodyktyczne to zdanie (modalne), które stwierdza konieczność lub niemożliwość pewnej sytuacji.

Zdaniami apodyktycznymi są: „niemożliwe, że Jan był wczoraj w kinie”, „konieczne jest uzyskanie zaliczenia z logiki”, „podatnik musi rozliczyć się z podatku do końca kwietnia”.

DEFINICJA: Zdanie problematyczne to zdanie (modalne), które stwierdza niekonieczność (przygodność) lub możliwość pewnej sytuacji.

Zdaniami problematycznymi są: „możliwe, że Jan był wczoraj w kinie”, „testament nie musi być sporządzony przez notariusza”.

Zdania modalne tworzymy za pomocą słówek modalnych. Słówka modalne są spójnikami jednoargumentowymi.

DEFINICJA: Jednoargumentowy spójnik jest spójnikiem możliwości wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy w jakimś świecie możliwym prawdziwe jest zdanie-argument;
- (2) fałszywe, gdy w żadnym świecie możliwym zdanie-argument nie jest prawdziwe.

Jako modalny spójnik możliwości stosuje się wyrażenie „możliwe, że”.

DEFINICJA: Jednoargumentowy spójnik jest spójnikiem konieczności wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie złożone zbudowane za pomocą tego spójnika jest:

- (1) prawdziwe, gdy w każdym świecie możliwym prawdziwe jest zdanie-argument;
- (2) fałszywe, gdy w przynajmniej w jednym świecie możliwym zdanie-argument nie jest prawdziwe.

Jako modalny spójnik konieczności stosuje się wyrażenie „konieczne, że”.

Pomiędzy zdaniami modalnymi zachodzą następujące związki:

- 1) jeśli prawdziwe jest zdanie „*konieczne jest, że α* ”, to prawdą jest, że α (jeśli sytuacja, która zachodzi, jest jedną z alternatywnych sytuacji, które bierzemy pod uwagę);
- 2) jeśli prawdą jest, że α , to prawdziwe jest zdanie „*możliwe jest, że α* ” (jeśli sytuacja, która zachodzi, jest jedną z sytuacji alternatywnych);

konsekwencją (1) i (2) jest, że

- 3) jeśli prawdziwe jest zdanie „*konieczne jest, że α* ”, to prawdziwe jest zdanie „*możliwe jest, że α* ”.

Słówka modalne bez względu na to, jakie ich rozumienie jest wyznaczone przez ograniczenia na konstrukcję możliwych światów, zawsze mogą być interpretowane dwojako: epistemicznie i nieepistemicznie. Konstrukcja świata możliwego jest konstrukcją myślową i nie przesądza odpowiedzi na pytanie, czy chodzi o możliwość i konieczność jako coś wyznaczonego przez naturę rzeczy, czy też jest to coś wyznaczone przez nasze poznanie – świat jest jaki jest, a jedynie w naszym poznaniu jawi się jako mogący być innym. Kiedy mówię, że „jutro może spotkam Jana”, to mogę mieć na uwadze stwierdzenie – będzie to rozumienie nieepistemiczne – że natura rzeczy i zdarzeń jest taka, że sytuacja opisywana przez to zdanie jest możliwa bądź też mogę mieć na uwadze stwierdzenie – będzie to interpretacja epistemiczna – że moja wiedza na temat rzeczy i zdarzeń oraz praw nimi rządzących nie wyklucza zajścia sytuacji, że jutro spotykam Jana.

W języku prawa oraz zarządzeń i regulaminów słówka modalne pełnią ważną rolę. Modalności wyrażane są też przez wypowiedzi,

które formą nie różnią się od zdań asertorycznych. Wypowiedź „głosowanie w sprawach osobowych jest tajne” wyraża konieczność tajnego głosowania w sprawach osobowych. Słowo „może” w wypowiedzi „obywatel może złożyć odwołanie od decyzji administracyjnej organu pierwszej instancji” wyraża obowiązek państwa rozpatrzenia takiego odwołania przez odpowiedni organ administracyjny. Fraza „powinien” jest mniej kategoryczna niż „musi” lub odpowiednia wypowiedź asertoryczna wyrażająca obowiązek.

1.3.5. Słówka kwantyfikujące

Spośród typów wyrażen, z których budowane są zdania, warto wyróżnić **słówka kwantyfikujące**. Przykładami takich słówek są: „każdy”, „niektórzy”, „nikt”; „zawsze”, „czasem”, „nigdy”. Za ich pomocą budujemy zdania takie jak: „każdy dąży do szczęścia”, „niektórzy są pracowici”, „czasem mamy szczęście”. W zdaniu „każdy dąży do szczęścia” słowo „każdy” odnosi się do każdego człowieka. Zdanie to jest prawdziwe, gdy o każdym człowieku jest prawdą, że dąży do szczęścia. W przeciwnym wypadku, a więc gdy chociaż o jednym człowieku nie jest prawdą, że dąży do szczęścia, zdanie to jest fałszywe. Słowo „niektórzy” w zdaniu „niektórzy są pracowici” też odnosi się do ludzi. Zdanie „niektórzy są pracowici” jest prawdziwe, gdy chociaż w wypadku jednego człowieka jest prawdą, że jest pracowity. W przeciwnym razie, a więc gdy nikt nie jest pracowity, zdanie to jest fałszywe.

Użycie słówek kwantyfikujących stwarza wiele problemów chociażby przy zaprzeczaniu zdań, w których występują. Zaprzeczenie zdania „każdy dąży do szczęścia” równoważne jest zdaniu „niektórzy nie dążą do szczęścia”, a nie jest równoważne zdaniu „nikt nie dąży do szczęścia”. Zaprzeczenie zdania „niektórzy nie dążą do szczęścia” równoważne jest zdaniu „wszyscy dążą do szczęścia”. Zaprzeczenie zdania „niektórzy dążą do szczęścia” równoważne jest zdaniu „nikt nie dąży do szczęścia”. Zaprzeczenie zdania „nikt nie dąży do szczęścia” równoważne jest zdaniu „niektórzy dążą do szczęścia”, a nie jest równoważne zdaniu „każdy dąży do szczęścia”.

Porównując powyższe przykłady widzimy, że są cztery nierównoważne zdania zbudowane z użyciem negacji i słówek kwantyfikujących: „każdy”, „niektórzy”. Zdanie „każdy dąży do szczęścia” przypisuje każdemu człowiekowi pewną cechę – dążenie do szczęścia. Zdanie „niektórzy dążą do szczęścia” przypisuje to niektórym ludziom. Zdanie „nikt nie dąży do szczęścia” stwierdza brak pewnej cechy – dążenia do szczęścia – u każdego człowieka, a zdanie „niektórzy nie dążą do szczęścia” stwierdza to w odniesieniu do niektórych. Zdania te różnią się tylko rodzajem użytych słówek kwantyfikujących i pozycją przeczenia – mówiąc swobodnie – przed lub po słówku kwantyfikującym.

Użycie słówek kwantyfikujących i negacji wymaga takiej konstrukcji zdania, aby było jasne, czy negacja obejmuje słówko kwantyfikujące, czy też nie. Ta różnica ról negacji nie jest jasna w zdaniu „zawsze nie udaje się”. Możemy je rozumieć jako zdanie równoważne zdaniu „nigdy nie udaje się” albo jako zdanie równoważne zdaniu „niekiedy nie udaje się”. Podobnie jest ze zdaniami: „wszyscy nie lubią płacić podatków”, „każdy nie dąży do szczęścia”.

W języku naturalnym można wypowiadać zdania równoważne zdaniom ze słówkiem kwantyfikującym bez jego wyraźnego użycia. Gdy czytamy: „inwalidzi obsługiwani są poza kolejnością”, rozumiemy to jako: „każdy inwalida obsługiwany jest poza kolejnością”.

To samo słówko kwantyfikujące może też występować w różnych rolach. Mówiąc: „ktoś, kto pali, naraża swoje zdrowie”, stwierdzam, że każdy palący naraża swoje zdrowie. Kiedy mówię: „ktoś tu pali”, mam na uwadze pewien fakt jednostkowy, że jest ktoś taki, kto tu pali.

Problem z rozumieniem stwarzają słówka takie jak: „niektórzy”, „niekiedy” itp. Czy kiedy mówię: „niektórzy studenci przygotowali się do zajęć”, to czy w konsekwencji nie stwierdzam również, że niektórzy studenci nie przygotowali się do zajęć? Po odpytaniu kilku, ale nie wszystkich studentów, okazało się, że są oni przygotowani do zajęć. Mam więc prawo wygłosić zdanie „niektórzy studenci przygotowali się do zajęć”. Nie mam zaś żadnych racji dla twierdzenia, że niektórzy studenci nie przygotowali się do zajęć. Niekiedy jednak

słowo „niektórzy” brane jest w znaczeniu „tylko niektórzy”; podobnie „niekiedy” – „tylko niekiedy” (jak choćby w tym zdaniu).

Przez zdanie ogólne rozumiemy zdanie, które o wszystkich desygnatach nazwy \mathcal{N}_1 stwierdza – jest to wówczas zdanie ogólnotwierdzące – lub zaprzecza – jest to wówczas zdanie ogólnoprzeczące – że są desygnatami nazwy \mathcal{N}_2 . Zdanie szczegółowe zaś to zdanie, które stwierdza – jest to wówczas zdanie szczegółowo twierdzące – lub zaprzecza – jest to wówczas zdanie szczegółowo przeczące – o pewnych (wprost niewskazanych) desygnatach nazwy \mathcal{N}_1 , że są desygnatami nazwy \mathcal{N}_2 . „Každy student jest sportowcem” to zdanie ogólnotwierdzące. „Żaden student nie jest sportowcem” to zdanie ogólnoprzeczące. „Niektórzy studenci są sportowcami” to zdanie szczegółowo twierdzące. Zdaniem szczegółowo przeczącym jest zdanie „niektórzy studenci nie są sportowcami”.

Określenie „zdanie ogólne” stosowane jest nie tylko do zdań wyżej omówionego typu. W kontekście szeroko rozumianego użycia tego terminu pojawiają się też określenia „zdanie szczegółowe” i „zdanie jednostkowe”.

DEFINICJA: Zdanie ogólne to zdanie, które stwierdza posiadanie lub nieposiadanie pewnej cechy bądź pozystawanie w pewnym stosunku przez wszystkie desygnaty jakiejś nazwy ogólnej.

W tym sensie zdaniami ogólnymi są wyżej omówione zdania ogólnotwierdzące i ogólnoprzeczące, a nie są nimi wyżej omówione zdania szczegółowo twierdzące i szczegółowo przeczące. Pojęcie zdania ogólnego związane jest z jakąś nazwą ogólną, o której – mówiąc swobodnie – wszystkich desygnatach jest to zdanie.

DEFINICJA: Zdaniem szczegółowym ze względu na dane zdanie ogólne jest zdanie, które stwierdza lub zaprzecza o pewnych (wprost niewskazanych) desygnatach to, co zdanie ogólne stwierdza lub zaprzecza o wszystkich desygnatach pewnej nazwy.

DEFINICJA: Zdaniem jednostkowym ze względu na dane zdanie ogólne jest zdanie, które stwierdza lub za-

przecza o jednym desygnacie (wskazywanym przez nazwę indywidualną lub jednoznaczny opis) to, co zdanie ogólne stwierdza lub zaprzecza o wszystkich desygnatach pewnej nazwy.

Zdaniem ogólnym jest „každy (człowiek) powinien dbać o sprawy publiczne”, zdaniem szczegółowym – „ktoś powinien dbać o sprawy publiczne”, a jednostkowym – „Jan powinien dbać o sprawy publiczne”.

Słówka kwantyfikujące w rodzaju: „každy”, „zawsze”, wszędzie i „nikt”, „nigdy”, „nigdzie” oraz „niektórzy”, „czasem”, „gdzieniegdzie” są szczególnie ważne. W logice formalnej wprowadza się specjalne symbole: \forall (dla każdego), \exists (dla pewnego). Są to kwantyfikatory. Wystarczają one do formułowania zdań matematyki klasycznej. Inaczej jest w języku naturalnym – występują w nim też słówka kwantyfikujące innego rodzaju, jak: „wielu”, „niewielu”, „rzadko”, „często”, „przeważnie”. Nie dają się one wypowiedzieć za pomocą słówek „dla każdego” i „dla pewnego”. Ponadto są nieostre i ich rozumienie zależy od kontekstu użycia. Na przykład słowo „niewielu” może znaczyć co innego w zależności od ilości elementów branego pod uwagę zbioru. Kiedy w wypadku obecności 20 studentów na zajęciach można powiedzieć, że w tych zajęciach uczestniczyło niewielu studentów? Odpowiedź zależy od liczności branej pod uwagę grupy studentów. Jeśli grupa ta liczy 500 studentów, to prawdą jest, że w zajęciach uczestniczyło niewielu studentów. Jeżeli zaś liczy 25 studentów, to nie jest to prawdą. Ponadto pojawiają się specyficzne problemy z negacją. Czy zdanie „Jan nie ma wielu kolegów” jest równoważne zdaniu, że „Jan ma niewielu kolegów”?

1.3.6. Znaki interpunkcyjne i akcent

Pisząc korzystamy z kropek, przecinków, średników itp. Są to **znaki interpunkcyjne**. W języku mówionym wypowiadamy je posługując się intonacją i przerwami. Znaki interpunkcyjne są niezbędne w języku naturalnym, o czym można przekonać się biorąc dowolny sensowny tekst i pozbawiając go choćby tylko niektórych kropek i przecinków. Możemy sobie wyobrazić, jakie trudności mają badacze

takich dawnych dokumentów, w których brakuje znaków interpunkcyjnych (znaki interpunkcyjne wymyślono później niż litery). Znaki interpunkcyjne występują też w językach sztucznych. Taką rolę w języku matematyki pełnią nawiasy¹⁰.

Brak właściwej interpunkcji jest źródłem wieloznaczności wyrażenia. Wypowiedź „kawę bym wypił z kobietą w łóżku poleżał” dopuszcza dwie interpretacje: „kawę bym wypił z kobietą, w łóżku poleżał” i „kawę bym wypił, z kobietą w łóżku poleżał”. Podobnie jest w wypadku zdań: „biegli i świadkowie, którzy byli przesłuchani mogą pozostać na sali rozpraw”, „samochód Jana rozbił samochód Piotra”. Nie mając nawiasów, nie potrafilibyśmy zapisać „4 – (3 – 1)”. Wyrażenie „4 – 3 – 1” mogłoby być bowiem rozumiane jako „(4 – 3) – 1”.

Wadliwa interpunkcja może powodować niejednoznaczność struktury składniowej wyrażenia. Tym samym wyrażenie to jest wieloznaczne.

DEFINICJA: **Amfibolia** (lub **amfibologia**) to wypowiedź wieloznaczna z powodu niedookreślonej struktury składniowej.

Niedookreślenie struktury składniowej ma miejsce w wyrażeniu „ochrona państwa”. Może tu bowiem chodzić o ochronę udzielaną przez państwo jak i o ochronę, którą otacza się państwo.

Źródłem wątpliwości, co do rozumienia wypowiedzi, może być niedookreślenie miejsca akcentowania. 9 lutego 1996 r. w programie II TVP miała miejsce rozmowa między K.K. a A.M. K.K. zwracając się do A.M. powiedział: „Zadzwoiła do mnie twoja przyjaciółka, bardzo znana aktorka, co mnie bardzo zdziwiło.” Na to A.M.: „Czy chodzi o to, że zadzwoiła moja przyjaciółka, czy że znana aktorka?” K.K. odpowiedział: „Nie. Zdziwiło mnie, że do mnie.” Pytanie A.M. jest pytaniem o miejsce akcentowania. Sam wskazał dwa możliwe miejsca, na trzecie wskazał zaś K.K. W wypadku zdania „Jan nie

¹⁰ Logicy postawili sobie pytanie o niezbedność nawiasów. J. Łukasiewicz podał zasady konstrukcji języków, w których nawiasy nie są potrzebne. Pomysł ten znajduje zastosowanie w językach używanych przez informatyków.

powinien publicznie ganić swoich pracowników” można np. wskazać następujące miejsca akcentowania, miejsca podkreślenia:

1. Jan nie powinien publicznie ganić swoich pracowników.
2. Jan nie powinien publicznie ganić swoich pracowników.
3. Jan nie powinien publicznie ganić swoich pracowników.

W wypadku (1) można przyjąć, że publiczne zganienie pracowników Jana mogłoby mieć miejsce, jedynie Jan nie powinien być tym, kto to czyni.

(2) teraz tym, co można uznać za zakwestionowane jest fakt, że zganienie miało charakter publiczny. Zganienie pracowników przez Jana mogłoby mieć miejsce, lecz nie powinno to się odbyć publicznie.

W (3) wypadku Jan mógłby zganić publicznie pracowników, lecz nie powinien tego czynić w stosunku do swoich pracowników.

Różnice w zaakcentowaniu wyznaczają np. różny tok dyskusji. W wypadku (1) zasadne byłoby pytanie „a kto to miał uczynić?”; w wypadku (2) – „dlaczego nie należało tego czynić publicznie?”; w wypadku (3) – „dlaczego swoich pracowników powinien pozostawić w spokoju?”. W języku pisanym, aby wskazać różnice w akcentowaniu, użyte zostało podkreślenie. W wypadku braku podkreślenia lub ujednoznaczniającego kontekstu mielibyśmy do czynienia z niedopowiedzeniem.

1.4. BŁĘDY W SŁOWNYM PRZEKAZYWANIU MYŚLI

Tworząc tekst należy tak go skonstruować, aby czytelnik (ewentualnie słuchacz) był w stanie go zrozumieć i to zrozumieć zgodnie z intencją autora¹¹. Nadto tekst winien spełniać warunek ekonomii:

¹¹ Nie podejmujemy tu kwestii technicznych przekazu, a więc problemu jakości dźwięku, właściwego brzmienia wypowiedzi ustnej lub innych zniekształceń uniemożliwiających percepcję znaków jako obiektów fizycznych. Problem technicznych przeszkód w przekazie informacji jest przedmiotem rozważań teorii informacji.

powinien być tak skonstruowany, aby jego zrozumienie było optymalne od strony wielorako rozumianego wysiłku, możliwie łatwe. Tę samą myśl można bowiem wypowiedzieć tekstem zawierającym słowa trudno lub łatwo zrozumiałe dla odbiorcy. Tekst może zawierać lub nie zawierać tego, co dla odbiorcy jest oczywiste i nie wymaga przypomnienia. Tekst może być napisany stylem ciężkim lub klarownym. Tekst może być «przegadany» lub w sposób «skondensowany» przedstawiać temat. Oczywiście autor tekstu sam powinien wiedzieć, co chce za jego pomocą powiedzieć.

Powodem niezrozumienia tekstu lub zrozumienia niezgodnego z intencją jego autora może być:

- 1) nieznajomość przez odbiorcę tekstu niektórych wyrażań składających się na ten tekst,
- 2) różnice między autorem a odbiorcą tekstu w rozumieniu treści użytych wyrażań,
- 3) aktualna wieloznaczność składających się na ten tekst wyrażań,
- 4) niedopowiedzenie.

Autor tekstu, jeśli jego intencją jest zakomunikowanie komuś czegoś, winien uwzględnić znajomość języka tego kogoś. Inaczej pisze się dla osób, które są dziećmi, inaczej dla osób, które ukończyły tylko szkołę podstawową, inaczej dla osób, które mają tylko maturę, a jeszcze inaczej do absolwentów szkół wyższych. Owszem, absolwent szkoły wyższej rozumie tekst, którego odbiorcą ma być dziecko, lecz tekst ten – jeśli pominąć proste sprawy życiowe – nie jest z pewnością najlepszym sposobem komunikowania się z nim. Naruszona będzie bowiem zasada ekonomii, aby tekst wypowiedzieć możliwie najkrócej. Dziecko ma prawo nie rozumieć tekstu, który jest przeznaczony do osoby z wyższym wykształceniem, w którym występują słowa, których znaczeń może ono nie znać. Prawnik, lekarz, urzędnik powinni to mieć na uwadze i tego, czy zostali właściwie zrozumiani nie opierać na „tak” swojego słuchacza. Wielu ludzi bowiem z nieśmiałości przytaknie, choć naprawdę niewiele rozumie. Od rozumienia zaś wiele zależy. Na przykład pacjent, który nie do końca lub źle rozumiał lekarza może zaszkodzić swojemu zdrowiu na własną rękę próbując zrozumieć zalecenia lekarza. Prawnik i urzędnik muszą mieć pewność, że

interesant prawidłowo rozumiał to, co mieli mu do przekazania. Zarówno w wypadku lekarza, jak prawnika i urzędnika jest to kwestia etycznego wykonywania przez nich funkcji społecznych.

Treść wyrażań ma charakter subiektywnej. Dwie osoby mogą temu samemu wyrażeniu użytemu w tym samym sensie przypisywać różną treść. Autor tekstu winien konstruować tekst tak, aby wyrażenia były wyraźne, czyli, aby miały określoną treść. Niewyraźność występujących wyrażań daje okazję dla nadania im przez odbiorcę treści, która w danym momencie odpowiada intencjom odbiorcy. Treść nazwy „burza” dla kogoś, kto nie ma wykształcenia i żył w bliskim kontakcie z przyrodą jest inna niż dla osoby wykształconej, która nie miała okazji przeżyć burzy w otwartej przestrzeni. Treść nazwy „wojna” będzie inna dla osób, które jej doświadczyły, a inna dla osób, które wiedzą o wojnie tylko z historii i doniesień prasowych. Używając tych wyrazów należy mieć na uwadze treści, które odbiorca tekstu będzie z nimi wiązał.

Wieloznaczność wyrażań języka naturalnego jest faktem. Znaczenie wyrażań języka potocznego zależy nie tylko od tych wyrażań, lecz również od okoliczności obiektywnych i okoliczności subiektywnych, psychologicznych. W tekście, który w intencji jego twórcy ma być jednoznaczny, każde wyrażenie w tym miejscu, w którym jest użyte, powinno mieć dokładnie jedno znaczenie. To samo wyrażenie może wystąpić w tekście w wielu znaczeniach, lecz w każdym wypadku winno być użyte w tak odpowiednio dobranym kontekście, aby zakładając sensowność całości tekstu można mu było w poszczególnych miejscach użycia przypisać dokładnie jedno znaczenie. Wyrażenie, które ma **potencjalnie wiele znaczeń** winno więc być użyte tak, aby było **aktualnie jednoznaczne**. W tekście spójnym musi być jasne, w jakim znaczeniu w danym miejscu wyrażenie jest użyte. W tekście: „W ruinach zamku natrafiliśmy na drzwi. Niestety, zamek był tak zardzewiały, że nie udało się nam go otworzyć”, słowo „zamek” występuje w dwóch znaczeniach. W wypadku każdego wystąpienia reguły znaczeniowej języka i wiedza, którą mamy prawo zakładać u odbiorcy tekstu, dopuszczają dokładnie jedno znaczenie, które możemy przypisać temu słowu. Gdyby ktoś tej wiedzy nie posiadał lub ją ignorował, mógłby na podstawie przytoczonego tekstu twierdzić, że

nie dość, że zamek był w ruinie, to jeszcze był zardzewiały. W takim wypadku powiedzielibyśmy, że został popełniony błąd ekwiwokacji.

DEFINICJA: Niech wyrażenie *w* użyte jest w tekście *T* w jednym miejscu w znaczeniu z_1 , a w innym miejscu w znaczeniu z_2 różnym od znaczenia z_1 . Ktoś popełnia błąd ekwiwokacji wówczas i tylko, gdy wyrażeniu *w* w jednym i w drugim miejscu jego użycia przypisuje to samo znaczenie.

Wyrażenie występujące w tekście faktycznie w różnych znaczeniach może być w tym tekście traktowane jako mające tylko jedno znaczenie. O takim tekście powiemy, że zawiera błąd ekwiwokacji. Jest tak w wypadku tekstu: „Kobieta i mężczyzna różnią się fizycznie i psychicznie. Płci nie są równe, a zatem w prawie nie powinno się przyjmować, że są równe”. Pierwsze w tym tekście wystąpienie wyrazu „równe” jest użyciem tego wyrazu w innym znaczeniu niż w wypadku jego drugiego wystąpienia. W pierwszym wypadku przez „równość” rozumie się posiadanie tych samych cech, a w drugim mowa o równości wobec prawa. Tekst straci swój wymiar argumentu, gdy doprecyzujemy go stosując jednoznacznie określające wyrażenia: „Kobieta i mężczyzna różnią się fizycznie i psychicznie. Płci nie są równe ze względu na cechy, a zatem w prawie nie powinno się przyjmować ich równości wobec prawa”.

Intencją autora może być tekst dopuszczający różne jego rozumienia. Może to mieć wartość literacką. Teksty kabaretowe aż roją się od wieloznaczności. Mogą być też tego inne powody. Urzędnik, który mówi „jak się da, to się zrobi” w ten wygodny dla siebie sposób proponuje wzięcie łapówki. „Da” może bowiem znaczyć tyle, co „możliwe”, ale i może znaczyć tyle, co „dać”.

DEFINICJA: Spór powstały w wyniku brania przez kogoś wyrażenia w jednym znaczeniu, a przez kogoś drugiego w innym to **spór werbalny** lub (z grecka) **logomachia**.

Na temat «czy życie zgodne z naturą daje szczęście?» można prowadzić długą dyskusję niczego nie osiągając, dopóki nie uzgodni się, co się rozumie przez życie zgodne z naturą i co to jest szczęście.

DEFINICJA: Wyraz ma w tekście **chwiejne znaczenie**, gdy kontekst użycia do końca nie dookreśla znaczenia, w którym wyraz został użyty w tekście i tylko pozornie ma on jedno znaczenie.

Słowo „postęp” ma chwiejne znaczenie w tekście: „We współczesnym świecie odnotowujemy postęp we wszelkich dziedzinach. Postępowi w nauce i technice towarzyszy dominacja sił postępowych w życiu społecznym i politycznym”. Czym innym jest postęp w nauce, a czym innym postęp w życiu społecznym i politycznym.

Źródłem wieloznaczności tekstu może być użycie wyrażen systematycznie wieloznacznych. Wieloznaczny jest tekst: „Jan spotkał Piotra. Nie wiedział on, o czym z nim rozmawiać”, ponieważ nie wiadomo, do kogo odnosi się „on” (i „nim”) – do Jana, czy do Piotra. W Oakland, mieście Jacka Londona, w drewnianym budynku o położeniu znacznie odbiegającym od poziomu, co zostało spowodowane przez słynne trzęsienie ziemi w San Francisco, znajduje się napis „Jutro darmowe drinki” (oczywiście, napis jest w języku angielskim). Albert Camus w powieści „Obcy” pisze: *Dzisiaj umarła mama. Albo wczoraj, nie wiem. Dostałem depezę z przytułku: „Matka zmarła. Pogrzeb jutro. Wyrazy współczucia.” Niewiele z tego wynika. To stało się być może wczoraj.* Widząc karteczkę z napisem „wrócę za chwilę” nie wiemy, kiedy wróci jego autor, tym bardziej że i wyraz „chwila” nie jest w miarę jednolicie rozumiany. W przytoczonych tekstach występują słówka okazjonalne. Kontekst ich użycia nie dookreśla wystarczająco ich znaczenia. Teksty te pozostają więc wieloznaczne.

Wieloznaczne jest zdanie „Jan gra w karty”. Nie wiadomo bowiem, czy Jan gra teraz, czy też teraz nie gra, lecz umie grać. Tekst: „Ja przygotowuję teraz kolację. Jan gra w karty”, ujednoznacznia to zdanie. Jest jasne, że chodzi o „gra” w znaczeniu aktualnym.

Powodem problemów ze zrozumieniem tekstu może być używanie słówek kwantyfikujących bez wyraźnych racji i bez potrzeby. Chcę

na przykład omówić błąd amfibolii. Nasuwa się myśl, aby rozpocząć: „częstym powodem wieloznaczności ...”, a przecież nie ma żadnych racji dla stwierdzenia, że jest to częsty powód – czy ktoś przeprowadzał w ogóle badania, które pozwoliłyby to stwierdzić? Nie ma też potrzeby mówienia o tym, czy często, czy też nie. Błąd amfibolii można omówić bez tych komentarzy.

Powodem wieloznaczności tekstu bywa niemożność określenia, w jakiej supozycji użyte jest dane wyrażenie. Może tak być w wypadku zdania „Kot lubi się z psem”. Jeśli „kot” i „pies” użyte są tak, że zdanie to znaczy tyle samo, co „każdy pies lubi każdego psa”, to zgodnie z naszą potoczną wiedzą jest to zdanie fałszywe. Wiemy jednak, że zdarza się, że kot lubi się z psem. Zatem, jeśli „pies” i „kot” odnoszą w tym zdaniu do jakiegoś psa i jakiegoś kota, to zdanie to może być prawdziwe. Znaczący ono bowiem wówczas tyle, co „ten oto kot lubi tego oto psa”.

Tekst może być wieloznaczny z powodu wystąpienia w nim wieloznacznego zdania, którego wieloznaczność ma źródło w niedookreślonej strukturze składniowej, czyli zdania, w którym został popełniony błąd amfibolii. Wieloznaczne jest zdanie „każdy człowiek nie jest szczęśliwy”. W zależności od tego, jak dookreślimy związki składniowe, możemy je rozumieć jako stwierdzające, że żaden człowiek nie jest szczęśliwy, albo jako stwierdzające, że niektórzy ludzie nie są szczęśliwi. Tekst: „Wszyscy dążymy do szczęścia. Niektórzy osiągną ten cel. Niektórzy nie. Każdy człowiek nie jest szczęśliwy” jest jednoznaczny. Kontekst, w którym użyte zostało wieloznaczne zdanie „każdy człowiek nie jest szczęśliwy”, powoduje, że czytelnik tego tekstu nie powinien mieć kłopotów z jego jednoznacznym rozumieniem.

Powodem nieporozumienia może być niedookreślenie w tekście, czy mowa w nim o całości jaką tworzą przedmioty, czy o każdym z nich z osobna. W tekście: „Cała grupa wybrała się na kilkudniową wycieczkę. Wszyscy mieli do dyspozycji jednoosobowy kajak” nie jest jasne, czy każdy z uczestników wycieczki miał jednoosobowy kajak, czy też jednoosobowy kajak był dla wszystkich. Porównajmy zdanie „wszystkie nowo wybudowane domy znajdowały się na działce o powierzchni 300 m²” ze zdaniem „wszystkie nowo wybudowane domy

znajdowały się na 3-hektarowej działce”. W wypadku pierwszego zdania możemy się domyślać, że każdy dom z osobna znajdował się na działce o powierzchni 300 m², zaś w wypadku drugiego zdania, że wszystkie domy łącznie znajdowały się na działce o powierzchni 3 hektarów. Jest to jednak wynik naszej domyślności oparty o znajomość realiów. Nie wynika to zaś z samej treści zdań.

Źródłem wieloznaczności tekstu może być niedookreślenie zasięgu działania niektórych słówek, takich jak: „nie”, „tylko”, „przynajmniej”, „co najwyżej”. Z tego powodu wieloznaczna jest wypowiedź „Kup tylko jedną czekoladę i dwa chleby” (podobnie będzie jeśli „tylko” zastąpimy przez „przynajmniej” i „co najwyżej”). Nie wiadomo, czy „tylko” odnosi się do „jedną czekoladę”, czy odnosi się do „jedną czekoladę i dwa chleby”.

Słówka modalne: „możliwe”, „konieczne” itp. są wieloznaczne. Ich użycie może być źródłem wieloznaczności tekstu. „Może” może znaczyć tyle, co: „fizycznie możliwe”, „logicznie możliwe”, „dozwolone”. W rozmowie:

(A) – „Tu nie można głośno rozmawiać!

(B) – Można. Przecież słychać jak głośno mówię.”

osoba (A) używa „można” w znaczeniu „jest dozwolone”, zaś osoba (B) w znaczeniu „jest fizycznie możliwe”.

Źródłem wieloznaczności tekstu może być niedopowiedzenie.

DEFINICJA: Niedopowiedzenie ma miejsce wówczas, gdy autor nie wypowiadając do końca jakiejś myśli pozostawia jej dokończenie domyślności czytelnika.

Może się zdarzyć, że wskazówki tego, czego należy się domyślić, są na tyle niedookreślone, że odbiorca tekstu rozumie go inaczej niż to było w zamiarze autora. Kiedy nauczyciel prowadzący ze studentami ćwiczenia mówi „proszę przygotować kartki”, to pozostawia domyślności studentów, o jakie kartki chodzi. Sytuacja wskazuje, że chodzi o czyste kartki do napisania sprawdzianu. Student, który wziąłby zapisaną kartkę, domyśliłby się znaczenia wypowiedzi niezgodnego z

intencją nauczyciela. Nasze zwykłe wypowiedzi są pełne niedopowiedzeń, a każdy zwykły dopowiadać, jak mu korzystniej. Kobieta mówiąc mężowi, aby kupił coś smacznego na kolację, musi liczyć się z tym, że efekt realizacji będzie różny od tego, który byłby, gdyby to samo polecenie miała wykonać jej dziesięcioletnia córka.

Źródłem niezrozumienia lub zrozumienia niezgodnego z intencją autora może być wystąpienie w tekście wyrażenia, które oprócz znaczenia dosłownego mają znaczenie niedosłowne, jak jest to w wypadku idiomów lub dosłownego rozumienia jakiegoś fragmentu, który ma być brany w tym tekście w znaczeniu obrazowym. Idiomy szczególnie kłopot sprawiają osobom niedostatecznie oszeregowanym z językiem. Na trudność tę napotykamy więc przede wszystkim w wypadku tekstów obcojęzycznych. Wypowiedzi obrazowe mają znaczenie dla wartości literackiej tekstu i mogą sprzyjać rozumieniu myśli, którą dany tekst ma przedstawiać. Jednocześnie jednak kryją niebezpieczeństwo dosłownego ich rozumienia. Kiedy mówię: „ty karmisz swoje dzieci ananasami, a mnie dla moich na chleb nie stać”, to przecież ani nie mówię o ananasach, ani o chlebie, czyli nie mam na uwadze dosłownego znaczenia wyrazów „ananas” i „chleb”.

Fakt, że mimo wystąpienia w tekście zdań dopuszczających różne ich rozumienie, tekst może być jednoznaczny, daje okazję do nadużyć lub pomyłek. Fragment tekstu, cytat, wzięty poza swoim kontekstem, może być wieloznaczny. Może się zdarzyć też, że taki fragment umieszczony w innym kontekście uzyskuje znaczenie różne od znaczenia, które miał w tekście, z którego jest cytatem. Wykorzystywane jest to szczególnie w dziedzinie społecznej i politycznej. Polityk musi się mieć na baczności, aby nie powiedzieć czegoś, co cytowane poza kontekstem jego wypowiedzi nabierze sensu różnego od intencji wypowiedzi. Dotyczy to oczywiście nie tylko polityków.

Tekst powinien być tak skonstruowany, aby nie stał się powodem nieporozumienia (w sensie logicznym), czyli tak, aby nie było możliwości jego różnych rozumień. Powinien być również skonstruowany ekonomicznie, czyli tak, aby wypełniając swoje zadanie był możliwie łatwy w zrozumieniu.

Tekst „zepsuł się zamek i będę musiał prosić ślusarza o pomoc” zawiera mający więcej niż jedno znaczenie wyraz „zamek”. Ponieważ jednak tylko przy rozumieniu słowa „zamek” jako odnoszącego do zamka drzwiowego ta wypowiedź jest dorzeczna, a przy innych jawnie niedorzeczna, to nie ma potrzeby rozbudowywania jej o dopowiedzenie, o jakiego rodzaju zamek chodzi. Powinniśmy więc zrezygnować z bliższych dookreśleń jakiegoś wieloznacznego słowa, jeżeli to nie utrudnia rozumienia tego tekstu lub nie czyni tego tekstu wieloznacznym. O autorze tekstu zakłada się, że nie wygłasza jawnych głupstw, i podobnie o odbiorcy tekstu, że życzliwie podchodzi do jego rozumienia.

Czasem się słyszy „kontynuować dalej”, „cofnąć się do tyłu”, „potencjalne możliwości”. Są to pleonazmy.

DEFINICJA: Pleonazm to wyrażenie, w którym występują dwa lub więcej wyrazów to samo lub prawie to samo znaczących takie, że znaczenie wyrażenia bez któregoś z tych wyrazów nie różni się (zasadniczo) od znaczenia tego wyrażenia.

Zamiast powiedzieć „prace będą dalej kontynuowane” wystarczy powiedzieć „prace będą kontynuowane”. Zamiast powiedzieć „proszę cofnąć się do tyłu” wystarczy powiedzieć „proszę się cofnąć” lub „proszę przesunąć się do tyłu”. Zamiast mówić „potencjalne możliwości” wystarczy powiedzieć „możliwości”. Użycie pleonazmu – pomijając względy językowe – narusza zasadę ekonomii wypowiedzi.

Myśl możemy w różnej formie powtórzyć w tekście. Postępujemy tak, gdy chcemy podkreślić ważność tej myśli, albo gdy chcemy, aby była dobrze zrozumiana i zapamiętana. Postępujemy tak np. ze względów dydaktycznych.

DEFINICJA: Tekst redundantny to tekst, w którym sens pewnego jego fragmentu jest taki sam lub różni się nieistotnie od sensu innego jego fragmentu.

Redundantność sama przez się nie jest wadą. Staje się wadą, gdy brak powodu dla powtórzenia. Powtórzenie nie służące niczemu wydłuża tylko tekst, co przeczy zasadzie ekonomii wypowiedzi.

Tworząc tekst winniśmy troszczyć się o dobór takich słów, które trafnie, prosto i krótko pozwolą wypowiedzieć naszą myśl. Wypowiedzi nie spełniające tego warunku «marnotrawią» słowa, a w życiu społecznym i politycznym nie sprowadza się to tylko do marnotrawienia słów. Ile to razy słyszy się: „Tak dużo mówiono, a tak mało powiedziano”. W szczególności należy unikać **frazesów**, czyli wyrażzeń, które pięknie brzmią, ale w gruncie rzeczy nic nie znaczą. O co chodzi, gdy słyszymy: „Postęp ludzkości jest celem wszystkich światłych obywateli. Zjednoczenie działań na rzecz postępu jest wyzwaniem współczesnego świata”? Oczywiście można dopisać jeszcze wiele takich zdań niczego sensownego nie wnosząc.

Jednym z czynników ułatwiających rozumienie tekstu jest styl. Ten problem wykracza poza logikę. Nie znaczy to, że nie ma punktów stykowych. Jak się bowiem wydaje, łatwość rozumienia tekstu – jest to jedna z funkcji dobrego stylu – uzyskuje się poprzez zapisanie zdań w kolejności zgodnej z porządkiem wyznaczonym przez związki logiczne między tymi zdaniami.

2. ROZUMOWANIA I ARGUMENTACJA

Rozumowania i argumentacja są zasadniczym przedmiotem logiki. Mówi się, że logika to teoria rozumowań. Logika jako nauka klasyfikuje rozumowania i wyszczególnia typy argumentacji. Dokonuje oceny ich racjonalności oraz opisuje typowe błędy w rozumowaniach i nieuczciwe chwytły w argumentacji. Rozumowanie poszerza wiedzę obiektywną i subiektywną o zdania będące jego wynikiem. Argumentując doprowadzamy do uznania lub odrzucenia przekonania¹².

Arystoteles (384–322 p.n.e.) położył fundamenty pod logikę jako system zasad, na których opiera się wszelka wiedza. Rzeczywiście logika jest ważna dla każdego, ponieważ ludzie mogą rozumować o wszystkim, o czym mogą myśleć. Polityka, sztuka, literatura, biznes, nauka i codzienne problemy, wszystkie mogą być przedmiotem rozumowania. Rozumowanie może być poprawne bądź niepoprawne. Logika ma wskazać to, co różni rozumowania poprawne od niepoprawnych.

Logika to nie sztuka dla sztuki. Zbieranie informacji i ich porządkowanie, podejmowanie decyzji i realizacja planów wymagają rozumowania. Niepoprawne rozumowanie może doprowadzić do podjęcia niewłaściwej decyzji i utrudniać realizację planów. Konsekwencje poprawnego lub niepoprawnego rozumowania daleko wykraczają poza

¹² Przekonania mogą różnić się treścią a nadto sposobem, w jaki ktoś je żywi. Można być pewnym (przekonanym, wiedzieć lub wierzyć), że α ; można wątpić, że α ; można przypuszczać, że α . Powiemy więc, odpowiednio, że ktoś jest przekonany, iż na pewno jest tak, że α ; że ktoś jest przekonany, iż wątpliwe jest, że α ; że ktoś jest przekonany, iż przypuszczalnie jest tak, że α .

życie jednostek. Postęp nauki i techniki w XX wieku zmienił życie całych społeczności. Nie dokonał się on bez bardzo złożonych i skomplikowanych poprawnych rozumowań. Wiek XX to także wiek narodowego socjalizmu i komunizmu, Oświęcimia i Katynia. Teoretyczne podstawy jednego i drugiego, narodowego socjalizmu i komunizmu, pełne są rozumowań. Czy mogły to być rozumowania poprawne? Czy dane, które stanowiły podstawę przesłanek tych rozumowań mogły być prawdziwe? Wchodzimy w wiek XXI nie bez obaw. Pojawiają się nowe ideologie dążące do podporządkowania sobie zachowań społecznych. Pojawiają się nowe filozofie i światopoglądy pretendujące do roli wyznaczania kierunków i sposobów myślenia oraz postępowania jednostek. Stajemy wciąż przed trudnym zadaniem oddzielenia «ziarna od plew».

2.1. UZNAWANIE I UZASADNIANIE

Pojęcie uznawania zdań jest pojęciem relacyjnym: o uznaniu zdania mówimy ze względu na coś lub na kogoś.

DEFINICJA: Zdanie **uznane w systemie wiedzy** to zdanie będące twierdzeniem, inaczej tezą, tego systemu wiedzy (wiedza obiektywna).

DEFINICJA: Zdanie **uznane przez kogoś** to zdanie, którego treścią jest przekonanie, które ten ktoś żywi (wiedza subiektywna).

Uznanie zdania jest jedną z możliwych postaw. Inną jest odrzucenie zdania.

DEFINICJA: Zdanie **odrzucone w systemie wiedzy** to zdanie, którego przynależność do tego systemu wiedzy jest wykluczona przez jego zasady.

DEFINICJA: Zdanie **odrzucone przez kogoś** to zdanie, które ten ktoś wyklucza ze swoich przekonań.

Są zdania, które ani nie są uznane, ani nie są odrzucone. Nie każde zdanie dające się sformułować w języku jakiejś dziedziny wiedzy jest

uznane lub odrzucone w teorii tej dziedziny. Chociaż każde zdanie jest prawdziwe lub fałszywe, to do systemu wiedzy należą jednak tylko te zdania, które zostały uzasadnione w sposób właściwy dla danej nauki. Odrzucone są te, co do których udało się w sposób właściwy dla danej nauki pokazać, że nie należą do teorii dziedziny tej nauki. Jest cała sfera zdań, dla których nie przeprowadzono takich uzasadnień; takie uzasadnienia nie są wykluczone w dalszych badaniach. W wypadku przekonań są zdania, co do których nie mamy stanowiska: ani ich nie uznajemy, ani ich nie odrzucamy.

Pojęcia uznawania i odrzucania są pojęciami pragmatycznymi, czyli odnoszą się do pewnej relacji między językiem (znakiem) a jego użytownikiem.

Jeżeli zdanie α należy do systemu wiedzy, teorii to chcielibyśmy, aby zaprzeczenie zdania α , czyli $nie-\alpha$, nie należało do niego. Więcej, chcemy, aby było odrzucone. Gdyby bowiem w wyniku jakiegoś rozumowania okazało się, że $nie-\alpha$ również należy do tego systemu wiedzy, to taki system byłby sprzeczny.

DEFINICJA: Teoria jest sprzeczna (system wiedzy jest sprzeczny) wtedy i tylko wtedy, gdy dla pewnego zdania α jej twierdzeniami są zdania α i $nie-\alpha$.

Sprzeczny system wiedzy jest bezwartościowy, bo wiedza ma być wiedzą o czymś, a w jakiegokolwiek rzeczywistości nie może być zarazem tak, by dla jakiegoś zdania α prawdą było, że α i prawdą było, że $nie-\alpha$ ¹³. Gdyby tak się zdarzyło, że dla jakiegoś α zarówno zdanie α , jak i zdanie $nie-\alpha$ należą do systemu wiedzy, to dowolne zdanie,

¹³ Arystoteles za podstawowe przyjmował trzy zasady: tożsamości, niesprzeczności i wyłączonego środka. Z nich zaś zasada niesprzeczności została uznana za najbardziej podstawową. *Ta bowiem zasada, którą każdy musi uznać, jeżeli chce cokolwiek rozumieć, nie może być hipotezą; a to, co każdy powinien znać, ażeby wiedzieć cokolwiek, musi to już mieć zanim przystąpi do badań szczegółowych. Oczywiście, taka zasada jest najpewniejsza ze wszystkich; jaka to jest zasada? Poznajemy ją, oto ona: to samo nie może zarazem przysługiwać i nie przysługiwać temu samemu i pod tym samym względem (mogą też być dodane inne jeszcze określenia, ażeby zabezpieczyć się przed dialektycznymi zarzutami).*

które dałoby się sformułować w języku tego systemu, należałoby do niego, jeśli tylko byłby to system obejmujący wszystkie zdania, które dadzą się wywnioskować ze zdań należących do tego systemu. Gdy więc udaje się pokazać, że jakieś zdanie nie należy do systemu wiedzy, to tym samym pokazuje się niesprzeczność tego systemu. Zatem jeśli system jest niesprzeczny i należy do niego zdanie α , to nie należy jego zaprzeczenie, czyli $nie-\alpha$. Jeżeli system jest niesprzeczny i wykluczona jest przynależność zdania α do systemu, to na tej tylko podstawie nie możemy twierdzić, że zaprzeczenie α , czyli $nie-\alpha$, należy do tego systemu wiedzy. Chociaż bowiem jedno z dwu zdań α bądź $nie-\alpha$ jest prawdziwe, to na to, by zdanie należało do systemu wiedzy, potrzeba by było ono uzasadnione w sposób właściwy dla tego systemu.

Jeśli ktoś żywi przekonanie, że α , to chcąc być racjonalnym winien odrzucić przekonanie, że $nie-\alpha$. Odrzucając zaś α wcale nie musi tym samym – pod rygorem racjonalności przekonań – zgodzić się na uznanie jako przekonania zaprzeczenia zdania α , czyli $nie-\alpha$. Zdarza się jednak, że nie zgadzając się na zdanie α akceptujemy jego zaprzeczenie. Przekonania zmieniają się. Ktoś mógł w jakimś czasie żywić przekonanie, że α , a w innym nie żywić tego przekonania, albo też żywić przekonanie, że $nie-\alpha$. Jeśli tylko w danym czasie nie żywi przekonań sprzecznych, to nie można temu komuś czynić zarzutu jakiegoś braku logicznej poprawności.

Na to, aby zdanie mogło być uznane, potrzeba, żeby była jakaś **racja uznania**. Ktoś, kto uznaje zdanie, ma powód, dla którego to zdanie uznaje. Powodu tego może sobie nawet nie uświadamiać lub nie umieć go wyraźnie wskazać, lecz jakiś powód faktycznie ma. Można więc przyjąć, że dla przekonania, które ktoś żywi, istnieje racja lub racja ta jest rekonstruowalna. Może to być racja emocjonalna, uprzedzenie, oparcie się na stereotypie. Przedstawiając racje człowiek racjonalizuje, czyli wskazuje racjonalne powody uznania swoich przekonań, choć w rzeczywistości mogą to być pobudki innego rodzaju. Zdarza się bowiem, że żywimy pewne przekonania nie dlatego, iż mamy dla nich racjonalne powody, lecz znajdujemy te powody, gdy żywimy określone przekonania. Oczywiście jest, że warunkiem uznania zdania w systemie wiedzy, warunkiem bycia tezą tego systemu

wiedzy, jest istnienie racji, które są przez ten system określone jako wystarczające dla włączenia zdania do systemu.

Postulat racji uznania zdania otrzymał nazwę i sformułowanie w pracach Leibniza jako **zasada racji dostatecznej** (*lex rationis determinantis sive sufficientis*). Zgodnie z tą zasadą, wyrażającą postulat krytycyzmu, można uznać lub odrzucić zdanie wtedy i tylko wtedy, gdy są tego racje wskazane według rozsądnych dyrektyw poznawczych.

W różnych systemach wiedzy obowiązują różne racje uznawania. Ze względu na ich rodzaje systemy wiedzy dzielimy na naukę i na to, co nauką nie jest. Ze względu na typ racji naukę dzieli się na nauki empiryczne, humanistyczne oraz matematyczne. Również ze względu na rodzaj racji, ale w innym aspekcie, dzielimy systemy wiedzy na racjonalne, pararacjonalne i irracjonalne. Ocena i systematyzacja rodzajów racji jest przedmiotem teorii poznania i metodologii nauk. Podobnie ma się rzecz z przekonaniami. Mówimy, że ktoś jest racjonalny, gdy w doborze swoich przekonań kieruje się racjonalnymi zasadami. Pytanie, jakie zasady można uznać za racjonalne, jest pytaniem filozoficznym. W życiu codziennym kierujemy się zdroworozsądkowym rozumieniem racjonalności. Źródłem zdrowego rozsądku jest szeroko rozumiana kultura i tradycja danej społeczności oraz przede wszystkim praktyka dnia codziennego.

Odróżniamy dwa typy racji uznawania zdań: racje czerpane z różnego rodzaju spostrzeżeń i doświadczenia oraz racje wskazywane na drodze argumentacji i poprzez rozumowanie.

DEFINICJA: Uzasadnianie jest to wskazywanie racji dla uznania albo odrzucenia zdania.

Ze względu na to, jakie są racje uznania zdania, wyróżnia się uzasadnianie bezpośrednie i pośrednie.

DEFINICJA: Uzasadnianie bezpośrednie polega na odwoływaniu się do spostrzeżeń i doświadczenia jako do racji uznania albo odrzucenia zdania.

Spostrzeżenia i doświadczenia mogą być zmysłowe i niezmysłowe. Zmysłowe mogą być zewnętrzne i wewnętrzne. Gdy uznają zdanie

„jest wieczór”, to czynię to na podstawie spostrzeżenia zmysłowego zewnętrznego. Na podstawie spostrzeżenia zmysłowego wewnętrznego uznaję zdanie „boli mnie ząb”. Stan psychicznej radości stwierdzany przez niezmysłowe spostrzeżenie wewnętrzne daje podstawę dla uznania zdania „jestem (teraz) radosny”. Spostrzeżenie i doświadczenie są tym, co łączy nasze poznanie z przedmiotem poznania. Z uzasadnienia bezpośredniego korzysta się też np. przy uzasadnianiu wyroków sądowych, gdy przeprowadza się oględziny osób, rzeczy, miejsc.

Uzasadnienie przez odwołanie się do spostrzeżeń zmysłowych nie jest niezawodne; zmysły mogą nas zwodzić. Podobnie wydaje się, że spostrzeżenia niezmysłowe mogą być mylące.

DEFINICJA: Uzasadnianie pośrednie polega na odwoływaniu się do wcześniej uznanych albo odrzuconych zdań.

Inaczej w uzasadnianiu korzysta się ze zdań uznanych a inaczej ze zdań odrzuconych. Uzasadnianie pośrednie może być niezawodne, np. może dawać podstawy dla pewności co do prawdziwości uzasadnianego zdania pod warunkiem, że zdania, do których się odwołuje są prawdziwe.

DEFINICJA: Rozumowanie to pośrednie uzasadnianie zdań.

DEFINICJA: Argumentacja to wskazywanie racji dla przyjęcia lub odrzucenia przekonań.

W rozumowaniach i argumentacjach występują zawsze zdania, które stanowią punkt wyjścia i zdanie, które jest punktem dojścia, wynikiem procesu rozumowania lub argumentowania.

DEFINICJA: Przesłanki są zdaniami będącymi podstawą rozumowania lub argumentacji.

DEFINICJA: Wniosek (konkluzja) to zdanie będące punktem dojścia, wynikiem rozumowania lub argumentacji.

Między przesłankami a wnioskiem powinien zachodzić stosunek uzasadniania. Od rodzaju rozumowania i argumentacji zależy, czy przesłanki uzasadniają wniosek, czy odwrotnie, wniosek uzasadnia przesłanki.

DEFINICJA: Zdanie α uzasadnia zdanie β wtedy i tylko wtedy, gdy α stanowi dostateczną rację uznania β .

Rozumowanie przeprowadzane jest z uwagi na uzasadnianie zdanie. W wypadku argumentacji dochodzi jeszcze wzgląd na osobę/osoby, którą/które się przekonuje. Rozumowanie ma miejsce w wypadku uzasadniania zdań w celu włączenia ich w system wiedzy obiektywnej, argumentacja – wiedzy subiektywnej. W rozumowaniu liczą się racjonalne związki między przesłankami a wnioskiem. W argumentacji brana jest pod uwagę osoba/osoby, dla której/których uzasadnianie jest przeprowadzane. Poprawne rozumowanie może nie być skuteczną argumentacją, np. z powodu nie wzięcia dostatecznie pod uwagę stanu wiedzy osoby, dla której argumentacja jest przeprowadzana. Skuteczna argumentacja może okazać się niepoprawna, gdy oceniał ją jako rozumowanie.

Uzasadnianie może być różnorakie. Podział rozumowań i argumentacji dokonywany jest między innymi ze względu na to, jakiego rodzaju stosunek uzasadniania zachodzi między przesłankami a wnioskiem.

Miejsce wniosku w tekście nie jest przesądzone. Może być on podany przed przesłankami, między nimi bądź na końcu. Bywa i tak, że seria przesłanek następuje lub wyprzedza serię wniosków, które one uzasadniają. W standardowym zapisie wniosek następuje po przesłankach.

W wypadku „nic, co jest dowiedzione, nie jest oczywiste; jest tak dlatego, że to, co jest oczywiste, nie podlega dowodowi” wniosek wyprzedza przesłankę. Standardowo możemy to zapisać jak następuje:

Przesłanka: To, co jest oczywiste, nie podlega dowodowi.

Wniosek: Nic, co jest dowiedzione, nie jest oczywiste.

W wypadku „w większości problemy logiczne nie są trudne. Nic, co proste, nie przyprawia mnie o ból głowy. Dlatego też tym, co przyprawia mnie o ból głowy, nie są problemy logiczne” wniosek następuje po przesłankach. Standardowo zapisujemy to następująco:

Przesłanka I: W większości problemy logiczne nie są trudne.

Przesłanka II: Nic, co proste, nie przyprawia mnie o ból głowy.

Wniosek: Tym, co przyprawia mnie o ból głowy, nie są problemy logiczne.

W wypadku „rośnie ciśnienie i niebo jest bezchmurne. Zapowiada się więc ładna pogoda tym bardziej, że wieje ciepły południowy wiatr” wniosek znajduje się między przesłankami. Standardowo można więc to rozumowanie przedstawić następująco:

Przesłanka I: Rośnie ciśnienie i niebo jest bezchmurne.

Przesłanka II: Wieje południowy wiatr.

Wniosek: Zapowiada się ładna pogoda.

Uznanie zdania czy to w nauce, czy też przez kogoś, nie jest nieodwołalne. Nauka zmienia się nie tylko przez zwiększanie zasobu twierdzeń, lecz też przez odrzucanie pewnych wcześniej uznanych zdań, które w świetle nowych danych przestały spełniać kryteria uznania. Tworzone są nowe teorie, które lepiej niż stare opisują badaną rzeczywistość. Przykładem takiej teorii może być Einsteińska teoria względności, która trafniej niż Newtonowska fizyka klasyczna opisuje świat fizyczny. Podobnie jest z systemami przekonań. Są ludzie, którzy mimo oczywistych racji nie zmieniają swoich przekonań. Są i tacy, którzy przekonania zmieniają bez dostatecznych racji. Człowiekowi racjonalnemu obca jest zarówno pierwsza jak i druga postawa. Zmienia on swe przekonania, gdy są ku temu wystarczające racje. W wypadku dołączania nowych zdań do zasobu wiedzy obiektywnej lub subiektywnej mówimy o **ekspansji**. **Kontrakcja** ma miejsce w wypadku odrzucania pewnych zdań. W wypadku zastępowania twierdzenia lub przekonania przez jego negację mówimy o **rewizji**.

2.2. WYNIKANIE

Szczególnym rodzajem stosunku uzasadniania, jaki może zachodzić między przesłankami a wnioskiem (i ogólnie, między zdaniami) jest stosunek wynikania.

DEFINICJA: Zdanie α **wynika** ze zdań $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest możliwe, by wszystkie zdania $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ były prawdziwe, a zdanie α było fałszywe.

Przypomnijmy, że zdanie kontrykcyjne to zdanie fałszywe na mocy znaczeń wyrażeń, z których jest zbudowane. Nie jest więc możliwa nawet do pomyślenia taka sytuacja, że względu na którą zdanie to byłoby prawdziwe. Wniosek wynika więc z przesłanek wtedy i tylko wtedy, gdy koniunkcja przesłanek i negacji wniosku jest zdaniem wewnętrznym kontrykcyjnym.

W wypadku wnioskowania, w którym wniosek wynika z przesłanek, prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku.

DEFINICJA: Zdanie α jest **wyprowadzalne** ze zdań (lub, jest **konsekwencją** zdań) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ wtedy i tylko wtedy, gdy α wynika z $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$.

DEFINICJA: Jeżeli ze zdań $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ wynika zdanie α , to zdania $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ są **racjami** a zdanie α **następstwem**.

DEFINICJA: Jeżeli ze zdań $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ wynika zdanie α , to mówimy, że zdania $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ pozostają ze zdaniem α w stosunku **racja-następstwo**, albo że zachodzi między nimi stosunek **wynikania**.

Zgodnie z określeniem stosunku wynikania i rozumieniem spójnika koniunkcji zdanie α wynika ze zdań $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ wtedy i tylko wtedy, gdy α wynika z koniunkcji zdań $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Z faktu tego będziemy korzystali, gdy dla wygody będziemy mówili tylko o wynikaniu jednego zdania z drugiego – to zdanie, z którego jakieś zdanie wynika, może być koniunkcją kilku zdań.

Jeżeli ze zdania α wynika zdanie β , to:

- (1) może być tak, że α i β są zdaniami prawdziwymi;
- (2) może być tak, że α jest fałszywe a β prawdziwe;
- (3) może być tak, że zarówno α jak i β są zdaniami fałszywymi;
- (4) nie może być tak, aby α było prawdziwe, a β fałszywe.

Jeżeli wiemy tylko to, że α wynika z $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, to w związku z (3) nie mamy prawa twierdzić, że α jest prawdziwe. Jest to możliwe, zgodnie z (4), tylko wówczas, gdy prawdziwe są zdania: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Ze zdań „po sobocie następuje niedziela” i „dzisiaj jest sobota” wynika zdanie „jutro będzie niedziela”. Dla uznania prawdziwości tego zdania wystarcza prawdziwość obu zdań-przesłanek.

To, że α wynika z $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ i to, że α jest prawdziwe, w związku z (2), nie daje podstaw do twierdzenia, że tym samym zdania $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ są prawdziwe. Zdanie „ulica jest mokra” wynika z tego, że „padał deszcz”. Zdanie „ulica jest mokra” może być prawdziwe w sytuacji, gdy zdanie „padał deszcz” jest fałszywe. Może tak być w wypadku, gdy ulica jest mokra, ponieważ przejechał beczkowóz.

To, że α wynika z $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ i to, że nie wszystkie zdania $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ są prawdziwe, zgodnie z (2) nie daje podstaw do twierdzenia, że zdanie α jest fałszywe. Fałszywość zdania „padał deszcz” nie przesądza o fałszywości zdania „ulica jest mokra”.

Na to, aby ze zdania α wynikało β , jest konieczne, aby nie było tak, że α jest prawdziwe, a β fałszywe. Na to zaś, aby implikacja zbudowana z tych zdań była prawdziwa, wystarcza, aby nie było tak, że poprzednik α jest prawdziwy, a następnik β jest fałszywy. Inaczej mówiąc, prawdziwość implikacji „jeżeli α , to β ” jest warunkiem koniecznym, ale nie jest warunkiem wystarczającym, aby prawdą było, że z α wynika β . Nie wolno więc mylić stosunku wynikania z implikacją.

Jednym z najważniejszych celów logiki jest dostarczenie narzędzi do znajdowania odpowiedzi na pytanie, czy między jakimiś zdaniami zachodzi stosunek wynikania, czy też nie. Zasadniczą ideą logiki formalnej jest stworzenie rachunku, który umożliwiłby znajdowanie

odpowiedzi na to pytanie w taki sposób, jak rachunek arytmetyczny umożliwi odpowiedź na pytanie o wynik operacji arytmetycznych. Ze znajomości rachunku arytmetycznego korzysta się na co dzień. Z rachunków logicznych korzysta się wyjątkowo. Zwykle na co dzień wystarcza nam intuicyjne uznanie zachodzenia stosunku wynikania. Intuicję tę możemy znacznie usprawnić zajmując się logiką.

Stosunek wynikania pełni szczególną rolę w nauce. Podstawowe twierdzenia, główne tezy systemu nauki, to te, z których wyprowadzalne są (wynikają) liczne inne twierdzenia i tezy. W wypadku **systemów aksjomatycznych** z określonej grupy zdań-tez, zwanych **aksjomatami**, wyprowadzalne są (wynikają) wszystkie pozostałe twierdzenia tych systemów.

Stosunek wynikania zachodzi między zdaniami „jeżeli Jan jest studentem, to przysługuje mu zniżka kolejowa” i „Jan jest studentem” a zdaniem „Janowi przysługuje zniżka kolejowa”. Podobnie też między zdaniami „każdy człowiek jest śmiertelny” i „Sokrates jest człowiekiem” a zdaniem „Sokrates jest śmiertelny”. Aby wykazać to, należałoby odwołać się do technik logiki formalnej.

W wypadku, gdy chcemy pokazać brak zachodzenia stosunku wynikania są jeszcze inne możliwości niż tylko odwołanie się do technik logiki formalnej, co ma miejsce w wypadku, gdy chcemy pokazać zachodzenie stosunku wynikania.

Brak zachodzenia stosunku wynikania można wykazać rozważając rzeczywistą lub wymagowaną sytuację, w której prawdziwe są wszystkie zdania, z których ma wynikać jakieś zdanie, a ono samo jest fałszywe. Stosunek wynikania nie zachodzi między zdaniami „jeżeli pracownik otrzymuje niskie wynagrodzenie, to źle pracuje” i „pracownik nie otrzymuje niskiego wynagrodzenia” a zdaniem „pracownik dobrze pracuje” – można wskazać rzeczywiste sytuacje, w których pracownik nie otrzymuje niskiego wynagrodzenia, a źle pracuje. Ze zdań „jeżeli istnieje własność prywatna, to istnieje niesprawiedliwość społeczna” i „nie ma własności prywatnej” nie wynika zdanie „nie ma niesprawiedliwości społecznej” – w krajach, w których nie było własności prywatnej nie było też sprawiedliwości społecznej. Ze zdania „Białystok jest miastem wojewódzkim” nie wynika „Warszawa jest

stolicą Polski” – wyobrażeniowo możliwa jest sytuacja, że Warszawa nie jest stolicą, mimo że Białystok jest miastem wojewódzkim.

Inny sposób pokazania, że nie zachodzi stosunek wynikania, polega na wskazaniu zdań, między którymi nie zachodzi stosunek wynikania i które nie różnią się co do formy od zdań, zachodzenie stosunku wynikania między którymi chcemy stwierdzić. Ten sposób zastosowany jest w następującym tekście¹⁴:

„Postmodernistyczny charakter etyki biznesu Green zdaje się uzasadniać następująco:

Jeśli X jest postmodernistyczne, to X ma cechy A i B.

Etyka biznesu ma cechy A i B.

Dlatego etyka biznesu jest postmodernistyczna.

Rozważmy analogiczne wnioskowanie:

Jeśli X jest prezydentem, to X mieszka w Białym Domu.

Chelsea Clinton mieszka w Białym Domu.

Dlatego Chelsea Clinton jest prezydentem.

Wnioskowanie zastosowane przez Green'a jest więc błędne.”

W wypadku, gdy nie potrafimy wskazać takiej rzeczywistej lub wymagowanej sytuacji, w której zdanie mające być racją jest prawdziwe, a zdanie mające być następstwem jest fałszywe lub nie potrafimy wskazać zdań nie różniących się formą od racji i zdania nie różniącego się formą od następstwa takich, że pierwsze są prawdziwe, a drugie jest fałszywe, to nie mamy prawa twierdzić, że wynikanie zachodzi. Pozytywne stwierdzenie zachodzenia stosunku wynikania wymaga wskazania prawa logiki, które będzie stwierdzało zachodzenie tego stosunku.

Wskaźnikiem tego, czy ktoś przyjmuje istnienie stosunku wynikania między zdaniami, może być nie tylko słowne stwierdzenie zachodzenia tego związku przez użycie słowa „wynika”, lecz także np.

¹⁴ Zob. Bill Shaw, Virtues for a postmodern world, „Business Ethics Quarterly”, v. 5, No. 4, October 1995, s. 845

całkowita pewność, z jaką uznaje się wniosek – całkowitą pewność uznania wniosku można mieć tylko w wypadku, gdy wniosek wynika z prawdziwych przesłanek.

Bywa, że forma argumentacji utrudnia zauważenie związku wynikania lub zwodzi wskazując na jego rzekome istnienie, co jest wykorzystywane w nieuczciwej argumentacji.

2.3. WNIOSKOWANIE

DEFINICJA: Wnioskowanie to rozumowanie, w którym:

- 1) przesłanki są zdaniami uznanymi (wniosek jest zdaniem nieuznanym),
- 2) przesłanki uzasadniają wniosek (wniosek jest uzasadniany przez przesłanki).

Wnioskowanie wzbogaca naszą wiedzę o wnioski ze zdań już należących do tej wiedzy oraz wzbogaca nasze przekonania o wnioski ze zdań wyrażających nasze przekonania.

Bywa, że nie wszystkie przesłanki są wyraźnie wskazane. Jeżeli jakaś przesłanka należy do zdań powszechnie uznawanych lub za taką się ją uważa, to nie wymienia się jej.

DEFINICJA: Przesłanka entymematyczna to przesłanka nie wymieniona we wnioskowaniu z powodu uznania jej za oczywistą.

DEFINICJA: Wnioskowanie entymematyczne to wnioskowanie, w którym występuje przesłanka entymematyczna.

DEFINICJA: Wniosek wynika entymematycznie wtedy i tylko wtedy, gdy wynika z przesłanek wyraźnie wskazanych i entymematycznych.

To, co zdaniem jednego jest oczywiste i nie wymaga wskazania, dla kogoś innego nie musi być oczywiste. Korzystanie z przesłanek entymematycznych może więc być źródłem nieporozumienia. Inną kwestią jest, że z powodu braku refleksji nad tym, co powszechnie uznane, funkcjonującą w społeczeństwie różne rzekome prawdy. Trudno sobie jednak wyobrazić, aby np. w artykule skierowanym do określonego grona specjalistów powtarzać prawdy, które są dla tych specjalistów oczywiste. Zawsze przygotowując jakiś tekst winniśmy wziąć pod uwagę to, do kogo ten tekst jest skierowany, i pominać to, co dla wszystkich odbiorców jest (powinno być) oczywiste, a włączyć wszystko to, co nie jest oczywiste, choć może takim być dla autora tekstu. Inaczej mówiąc, trzeba wziąć pod uwagę «środowisko intelektualne» danej sprawy – na przesłankę entymematyczną nadają się te i tylko te zdania, które są oczywiste dla wszystkich odbiorców danego rozumowania (tekstu). Źródłem przesłanek entymematycznych jest kultura, którą przyswajamy w procesie wychowania, wykształcenie, mody wieku. Źródłem takich przesłanek jest też sam język; zauważmy na przykład, że mówiąc „zachód słońca” lub „wschód słońca”, podtrzymujemy stare poglądy, że Słońce krąży wokół Ziemi. Ocena poprawności rozumowania wymaga uwzględnienia jego przesłanek entymematycznych. Zdarza się bowiem, że jakaś taka przesłanka jest fałszywa lub bezpodstawnie uznana.

Wnioskowania dzielimy na dedukcyjne i na uprawdopodobniające.

2.3.1. Wnioskowanie dedukcyjne

DEFINICJA: Wnioskowanie jest dedukcyjne wtedy i tylko wtedy, gdy wniosek wynika z przesłanek.

Innymi słowy, jest to wnioskowanie, w którym prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku.

Wnioskowanie dedukcyjne jest charakterystyczne dla nauk dedukcyjnych. W tych naukach jest to jedyny uznany sposób wnioskowania. Nauki dedukcyjne to przede wszystkim teorie matematyczne.

Dla nauk tych znamienne jest to, że przedstawiane są w formie systemów aksjomatycznych: z już uznanych zdań, czyli twierdzeń, wyprowadza się kolejne twierdzenia. Tak to wygląda na etapie przedstawienia systemu jako czegoś już gotowego. Proces znajdowania nowych twierdzeń i znajdowania dla nich przesłanek ma charakter twórczy i jak każdy proces twórczy nie ogranicza się do dających się opisać rodzajów rozumowań. Ważną rolę pełni w nim intuicja.

Wniosek nie jest zdaniem, które samo przez się, niejako automatycznie, wypływa z przesłanek. Wskazanie wniosku jest pewnym twórczym aktem umysłu. Dane przesłanki mogą uzasadniać różne zdania. To, które nas w danej sytuacji interesuje, stanowi przedmiot naszej decyzji związanej z realizacją określonych celów rozumowania. Jasne jest więc, że może być tak, iż tym, co jest pierwsze w naszym zamyśle, jest zdanie, które ma być wnioskiem. Dopiero później poszukujemy wśród zdań uznanych takich, które by je uzasadniały. Jest to pewien zabieg twórczy. A to znaczy między innymi, że nie zawsze daje się opisać w sposób intersubiektywnie komunikowalny. Wielką rolę pełni tu intuicja, która z natury rzeczy nie podlega intersubiektywnej kontroli.

Logika formalna określa, które schematy wnioskowań są schematami wnioskowań dedukcyjnych. Ktoś rozumując dedukcyjnie nie musi się schematem posługiwać, jednak jego wnioskowanie przebiega zgodnie z prawami logiki. Jeżeli jakieś wnioskowanie jest dedukcyjne, to każde inne wnioskowanie nie różniące się od niego formą jest również wnioskowaniem dedukcyjnym. Odpowiedzi na pytanie, co to jest forma wnioskowania dostarcza logika formalna. Dla przykładu rozważmy schemat *modus ponens*¹⁵.

$$\begin{array}{l} \text{jeżeli } \alpha, \text{ to } \beta \\ \alpha \\ \text{zatem} \quad \underline{\hspace{2cm}} \\ \beta \end{array}$$

¹⁵ Więcej i szerzej na ten temat w rozdziale następnym.

Jeżeli wnioskowanie jest dedukcyjne, to dodanie jakiegokolwiek przesłanki nie zmieni faktu wynikania wniosku z przesłanek. Rozważmy np. wnioskowanie (według schematu *modus ponens*):

Jeżeli Jan spotkał Zosię, to powiedział jej o spotkaniu.

Jan spotkał Zosię

Zatem

Jan powiedział jej (Zosi) o spotkaniu.

Wnioskowanie z dodatkowymi przesłankami:

Jeżeli Jan spotkał Zosię, to powiedział jej o spotkaniu.

Jan spotkał Zosię.

Jan spotkał Marysię.

Zosia widziała się z Piotrkim.

Zatem

Jan powiedział jej (Zosi) o spotkaniu.

jest również wnioskowaniem, w którym wniosek wynika z przesłanek (choć nie przebiega ono już według schematu *modus ponens*). Wniosek będzie wynikał z przesłanek i wówczas, gdy dodamy jako przesłanki zdania sprzeczne z którąś z przesłanek lub z wnioskiem. Np.

Jeżeli Jan spotkał Zosię, to powiedział jej o spotkaniu.

Jan spotkał Zosię.

Jan nie spotkał Zosi.

Zatem

Jan powiedział jej (Zosi) o spotkaniu.

Jeżeli Jan spotkał Zosię, to powiedział jej o spotkaniu.

Jan spotkał Zosię.

Jan nie powiedział jej (Zosi) o spotkaniu.

Zatem

Jan powiedział jej (Zosi) o spotkaniu.

Stosunek wynikania między przesłankami a wnioskiem będzie zachodził tak długo, jak długo wśród przesłanek będą zdania, z których wniosek wynika. Jeżeli więc z jakichś przesłanek wynika wniosek, to

dołączenie nowych przesłanek nie ma najmniejszego wpływu na zachodzenie stosunku wynikania; może mieć jedynie wpływ na poprawność wnioskowania. Inaczej będzie, gdy odrzucimy którąś z przesłanek. W takim wypadku stosunek wynikania może przestać zachodzić.

2.3.2. Dowód wprost i dowód nie wprost

Ten szczególny wypadek wnioskowania dedukcyjnego, gdy właściwe wnioskowanie dedukcyjne poprzedzone jest procedurą poszukiwania przesłanek dla już danego zdania-wniosku, to dowodzenie.

DEFINICJA: **Dowodzenie** to dobieranie racji dla dowodzonego zdania.

Samo wnioskowanie, jako już zakończone rozumowanie przedstawione w postaci językowej, to dowód.

DEFINICJA: **Dowód** jakiegoś zdania α może być:

- (1) **dowodem wprost**, gdy wskazane są twierdzenia, z których wynika α ,
bądź
- (2) **dowodem nie wprost (apagogenicznym, przez sprowadzenie do niedorzeczności, *reductio ad absurdum*)**, gdy z negacji zdania dowodzonego dowodzi się wprost negacji pewnego twierdzenia, czyli gdy z $\text{nie-}\alpha$ jako przesłanki dowodzi się wprost zaprzeczenia już udowodnionego zdania.

DEFINICJA: **Twierdzenie** to zdanie, dla którego został znaleziony dowód.

Różnice między dowodem wprost a dowodem nie wprost są różnicami w sposobie poszukiwania przesłanek i w strukturze dowodu. Istotną rolę w dowodzie nie wprost pełni zasada dwuwartościowości. Chodzi o to, że skoro negacja dowodzonego zdania ma fałszywe konsekwencje, to jest zdaniem fałszywym, ponieważ fałszywe zdanie może wynikać tylko z fałszywego zdania. Opierając się na zasadzie

dwuwartościowości stwierdzamy, że jeżeli negacja zdania dowodzonego jest zdaniem fałszywym, to ono samo jest zdaniem prawdziwym. W wypadku dowodu wprost w samym dowodzie nie bierzemy pod uwagę negacji zdania dowodzonego, a dowód może przebiegać bez wykorzystania sposobów rozumowania, które oparte byłyby na zasadzie dwuwartościowości.

Dowieść można tylko zdania; tego, że wynika ono ze wskazanych przesłanek. Żaden dowód – w tu podanym znaczeniu terminu „dowód” – nie jest dowodem na to, że dane zdanie nie wynika ze wskazanych przesłanek. Możemy dowodzić negacji jakiegoś zdania α , czyli dowodzić zdania $nie-\alpha$. Dowód dla $nie-\alpha$ nie jest jednak dowodem na to, że α nie ma dowodu. Zdarzyć się bowiem może, że tak jest. Będzie to wskazywać na wadliwość przesłanek, z których wnioskujemy.

Fakt, iż nie mamy dowodu jakiegoś zdania, nie stanowi podstawy do twierdzenia, że zdanie to nie jest dowodliwe, czyli że w przyszłości nie znajdzie się dowodu tego zdania. W wypadku korzystania z metody nie wprost w dowodzie na to, że zdanie α należy do jakiegoś systemu, pokazujemy, że negacja dowodzonego zdania, czyli $nie-\alpha$, ma konsekwencje sprzeczne z już uznanymi zdaniami. Nie znaczy to jednak, że dowiedliśmy, że ta negacja, $nie-\alpha$, nie należy do tego systemu. Dowiedliśmy tylko, że dowodzone zdanie α należy do systemu.

Zdanie może wynikać z różnych zbiorów przesłanek. To, czy jakieś wskazane przesłanki, z których wynika zdanie dowodzone, mogą być uznane za właściwe dla dowodu tego zdania zależy: w wypadku wiedzy w sensie obiektywnym – od tego, czy przesłanki te są udowodnione; w wypadku wiedzy w sensie subiektywnym – od tego, czy są one uznane przez osobę, dla której dowód jest przeprowadzany.

Dowodzenie jest pewną procedurą poszukiwania racji. Jako procedura nie jest czymś gotowym, lecz dynamicznym, złożonym z faz. Może ono przebiegać w dwojaki sposób. W początkowej fazie przytacza się racje dla dowodzonego zdania, które same wymagają dowodu. Dla tych racji szuka się dowodu. Dowód jest zakończony, gdy ostatecznie dojdzie się do racji, które – w wypadku wiedzy obiektywnej – są twierdzeniami, lub – w wypadku wiedzy subiektywnej – są zdaniami uznanymi przez osobę, dla której dowód był przeprowadzany.

Takie dowodzenie to **dowodzenie regresywne**, czyli **analityczne**. Inaczej jest w wypadku **dowodzenia progresywnego**, czyli **syntetycznego**. Najpierw wskazuje się następstwa pewnych twierdzeń lub przekonań. W kolejnym kroku wskazuje się następstwa tych następstw. Procedura kończy się, gdy jako następstwo pojawia się zdanie dowodzone. Dla samego dowodu nie ma znaczenia droga, którą doszliśmy do wskazania przesłanek będących twierdzeniami albo przekonaniem, z których wynika zdanie dowodzone.

Zwykle zależy nam na dowodzie możliwie najprostszym, czyli na dowodzie możliwie najłatwiejszym do zrozumienia. To, co może być łatwe do zrozumienia przez kogoś nie musi być takie dla kogoś innego. Oczywiście wynikania wniosku z przesłanek jest ważnym składnikiem prostoty dowodu. Czasem uzyskanie takiego efektu wymaga wydłużenia dowodu. Z drugiej strony jednak wydaje się, że krótkość dowodu jest też składnikiem prostoty dowodu.

Dotychczas mówiono o dowodzie jako uzasadnianiu pośrednim. Słowa „dowód” używa się też oznaczenie pewnego rodzaju uzasadniania pośredniego. Dowodem jest też wskazywanie racji empirycznych dla uznania jakiegoś zdania. **Dowód rzeczowy** stanowią rzeczy, które wskazują na prawdziwość dowodzonej tezy. Na przykład odciski palców na pistolecie stanowią dowód rzeczowy na to, że osoba, której odciski znaleziono, trzymała ten pistolet w rękę. Prawnicy terminów „dowód” i „dowodzenie” zwykli używać też w innych znaczeniach, np. „dowodzenie” może oznaczać uzasadnianie.

2.3.3. Wnioskowanie uprawdopodobniające

Wnioskowanie dedukcyjne jest charakterystyczne dla nauk matematycznych: jest to jedyny uprawniony w nich sposób wnioskowania. Wnioskowanie dedukcyjne wyróżnia to, że wniosek «zawiera» się w przesłankach, prawdziwość przesłanek bowiem gwarantuje prawdziwość wniosku. Można powiedzieć, że wniosek ujawnia tylko to, co zawarte jest już w przesłankach. W naukach przyrodniczych i społecznych «wychodzi się» poza to, co dane jest w przesłankach. Takie wnioskowania nie będą jednak dawały podstaw dla całkowitej pew-

ności co do prawdziwości wniosku, mimo prawdziwości przesłanek. Wnioskowania takie będą miały zaś walor poznawczy, gdy będą dawały większe podstawy dla uznania wniosku niż dla jego zaprzeczenia.

W 1996 r. przypadła dziesiąta rocznica tragicznego wybuchu elektrowni atomowej w Czernobylu. Przy okazji bilansowano skutki tego wybuchu. Na podstawie wiedzy przyrodniczej i faktu, że od tamtego okresu w Polsce trzykrotnie wzrosła zachorowalność na raka tarczycy, a na Białostocczyźnie dotkniętej w większym stopniu opadem radioaktywnym zachorowalność ta wzrosła dziesięciokrotnie wnioskowano, że wybuch w Czernobylu jest przyczyną wzrostu zachorowalności na raka tarczycy. Przesłanki tego wnioskowania nie gwarantują prawdziwości wniosku. Nie można bowiem wykluczyć innych powodów, dla których odnotowano wzrost zachorowań, chociażby takich jak lepsza diagnostyka będąc wtórnym efektem informacji o zagrożeniu rakiem tarczycy przez opady radioaktywne pochodzące z wybuchu. Wnioskowanie to jest poprawne jako uprawdopodobniające.

DEFINICJA: Wnioskowanie uprawdopodobniające to wnioskowanie, w którym:

- 1) prawdziwość przesłanek nie gwarantuje prawdziwości wniosku, czyli nie jest wykluczona fałszywość wniosku mimo prawdziwości przesłanek;
- 2) prawdziwość przesłanek czyni bardziej prawdopodobną prawdziwość wniosku niż jego fałszywość;
- 3) stopień pewności, z jakim uznaje się wniosek, nie jest większy niż prawdopodobieństwo prawdziwości wniosku (określone dla danych przesłanek).

W każdym wnioskowaniu wniosek, jak każde zdanie, jest albo prawdziwy, albo fałszywy. W wypadku wnioskowania uprawdopodobniającego nie potrafimy tego pokazać na podstawie danych przesłanek. Mówi o tym pkt 1 definicji. Kiedy mówimy o gwarantowaniu prawdziwości wniosku przez przesłanki, to mówimy o naszym prawie uznania wniosku za prawdziwy przy tych przesłankach. W wypadku wnioskowania dedukcyjnego, gdy wniosek wynika z prawdziwych przesłanek, mamy prawo do absolutnej pewności co do prawdzi-

wości wniosku i dołączenie dodatkowych przesłanek nie może wpłynąć na wynikanie wniosku z przesłanek. Może się tak zdarzyć jedynie w wypadku odrzucenia którejś z przesłanek. W wypadku wnioskowania uprawdopodobniającego prawa do całkowitej pewności nie mamy. Mówi o tym pkt 3. Jednak posiadana przez nas wiedza, przesłanki naszego rozumowania, dają nam prawo do większej pewności co do prawdziwości wniosku niż pewności co do prawdziwości jego zaprzeczenia, a przecież bądź wniosek, bądź jego negacja jest zdaniem prawdziwym. Stopień pewności, z jakim na podstawie prawdziwych przesłanek mamy prawo uznać wniosek, może być określany przez prawdopodobieństwo prawdziwości wniosku w warunkach prawdziwości przesłanek. Nie wolno jednak mylić stopnia pewności z tym prawdopodobieństwem. Powtórzmy: zdania są bądź prawdziwe, bądź fałszywe. Wniosek jest więc bądź prawdziwy, bądź fałszywy, a nie prawdopodobny. Uznajemy zdanie za prawdziwe, z tym że przesłanki nie dają nam prawa uznać tego zdania z całą pewnością, lecz z jakimś stopniem pewności (większym niż stopień pewności, z jakim moglibyśmy uznać negację tego zdania i nie większym niż prawdopodobieństwo jego prawdziwości).

Mamy prawo uznać (z całą pewnością) zdanie „jest prawdopodobne, że Jan (który pali papierosy) zachoruje na raka płuc” (zresztą takie zdanie byłoby również prawdziwe w wypadku, gdyby Jan nie palił). Nie mamy jednak prawa uznać zdania „Jan (który pali papierosy) zachoruje na raka płuc”. Prawdopodobieństwo tego, że zachoruje, jest mniejsze niż tego, że nie zachoruje. Stopień pewności, z jakim mielibyśmy prawo uznać zdanie „Jan zachoruje na raka płuc”, jest bowiem mniejszy niż stopień pewności, z jakim mielibyśmy prawo uznać zdanie „Jan nie zachoruje na raka płuc”. Badania naukowe dowodzą prawdziwości zdania „prawdopodobieństwo zachorowania na raka płuc przez osobę palącą tytoń jest większe niż w wypadku osoby niepalącej”.

Jesteśmy zainteresowani określeniem, z jakim stopniem pewności możemy uznać jakieś zdanie α przy założeniu prawdziwości zdań $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, czyli jesteśmy zainteresowani prawdopodobieństwem logicznym zdania α ze względu na zdania $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Określenia prawdopodobieństwa logicznego najprościej można dokonać przyjmu-

jąc, że jest ono równe prawdopodobieństwu zaistnienia sytuacji opisywanej zdaniem α w takich okolicznościach, w których prawdziwe są wszystkie zdania $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Do oceny tego prawdopodobieństwa możemy wykorzystać narzędzia matematyczne: teorię prawdopodobieństwa i statystykę. Utożsamiamy wówczas prawdopodobieństwo logiczne z prawdopodobieństwem matematycznym. W podstawowym wypadku $\mathcal{P}(A/B)$, prawdopodobieństwo częstościowe zbioru A ze względu na niepusty zbiór B , oblicza się według wzoru:

$$\mathcal{P}(A/B) = \frac{\mathcal{N}(B \cap A)}{\mathcal{N}(B)},$$

gdzie $\mathcal{N}X$ jest liczbą elementów zbioru X .

Zwykle jednak kierujemy się intuicją i doświadczeniem życiowym. Postępujemy tak również w sprawach ważnych. Biegły powołany przez sąd np. w sprawie o sfalszowanie podpisu mówi o prawdopodobieństwie tego, że badany przez niego podpis jest fałszywy. Jest to prawdopodobieństwo psychologiczne tego zdarzenia.

Doświadczenie życiowe i poziom wykształcenia różnie kształtują intuicję. Różne oszacowania prawdopodobieństwa psychologicznego mogą stać się powodem sporu. Wielki polski matematyk Hugo Steinhaus radzi w grach liczbowych takich jak totolotek zakreślać psychologicznie najmniej prawdopodobne układy liczb, wówczas bowiem wzrasta szansa na wysoką wygraną bez zmiany szansy na wygraną w ogóle. Możliwość, że wygra układ $[1, 2, 3, 4, 5, 6]$, jest taka sama jak ta, że wygra układ, na przykład: $[4, 16, 21, 31, 36, 47]$. Psychologiczne prawdopodobieństwo pierwszego jest bardzo małe w porównaniu z psychologicznym prawdopodobieństwem drugiego (wystarczy zapytać gracza, który układ zakreśliłby). Zakreślając pierwszy albo drugi układ mamy takie same szanse na trafienie. Jednak w wypadku, gdy wygrywa układ pierwszy – ponieważ wysokość wygranej zależy od tego, ilu graczy trafnie zakreśliło – wygramy najwięcej.

Ocena prawdopodobieństwa metodami matematycznymi też może być różna. Wynik jest przecież zależny od danych wyjściowych i uwzględniania lub nieuwzględniania pewnych okoliczności. Efekty

tych możliwości widzimy w czasem diametralnie różnych wynikach, np. badania opinii społecznej lub różniących się danych statystycznych. Płyńie z tego wskazówka, że nim oprzemy się w swoim postępowaniu i działaniu na tych danych, dobrze przypatrzmy się założeniom i metodzie badań. Firmy wyspecjalizowane w takich badaniach chrońnią jednak swoje metody. Przed wprowadzeniem jakiegoś towaru na rynek zleca się badania marketingowe. Działające w Polsce doświadczone zachodnie firmy badań rynkowych opiniowały dla handlowych firm zachodnich brak popytu na jakiś towar, który jednak – jak się później okazało – dobrze się sprzedawał (sytuacje takie miały miejsce w wypadku towarów luksusowych). Metoda, która przyniosła sukces firmom w wypadku badań rynkowych w krajach uprzemysłowionych, jak się okazuje, zawiodła w Polsce.

Wnioskowanie uprawdopodobniające pełni istotną rolę w naukach przyrodniczych. Jego stosowanie jest nieuniknione w wielu zwykłych sprawach praktycznych. W procesie o stwierdzenie ojcostwa wyniki badań medycznych mogą wykluczać ojcostwo lub mogą czynić je prawdopodobnym. Jak dotychczas nie ma metod, które pozwalałyby stwierdzić to z całą pewnością. Dowód poszlakowy to materiał uprawdopodobniający uzasadnianą tezę. Prawnik z wnioskowaniem uprawdopodobniającym spotyka się również w związku z pojęciami niebezpieczeństwa w prawie karnym i ryzyka w prawie cywilnym.

Wnioskowanie uprawdopodobniające jest też źródłem różnych przesądów. Ludzie podchodzą selektywnie do faktów: dostrzegają to, co im odpowiada, a pomijają to, co nie jest dla nich wygodne; pamiętają to, co potwierdza ich oczekiwania, a zapominają o tym, co tym oczekiwaniom zaprzecza. Ktoś upiera się, że liczba 13 jest dla niego nieszczęśliwa, podając wszystkie wypadki, kiedy w pewnym związku z 13 miało miejsce jakieś nieprzyjemne zdarzenie, zaś nie pamięta i pomija wypadki, gdy tak nie było. „Kominiarz szczęście przynosi” – rzeczywiście, okolice, w których byli kominiarze były bogatsze od tych, w których kominiarzy nie było (z powodu mniejszej liczby pożarów).

Wnioskowanie uprawdopodobniające różni się od wnioskania dedukcyjnego tym, że w wypadku wnioskania dedukcyjnego prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku, a w wypadku

wnioskowania uprawdopodobniającego tak nie jest. Dołączanie nowych przesłanek do wnioskowania dedukcyjnego nie ma wpływu na wynikanie wniosku z przesłanek, a może mieć jedynie walor pragmatyczny: dla kogoś może być łatwiej zrozumiałe lub przekonywające ze względu na uznawanie przez tego kogoś tych, a nie innych przesłanek. W wypadku wnioskowania uprawdopodobniającego dodatkowo przesłanki mogą zaś dawać podstawy dla prawa uznania wniosku w większym stopniu. Nie jest jednak również wykluczone, że dodatkowa przesłanka pozbawia podstaw do uznania wniosku z jakimkolwiek stopniem pewności: gdy z wniosku wynika zaprzeczenie tej przesłanki i jest ona uznana za prawdziwą.

Wśród wnioskowań uprawdopodobniających wyróżniamy wnioskowania redukcyjne.

2.3.4. Wnioskowanie redukcyjne

DEFINICJA: Wnioskowanie redukcyjne jest wnioskowaniem uprawdopodobniającym, w którym przesłanki wynikają lub wynikają entymematycznie z wniosku (czyli wynikają z wniosku i zdań powszechnie uznawanych).

W wypadku wnioskowania dedukcyjnego z przesłanek wynika wniosek. W wypadku wnioskowania redukcyjnego przesłanki wynikają z wniosku. We wnioskowaniu dedukcyjnym stosunek uzasadniania (wniosku przez przesłanki) jest zgodny z kierunkiem wynikania. We wnioskowaniu redukcyjnym stosunek uzasadniania (wniosku przez przesłanki) jest odwrotny do stosunku wynikania.

Widząc w czasie suchego i upalnego lata, że na drzewie schną liście wnioskujemy, że temu drzewu brakuje wilgoci. Z tego, że „drzewu brakuje wilgoci” i z przesłanki (entymematycznej), że „jeżeli drzewu brakuje wilgoci, to schną jego liście” wynika, że „na drzewie schną liście”. Z tego jednak, że „na drzewie schną liście” nie wynika, że „drzewu brakuje wilgoci”. Może być zupełnie inna tego przyczyna. Drzewo przecież może być podlewane, a schnięcie liści być spowodowane jakąś chorobą. Wnioskowanie będzie poprawne, gdy wniosek

zostanie uznany przez nas w stopniu, na jaki pozwalają przesłanki, a przesłanki pozwalają w większym stopniu na uznanie wniosku niż stopień, z jakim można by uznać jego negację. Nie wolno jednak uznać wniosku z całą pewnością. Może przecież być tak, że wniosek jest zdaniem fałszywym.

Fakt, że przesłanki wynikają (entymematycznie) z wniosku, nie wystarcza dla uznania wnioskowania za poprawne wnioskowanie redukcyjne. Gdyby ktoś na podstawie tego, że „Jan jest łysy” wnioskował, że „wszyscy ludzie są łysi”, to ten ktoś nie wnioskowałby poprawnie. Jest tak, mimo iż z tego, że „wszyscy ludzie są łysi”, i z tego, że „Jan jest człowiekiem” (przesłanka entymematyczna), wynika, że „Jan jest łysy”. Wnioskowanie redukcyjne jest wnioskowaniem uprawdopodobniającym. Jako takie jest poprawne, gdy prawdopodobieństwo prawdziwości wniosku jest większe niż jego negacji (na podstawie danych przesłanek), a stopień uznania wniosku nie przekracza prawdopodobieństwa jego prawdziwości wyznaczonego przez przesłanki.

Jeżeli jedna z przesłanek we wnioskowaniu redukcyjnym jest fałszywa, to wniosek jest też fałszywy. Jest tak, ponieważ przesłanki wynikają z wniosku, zaś fałszywe zdanie może wynikać tylko z fałszywego zdania. Jest więc inaczej niż w wypadku wnioskowania dedukcyjnego, gdzie fałszywość którejś z przesłanek jedynie nie pozwala na uznanie wniosku za prawdziwy, ale i nie przesądza jego fałszywości. Z przesłanek, z których nie wszystkie są prawdziwe, dedukcyjnie można bowiem wywnioskować zarówno zdanie prawdziwe, jak i można wywnioskować zdanie fałszywe.

Wnioskowania redukcyjne pełnią doniosłą rolę w procesie stawiania hipotez. Kiedy w Wielkiej Brytanii stwierdzono masowe zachorowania bydła na tzw. «chorobę wściekłych krów», naukowcy chcieli znaleźć tego przyczynę. Hipotezy stawia się też w celach wyłącznie praktycznych. Kiedy w kilka minut po starcie z lotniska J. F. Kennedy'ego samolot linii TWA z pasażerami runął do Atlantyku, chciano znać powód, dla którego się tak stało. W jednym i drugim wypadku – choroby «wściekłych krów» i tragedii samolotu – stawiano hipotezy, czyli przypuszczenia, co do przyczyn. Na podstawie zdań stwierdzających fakty wnioskowano o zdaniu stwierdzającym przyczynę. Przy

tym chodziło o takie zdanie stwierdzające przyczynę, z którego wynikałyby wszystkie zdania stwierdzające fakty. Naukowiec chce stawiać trafne hipotezy. Policjant jest tym bardziej ceniony, im częściej udaje mu się rozwiązać «kryminalną zagadkę», czyli postawić taką hipotezę, której nie udaje się nikomu obalić.

2.3.5. Wnioskowanie indukcyjne

W tradycyjnej logice wnioskowania dzielono na dedukcyjne – miały to być rozumowania, jak to określano, od ogółu do szczegółu – i na indukcyjne – te miały być wnioskowaniami od szczegółu do ogółu. Mimo zarzucenia tego podziału, utrzymały się pewne terminy. Stąd niektóre wnioskowania dedukcyjne noszą nazwę indukcyjnych, a niektóre wnioskowania indukcyjne są wnioskowaniami redukcyjnymi.¹⁶

DEFINICJA: Wnioskowanie indukcyjne to wnioskowanie, w którym występują przesłanki stwierdzające przynależność n przedmiotów do rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$, oraz orzekające, że dla tych przedmiotów zachodzi określona prawidłowość \mathcal{P} . Wniosek we wnioskowaniu indukcyjnym jest zdaniem stwierdzającym zachodzenie prawidłowości \mathcal{P} dla wszystkich przedmiotów rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$.

Zdania „ten oto kawałek substancji to sól” i „znajdująca się w tym oto naczyniu ciecz to woda” określają rodzaje przedmiotów. Zdanie „ten oto kawałek substancji rozpusza się w cieczy znajdującej się w tym oto naczyniu” stwierdza pewną prawidłowość o rozważanych przedmiotach. Zdanie „sól rozpuszcza się w wodzie” orzeka tę prawidłowość o wszystkich przedmiotach rozważanych rodzajów.

Szczególnym wnioskowaniem jest indukcja matematyczna. Jest to wnioskowanie charakterystyczne dla nauk matematycznych. **Indukcja matematyczna**, jak wszystkie wnioskowania w matema-

¹⁶ W literaturze spotyka się użycie terminu „wnioskowanie indukcyjne” w znaczeniu, które tu zostało nadane wyrażeniu „wnioskowanie uprawdopodobniające”.

tyce, gwarantuje prawdziwość wniosku, jeśli przesłanki są prawdziwe. Ograniczając się do najprostszego wypadku można powiedzieć, że warunkiem zastosowania wnioskowania przez indukcję matematyczną jest, aby elementy zbioru Z – elementy te mogą być przedmiotami wewnątrznie złożonymi – o których będzie się stwierdzać, że zachodzi dla nich pewna prawidłowość \mathcal{P} , można było ustawić tak, jak liczby naturalne w ciąg z elementem pierwszym i ściśle określonym miejscem każdego elementu. Można więc mówić, jak w wypadku liczb naturalnych, o pierwszym, drugim, itd. elemencie zbioru.

Poszczególne przesłanki wnioskowania przez indukcję matematyczną stwierdzają, że:

- 1) prawidłowość \mathcal{P} zachodzi dla pierwszego elementu zbioru Z ,
- 2) jeżeli prawidłowość \mathcal{P} zachodzi dla k -tego elementu zbioru Z , to prawidłowość \mathcal{P} zachodzi dla $(k + 1)$ -elementu zbioru Z .

Wniosek stwierdza zaś, że:

- 3) dla wszystkich elementów zbioru Z zachodzi prawidłowość \mathcal{P} .

O zdaniu stwierdzającym, że „prawidłowość \mathcal{P} zachodzi dla k -tego elementu zbioru Z ”, mówi się, że jest to **założenie indukcyjne**. Założenie indukcyjne wykorzystywane jest w dowodzie przesłanki (2): włącza się je do zbioru przesłanek, na podstawie których dowodzi się zdania będącego następnikiem implikacji (2) („prawidłowość \mathcal{P} zachodzi dla $(k + 1)$ -elementu zbioru Z ”).

Innym wnioskowaniem określanym jako indukcyjne, w którym prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku, jest wnioskowanie przez indukcję enumeracyjną zupełną.

DEFINICJA: Wnioskowanie przez indukcję enumeracyjną zupełną jest wnioskowaniem, w którym:

- 1) poszczególne przesłanki (z wyjątkiem jednej) stwierdzają zachodzenie prawidłowości \mathcal{P} dla n przedmiotów rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$;
- 2) występuje przesłanka stwierdzająca, że przedmioty, o których mowa w poszczególnych przesłankach, są

wszystkimi możliwymi układami przedmiotów rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$;

- 3) wniosek orzeka zaś, że prawdziwość \mathcal{P} zachodzi dla wszystkich przedmiotów rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$.

Rozważmy przykłady:

1. W dostawie obuwia w dniu 21 listopada o poszczególnych parach – na przykład wyjmowanych z jakiegoś zbiorczego opakowania – stwierdza się, że mają rozmiar 6. Następnie stwierdza się, że są to wszystkie pary – zbiorcze opakowanie jest puste. Na tej podstawie wnioskuje się, że „wszystkie obuwie w dostawie z 21 listopada ma rozmiar 6”.
2. Po przepytaniu wszystkich studentów z pewnej grupy \mathcal{G} , stwierdzając o każdym poszczególnym studencie, że przygotował się do zajęć, mam prawo uznać z całkowitą pewnością zdanie: „wszyscy studenci z grupy \mathcal{G} przygotowali się do zajęć”.

Ponieważ wniosek we wnioskowaniu przez indukcję enumeracyjną zupełną jest zdaniem stwierdzającym prawdziwość \mathcal{P} o wszystkich przedmiotach rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$, zatem przesłanki stwierdzające prawdziwość \mathcal{P} o poszczególnych przedmiotach rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$ wynikają z wniosku. Fałszywość którejkolwiek z tych przesłanek przesądza więc o fałszywości wniosku – fałszywe zdanie nie może wynikać ze zdania prawdziwego. W tym omawiany sposób wnioskowania podobny jest do wnioskowania redukcyjnego. Z wniosku nie wynika jednak przesłanka stwierdzająca, że przedmioty, o których mowa w poszczególnych przesłankach, są wszystkimi przedmiotami rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$. Wnioskowanie przez indukcję enumeracyjną zupełną nie jest więc wnioskowaniem redukcyjnym. Fałszywość tej przesłanki nie przesądza fałszywości (ani prawdziwości) wniosku. Może się zdarzyć, że ta przesłanka jest fałszywa, a mimo to wniosek jest prawdziwy. Np. w wypadku, gdy w wyliczeniu pominęliśmy jakiś przedmiot rodzaju \mathcal{R}_i . Jednak, gdy dla tego przedmiotu z odpowiednimi innymi z pozostałych rodzajów będzie zachodzić prawdziwość \mathcal{P} , to wniosek będzie prawdziwy.

Wnioskowanie przez indukcję enumeracyjną zupełną jest wnioskowaniem dedukcyjnym. Inaczej jest w wypadku wnioskowania przez indukcję enumeracyjną niezupełną, które jest wnioskowaniem uprawdopodobniającym.

Indukcja enumeracyjna niezupełna od indukcji enumeracyjnej zupełnej różni się brakiem przesłanki stwierdzającej, że przedmioty, o których mowa w poszczególnych przesłankach, są wszystkimi przedmiotami rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$.

DEFINICJA: Wnioskowanie przez indukcję enumeracyjną niezupełną jest wnioskowaniem, w którym:

- 1) każda przesłanka stwierdza zachodzenie prawdziwości \mathcal{P} dla n przedmiotów rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$;
- 2) wniosek orzeka zaś, że prawdziwość \mathcal{P} zachodzi dla wszystkich przedmiotów rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$.

Prawdziwość przesłanek we wnioskowaniu przez indukcję enumeracyjną niezupełną nie daje gwarancji prawdziwości wniosku, czyli tego, że prawdziwość \mathcal{P} zachodzi dla wszystkich przedmiotów rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$. Niewykluczone jest istnienie innych przedmiotów niż te, o których mowa w poszczególnych przesłankach. Nie jest więc też wykluczone, że dla któregoś z tych przedmiotów prawdziwość \mathcal{P} nie będzie zachodzić.

Wnioskowanie przez indukcję enumeracyjną niezupełną jest wnioskowaniem redukcyjnym: wszystkie przesłanki tego wnioskowania wynikają z jego wniosku. Fałszywość jakiejś przesłanki przesądza więc o fałszywości wniosku. Skoro bowiem przesłanki wynikają z wniosku, a z prawdziwego zdania nie może wynikać fałszywe, zatem jeśli jakaś przesłanka jest fałszywa, to wniosek jest też fałszywy.

Ocena poprawności wnioskowania przez indukcję enumeracyjną niezupełną wymaga określenia prawdopodobieństwa prawdziwości wniosku przy danych przesłankach. Czy np. odpowiedź jednego studenta na pytanie o powód wyboru kierunku studiów wystarcza dla przyjęcia wniosku, że taki sam powód mieli wszyscy inni studenci

tego kierunku? Czy też trzeba przepytac ponad 50% studentów, aby móc z wystarczającym stopniem pewności wskazywać powód wyboru studiów? Wnioskujemy przez indukcję enumeracyjną niezupełną, gdy na podstawie tego, że w zarejestrowanych dotychczas (jest to pewna skończona liczba) zachorowaniach na malarię w każdym wypadku chory był ukąszony przez komara, stwierdzamy: „w każdym wypadku (zarejestrowanym a także w każdym nie zarejestrowanym, który miał miejsce w przeszłości i w każdym, który będzie miał miejsce w przyszłości), gdy ktoś jest chory na malarię, to ten ktoś był ukąszony przez komara”. Czy to, że we wszystkich dotychczas zarejestrowanych wypadkach taki związek miał miejsce wystarcza dla jego uogólnienia? Są to pytania, na które szuka się odpowiedzi w logice indukcji. Wskażmy niektóre aspekty tej odpowiedzi.

Stopień pewności, z jakim mamy prawo uznać wniosek, zależy od jego ogólności. Po przebadaniu grupy studentów szkoły Sz , kierunku studiów K i rocznika R oraz stwierdzeniu, że wszyscy przebadani mieli cechę c , mogą np. wnioskować:

1. Wszyscy studenci mają cechę c ;
albo
2. Wszyscy studenci kierunku studiów K mają cechę c ;
albo
3. Wszyscy studenci szkoły Sz na kierunku K mają cechę c .
W stosunku do 1–3 najmniej ogólny byłby wniosek, że
4. Wszyscy studenci szkoły Sz studiujący na kierunku K z rocznika R mają cechę c .

Czynnikiem wpływającym na zwiększenie pewności co do prawdziwości wniosku jest liczba przesłanek stwierdzających prawidłowość P : im więcej przesłanek, tym większy stopień pewności. Powody ekonomiczne (badania są kosztowne) i czasowe (badania są czasochłonne a ich wyniki ulegają dezaktualizacji, gdy zajdzie sytuacja, którą miały przewidywać; w wypadku zbyt długiego rozciągnięcia badań w czasie należy się również liczyć z dezaktualizacją wcześniej uzyskanych wyników) nakazują nam jednak ograniczyć liczbę przebadanych wypadków. Chodzi więc i o to, aby – skoro musimy się ograniczyć – dobrać

przedmioty tak, aby przebadane wypadki dawały prawo do możliwie największego stopnia pewności. Temu sprzyja zróżnicowanie rozważanych przedmiotów pod względem cech znaczących dla prawidłowości P , której zachodzenie stwierdzamy we wniosku. To, co jest znaczące dla danej prawidłowości, jest w głównej mierze sprawą intuicji, która jest doskonała – np. w wypadku nauki – przez doświadczenie i tradycję szkoły badawczej.

Z wnioskowaniem przez indukcję enumeracyjną wiąże się **uzasadnianie przez przykłady**. Ten zabieg w istocie nie różni się formalnie od wnioskania przez indukcję enumeracyjną. Jest tu raczej różnica w punkcie wyjścia rozumowania. Jeśli bowiem w indukcji enumeracyjnej kładziemy akcent na to, że mamy dane przesłanki, to w uzasadnianiu przez przykłady tym, co dane w punkcie wyjścia, jest wniosek. We wnioskowaniu przez indukcję enumeracyjną niezupełną, jeśli z wniosku wynika zdanie fałszywe, to wniosek jest fałszywy. Jeśli uzasadniając przez przykłady znajdziemy kontrprzykład, to również teza, którą chcieliśmy uzasadnić, jest fałszywa.

Termin „przykład” ma też inne znaczenie. O przykładzie mówimy w dydaktyce wówczas, gdy w sposób przystępny, na ile to możliwe, chcemy obrazować jakąś tezę, teorię itp. Na przykład w niniejszej książce podajemy przykłady rozumowań.

2.3.6. Wnioskowania statystyczne

Trudno dzisiaj wyobrazić sobie funkcjonowanie społeczeństwa bez korzystania z uogólnienia statystycznego. Korzystają z niego instytucje ważne dla życia społecznego i ekonomicznego – towarzystwa ubezpieczeniowe, agencje marketingowe, ośrodki badania opinii publicznej itp. Statystyka matematyczna jest działem matematyki wyższej. Nie zajmujemy się tu statystyką i dlatego w opisie wnioskowań statystycznych możemy jedynie dążyć do urobienia siebie lepszego ich obrazu.

Towarzystwo ubezpieczeniowe korzystając z wnioskania statystycznego ocenia wysokość składki ubezpieczenia samochodów od uszkodzeń i kradzieży: bada się częstość tego rodzaju zdarzeń, prze-

ciętną wysokość szkody w zależności od wartości samochodu itp. Badania te przeprowadza się na pewnej niewielkiej (w stosunku do wszystkich) liczbie samochodów. Firma produkująca makarony zainteresowana jest określeniem popytu na określony rodzaj makaronu: badania przeprowadza się na niewielkiej liczbie konsumentów. Ośrodek badania opinii publicznej chce przewidzieć wyniki wyborów prezydenckich: ankietuje pewną liczbę uprawnionych do głosowania. Wyniki tych badań zostają statystycznie (tzn. zgodnie z zasadami statystyki) uogólnione. To statystyczne uogólnienie obejmuje określenie wiarygodności (w) oraz wskazuje dopuszczalną wielkość błędu (b).

Najogólniej rzecz biorąc:

DEFINICJA: Wnioskowanie statystyczne to wnioskowanie, w którym przesłanka stwierdza, że dla $p\%$ z m wypadków n przedmiotów należących do rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$, czyli próby, zachodzi prawidłowość \mathcal{P} , a wniosek – że ze stopniem wiarygodności w dla $(p \pm b)\%$ wszystkich wypadków n przedmiotów należących do rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$, czyli populacji, zachodzi prawidłowość \mathcal{P} .

Wnioskowanie przez indukcję enumeracyjną jest skrajnym wypadkiem wnioskowania statystycznego: wnioskowanie statystyczne jest wnioskowaniem przez indukcję enumeracyjną niepełną, gdy we wszystkich badanych wypadkach, czyli gdy $p = 100\%$, dla n przedmiotów należących do rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$ zachodzi prawidłowość \mathcal{P} . We wnioskowaniu przez indukcję enumeracyjną niepełną jeden wypadek n przedmiotów należących do rodzajów $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_n$, dla których nie zachodzi prawidłowość \mathcal{P} , powoduje odrzucenie wniosku. We wnioskowaniu statystycznym takie przypadki mają jedynie wpływ na wielkość procentu p . Stosowanie aparatu statystyki matematycznej jest tym, co różni istotnie wnioskowania statystyczne od wnioskowań przez indukcję enumeracyjną niepełną. Zapoznamy się z niektórymi pojęciami teorii wnioskowań statystycznych rezygnując z ich ścisłego opisu, jest on bowiem możliwy tylko z zastosowaniem aparatu statystyki matematycznej.

Wnioskując coś o wielkiej liczbie przypadków na podstawie informacji o małej ich liczbie zakładamy, że ta mała grupa zbadanych przypadków, zwykle określana jako **próba**, reprezentuje tę dużą grupę przypadków, którą nazywa się **populacją**. To reprezentowanie ma miejsce wówczas, gdy stosowne cechy przypadków składających się na pobraną próbę są typowe dla reprezentowanej grupy. Dla uogólnienia statystycznego stopień uzasadnienia wniosku istotnie zależy od tego, jak trafnie została dobrana próba.

Podobnie jak w wypadku wnioskowania przez indukcję enumeracyjną niepełną, stopień uzasadnienia wniosku wzrasta wraz ze wzrostem liczby zbadanych przypadków. Jak wielką próbę należy rozważyć, aby móc uznawać wniosek? Zbyt mała nie daje podstaw do uznania, za duża zbyt wiele «kosztuje». Odpowiedź na postawione pytanie zależy od określenia dwóch czynników: **przedziału ufności** lub **marginusu błędu**, lub **stopnia dokładności**, jaki dopuszczamy i **poziomu ufności** lub **stopnia wiarygodności**, którego oczekujemy.

Dla ułatwienia zrozumienia, czym są te czynniki, rozważmy przykład pomiaru odcinków. Powiedzmy, że mamy dziesięć odcinków, których długości są wyrażone w milimetrach: 99.0, 99.5, 99.55, 99.98, 99.999, 10.001, 10.02, 10.45, 10.5, 11.4. Mierząc z dokładnością do 0.01 mm, mamy dwa odcinki długości 10 cm (99.999, 10.001), czyli 20% wszystkich odcinków. Jeśli mierzymy z dokładnością do 0.1 mm, długość 10 cm mają odcinki: 99.98, 99.999, 10.001, 10.02, tj. 40% wszystkich odcinków. Jeśli zwiększymy dopuszczalny błąd pomiaru i mierzymy z dokładnością do 1 mm, długość 10 cm mają odcinki: 99.5, 99.55, 99.98, 99.999, 10.001, 10.02, 10.45, 10.5, czyli 8 odcinków, co daje 80% ich ogólnej liczby. Jeśli wykonujemy pomiary, powiedzmy z dokładnością do 5 mm, wszystkie nasze odcinki mają długość 10 cm. Stopień pewności, że wskazany odcinek ma długość 10 cm zależy od przyjętego dopuszczalnego błędu pomiaru. Gdy będzie to 0.01 mm, to ten stopień pewności wynosi 20%, 0.1 mm – 40%, 1 mm – 80%, 5 mm – 100%.

Powiedzmy, że chcemy określić, jaki procent z 50.000 studentów uniwersytetów podziela poglądy demokratyczne.

Po pierwsze, musimy zdecydować się na wielkość dopuszczalnego błędu. Niech ten błąd wynosi 5%. Wielkość błędu w publikowanych wynikach wskazywana jest np. frazami „z dokładnością do 5%”, „plus minus 5%”. Niech z badań ankietowych wynika, że 40% studentów to demokraci. W tym wypadku mamy prawo twierdzić, że od 35% do 45% studentów podziela poglądy demokratyczne. Przedział ufności tych badań mieści się między 35% a 45%. Badania są przeprowadzone ze stopniem dokładności 5% – margines błędu.

Po drugie, musimy określić oczekiwany poziom ufności lub stopień wiarygodności. Chcemy wiedzieć, z jakim stopniem pewności można przyjąć uogólnienie. Gdy przyjmujemy 90-procentowy poziom wiarygodności, to dziesięciu demokratów poza jednym znajdzie się w przedziale ufności, czyli między 35% a 45%. Osiągnięcie tego przedziału ufności przy dopuszczalnym 5% błędzie jest możliwe – jest to wynik obliczeń statystycznych – po określeniu poglądów 270 studentów. Okazuje się – są to wyniki obliczeń statystycznych – że w wypadku, gdy próba liczy 270 studentów można dokonać uogólnienia z prawie takim samym poziomem ufności i takim samym marginesem błędu również wtedy, gdy populacja liczy 6.000, 25.000, 50.000 lub 500.000. W wypadku statystycznego uogólnienia procent populacji, który stanowi próba, jest zwykle bez znaczenia dla poziomu ufności. Ten zaskakujący fakt daje praktyczną możliwość sprawnego przeprowadzania badań ankietowych.

Im mniejszy margines błędu zamierzamy tolerować i im większego stopnia ufności oczekujemy, tym próba musi być większa. Poniższa tabela ilustruje te zależności dla wypadku, gdy populacja liczy 330.000, przy założeniach, że przynajmniej połowa populacji ma cechę, która nas interesuje i że jest to populacja jednorodna ze względu na badaną charakterystykę.

		Ufność			
		99%	95%	90%	80%
Margines	1%	16.650	9.600	6.725	4.100
	2%	4.163	2.400	1.681	1.025
	3%	1.850	1.067	747	456
błądu	4%	1.041	600	420	256
	5%	666	384	269	164
	10%	154	96	68	41

Zwykle grupy, których cechy badamy, nie są jednorodne. Podobnie jak w wypadku wnioskowania przez indukcję enumeracyjną niezupełną należy dążyć do jak największego zróżnicowania branych pod uwagę członków grupy. Jest to jeden ze sposobów zwiększania poziomu ufności uogólnienia.

Powiedzmy, że prowadzimy badania cen w sklepach z artykułami spożywczymi. Poziom ufności będzie różny w wypadkach, gdy pod uwagę weźmiemy tylko ceny:

- (a) chleba,
- (b) chleba, bułek, ziemniaków i marchwi;
- (c) chleba, bułek, ziemniaków, marchwi, jabłek i ryżu.

W wypadku (c) wyniki naszych badań będą miały największy stopień wiarygodności.

Jak wybrać próbę, aby była możliwie reprezentatywna? Najbardziej powszechną praktyką jest przeprowadzenie badań na próbie losowej.

DEFINICJA: Próba losowa to taka próba, w której każdy element populacji ma jednakowe szanse bycia elementem tej próby.

Losowy charakter próby nie gwarantuje jeszcze jej reprezentatywności. Czyni ją jednak prawdopodobną. Próba taka wystarcza w wypadku, gdy populacja jest jednorodna. Jednak w wypadku, gdy tak nie jest, lepiej przeprowadzić badania na **ustratyfikowanej próbie**

losowej. Populacja dzielona jest na podgrupy charakterystyczne dla badanej cechy. W ramach każdej podgrupy brana jest próba losowa. Wyborców ze względu na preferencje wyborcze w wyborach prezydenckich można podzielić np. na mieszkańców miast i mieszkańców wsi. Można podzielić ze względu na rodzaj wykształcenia: zawodowe, średnie, wyższe. Preferencje zależą też od sytuacji społecznej – inaczej zachowują się w wyborach osoby uczące się a inaczej pracujące, jeszcze inaczej bezrobotne. Te podziały można krzyżować uzyskując więcej podgrup. Z każdej podgrupy należy wziąć próbę losową tak, aby proporcje liczbowe tych prób losowych były takie same, jak proporcje liczbowe podgrup w populacji.

Uzyskanie próby losowej nie jest sprawą prostą. Idealna metoda polegałaby na ponumerowaniu wszystkich elementów populacji i wybór próby przez losowy ciąg liczb. Po pierwsze, jest jednak sprawą trudną ponumerowanie elementów niektórych populacji. Jak np. ponumerować wróble, nawet gdyby chodziło o wróble w jednym mieście? Tylko pozornie prościej wygląda to w wypadku ludzi. Powiedzmy, że w wyborach prezydenckich biorą udział tylko ludzie, którzy mają PESEL. Jednak oprócz pełnej listy PESEL potrzebne są jeszcze nazwiska i adresy wylosowanych osób, a to należy do sfery prywatności i jest zastrzeżone. Po drugie, gdyby nawet udało się dotrzeć do wszystkich wybranych osób, to może się zdarzyć, że dana osoba odmówi udzielenia stosownych odpowiedzi. Powody nieudzielenia odpowiedzi bywają różne. Począwszy od braku czasu, a na obawie przed wypełnianiem jakichkolwiek druków skończywszy. Osoba ankietowana nawet w wypadku zachowania pełnej anonimowości i dyskretności może też udzielić odpowiedzi fałszywej, co miało miejsce np. w wyborach prezydenckich w 1995 r.

Zwykle wybór ankietowanych osób dokonywany jest w sposób mniej idealny niż poprzez ponumerowanie wszystkich członków populacji. Ankieterzy korzystają np. z książek telefonicznych. Przeprowadzana w ten sposób ankieta na temat preferencji przy zakupach kurtek zimowych – autorowi niniejszej książki zdarzyło się być ankietowanym w ten sposób – nie uwzględnia tych, którzy nie posiadają telefonów i przez to dane tej ankietki mogą być zafałszowane, jeśli chodzi np. o akceptowane ceny kurtek. Zagrożeniem dla ankietki w

sprawie kosmetyków samochodowych, przeprowadzonej według wylosowanych numerów rejestracyjnych jest fakt, że nie wszyscy posiadacze samochodów mają jednakowe szanse, większe mają ci, którzy mają więcej niż jeden samochód. Losowanie według numerów praw jazdy uwzględnia również osoby, które mają prawo jazdy, ale nie mając samochodu nie są nabywcami kosmetyków samochodowych. Praktykowane sposoby ankietowania przechodniów na ulicy, tzw. sonda uliczna, budzą jeszcze mniej zaufania. Grupa ankietowana nie jest próbą losową – nie każdy bowiem ma jednakowe szanse znajdowania się w danym czasie w danym miejscu

Próbie można określić przez samowybór. Jest to sposób budzący szereg zastrzeżeń. W telewizyjnym programie „100 pytań do ...” komputer rejestruje telefony na „tak” i na „nie”. Próba jest wynikiem samowyboru: do próby należą tylko ci, którzy sami zdecydowali się na to. Decyzja w sprawie bycia respondentem lub nie zależy od zainteresowania ludzi danym problemem i ich możliwości czasowych, technicznych, finansowych (opłata za rozmowę telefoniczną) itp. Wyniki ankiet rozprowadzanych przez czasopisma z trudem daje się uznać za rzetelnie przedstawiające opinie czytelników danego czasopisma, a co dopiero gdyby chcieć je uogólnić np. na wszystkich obywateli państwa. Decyzja o nadesłaniu odpowiedzi na ankietę jest decyzją czytelnika pisma i powstała w ten sposób próba jest daleka od próby losowej. Opinie wyrażane w listach do parlamentu to opinie ludzi, którzy sami zdecydowali się napisać list. Próba powstaje więc na drodze samowyboru. Uogólnienia danych zebranych na próbie będącej wynikiem samowyboru mogą być interesujące, nie mogą być jednak uznane za reprezentatywne i oparte na nich statystyczne uogólnienie budzi wątpliwości.

Zwykle nie wszyscy, którzy znaleźli się w reprezentatywnej próbie losowej, odpowiadają na pytania ankietki. Czy mimo to próba pozostaje reprezentatywna? Byłoby tak, gdyby grupa, która nie udzieliła odpowiedzi powstała poprzez wybór losowy. Najczęściej jednak tak nie jest. W wypadku badań populacji obejmującej całe społeczeństwo należy się np. liczyć z brakiem odpowiedzi ze strony ludzi z najniższego i najwyższego szczebla drabiny społecznej. Z tego powodu na-

wet najstaranniej dokonana próba losowa nie może dawać wyników, które można przyjmować bez zastrzeżeń.

2.3.7. Milla kanony indukcji eliminacyjnej

Do wnioskowań dedukcyjnych może być zaliczone wnioskowanie zwane **indukcją eliminacyjną**¹⁷. Pierwszy systematyczny wykład tej teorii wnioskowań dał Franciszek Bacon (początek XVII w.). Istotne jej rozwinięcie i klasyczne sformułowanie jest dziełem innego brytyjskiego filozofa, Johna Stuarta Milla (połowa XIX w.). Indukcja eliminacyjna obejmuje pięć sposobów wnioskowania zwanych kanonami (jak nazywał je sam Mill) lub metodami Milla. Kanony te to metoda zgodności, metoda różnicy, połączona metoda zgodności i różnicy, metoda reszt oraz metoda zmian towarzyszących.

Kanony indukcji eliminacyjnej Milla są pewnymi sposobami rozumowania. Można je postrzegać również jako metody heurystyczne, czyli narzędzia znajdowania praw. Sądzi się, że podstawą praw przyrody są związki przyczynowo-skutkowe między zjawiskami. O związku przyczynowo-skutkowym mówią również prawnicy, np. w uzasadnieniu wyroku z 29 lipca 1996 r., uniewinniającego gen. Czesława Kiszczaka, mówi się o braku dowodów na istnienie związku przyczynowego między szyfrogramem, a tragicznymi wydarzeniami w kopalniach. Kanony Milla miałyby służyć do wykrywania przyczyny lub skutku jakiegoś zjawiska. Omówienie kanonów Milla musimy zatem poprzedzić próbą zrozumienia, czym są przyczyna i skutek oraz czym jest związek przyczynowo-skutkowy.

2.3.7.1. Związek przyczynowo-skutkowy

Określenie, czym jest związek przyczynowo-skutkowy wymaga uprzedniego zdefiniowania pojęcia warunku koniecznego i pojęcia warunku wystarczającego.

¹⁷ Oryginał sformułowania nasuwają szereg wątpliwości. Wnioskowanie przez indukcję eliminacyjną zostało zinterpretowane jako dedukcyjne przez np. K. Ajdukiewicza.

DEFINICJA: Warunkiem koniecznym (*conditio sine qua non*) zjawiska Z jest różne od niego zjawisko Z_1 takie, że zawsze jeśli nie zaistnieje zjawisko Z_1 , to nie zaistnieje zjawisko Z .

Warunek konieczny zjawiska Z , to takie zjawisko Z_1 , bez zaistnienia którego nie może zaistnieć Z . Jest zatem tak, że jeżeli zachodzi zjawisko Z , to również zachodzi zjawisko Z_1 , czyli¹⁸:

$$Z \rightarrow Z_1.$$

Warunkiem koniecznym tego, aby żarówka świeciła, jest sprawność spiralki jarzeniowej (aby nie była przepalona). Gdy spiralka jest przepalona, żarówka nie będzie świecić. Jeżeli żarówka świeci, to jej spiralka nie jest przepalona. Całość spiralki nie wystarcza jednak, aby żarówka świeciła. Spełnienie warunku koniecznego zjawiska Z nie musi pociągać za sobą zajścia tego zjawiska. Warunkiem koniecznym wymierzenia komuś kary pozbawienia wolności jest uznanie tego kogoś za winnego popełnienia czynu niezgodnego z prawem. Uznanie kogoś za winnego popełnienia czynu niezgodnego z prawem nie musi jednak pociągać za sobą kary pozbawienia wolności. Zjawisko może mieć więcej niż jeden warunek konieczny. Na przykład warunkami koniecznymi wymierzenia komuś kary pozbawienia wolności są uznanie tego kogoś za winnego czynu zagrożonego karą pozbawienia wolności, uznanie tego kogoś za poczytalnego, odpowiedni wiek. Pytanie, czy każde zjawisko musi mieć jakiś warunek konieczny, jest pytaniem ontologicznym i wiąże się z zagadnieniem przyczynowości.

DEFINICJA: Warunkiem wystarczającym zjawiska Z jest różne od niego zjawisko Z_1 takie, że zawsze jeśli zaistnieje zjawisko Z_1 , to zaistnieje zjawisko Z .

Warunkiem wystarczającym zjawiska Z jest zjawisko Z_1 takie, że nie może być tak, aby zaistniało Z_1 , a nie zaistniało Z , czyli¹⁹:

¹⁸ Przyjmujemy nie wchodząc w bliższe szczegóły, że „ Z ” i „ Z_1 ” są zdaniem.

¹⁹ Zob. przypis poprzedni.

$$Z_1 \rightarrow Z.$$

Warunkiem wystarczającym świecenia się żarówki są (1) sprawność żarówki i (2) podłączenie do prądu elektrycznego o parametrach właściwych dla danej żarówki. Zjawisko może mieć więcej niż jeden warunek konieczny. Wszystkie warunki konieczne mogą łącznie tworzyć warunek wystarczający. Każdy z warunków (1) i (2) jest warunkiem koniecznym świecenia się żarówki. Łącznie tworzą one warunek wystarczający. Jeśli tylko oba zjawiska, (1) i (2), będą zachodziły, to żarówka będzie świecić. Zjawisko może mieć więcej niż jeden warunek wystarczający. Na przykład na niektórych kierunkach studiów, aby zostać studentem, wystarczy zdać egzamin wstępny lub wystarczy być laureatem olimpiady przedmiotowej zgodnej z tym kierunkiem studiów. Pytanie, czy każde zjawisko musi mieć jakiś warunek wystarczający, jest pytaniem ontologicznym i wiąże się z zagadnieniem przyczynowości.

DEFINICJA: Warunkiem koniecznym i wystarczającym zjawiska Z jest różne od niego zjawisko Z_1 takie, że zawsze, jeśli zaistnieje zjawisko Z , to zaistnieje zjawisko Z_1 oraz zawsze jeśli zaistnieje zjawisko Z_1 , to zaistnieje zjawisko Z .

Warunek konieczny i wystarczający zarazem to warunek, który jest konieczny i warunek, który jest wystarczający. Fakt, że Z_1 jest warunkiem koniecznym i wystarczającym zjawiska Z możemy wyrazić następująco²⁰:

$$(Z \rightarrow Z_1) \wedge (Z_1 \rightarrow Z)$$

lub w sposób równoważny:

$$Z \leftrightarrow Z_1.$$

²⁰ Zob. przedostatni przypis.

Warunkiem koniecznym i wystarczającym tego, by prostokąt był kwadratem, jest równość jego boków. Takim warunkiem jest też równość przekątnych. Warunkiem koniecznym i wystarczającym, aby ciało poruszało się ruchem przyspieszonym jest, aby na to ciało działała nie zrównoważona siła.

Słowo „przyczyna” może być użyte w znaczeniu „warunek konieczny” i może być użyte w znaczeniu „warunek wystarczający”. Ta różnica w użyciu określenia „przyczyna” ma charakter pragmatyczny, czyli znajduje oparcie w naszej postawie wobec zjawiska, o którego przyczynie mowa.

Pytamy o przyczynę w sensie warunku koniecznego, gdy pytamy o przyczynę zjawiska niepożądanego, gdy jesteśmy zainteresowani jego eliminacją. Dla jego wyeliminowania wystarcza usunięcie któregoś z warunków koniecznych. Lekarz mówiąc, że infekcja jest przyczyną choroby, mówi o przyczynie jako warunku koniecznym choroby. Przepisuje lekarstwo, które tę przyczynę usunie. Wynikiem jej likwidacji będzie powrót pacjenta do zdrowia. Przyczyną wysokiego bezrobocia w jakimś regionie jest niedorozwój gospodarczy tego regionu. Jest to warunek konieczny, ale niewystarczający. W warunkach systemu socjalistycznego bezrobocia nie ma mimo niedorozwoju gospodarczego. Trwałego rozwiązania problemu wysokiego bezrobocia w warunkach gospodarki rynkowej dokonuje się poprzez wsparcie rozwoju gospodarczego regionu, w którym występuje wysokie bezrobocie.

Pytamy o przyczynę w sensie warunku wystarczającego, gdy pytamy o przyczynę zjawiska pożądanego, gdy jesteśmy zainteresowani zaistnieniem tego zjawiska. Dla jego zaistnienia wystarcza stworzenie któregoś z warunków wystarczających. Pytamy więc o przyczynę dobrej kondycji fizycznej. Pytamy o przyczynę wzrostu gospodarczego. W jednym i w drugim wypadku chodzi nam o wszystko to, dzięki czemu – w pierwszym wypadku – ktoś utrzymuje się w dobrej kondycji fizycznej, a w drugim – następuje wzrost gospodarczy.

W innym sensie niż jako warunek konieczny lub wystarczający o przyczynę pyta np. policja lub firma ubezpieczeniowa. Instytucjom tym chodzi nie o zjawiska, lecz o działanie (lub brak działania) i jego

sprawcę. Co instytucjom tym przysłoby z tego, że zostałyby dobrze określony warunek wystarczający pożaru, a nie byłoby odpowiedzi na pytanie, czy ktoś był jego sprawcą?

Wskazane wyżej znaczenia terminu „przyczyna” nie wyczerpują wszystkich jego rozumień. Świadomość jego wieloznaczności jest dawna. Już Arystoteles wyróżniał cztery rodzaje przyczyn: sprawczą, materialną, formalną i celową.

O zjawisku, dla którego wskazujemy przyczynę mówimy, że jest **skutkiem** tej przyczyny. Zjawisko-przyczyna i zjawisko-skutek pozostają ze sobą w **związku przyczynowo-skutkowym**. W wypadku, gdy przyczyna jakiegoś zjawiska ma przyczynę w innym zjawisku, a to w innym itd., mówimy o **łańcuchu przyczynowo-skutkowym**. Jeśli mamy łańcuch przyczynowo-skutkowy, to możemy mówić o przyczynie bezpośredniej, bliższej i dalszej. Ma to miejsce dla ostatniego, trzeciego, z omówionych rozumień słowa „przyczyna”. Na przykład, bezpośrednią przyczyną pożaru fabryki było zaproszenie ognia przez jej właściciela. Pośrednią przyczyną była chęć uzyskania odszkodowania od firmy ubezpieczeniowej. Dalszą przyczyną był stan techniczny fabryki wymagający znacznych inwestycji modernizacyjnych. Oczywiście, przedstawiciel firmy ubezpieczeniowej jest zainteresowany bezpośrednią przyczyną pożaru.

Dość powszechnie podzielana jest opinia, że «nic nie dzieje się bez przyczyny». W filozofii dyskutuje się **zasadę przyczynowości**, która głosi, że:

dla zjawiska Z_1 zachodzącego w chwili t_1 istnieje zjawisko Z_2 zachodzące w chwili t_2 wcześniejszej niż t_1 ($t_2 < t_1$), które jest przyczyną zjawiska Z_1 .

Słyszymy czasem, że «nic nie pozostaje bez skutku». Stwierdzeniu temu można by nadać postać analogiczną do zasady przyczynowości. Byłaby to **zasada skutkowości**:

dla zjawiska Z_1 zachodzącego w chwili t_1 istnieje zjawisko Z_2 zachodzące w chwili t_2 późniejszej niż t_1 ($t_1 < t_2$), które jest skutkiem Z_1 .

W opisie kanonów Milla pomija się stosunek „wcześniej-później” między przyczyną a skutkiem i mówi się o nich po prostu jako o zjawiskach towarzyszących.

Żywimy przekonanie, że zjawisko może mieć więcej niż jedną przyczynę. Przyczyną wyżki cen ropy naftowej może być groźba wojny w Zatoce Perskiej, może być spadek wydobycia i eksportu z obszarów byłego Związku Radzieckiego, może być zwiększony popyt powstały przez zlecenia wojskowe na uzupełnienie zapasów strategicznych, może być zmowa największych eksporterów w sprawie podwyżki cen itd. Każda ze wskazanych przyczyn jest – jak się zdaje – warunkiem wystarczającym. Idea wielości przyczyn jest niezgodna z koncepcją dokładnie jednej przyczyny danego skutku, czyli **zasadą jedności przyczyny**. Ma to być jedna przyczyna, choć może być złożona, może składać się z wielu czynników, które wszystkie muszą zachodzić, aby zaszedł dany skutek. Gdyby chcieć pogodzić przekonanie o różnych przyczynach z koncepcją jednej przyczyny w wypadku przykładu ze wzrostem cen ropy, to można przyjąć, że choć wyżka cen ropy w ogóle ma wiele przyczyn, to ta oto wyżka cen ma dokładnie jedną przyczynę. Pozorna wielość przyczyn znika, gdy skutek jest opisany wystarczająco szczegółowo. Idei wielości przyczyn przeciwstawia się stwierdzenie, że „każda różnica musi powodować różnicę”. Jeśli skutki się nie różnią, to i ich przyczyny się nie różnią.

Zdanie do powyższego odwrotne, a mianowicie: „jeśli przyczyny się nie różnią, to ich skutki się nie różnią” lub – co na jedno wychodzi – „podobne przyczyny powodują podobne skutki” wyraża zasadę dającą podstawę dla możliwości praw przyczynowych, czyli zdań stwierdzających zachodzenie związku przyczynowo-skutkowego pomiędzy zjawiskami z jednej określonej klasy zjawisk-przyczyn i zjawiskiem z innej określonej klasy zjawisk-skutków.

Prawa przyczynowe mają stosować się do sytuacji rzeczywistych. Sytuacje rzeczywiste są konkretne. Zatem odkrycie prawa przyczynowego wiąże się z pojęciowaniem, inaczej konceptualizacją. Konkretny wypadek przyczyny musi być desygmatem pewnego pojęcia, podobnie skutek. Prawo musi być ogólne, czyli stosować się do pewnej klasy związku przyczynowo-skutkowego. W wypadku nietrafnego wyróżnienia klasy zjawisk, które miałyby być przyczynami, lub klasy zjawisk,

które miałyby być skutkami, nie dochodzi do właściwego uchwycenia związku przyczynowo-skutkowego. Na przykład, gdy nie odróżnia się dwóch rodzajów wirusów powodujących różne schorzenia, nie można sformułować prawa mówiącego o związku przyczynowo-skutkowym między infekcją a schorzeniem. Podobnie, gdybyśmy nie odróżniali dwóch rodzajów schorzeń powodowanych przez różne infekcje. Gatunki zwierzęce nie są czymś oczywistym samo przez się. Mają one podstawy w rzeczywistości. Jednak człowiek ostatecznie zdecydował o takim a nie innym rozumieniu, co to jest ryba i co to jest ssak. Ten wybór podyktowany względami nauk biologicznych spowodował, że wieloryb nie jest desygnatem nazwy „ryba”, a jest desygnatem nazwy „ssak” (nim w biologii tego nie rozstrzygnięto, pojęcie ryby było takie, że jego desygnatami były wieloryby; reliktem tego rozumienia ryby jest nazwa wieloryba). Do dziś np. utrzymał się pochodzący od Teofrasta (371–285 r. p.n.e.) podział roślin na zielne, krzewy i drzewa. Zajmujący się biologią molekularną zgłaszają wątpliwości co do trafności dotychczasowej systematyki świata ożywionego. Generalizacja, czyli uogólnienie obserwowanych związków między określonymi zjawiskami-przyczynami i określonymi zjawiskami-skutkami oraz sformułowanie prawa przyczynowego możliwe są wówczas, gdy mamy właściwe pojęcia (trafnie wyróżniamy klasy) zjawisk-przyczyn i zjawisk-skutków. Że nasze rozważania nie są czysto abstrakcyjne, świadczy o tym to, iż np. dziś jeszcze spotykamy się z poszukiwaniem istnienia związku przyczynowo-skutkowego między tym, jak ktoś spojrział, a tym, że ktoś na kogo spojrział zachorował, lub pomiędzy charakterem i losem kogoś, a tym, pod jakim znakiem zodiaku ten ktoś się urodził.

2.3.7.2. Indukcja eliminacyjna

Dla uzasadnienia prawa przyczynowego stwierdzającego zachodzenie związku przyczynowo-skutkowego można wykorzystać wnioskowanie przez indukcję enumeracyjną (niezupełną – prawo winno bowiem stosować się do nieograniczonej liczby wypadków). Wnioskowanie przez indukcję nie wyczerpuje jednak wszystkich sposobów uzasadniania praw przyczynowych. Do tego celu mogą być też wykorzystane metody wnioskowania przez indukcję eliminacyjną, która ma jeszcze i tę zaletę, że daje podstawę dla metod odkrywania praw

przyczynowych. Dodajmy jednak, że sama taką metodą nie jest, choć inaczej sądził Mill. Najogólniej rzecz biorąc

DEFINICJA: Indukcja eliminacyjna jest wnioskowaniem, w którym:

- 1) jedna z przesłanek – p_a – jest alternatywą ($n + 1$) zdań ogólnych stwierdzających pewną prawidłowość dla zjawisk określonych rodzajów,
- 2) pozostałe przesłanki – p_1, p_2, \dots, p_n – są zdaniami szczegółowymi zaprzeczającymi prawidłowościom stwierdzanym w poszczególnych członach alternatywy p_a z wyjątkiem tylko jednego członu,
- 3) wniosek jest zdaniem ogólnym; członem alternatywy p_a , który nie został zaprzeczony przez przesłanki szczegółowe p_1, p_2, \dots, p_n .

Wnioskowanie przez indukcję eliminacyjną jest wnioskowaniem dedukcyjnym – prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku. Przesłanka p_a jest alternatywą. Dla prawdziwości alternatywy konieczna jest prawdziwość przynajmniej jednego jej członu. Ponieważ przesłanki p_1, p_2, \dots, p_n wykluczają prawdziwość wszystkich członów z wyjątkiem jednego, zatem ten jeden musi być prawdziwy. Człon ten jest wnioskiem, a więc wniosek ma zagwarantowaną prawdziwość – jeśli tylko wszystkie przesłanki są prawdziwe.

Poszczególne kanony różnią się głównie sposobem «eliminowania» (z wyjątkiem jednego) członów alternatywy p_a .

Mill utrzymywał, że jego metody są: (1) regułami dowodzenia oraz (2) narzędziem odkrywania praw (metodą heurystyczną). Jeśli przyjąć zasadę przyczynowości, czyli uznać, że zjawisko ma wśród zjawisk mu towarzyszących swą przyczynę, oraz przyjąć zasadę jedności przyczyny, czyli uznać, że dane zjawisko ma tylko jedną przyczynę, powyższe rozumowanie daje podstawę dla dyrektywy praktycznej:

jeśli wiadomo, że jedno ze zjawisk Z_1, Z_2, \dots, Z_n jest przyczyną zjawiska Z to, aby znaleźć przyczynę Z ,

wystarczy dla każdego poza jednym ze zjawisk Z_1, Z_2, \dots, Z_n wskazać (na drodze eksperymentu lub obserwacji) takie sytuacje, w których zachodzi Z , a to zjawisko nie zachodzi.

To, w jaki sposób wskazuje się sytuacje, w których jedno zjawisko zachodzi, a drugie nie zachodzi różnicuje metody Milla.

Istotnym problemem praktycznym realizacji powyższej dyrektywy jest wskazanie zjawisk Z_1, Z_2, \dots, Z_n tak, aby wśród nich było zjawisko będące przyczyną zjawiska Z . Korzystając z zasady przyczynowości możemy przyjąć, że wśród zjawisk towarzyszących zjawisku Z zawsze, kiedy tylko to zjawisko wystąpi, będzie też miało miejsce zjawisko będące jego przyczyną. Pozostawałby więc tylko problem identyfikacji zjawisk towarzyszących zjawisku Z . Należałoby przyjąć, że każde kilka zjawisk tworzy zjawisko złożone. Samo zaś zjawisko może być analizowane jako pewne zjawisko złożone (z kilku zjawisk). Gdyby więc były wskazane absolutnie wszystkie zjawiska towarzyszące zjawisku Z , to na mocy zasady przyczynowości uprawnione byłoby stwierdzenie, że wśród tych zjawisk znajduje się zjawisko będące przyczyną Z . Jeżeli zaś tak nie jest, jeśli wymienione są tylko najprostsze – jeśli to jest możliwe – dające się wyróżnić zjawiska towarzyszące zjawisku Z , to uprawnione jest stwierdzenie, że jakaś kombinacja tych zjawisk jest przyczyną Z , zaś te, które tę kombinację tworzą, są jej częściami. Można więc przyjąć, że wśród prostych zidentyfikowanych zjawisk towarzyszących zjawisku Z jest przyczyna lub część przyczyny zjawiska Z . Tak czy owak przesłanka p_a nie jest prosta w sformułowaniu. Nie tylko trafne pojęciowanie, ale i trafne zaobserwowanie relewantnych zjawisk towarzyszących Z jest ważne dla jej wyrażenia. Wszystko to wymaga dużego doświadczenia w dziedzinie przedmiotowej, w której zamierza się stwierdzić zachodzenie związku przyczynowo-skutkowego. Wciąż jeszcze pozostają do odkrycia lub zweryfikowania prawa przyczynowo-skutkowe.

Mimo tego że wnioskowanie według kanonów Milla – tak jak tu zostało przedstawione – jest wnioskowaniem dedukcyjnym, to jednak w wypadku, gdy przesłanka nie ma zagwarantowanej prawdziwości, również wniosek nie może mieć zagwarantowanej prawdziwości

– wniosku nie możemy więc uznać z całą pewnością, obciążony jest bowiem wątpliwościami, które budzi przesłanka. Wniosek może być uznany w stopniu nie przewyższającym żadnego ze stopni pewności, z jakimi uznane są przesłanki.

2.3.7.3. Metoda zgodności

Rozważmy wypadek dolegliwości żołądkowej trzech osób, które były razem w kawiarni. Istnieje podejrzenie, że przyczyną jest skonsumowanie czegoś niezdrowego. Jedna z tych trzech osób zjadła lody i wypła kawę, druga jadła lody i wypła herbatę, trzecia zamówiła lody i coca-colę. Na tej podstawie wnioskujemy, że przyczyną dolegliwości było zjedzenie lodów.

W naszym przykładzie z dolegliwością żołądkową z góry nie wzięliśmy pod uwagę wszystkich zjawisk towarzyszących, założyliśmy bowiem, że przyczyną dolegliwości żołądkowej mogło być tylko zjedzenie czegoś niezdrowego. Pominięte zostały więc np. dzień tygodnia, położenie Księżyca, wielkość kawiarni, jej umiejscowienie; to, czy ktoś palił. Nadto, dolegliwość w wypadku każdej z trzech osób uznana została za podpadającą pod to samo pojęcie dolegliwości żołądkowej.

DEFINICJA: Metoda zgodności jest wnioskowaniem według następującego wzoru. Jeśli dwóm lub więcej wypadkom zjawiska Z towarzyszą któreś ze zjawisk Z_1, Z_2, \dots, Z_n i w każdym wypadku występuje zjawisko Z_i a dla każdego zjawiska $Z_j, j \neq i$, miał miejsce wypadek, że wystąpiło zjawisko Z a nie wystąpiło zjawisko Z_j , to Z_i jest przyczyną lub częścią przyczyny (skutkiem bądź częścią skutku) zjawiska Z ²¹.

²¹ Mill formułuje metodę zgodności tak, że pozwala ona na wykrywanie zjawisk koniecznie towarzyszących zjawisku Z . Takim zjawiskiem może być nie tylko przyczyna, lecz także skutek Z . Aby metoda ta pozwalała na wykrywanie skutków, należałoby odpowiednio przeformułować przesłankę p_a – powinna to być alternatywa zjawisk-skutków – oraz przyjąć analogiczne do założeń o przyczynie założenia o skutku: zasadę skutkowości, zasadę jedności skutku. Metoda zgodności sformułowana jest przez J. St. Milla następująco: „If two or more circumstances of the phenomenon under investigation have only one circumstance in common,

Przyjmijmy tu i w następnych tego rodzaju opisach, że zjawisku Z , którego przyczyny poszukujemy, towarzyszą różne od niego zjawiska $Z_1, Z_2 \dots Z_5$. To, że w danym wypadku jakieś zjawisko Z_i zaszło zaznaczamy pisząc: +, a że nie zaszło pisząc: -. To, że zjawisko Z_i jest przyczyną lub częścią przyczyny zjawiska Z zapisujemy: $Z_i \triangleright Z$. Sposób wnioskowania metodą zgodności możemy opisać następująco:

Lp.	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z
1.	+	+	+	+	-	+
2.	+	+	+	-	+	+
3.	+	+	-	+	+	+
4.	+	-	+	+	+	+

Wniosek: $Z_1 \triangleright Z$.

Pod kątem wykorzystania kanonu jedynej zgodności warto przeanalizować list opublikowany w *The Economist* (24-30 września 1994):

„W Pańskim artykule *Demokracja i wzrost* (27 sierpnia), stwierdza Pan korelację między wolnością a dobrobytem i dedukuje z tego korelację między demokracją a dobrobytem. Jest to nietrafne.

Rzeczywistym źródłem dobrobytu nie jest demokracja, lecz praworządność. Jest prawdą, że praworządność jest w wysokim stopniu skorelowana z politycznymi instytucjami liberalno-demokratycznymi, lecz daleki od jasności jest związek przyczynowy. Jeśli cokolwiek historia sugeruje, że to praworządność jest pierwotnym warunkiem szerokiej wolności obywatelskiej w formie politycznej zwanej 'demokracją', a nie odwrotnie. Republikę Wenecką i Holandię pod Stanami

the circumstance in which alone all the instances agree, is the cause (or effect) of the given phenomenon" (*A System of Logic*, s. 390).

Generalnymi trudno byłoby nazwać opartymi na szerokiej bazie demokracjami, chociaż cieszyły się wyjątkową prosperityą.

Rosyjskie problemy nie są spowodowane przez zbyt wiele zbyt późno zastosowanej demokracji: spowodowane są one przez trudności w przejściu od «prawa» socjalistycznego do prawa «burżuazyjnego».

Prowadzący śledztwo w sprawach o włamania zauważając, że dokonywane są tą samą metodą wnioskuje, że włamania te dokonane zostały przez tę samą osobę lub tę samą grupę przestępczą.

Dla lepszego zrozumienia wcześniej sygnalizowanych problemów z właściwą konceptualizacją i identyfikacją zjawisk towarzyszących zjawisku, którego przyczyny poszukujemy, warto rozważyć następujący żartobliwy przykład zwykle przytaczany przez krytyków metod Milla w ogólności, a w szczególności metody zgodności. Był sobie pijak-naukowiec, wielki amator trunków. Pijany był każdego wieczoru. Zrujnował zdrowie, karierę, stracił przyjaciół. Stwierdzając, że dalej tak być nie może, zdecydował się przeprowadzić eksperyment, aby odkryć rzeczywistą przyczynę swojej częstej nietrzeźwości. Przez pięć wieczorów rejestrował dane. Były to kolejno: szkocka z wodą sodową, burbon z wodą sodową, koniak z wodą sodową, rum z wodą sodową, gin z wodą sodową. Według metody zgodności to popijanie wodą sodową było przyczyną nietrzeźwości pijaka-naukowca.

2.3.7.4. Metoda różnicy

Podejmijmy na nowo przykład z dolegliwością żołądkową osób, które były w kawiarni. Powiedzmy, że w kawiarni były dwie osoby. Jedna ma dolegliwość żołądkową, a druga nie. Okazuje się, że ta, która ma dolegliwość, jadła lody i ciastko oraz piła kawę. Ta zaś osoba, która nie ma dolegliwości, jadła tylko ciastko i piła kawę. Na podstawie tych danych wnioskujemy, że konsumpcja lodów jest istotna dla dolegliwości żołądkowej; mówimy: zjedzenie lodów jest przyczyną lub częścią przyczyny dolegliwości żołądkowej (częścią – bo przyczyną mogło być «połączenie» lodów i ciastka).

DEFINICJA: Metoda różnicy jest wnioskowaniem według następującego wzoru. Jeśli wypadkowi zajścia zja-

wiska Z towarzyszą zjawiska Z_1, Z_2, \dots, Z_n , a w jakimś wypadku, gdy zjawisko Z nie występuje, a występują wszystkie zjawiska Z_1, Z_2, \dots, Z_n z wyjątkiem jednego, powiedzmy Z_i , to Z_i jest przyczyną lub częścią przyczyny zjawiska Z ²¹.

Sposób wnioskowania metodą różnicy można opisać następująco (dla $n = 5$):

Lp.	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z
1.	+	+	+	+	+	+
2.	-	+	+	+	+	-

Wniosek: $Z_1 \triangleright Z$.

W 1861 Pasteur odrzucił koncepcję samoródtwa na podstawie następującego eksperymentu. Wywar z mięsa umieścił w butelce zabezpieczając go przed dostępem bakterii. W zawartości nie następowały zmiany. Następnie otworzył butelkę umożliwiając dostęp bakteriom. W ciągu kilku godzin nastąpiły charakterystyczne zmiany psucia się mięsa. To, że bakterie były przenoszone przez powietrze, zostało pokazane przez dwukrotne filtrowanie powietrza przez sterylne filtry. Okazało się, że w wypadku kontaktu z pierwszym filtrem następuje psucie, a w wypadku drugiego – nie (na drugim nie było drobnoustrojów, zostały bowiem zatrzymane przez pierwszy filtr).

Wykorzystanie metody różnicy ma miejsce w wielu sytuacjach codziennych. Na przykład mamusia twierdzi, że jej dziecko straciło apetyt z powodu przyjmowanych lekarstw. Bowiem gdy lekarstw nie przyjmowało, to apetyt miało.

²¹ J. St. Mill formułuje ten kanon następująco: „If an instance in which the phenomenon under investigation occurs, and an instance in which it does not occur, have every circumstance in common save one, that one occurring only in the former; the circumstance in which alone the two instances differ, is the effect, or the cause, or an indispensable part of the cause, of the phenomenon” (*A System of Logic*, s. 391).

2.3.7.5. Połączona metoda zgodności i różnicy

W głośniku radiomagnetofonu w trakcie odtwarzania taśmy magnetofonowej istotnie zwiększył się poziom szumu. Chcemy znaleźć przyczynę tego zjawiska Z . Jako ewentualne przyczyny Z bierzemy: Z_1 – zły stan taśmy magnetofonowej, Z_2 – uszkodzenie wzmacniacza (część wspólna radia i magnetofonu), Z_3 – uszkodzenie magnetofonu. Rozpoczynamy od zmiany taśmy. Bierzemy przetestowaną taśmę i mimo to mamy zły odbiór. Na podstawie metody zgodności możemy więc wyeliminować Z_1 jako przyczynę Z . Po przełączeniu na radio stwierdzamy, że odbiór jest prawidłowy. Metoda różnicy pozwala wyeliminować Z_2 jako przyczynę Z . Wnioskujemy zatem, że Z_3 jest przyczyną Z . (Nasz wniosek wynika logicznie z przyjętych przesłanek – gdyby więc przesłanki były prawdziwe, to i wniosek byłby prawdziwy.)

DEFINICJA: Połączona metoda zgodności i różnicy polega na zastosowaniu w jednym wnioskowaniu zarówno metody zgodności, jak i metody różnicy²¹.

Sposób wnioskowania połączoną metodą zgodności i różnicy można opisać następująco (dla $n = 5$):

²¹ J. St. Mill formułuje ten kanon następująco: „If two or more instances in which the phenomenon occurs have only one circumstance in common, while two or more instances in which it does not occur have nothing in common save the absence of that circumstance; the circumstance in which alone the two sets of instances differ, is the effect, or the cause, or an indispensable part of the cause, of the phenomenon” (*A System of Logic*, s. 396).

Lp.	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z
1.	+	+	+	+	-	+
2.	+	+	+	-	+	+
3.	+	+	-	+	+	+
4.	-	+	-	-	+	-

Wniosek: $Z_1 \triangleright Z$.

Metoda zgodności pozwoliła wyeliminować jako przyczyny zjawiska Z_3, Z_4, Z_5 . Jako «kandydaci» na przyczyny pozostały Z_1 i Z_2 . Metodą różnicy wyeliminowane zostało Z_1 . Pozostałe Z_2 jest przyczyną lub częścią przyczyny Z .

2.3.7.6. Metoda reszt

Rozważmy na nowo wypadek dolegliwości żołądkowej. Niech tym razem będzie to tylko jedna osoba, która ma tę dolegliwość. Powiedzmy, że osoba ta skonsumowała lody, wypła kawe i coca-colę. Aby określić przyczynę może rozumować następująco: na pewno kawa i coca-cola nie zaszkoziły (znam skutki picia przeze mnie kawy i coca-coli), zatem zaszkoziły lody. To rozumowanie jest przykładem wnioskowania zgodnego z metodą reszt.

DEFINICJA: Metoda reszt jest wnioskowaniem według następującego wzoru. Jeżeli zjawiskom Z_1, Z_2, \dots, Z_n towarzyszą różne od nich zjawiska Z'_1, Z'_2, \dots, Z'_n , a nadto jeśli wiadomo, że Z_2 jest przyczyną Z'_2 , Z_3 jest przyczyną Z'_3, \dots, Z_n jest przyczyną Z'_n , to Z_1 jest przyczyną lub częścią przyczyny Z'_1 ²¹.

²¹ J. St. Mill formuluje ten kanon następująco: „Subduct from any phenomenon such part as is known by previous inductions to be the effect of certain antecedents, and the residue of the phenomenon is the effect of the remaining antecedents” (*A System of Logic*, s. 398).

Metoda reszt, w odróżnieniu od metod zgodności i różnicy, wymaga zbadania tylko jednego wypadku, lecz za to wymaga znajomości przyczyn zjawisk towarzyszących (wykrytych we wcześniejszych eksperymentach lub obserwacjach). Zdaniem Milla, ze wszystkich sposobów badania praw przyrody ta metoda jest najbardziej płodna w nieoczekiwane wyniki.

Zjawisko-skutek jest zjawiskiem, któremu towarzyszą inne zjawiska-skutki. W wypadkach poprzednio omawianych kanonów można było tego nie brać pod uwagę. W opisie metody reszt ten fakt musi być uwzględniony.

Lp.	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
1.	+	+	+	+	+
2.	$Z_2 \triangleright$	Z'_2			
3.	$Z_3 \triangleright$	Z'_3			
4.	$Z_4 \triangleright$	Z'_4			
5.	$Z_5 \triangleright$	Z'_5			

Wniosek: $Z_1 \triangleright Z'_1$.

Jako wykorzystanie metody reszt daje się opisać jedno z największych odkryć astronomii matematycznej, jakim było odkrycie planety Neptun. Mianowicie Leverrier w 1845 r., po stwierdzeniu poprawności wszystkich obliczeń dotyczących ruchu planety Uran, dla wyjaśnienia niezgodności między wynikami obliczeń a danymi obserwacyjnymi, przyjął istnienie nieznannej jeszcze planety. Zjawiskiem-resztą, dla którego szukano przyczyny, były niezgodności między obliczoną i faktyczną orbitą planety Uran. Tym, co ze zjawisk towarzyszących mogło wchodzić w grę, była nieznaną dotąd planeta. Zgodnie z metodą reszt ta planeta miała być przyczyną «reszty». Dwudziestego trzeciego września 1846 r. Galle, który dysponował odpowiednimi

Handwritten notes:
 badanie
 Metoda reszt
 zjawisk towarzyszących
 (wykrytych we wcześniejszych eksperymentach lub obserwacjach)

przrządami obserwacyjnymi, kierując się wskazówkami Leverrier'a, w niespełną godzinę odnalazł ciało nie zaznaczone na znanych wówczas mapach nieba. Nowo odkrytą planetę nazwano „Neptunem”.

2.3.7.7. Metoda zmian towarzyszących

Nie zawsze jest tak, by było możliwe obserwowanie lub eksperymentowanie eliminujące wszystkie zjawiska towarzyszące zjawisku, dla którego szukamy przyczyny – czego wymaga metoda zgodności – lub wypadek, by zjawisko to nie zaszło – czego wymaga metoda różnicy. Metoda reszt z kolei zakłada znajomość przyczyn wszystkich zjawisk towarzyszących zjawisku, dla którego szukamy przyczyny. Związek przyczynowo-skutkowy może być jednak stwierdzany również w wypadku, gdy zachodzą jakieś zależności między wielkościami zjawisk. Obserwujemy np. zmiany ceny towaru. Możemy więc pytać o przyczynę tego zjawiska. Okazuje się, że zmianie ceny towaru towarzyszą zmiany wskaźnika popytu i podaży.

Metoda zmian towarzyszących wymaga oprócz zasad, których założenie było wymagane przez poprzednie metody, założenia, że warunkiem koniecznym zmiany wielkości skutku jest zmiana wielkości przyczyny.

Jako zastosowanie metody zmian towarzyszących można opisać postępowanie B. Pascala. Idąc w góry wziął ze sobą nie do końca nadmuchany pęcherz. Zauważył, że w miarę zwiększania wysokości zwiększała się objętość pęcherza. W drodze powrotnej zaś następowało jej zmniejszenie. Pęcherz uzyskał pierwotne wymiary po powrocie na miejsce wyjścia. Zebrane dane dają podstawę do uznania istnienia zależności między wysokością a ciśnieniem: w miarę zwiększania wysokości maleje ciśnienie.

DEFINICJA: Metoda zmian towarzyszących jest wnioskowaniem, w którym na podstawie przesłanki stwierdzającej, że wszystkimi zjawiskami towarzyszącymi zjawisku Z są zjawiska Z_1, Z_2, \dots, Z_n oraz przesłanek stwierdzających kolejno zmianę wielkości Z bez zaistnienia zmiany wielkości któregoś ze zjawisk $Z_1, Z_2,$

\dots, Z_n z wyjątkiem zjawiska Z_i , pozwala wnioskować, że Z_i jest przyczyną lub częścią przyczyny zjawiska Z ²¹.

Lp.	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z
1.	+	+	+	+	+	+
2.	»	+	+	+	+	»

Wniosek: $Z_1 \triangleright Z$.

„»” oznacza zmianę wielkości zjawiska.

Metoda zmian towarzyszących ma bardzo szerokie zastosowanie: rolnik zauważa zależność między wielkością nawożenia a wielkością plonu; kupiec obserwuje zależność między wielkością reklamy a popytem na towar; fizyk opisuje zależność między ciśnieniem a objętością gazu. Metoda zmian towarzyszących wyróżnia się od pozostałych metod tym, że tamte pozwalają stwierdzić zachodzenie bądź niezachodzenie związku przyczynowego, mają zatem charakter jakościowy, ta zaś metoda wykorzystuje zależności między wielkościami zjawisk, a więc ma charakter ilościowy. Jest w ogóle pierwszą metodą ilościową. Jej zastosowanie wymaga znajomości metody pomiaru lub sposobu oceny stopnia zmiany zjawiska.

Nasze dążenie do zrozumienia i kontrolowania świata, w którym żyjemy, wyraża się ustalaniem związków przyczynowo-skutkowych. Chcemy mieć prawa mające charakter zdań ogólnych, których uszczegółowieniami są zdania stwierdzające poszczególne wypadki związku przyczynowo-skutkowego. Metody Milla – z tego powodu, że wymagają uprzedniego przyjęcia alternatywy zdań, z których jedno jest «kandydatem» na prawo – bezpośrednio nie prowadzą do takich praw. Kanonom Milla nie można zatem przypisać charakteru metody odkrywania praw przyczynowo-skutkowych. Co najwyżej można im przypisać charakter metody eliminowania ewentualnych «kandydatów»

²¹ J. St. Mill formułuje ten kanon następująco: „Whatever phenomenon varies in any manner, is either a cause or an effect of that phenomenon, or is connected with it through some fact of causation” (*A System of Logic*, s. 401).

na takie prawa. Kanony Milla jako metody rozumowania nie są metodami dającymi podstawę dla uznania z całą pewnością wniosku. Wprawdzie wniosek wynika z przesłanek, jednak fakt, iż jedna z przesłanek, mianowicie ta będąca alternatywą zdań ogólnych (p_a , zdań «kandydatów» na prawa) nie jest zdaniem, które mamy podstawy uznać z całą pewnością, powoduje, że nie mamy prawa uznania z całą pewnością wniosku. Metody Milla opisują jednak rzeczywisty sposób postępowania w celu ustalenia związków przyczynowo-skutkowych. Po prostu, w badaniach tych związków musimy zadowalać się wynikami tylko z niepełnym stopniem pewności i tym, że sformułowania są zwykle tylko stwierdzeniami przypuszczeń, które ma badający daną dziedzinę. Wnioskowanie według kanonów Milla nie daje prawa do uznania wniosku z całą pewnością, a same metody nie prowadzą same przez się do odkrycia praw i dlatego nie są heurystycznie całkowicie skuteczne.

2.3.8. Wnioskowanie przez analogię

Wiele naszych codziennych rozumowań to wnioski przez analogię. Słowo „analogia” pochodzi z greki, gdzie oznaczało proporcję, stosunek. Zachodzenie takiej samej proporcji między C i D jak między A i B zapisać można następująco:

$$A:B = C:D.$$

Formuła ta daje się odczytać: „Jak A ma się do B , tak C ma się do D . W przypadku danych trzech wartości – jeśli są to wartości liczbowe a „:” jest symbolem dzielenia – można obliczyć czwartą. Analogia opiera się na podobieństwach między różnymi przedmiotami.

Ponieważ zakupy w jakimś sklepie były udane, o kolejnych zakupach, których zamierzamy dokonać w tym sklepie, sądzymy, że będą udane. Doświadczenia przeszłości odnosimy do przyszłości. Coś jadłem i to coś wówczas mi nie smakowało. W przyszłości odmawiam jedzenia tego czegoś, sądząc, że nie będzie mi smakowało. Dziecko, które poparzyło się żelazkiem, będzie bało się je dotknąć. Wiele argumentów filozoficznych odwołuje się do analogii. Z faktu, że otaczające mnie rzeczy zostały przez kogoś wytworzone, wnioskuję, że świat zo-

stał przez kogoś stworzony. Z wnioskowaniem przez analogię ma się do czynienia w wypadku systemu prawnego opartego o tzw. precedensy (jak np. angielski). Wskazuje się na uprzednie sprawy (są to precedensy) i na ich podobieństwo z rozpatrywaną sprawą. Wyrok, który zapadł w tamtych sprawach, winien więc zapaść i w aktualnie rozważanej sprawie.

W związku ze sprawą fałszywej informacji o posiadaniu wyższego wykształcenia przez jednego z kandydatów w wyborach prezydenckich, powoływano się na wypadek ukarania kogoś, kto zabiegając o stanowisko wójta podał fałszywe dane o posiadaniu średniego wykształcenia. Ten argument był nieskuteczny, ponieważ w polskim prawie karnym nie stosuje się analogii²¹.

Wnioskowanie przez analogię zastosowane jest w następującej argumentacji: „Gdyby programy wojskowe telewizji redagowali niewojskowi, to środowisko wojskowe byłoby niezadowolone. Gdyby programy katolickie przygotowywali ateści, to środowisko katolickie byłoby oburzone. Zrozumiałe jest więc, że środowisko wiejskie oczekuje, by programy o wsi przygotowywali ludzie z tego środowiska”²².

DEFINICJA: We wnioskowaniu przez analogię na podstawie przesłanek stwierdzających:

1) zachodzenie podobieństw P_1, \dots, P_m między wszystkimi sytuacjami S_1, S_2, \dots, S_{n+1}

oraz

2) zachodzenie podobieństw P_{m+1}, \dots, P_{m+j} między wszystkimi sytuacjami S_1, S_2, \dots, S_n

dochodzi się do uznania wniosku stwierdzającego, że:

3) dla sytuacji S_{n+1} zachodzą prawidłowości P_{m+1}, \dots, P_{m+j}

W wypadku wniosku przez indukcję enumeracyjną niezupełną na podstawie przesłanek stwierdzających pewną prawidłowość

²¹ Zagadnienia rozumowań prawniczych są przedmiotem logiki prawniczej.

²² Tekst z wywiadu w dniu 01.08.95.

w pewnego rodzaju n sytuacjach wnioskujemy, że prawidłowość ta ma miejsce dla wszystkich sytuacji tego rodzaju. W wypadku wnioskowania przez analogię na podstawie n przesłanek stwierdzających pewną prawidłowość w n podobnych sytuacjach wnioskujemy tylko o podobnej ($n+1$)-sytuacji, że zachodzi dla niej ta sama prawidłowość. W wypadku wnioskowania przez analogię dostrzegamy tylko podobieństwa, w odróżnieniu od wnioskowania przez indukcję enumeracyjną, gdzie ma się do czynienia z przedmiotami (sytuacjami) określonych rodzajów (a to jest czymś więcej niż tylko podobieństwem). Wnioskowanie przez analogię nie jest, jak wnioskowanie przez indukcję enumeracyjną niezupełną, wnioskowaniem redukcyjnym, nie jest też wnioskowaniem dedukcyjnym. W wypadku wnioskowania redukcyjnego stwierdzenie sytuacji zaprzeczającej przesłance skutkuje odrzuceniem wniosku. W wypadku wnioskowania przez analogię stwierdzenie sytuacji, w której nie potwierdza się zachodzenia pewnej prawidłowości, mimo zachodzenia wszystkich prawidłowości, ze względu na które przesłanki stwierdzają podobieństwo, nie przekreśla prawa do uznania wniosku, lecz ma jedynie wpływ na stopień, z jakim wolno ten wniosek uznać. Wnioskowanie przez analogię jako rozumowanie ma charakter pomocniczy. Zasadniczo pełni rolę heurystyczną i dydaktyczną.

Wnioskowanie przez analogię jest wnioskowaniem uprawdopodobniającym, w którym stopień pewności, z jakim można uznać wniosek, wzrasta ze wzrostem:

1) liczby przesłanek,

oraz

2) liczby i jakości (powiązania) prawidłowości, ze względu na które stwierdza się podobieństwo ($\mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_m$).

Stopień ten zaś maleje, gdy:

3) wzrasta liczba lub jakość prawidłowości stwierdzanych we wniosku ($\mathcal{P}_{m+1}, \dots, \mathcal{P}_{m+j}$)

oraz

4) wzrasta liczba sytuacji podobnych ze względu na prawidłowości, o których mowa w przesłankach, dla których nie zachodzą prawidłowości stwierdzane we wniosku.

ad 1. Gdy uzasadniam komuś, że warto zjeść obiad w restauracji „Prima”, bo raz tam byłem i byłem usatysfakcjonowany, to mój argument ma mniejszą siłę przekonywania, niż wtedy, gdy podam cztery przesłanki stwierdzające o pobycie w „Primie” jako satysfakcjonującym mnie (te cztery przesłanki mogą być wypowiedziane w formie: byłem cztery razy w „Primie” i za każdym razem byłem usatysfakcjonowany).

ad 2. Zamierzam kupić buty. Dotychczas posiadana para Pr_0 była bardzo wygodna. Chcę kupić równie wygodną. Znajduję w sklepie dwie pary. Para Pr_1 jest podobna do pary Pr_0 nie tylko pod tymi samymi względami co para Pr_2 , ale nadto podobna jest jeszcze pod innymi względami. Zakupuję parę Pr_1 . Tu zdecydowała liczba podobieństw. Podobnie z jakością podobieństw. Powiedzmy, że para Pr_1 jest podobna do posiadanej przeze mnie pod względem jakości materiałów, zaś para Pr_2 pod względem kolorów. Ponieważ kolor nie jest ważny ze względu na jakość obuwia, a materiał, z którego jest wykonane tak, więc dokonuję zakupu pary Pr_1 .

ad 3. Powiedzmy, że posiadana przeze mnie para obuwia Pr_0 była nie tylko wygodna, ale i modna. W sprawie dokonanego zakupu, w którym kierowałem się tylko podobieństwem jakości materiałów, mam prawo do mniejszego stopnia pewności, że jest parą wygodną i modną niż gdybym miał na uwadze tylko wygodę – przy założeniu, że jakość materiałów nie ma powiązania z modą.

ad 4. Wypadki, gdy mimo właściwego podobieństwa nie zachodzi podobieństwo stwierdzane we wniosku, pomniejszają stopień pewności, z jakim można uznać wniosek. Jeżeli już na przykład trzy razy zakupiłem buty, które były podobne pod względem jakości materiału, a nie były wygodne, to stopień pewności, że nowo zakupiona para obuwia będzie wygodna,

jest mniejszy, niż gdyby te trzy wypadki zakupów butów nie-
wygodnych nie miały miejsca.

Wnioskowanie przez analogię jest nam wspólne ze światem zwierzęcym. Ma ono podstawy psychofizjologiczne. Jeśli w n sytuacjach wraz z bodźcem B_1 występuje bodziec B_2 , to gdy w sytuacji ($n + 1$) pojawi się bodziec B_1 , organizm zareaguje (dla wystarczająco dużego n) tak, jakby pojawił się również bodziec B_2 .

Ponieważ wnioskowanie przez analogię nie jest niezawodne, nie zawsze ktoś stosujący je w argumentacji ma rację. Najłatwiej odrzucić argumentację opartą na takim wnioskowaniu, stosując ten sam wzorzec, tę samą formę i z prawdziwych przesłanek dochodząc do znanego jako fałszywy wniosek. Językowymi wskaźnikami zastosowania tego rodzaju argumentacji są zwroty w rodzaju: „ten sam argument dowodzi”, „ja mógłbym użyć tego samego argumentu”, „mógłbyś równie dobrze powiedzieć”. Powiedzmy, że ktoś wnioskuje następująco: „Premier rządu sam decyduje o kierunkach pracy rządu, jak kierowca sam ma prawo trzymać kierownicę jadącego samochodu.” Możliwa jest następująca kontrargumentacja: „Równie dobrze można by w ten sposób dowodzić, że członkowie rządu nie mają prawa rozmawiać z premierem, jak pasażerowie nie mają prawa rozmawiać z kierowcą.” Przykład pokazuje, że należy bardzo przemyślanie korzystać z wnioskania przez analogię. Ten ktoś, kto chciał uzasadnić prawo premiera do jednoosobowego decydowania o pracach rządu, dobierając taką a nie inną analogię stworzył możliwość kontrargumentacji, która całkowicie zniweczyła jego argument. Nawet trafne tezy ulegają «nadwężeniu», jeśli argumentacja na ich rzecz spotyka się z przekonywającą kontrargumentacją. Jest to zresztą generalna zasada, że nieumiejętna argumentacja znacznie ułatwia kontrargumentację i czasem nie mając dobrych argumentów lepiej jest domagać się kontrargumentów. Chcąc zaś skompromitować jakąś tezę, bywa że specjalnie umawia się kogoś, kto nieumiejętnie argumentuje na rzecz tej tezy.

Mimo «słabości», wnioskowanie przez analogię pełni doniosłą rolę w nauce. Nie sposób wyobrazić sobie pewnych badań organizmu ludzkiego (to, czego nie sposób sobie wyobrazić miało miejsce

choćby w niemieckich obozach koncentracyjnych w czasie II wojny światowej). W wypadku badań, które mogą prowadzić do uszkodzenia organizmu lub jego zniszczenia wykorzystuje się zwierzęta. Wyniki będą tym pewniejsze, im większe jest podobieństwo organizmu zwierzęcia do organizmu ludzkiego. Stąd też w ostatniej fazie badań zdarza się wykorzystywanie do eksperymentu małp.

Nie sposób przecenić heurystycznej roli analogii. Lot ptaków inspirował twórców pierwszych maszyn latających. Można tylko podziwiać Newtona, że dostrzegł analogię między spadającym jabłkiem a ruchem Księżyca. Współcześnie «buduje się» komputerowe modele: programuje się właściwości znane i odnajduje się w modelu nieznaną, które następnie przypisuje się temu co rzeczywiste (wnioskując przez analogię). Takie modele używane są do wspomagania zarządzania. Każdy w szkole spotkał się z mechanicznymi modelami zjawisk nie-mechanicznych; ułatwiają one zrozumienie tych zjawisk. Tu ujawnia się dydaktyczna rola analogii. Wzorem łączenia funkcji wnioskowania z funkcją dydaktyczną są przypowieści Pisma Świętego.

Terminu „analogia” używa się też w znaczeniu „podobieństwo”. Z dawien dawna pisarze wykorzystują podobieństwo dla ożywienia opisu.

*Bo każda chmura inna: na przykład jesienna
Pełźnie jak zółw leniwa, ulewą brzemiennea.*

A. Mickiewicz, Pan Tadeusz, ks. III, 636–637.

2.4. ARGUMENTACJA

Argumentacja to dobieranie racji dla doprowadzenia do uznania lub odrzucenia przez kogoś jakiegoś przekonania. Tym kimś może być również osoba argumentująca – czy nie zdarza się nam, że sami siebie próbujemy do czegoś przekonać? Mamy tu na uwadze przekonania bardzo szeroko rozumiane. Nie tylko chodzi o przekonania, które są zwerbalizowane lub ujęte myślą jako pewne zdania, lecz również przekonania, których żywienie wyraża się tylko odpowiednim działaniem

lub niedziałaniem. Chodzi również o przekonania, które wyrażają się naszymi postawami, ocenami i emocjami. Mówiąc o dobieraniu racji mamy na uwadze szerokie ich rozumienie. Racje mogą mieć charakter racjonalny, emocjonalny, pragmatyczny lub irracjonalny.

Większą część naszej wiedzy (wiedzy subiektywnej) nabywamy na podstawie tego, co twierdzą inni. Stąd też istotne jest badanie sposobów skutecznego przekonywania, a także metod obrony przed przyjmowaniem przekonań, które ktoś (w interesie własnym a nie naszym) stara się nam narzucić.

Teoria rozumowań jest nauką aprioryczną. Uzasadniając poszczególne sposoby wnioskowania nie powołujemy się na fakty empiryczne. Odwrotnie, gdy ktoś przedstawia przebieg jakiegoś zdarzenia, uznajemy za fałsz to co mówi, gdy kłóci się to z zasadami logiki. Inaczej jest w wypadku teorii argumentacji. Jest to teoria empiryczna. Opisuje ona, jak ludzie zwykli argumentować, jakie argumenty bywają skuteczne i – ewentualnie – może ona nawet konstruować nowe skuteczne sposoby argumentacji. Intuicja poprawności rozumowania jest składnikiem natury umysłu. Uczenie się logiki jest «odkrywaniem» tego, co jest w naszym umyśle. Umiejętność skutecznej argumentacji jest czymś, czego uczymy się naprawdę, nie jest bowiem nam dane przez naturę, a jest zawartością pewnej wiedzy.

Wiele przekonań żywimy z przyczyn światopoglądowych (wierzenia religijne, poglądy polityczne), z lenistwa, ze strachu, aby przypodobać się innym, z pobudek czysto praktycznych bądź emocjonalnych itp.

DEFINICJA: Argumentacja to wskazywanie komuś racji dla przyjęcia lub odrzucenia przez niego określonych przekonań, tj. przyjęcia bądź odrzucenia jakichś sądów, ocen, dążeń.

Racje mogą być różnorakie, nie koniecznie racjonalne i nie koniecznie uczciwe. Mogą być przytaczane racje wskazujące na prawdziwość przekonania. Mogą to też być racje pragmatyczne, np. wskazujące na użyteczność lub korzyści płynące z przyjęcia danego przekonania. W wypadku, gdy dominują racje pragmatyczne argumentacja staje się **perswazją**.

Z argumentacją mamy do czynienia m.in. w wypadku:

- uzasadniania komuś twierdzeń,
- agitacji,
- propagandy,
- nauczania,
- reklamy.

Z punktu widzenia logiki istotny jest rodzaj związku między argumentem a tezą. Na przykład teza może być uzasadniania w argumentacji poprzez:

- wnioskowanie niezawodne,
- wnioskowanie uprawdopodobniające,
- chwyt (fortel) erystyczny.

Wnioskowanie ocenia się jako poprawne, gdy wniosek jest uzasadniony przez przesłanki, a więc gdy wynika z prawdziwych przesłanek lub gdy prawdopodobieństwo jego prawdziwości ze względu na dane prawdziwe przesłanki jest większe niż prawdopodobieństwo jego negacji. Argumentację należałoby oceniać ze względu na jej skuteczność. Argumentacja jest skuteczna, gdy prowadzi do osiągnięcia celu: do uznania lub odrzucenia przez kogoś przekonania, które było przedmiotem argumentacji. Argumentacja skuteczna w wypadku jednej osoby może nie być skuteczna w wypadku innej. Sukces zależy od retorycznego charakteru argumentacji i od racjonalnych i pozaracjonalnych (psychologicznych) składników postaw osób, wobec których przeprowadzana jest argumentacja. Wnioskowanie, szerzej rozumowanie, jest środkiem argumentacji. Poprawne wnioskowanie jest skutecznym sposobem argumentowania w wypadku osób kierujących się w doborze przekonań przede wszystkim racjami racjonalnymi.

Skuteczna argumentacja, podobnie jak wnioskowanie, może być przeprowadzona większym lub mniejszym nakładem środków. Argumentacja, podobnie jak rozumowanie, powinna być sprawna, tzn. prowadzić do uzyskania założonego celu za pomocą możliwie najmniejszego wielorako rozumianego wysiłku zarówno osoby argumentującej, jak i osoby, dla której jest ona przeprowadzana.

Argumentacja jest skuteczna i sprawna gdy:

1. Jako przesłanki użyte są tylko zdania, które osoba przekonywana uważa za uzasadnione. Ponadto, przesłankami entymematycznymi tej argumentacji są te i tylko te zdania, które należą do domyślnych prawd tej osoby.

Spełnienie tego warunku wymaga pewnej wiedzy o osobie przekonywanej. Przede wszystkim musimy wiedzieć, czy są przez nią uznawane zdania, które zamierza się wykorzystać jako przesłanki. Jeśli chodzi zaś o przesłanki entymematyczne, to z jednej strony trzeba jako przesłanek entymematycznych unikać zdań, które dla tej osoby nie są domyślne, z drugiej zaś strony – mając na uwadze względy ekonomii – należy jako przesłanek entymematycznych użyć wszystkich tych zdań, które zamierza się wykorzystać jako przesłanki, a które wyrażają prawdy domyślne tej osoby.

Do tego punktu w szczególności, ale i do kolejnych dwóch, 2 i 3, ma zastosowanie rada Teofrasta, ucznia Arystotelesa. Radzi on, aby nie rozwlekać się z dokładnością nad wszystkimi szczegółami. Pisze, aby pozwolić samemu słuchaczowi dorozumieć się i domyślić pewnych rzeczy. Gdy sam dostrzeże to, coś pominął, stanie się nie tylko twoim słuchaczem, lecz także świadkiem, i to życzliwym. Albowiem zdaje mu się, że jest inteligentny, gdyż ty pobudziłeś jego inteligencję. Natomiast wyjaśnianie wszystkiego, jakby nierozgarniętemu, stwarza pozór, że nie przywiązujesz wagi do pojętności słuchacza²³.

2. Osoba przekonywana jest przeświadczona, że stosowane przesłanki uzasadniają wniosek.

Jeśli argumentacja ma być skuteczna, to przesłanki nie powinny budzić zastrzeżeń osoby przekonywanej co do wypełniania przez nie funkcji uzasadniania. Nawet gdy jakieś zdanie faktycznie uzasadnia wniosek, ale nie dostrzega tego osoba przekonywana, to z takiego zdania jako przesłanki należy zrezygnować, ewentualnie

²³ Zob. Demetriusz, *O wyrażaniu się*, s. 222. *Trzy stylistyki greckie*. Biblioteka Narodowa, Wrocław 1953, s. 145–146.

odrębną argumentacją przekonać o związku tego zdania z wnioskiem.

3. Poszczególne przesłanki są nieodzowne dla uzasadnienia wniosku.

Warunek ten podyktowany jest względami ekonomii. Nie należy bowiem mnożyć przesłanek bez potrzeby. Nadmiar przesłanek może nawet utrudniać uzasadnienie wniosku. Zauważmy, że w wypadku, gdy wniosek wynika z jakichś przesłanek, to wynika on również z tych przesłanek uzupełnionych o inne zdania, nawet takie, które nie mają żadnego związku z tym wnioskiem. Szczególnie przesłanki nie mające związku z wnioskiem mogą dawać skutek odwrotny od zamierzonego, mogą osłabiać argumentację.

Kolejne dwa warunki odnoszą się do uczciwej argumentacji. Argumentacja może być sprawna i skuteczna, mimo że nie spełnia tych warunków. Argumentacja, która je spełnia, jest argumentacją poprawną logicznie. Warunki 1–3 są warunkami pragmatycznymi. Rozumowanie, które spełnia warunki 4–5, jest poprawne logicznie.

4. Wszystkie przesłanki, jawne i domyślne, są zdaniami prawdziwymi.

Warunek (1) mówił tylko o tym, że wszystkie przesłanki mają być uznawane przez osobę przekonywaną. Osoba przekonywana może jednak uznawać jakieś zdania fałszywe. Warunek (1) ma charakter pragmatyczny i podyktowany jest tym, by wnioskowanie było skuteczne. Spełnienie tego warunku wymaga pewnej wiedzy o osobie, wobec której argumentujemy. Warunek (4) jest warunkiem logicznej poprawności wnioskowania. Łącznie z warunkiem (1) ogranicza możliwości wyboru przesłanek do prawdziwych zdań akceptowanych przez osobę przekonywaną. W zwykłych sytuacjach sprawdzenie tego, czy dana osoba uznaje jakieś zdanie, nie przedstawia specjalnej trudności. Prawdziwość przesłanek nie zawsze daje się stwierdzić w tak kategoryczny sposób. Osoba przeprowadzająca argumentację może się mylić i nawet w dobrej wierze przyjmować jako przesłanki zdania fałszywe.

5. Przesłanki winny uzasadniać wniosek.

Zauważmy, że warunek (2) ma charakter pragmatyczny i mówi tylko o tym, że osoba przekonywana zgadza się z tym, że przesłanki uzasadniają wniosek. Osoba ta może się co do tego mylić. Warunek (5) mówi o tym, że przesłanki obiektywnie, a więc niezależnie od czyichś opinii, uzasadniają wniosek. Warunki (2) i (5) brane łącznie ograniczają wybór przesłanek do zdań, które obiektywnie, w sensie logicznym, i subiektywnie dla osoby przekonywanej uzasadniają wniosek.

Sztuką argumentowania zajmowali się już starożytni filozofowie. Stała się specjalnością sofistów wywodzących się od Gorgiasza z Leontinoi (V-IV w. p.n.e.), którego imię nosi tytuł jednego z dialogów Platona. Sofiści jako pierwsi w starożytnej Grecji zaczęli pobierać pieniądze za uczenie, czego nie czynili filozofowie. Tytułując się nadto sofistami, czyli mędrkami, musieli narazić się filozofom, czyli tylko miłośnikom mądrości. Jak widać już starożytni Grecy cenili znajomość sztuki argumentowania, skoro chcieli płacić za naukę swoich dzieci. Mówi się, że Protagorasowi płacili nawet 10 tys. drachm, aby w ciągu trzech, czterech lat ich synowie stali się popularnymi mówcami i mężami stanu. W Rzymie Ciceron uczył pisania na temat i w stylu różnych autorów. Dodajmy, że współcześnie A. P. Dale Carnegie (1888–1962) zrobił karierę i majątek ucząc w Stanach Zjednoczonych sztuki przemawiania i przekonywania.

Sofistyka pozostaje w związku z retoryką, czyli sztuką wymowy. Sofiści uczyli jak przekonywać indywidualne osoby, retorzy zaś jak przekonywać większe audytoria. Sofiści uchodzą za ojców retoryki. Retorzy uczyli sofistyki. Autorem pierwszego podręcznika retoryki był Korkas z Syrakuz (V w. p.n.e.). Od jego nazwiska pochodzi nazwa jednego ze sposobów przekonywania²⁴.

Eris rzuciła jabłko z napisem „najpiękniejsza”. Spór między pretendentkami do tego tytułu rozstrzygnął Parys na korzyść Afrodyty.

²⁴ Argumentacja Korkasa stosowana jest wówczas, gdy: ktoś znany jako prawdomówny powołuje się na swoją opinię jako osoby prawdomównej; ktoś znany z kłamliwości powołuje się na tę opinię twierdząc, że zdaje sobie sprawę z bezcelowości kłamstwa; człowiek, który miał powód do dokonania przestępstwa twierdzi, że nie mógł go popełnić, bo jasne było, że na niego padnie podejrzenie.

Otrzymał za to Helene, lecz wywołał krwawą wojnę trojańską. Od imienia bogini Eris bierze się nazwa sztuki prowadzenia sporu – erystyki. Zajmowali się nią sofisci. Uprawiana była w szkole megarejskiej założonej przez Euklidesa z Megary (V-IV w. p.n.e.), ucznia Sokratesa.

Sam Sokrates znany jest z dwóch metod przekonywania:

- 1) **elenktycznej** – odrzucanie twierdzeń przeciwnika dokonuje się przez pokazywanie, że są nieprawdziwe lub niesłuszne;
- 2) **majeutycznej** – czyli akuszeryjnej, polegającej na zadawaniu pytań tak, aby sam dyskutant doszedł do danego przekonania. Sokrates najchętniej stosował tę metodę: akuszerka tylko płód przyjmuje – on sam nie ma nic mądrego do powiedzenia i tylko innych pyta. Dlatego też o metodzie tej mówi się, że jest metodą sokratyczną.

Sztuka przekonywania ma duże znaczenie praktyczne w systemach demokratycznych i wolnorynkowych. W demokracji uzyskanie władzy wymaga szerokiego poparcia, a więc trzeba umieć przekonać i to nie tyle do siebie, co – w wypadku dojrzałej demokracji – do trafności programu i podejmowanych działań. Im większe umiejętności argumentowania choćby przez adwokatów i prokuratorów, tym wyższy poziom praworządności. W systemie wolnorynkowym, cechującym się nadwyżką podaży towarów i usług nad popytem, trzeba umieć przekonać klienta do oferowanego przez siebie towaru lub usługi. Reklama nastawiona jest w zasadzie na spowodowanie jedynie określonego zachowania się klienta, odwołuje się więc głównie do emocji, stąd najskuteczniejsza jest w stosunku do dzieci. Ludzie dojrzały chcą być jeszcze przekonani o trafności swojej decyzji. Zarówno politykowi jak i handlowcomi pożytek przynosi umiejętność negocjowania, której nieodłącznym elementem jest umiejętność przekonywania.

Wypracowane sposoby przekonywania, będące czasem chwytami nielojalnymi (**fortelami**), noszą łacińskie nazwy. **Chwyty erystyczne** nie są regułami poprawnego wnioskowania; są sposobami, które ludzie stosują w argumentacji. Stosują je zaś – jak można sądzić – bo są skuteczne. Omówimy niektóre z nich.

1. *Argumentum ad hominem*²⁵ – (argument dostosowany do człowieka), jedną z postaci tej argumentacji jest odwoływanie się do poglądów głoszonych przez przekonywanego (niezależnie od tego, czy te poglądy podziela argumentujący).
2. *Argumentum ad baculum* – (argument odwołujący się do kija) polega na aktualnym lub potencjalnym zagrożeniu użyciem środków przymusu (fizycznego lub psychicznego) wobec przekonywanego.
3. *Argumentum ad ignorantiam* – (argument odwołujący się do niewiedzy), istota argumentacji polega na stwierdzeniu, że przekonywany powinien przyjąć dane przekonanie, skoro nie potrafi wykazać jego fałszywości. Wykorzystywane może być w tym powoływanie się na rzekome fakty, których przekonywany nie jest w stanie stwierdzić (np. z powodu braku dostatecznych kwalifikacji) lub na prawdy przekraczające kompetencje przekonywanego, które faktycznie nie uzasadniają tezy, do której chce się go przekonać.
4. *Argumentum ad misericordiam* – (argument odwołujący się do litości) polega na wzbudzeniu litości i współczucia u przekonywanego.
5. *Argumentum ad vanitatem* – (argument odwołujący się do próżności), wykorzystuje słabości natury ludzkiej, próżność. Po stwierdzeniach w rodzaju „pana głęboka znajomość rzeczy”, „pan jako fachowiec doskonale wie” wypowiada się pogląd, który ma uznać osoba komplementowana.
6. *Argumentum ad verecundiam* – (argument odwołujący się do nieśmiałości), polega na powoływaniu się na jakiś powszechnie uznany autorytet lub autorytet uznany przez przekonywanego, nie będący jednak autorytetem w dziedzinie, która jest przedmiotem argumentacji. Przekonywany nie może zakwestionować tego autorytetu z obawy o zarzut zarozumiałości bądź skrepowany uczuciami szacunku.

²⁵ Określenia „*argumentum ad hominem*” używa się czasem w znaczeniu, które przypiszemy tu określeniu „*argumentum ad personam*” i odwrotnie, „*argumentum ad personam*” używane jest w znaczeniu „*argumentum ad hominem*”.

7. *Argumentum ad auditorem* – (argument odwołujący się do słuchacza) polega na przekonywaniu poprzez odwoływanie się do osób przysłuchujących się i pozyskanie ich nie przez podanie właściwych racji dla głoszonej tezy, lecz przez odwołanie się do emocji.
8. *Argumentum ad populum* – (argument odwołujący się do ludu, demagogia, «pod publiczność»), polega na odwoływaniu się do uczuć zbiorowych, takich jak duma i egoizm narodowy lub rasowy, czy do instynktów i przesądów zbiorowych.
9. *Argumentum ad personam*²⁶ – (argument nakierowany na osobę).

Najogólniej biorąc *argumentum ad personam* ma następującą postać:

przesłanka: *O* jest złą osobą.

Dlatego

wniosek: argument osoby *O* jest nieprawdziwy (nieprzekonywający)

W wypadku, gdy o przekonanie grupy ludzi zabiega kilka osób (konkurentów, oponentów), jednym ze sposobów pozyskania tej grupy ludzi jest «wyeliminowanie» konkurentów i oponentów. *Argumentum ad personam* ma na celu ich dyskredytację jako ludzi, a nie przeciwstawienie się podawanym przez nich racjom. Argumentacja ta wykorzystuje psychologiczną skłonność do mylenia niektórych ułomności, «defektów» ludzi lub środowisk, z którymi są związani, z wypowiedzianymi przez tych ludzi racjami. W zależności od tych ułomności, w zależności od tego, w jakim sensie mówimy, że osoba jest zła, możemy wyróżnić szczególne wypadki *argumentum ad personam*:

- Osoba *O* uczyniła coś moralnie złego, np. argument osoby *O* jest fałszywy, bo *O* była członkiem partii komunistycznej; argument *O* na rzecz pacyfizmu jest fałszywy, bo *O* zdezerterowała. Zdarza się też kwestionowanie prawdziwości argumentu *O* ze względu na złe czyny popełnione przez jego krewnych lub przyjaciół.
- Osoba *O* nie jest lepsza (*tu quoque*)– „czy ty jesteś inny?”, np. ktoś oskarżony przez *O* o branie łapówki odpowiada: *O* też bie-

²⁶ Zob. przypis do „*argumentum ad hominem*”.

rze łapówki; *O* zarzuca komuś niemoralne życie, ten ktoś kontrargumentuje, że *O* wcale moralniej nie żyje. Argument ten jest szczególnym wypadkiem poprzedniego²⁷.

- Osoba *O* pełni określoną rolę społeczną, np. argument działacza związkowego jest fałszywy/nieprzekonywający, bo wygłasza oficjalne stanowisko swojego związku; argument teologa na rzecz istnienia Boga jest fałszywy/nieprzekonywający, bo jako teolog innego poglądu nie może głosić.
- Osoba *O* jest hipokrytą, czyli co innego mówi, a co innego robi. Na przykład głoszone przez moralizatora zasady etyczne są fałszywe, bo sam według nich nie postępuje²⁸.
- Osoba *O* ma złe zamiary, np. *O* jako parlamentarzysta występuje na rzecz określonej ustawy bankowej, bowiem jeśli ustawa zostanie przyjęta, to *O* jako współwłaściciel banku odniesie korzyści²⁹.

Przykładami *argumentum ad personam* są zarzuty podnoszone przeciw:

- prezydenturze Franklina Roosevelta, że nie jest on zdrowy umysłowo, że cierpi na kompleks Edypa itp., zamiast argumentacji wprost przeciw jego poglądom,
 - głoszonej przez Berkeley'a koncepcji rzeczy jako zespołu idei, że cierpiał on na neurozy,
 - filozofii Fryderyka Nitzsche, że jest dziełem lunatyka (Nitzsche ostatnie lata życia spędził w szpitalu dla umysłowo chorych),
 - prezydenturze Lecha Wałęsy, że jego pełnoletni syn popełnił przestępstwo drogowe.
10. Argument odwołujący się do powszechnej praktyki (owczy pęd). Ten argument stosowany jest wówczas, gdy uzasadnia się jakiś

²⁷ Argumenty te mają dużą siłę przekonywającą, stąd ważną rzeczą jest, aby np. sędziowie, prokuratorzy, pracownicy NIK-u byli ludźmi bez zarzutu.

²⁸ O pewnym etyku opowiada się, że na pytanie dlaczego nie postępuje tak, jak głosi, odpowiedział: „czy drogowskaz chodzi drogą, którą wskazuje?”.

²⁹ Stąd w państwach demokratycznych obowiązuje szereg ograniczeń na działalność gospodarczą parlamentarzystów.

pogląd powołując się na to, że jest to pogląd większości lub, że większość w swoim postępowaniu kieruje się tym poglądem. Słyszymy czasem jak dzieci usprawiedliwiają swoje zachowanie stwierdzeniem, że wszyscy tak postępowali.

Omówione wypadki argumentacji nie obejmują wszystkich możliwych jej typów. W literaturze spotykamy jeszcze np. *argumentum ad iudicium* – (argument odwołujący się do zdrowego rozsądku), *argumentum ad crumenam* – (argument odwołujący się do sakiewki). Istota argumentacji zawsze jest ta sama: podać argument, który dla danej osoby jest przekonywający, bądź dlatego, że jest racjonalny, bądź dlatego, że jest dla tej osoby psychologicznie przekonywający.

Na zastosowanie argumentu odwołującego się do zdrowego rozsądku wskazuje opinia Naczelnego Sądu Administracyjnego. W *Nowej Europie* (12 lipca 1995, s. 14) czytamy: „Oddalając skargę Naczelny Sąd Administracyjny przy okazji wyraził pogląd, że większość wydatków ponoszonych przez podatników stanowi bezspornie koszt uzyskania przychodu. Są jednak sytuacje, w których związek przy czynowo-skutkowy między wydatkiem a osiągnięciem przychodu jest trudny do wykazania, stąd wszystkie te sytuacje należy rozwiązywać w oparciu o zasadę *zdrowego rozsądku*. Nie ma tu żadnych reguł i każda sprawa wymaga odrębnego potraktowania.”

W wyżej cytowanym tekście pojawia się reguła uzasadniania w prawie: „wszystkie te sytuacje należy rozwiązywać w oparciu o zasadę zdrowego rozsądku. Nie ma tu żadnych reguł i każda sprawa wymaga odrębnego potraktowania.” Może być ona pojęta jako reguła logiki prawniczej, rozumianej jako nauka o specyficznych dla prawa zasadach rozumowania (uzasadniania, wyjaśniania, sprawdzania i wnioskowania)³⁰.

³⁰ W prawie i jego stosowaniu, jak w każdym racjonalnym poznaniu, obowiązują wszystkie reguły logiki. Można jednak jeszcze określić specyficzne reguły argumentacji prawniczej. Reguły te są zgodne z zasadami racjonalnego myślenia, zatem słusznie mówi się o nich jako o regułach logiki prawniczej. Nie są to reguły formalne w znaczeniu takim jak są nimi reguły logiki formalnej. Nie mogą nimi być, bo logika formalna wyczerpuje wszystkie reguły formalne. Argumentacja oparta na tych regułach jest przekonywująca i to bynajmniej nie z powodów psychologicznych lub socjologicznych. Są wytworem prawodawcy i tradycji ma-

Do chwytów erystycznych należy też stosowanie takich środków jak np.: insynuacja, aluzje, bluff, szantaż, prowokacja, ironia, bezczelność, definicje perswazyjne, apelowanie do uczuć, dogmatyzm, wieloznaczność, wyrażenia okazjonalne, ekwiwokacja, amfibologia, myślenie figuralne, niepoprawne definicje³¹.

Ustawiczne powtarzanie jest środkiem przekonywania. Jest to środek stosowany w szczególności w reklamach. Zwykle prosty tekst i łatwa melodia powtarzane są wielokrotnie. Jest to skuteczne, skoro firmy płacą za to bardzo dużo środkom masowego przekazu.

Urok słowa Łatwiej przekonać, gdy argumentacja jest piękna, literacko dobra. Stosowanie różnego rodzaju sentencji i aforyzmów ma znaczenie dla skuteczności przekonywania.

Erudycja demonstrowana przez argumentującego sprzyja skuteczności przekonywania. Przypisy, noty, odwołania do literatury, znajomość wybitnych ludzi i naukowych problemów, posługiwanie się cytatami, najlepiej w oryginale i w różnych językach zjednują przekonywanego.

Dezorientowanie przekonywanego polega na umiejętnym odwracaniu uwagi od właściwego toku myśli i znaczeń podstawowych terminów. Mogą temu służyć np. dygresje.

jąc racjonalne podstawy. Reguły logiki prawniczej są obiektywne. Ich rozumienie zależy od (subiektywnych) przekonań osób, które je stosują. Kiedy np. mówi się o rozwiązywaniu problemu w oparciu o zasadę zdrowego rozsądku, to z jednej strony mówi się o zasadzie mającej obowiązywać niezależnie od rozwiązywanej sprawy i osoby tę sprawę rozpatrującej. Z drugiej jednak strony pojęcie zdrowego rozsądku ma charakter subiektywny, co nie znaczy dowolny. To, co dla jednego może być zgodne ze zdrowym rozsądkiem może się okazać niezgodne ze zdrowym rozsądkiem dla drugiego, zależy to od doświadczenia życiowego, wykształcenia itp. Nie tylko prawnicy mają specyficzne reguły rozumowania. Na przykład historycy posilkują się regułą znaną jako *argumentum a silentio* – argument z milczenia. Jeśli dana sprawa nie jest wspomniana w źródle uznanym za miarodajne, skoro nie pisze o niej poważny kronikarz, któremu ta sprawa musiałaby być znana, to nie miała ona w ogóle miejsca.

³¹ Występujące w tym fragmencie terminy logiczne są objaśnione w niniejszej książce.

2.5. BŁĘDY W ROZUMOWANIU

Rozumowanie może być poprawne lub zawierać błędy. Mogą to być dwojakiego rodzaju błędy. Źródłem jednych jest wadliwość zdań będących punktem wyjścia rozumowania. Drugiego rodzaju błędy biorą się z wadliwości związku między zdaniami, od których rozpoczynamy rozumowanie, a zdaniem będącym celem rozumowania. Niektóre błędy popełniane w rozumowaniach są typowe. Tym błędom nadano specjalne nazwy. Znane są różne ich klasyfikacje.

Rozumowania niepoprawne, lecz mające pozór poprawnych to **sofizmaty** (po łacinie – *fallacia*), czyli rozumowania zwodnicze. Od sofizmatów odróżniano **paralogizmy**. W wypadku sofizmatu przeprowadzający rozumowanie miał być świadomy jego niepoprawności. W wypadku paralogizmu przeprowadzający rozumowanie popełniał błąd nie będąc świadomym tego. Odróżnienie to jest natury psychologicznej i etycznej, i nie ma ono znaczenia z punktu widzenia logiki.

Arystoteles dzielił sofizmaty na błędy wypowiedzi (*in dictione*) i błędy myśli (*extra dictione*). Te pierwsze już omówiliśmy jako błędy w słownym przekazywaniu myśli. Obecnie będziemy mówili o błędach w rozumowaniu, czyli o tych drugich.

Wadliwość wnioskowania może być spowodowana:

① brakiem uzasadnienia przesłanek.

Celem wnioskowania ma być wzbogacenie wiedzy, a to może mieć miejsce tylko w wypadku, gdy przesłanki są uzasadnione.

Wnioskowanie może też być błędne z powodu:

② braku uzasadnienia wniosku przez przesłanki.

Czasem może wydawać się, że przesłanki uzasadniają wniosek, a faktycznie tak nie jest. Wadliwość stosunku między przesłankami a wnioskiem może mieć dwa źródła. Ze względu na te źródła rozróżniamy:

2.1. błędy nieformalne

i

2.2. błędy formalne.

DEFINICJA: Błąd nieformalny w rozumowaniu to błąd, który ma źródło w treści przesłanek lub wniosku.

DEFINICJA: Błąd formalny w rozumowaniu to błąd, który ma źródło w formie, inaczej strukturze, kształcie wnioskowania.

W wypadku błędu formalnego dla jego stwierdzenia wystarczy określić kształt wnioskowania. W wypadku błędu nieformalnego konieczne jest rozróżnienie znaczeń wyrażen składających się na rozumowanie.

Błędy nieformalne to zasadniczo błędy, których źródłem jest wieloznaczność wyrażen występujących we wnioskowaniu. Błąd formalny popełnia się np. wnioskując z implikacji i jej następnika o prawdziwości poprzednika tej implikacji (ten i inne rodzaje błędu formalnego zostaną omówione w niniejszym rozdziale).

2.5.1. Błędy wieloznaczności

Wieloznaczność wypowiedzi jest powodem błędów we wnioskowaniach. Różne rozumienia przesłanek i wniosku mogą stwarzać pozór poprawności rozumowania. Rozumowanie jest bowiem oceniane dwójako: w aspekcie prawdziwości występujących w nim zdań oraz ze względu na zachodzenie związku uzasadniania między przesłankami a wnioskiem. Jeżeli jednej z tych ocen dokona się mając na uwadze inne rozumienie wyrażen występujących w rozumowaniu niż gdy dokonuje się drugiej, to może się zdarzyć, że te oceny wypadną pomysłnie. Jeżeli zaś dokonuje się ich biorąc w wypadku każdej z ocen jedno i to samo znaczenie, to tak może nie być. W takim wypadku rozumowanie nie jest poprawne.

DEFINICJA: Błąd wieloznaczności ma miejsce w rozumowaniu, gdy znaczenia przyporządkowywane pewnym słowom lub frazom (jako napisom) występującym w rozumowaniu są inne w wypadku oceny prawdziwości przesłanek i wniosku niż w wypadku oceny zachodzenia stosunku uzasadniania.

Zwykle różnice znaczeń przypisywanych słowom (lub frazom) są na tyle subtelne, że stwarzają pozory poprawności wnioskowania i czynią to wnioskowanie psychologicznie przekonywującym.

Błędy wieloznaczności można wyróżniać w zależności od źródła wieloznaczności. I tak na przykład możemy mówić o **błędzie akcentu**, gdy powodem wieloznaczności jest różne akcentowanie.

2.5.1.1. Błąd ekwiwokacji

Zwykle słowa mają więcej niż jedno słownikowe, czyli dosłowne znaczenie. Wyrażeniu może przysługiwać znaczenie wyznaczone przez znaczenia słownikowe składających się na nie wyrazów, a ponadto może przysługiwać mu znaczenie idiomatyczne. Są to słownikowe znaczenia tego wyrażenia. O wyrażeniu, któremu przysługuje więcej niż jedno znaczenie słownikowe mówimy, że jest wieloznaczne słownikowo. Tekst winien być tak konstruowany, aby z kontekstu użycia wyrażenia można było bez naruszenia spójności tekstu określić jego dokładnie jedno znaczenie, w którym w danym miejscu zostało użyte. Wyrażenie to należy brać w danym miejscu w tym i tylko w tym jednym znaczeniu, niezależnie od tego, czy mamy na uwadze ocenę wartości logicznej przesłanek i wniosku, czy też mamy na uwadze ocenę uzasadniania wniosku przez przesłanki.

DEFINICJA: Błąd ekwiwokacji to błąd wieloznaczności w rozumowaniu, którego źródłem jest wieloznaczność słownikowa wyrażen.

Rozważmy przykład: „Bankowcy muszą być bardzo odpowiedzialnymi ludźmi. Cokolwiek złego dzieje się w gospodarce odpowiedzialnymi wydają się bankowcy.” „Odpowiedzialność” w pierwszym zdaniu (które jest wnioskiem) znaczy tyle, co „rzetelny, wiarygodny”. W drugim zdaniu (które jest przesłanką) „odpowiedzialność” znaczy tyle, co „być sprawcą, dać powód”. Wnioskowanie może wydawać się poprawne tylko wówczas, gdy oba wystąpienia słowa „odpowiedzialność” brane są jako mające jeden i ten sam sens. Tak zaś nie jest. Konteksty wystąpienia tego słowa we wniosku i w przesłance wskazują na jego różne znaczenia w tych zdaniach.

Podobnie we wnioskowaniu: „Socjaliści dążą do sprawiedliwości społecznej. Sprawiedliwość społeczna jest dobrem. Zatem socjaliści dążą do dobra.” W pierwszym zdaniu (przesłance) termin „sprawiedliwość społeczna” – aby przesłanka ta była prawdziwa – winien być rozumiany, najprościej mówiąc, jako „równy podział dóbr”. Drugie zdanie (przesłanka) jest prawdziwe, gdy sprawiedliwość społeczna jest pojęta, najprościej mówiąc, jako prawo człowieka do tego, co mu się słusznie należy. W naszym przykładzie wniosek wynikałby z przesłanek, gdyby fraza „sprawiedliwość społeczna” w jednej i drugiej przesłance miała jedno i to samo znaczenie. Tak jednak nie jest.

2.5.1.2. Błąd terminów relacyjnych

Błąd terminów relacyjnych jest w istocie szczególnym rodzajem błędu ekwiwokacji. Znaczenie terminów relacyjnych zależy od kontekstu ich użycia. Co innego znaczy „wyższy” w zdaniu „Jan jest wyższy niż Piotr”, a co innego w zdaniu „stopień generała jest wyższy niż stopień pułkownika”. Co innego znaczy „dobry” we frazie „dobry student”, a co innego we frazie „dobry człowiek”. O różnicy znaczeń terminów relacyjnych decyduje różnica kategorii przedmiotów, o których są orzekane.

DEFINICJA: Błąd terminów relacyjnych to błąd ekwiwokacji, którego źródłem jest wieloznaczność terminów relacyjnych.

Z zdania „student jest człowiekiem” mogą wnioskować, że „łysy student jest łysym człowiekiem” (w wypadku terminu „łysy” nie ma różnicy znaczeniowej zależnej od tego, czy orzekamy go o studencie, czy o człowieku). Inaczej jest w wypadku wniosku „dobry student jest dobrym człowiekiem”. Ze zdania „słoń jest zwierzęciem” nie można wyprowadzić, że „mały słoń jest małym zwierzęciem”. Można zaś wyprowadzić, że „oswojony słoń jest oswojonym zwierzęciem”.

Każde wnioskowanie przebiegające według schematu:

$$\frac{\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x)}{\forall x[R(x) \wedge P(x)] \rightarrow \forall x[R(x) \wedge Q(x)]}$$

jest niezawodne. Prawdziwość przesłanek takiego wnioskowania gwarantuje prawdziwość wniosku, czyli schemat ten jest logiczny. Wnioskowanie z przesłanki, że student jest człowiekiem o tym, że łysy student jest łysym człowiekiem daje się przedstawić jako przebiegające według tego schematu. Wnioskowanie zaś z tej przesłanki, że dobry student jest dobrym człowiekiem tylko pozornie przebiega według tego schematu. Źródłem tego pozoru jest to, że słowo „dobry” w każdym ze swoich wystąpień ma inne znaczenie. Nie jest zaś logiczny następujący schemat:

$$\frac{\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x)}{\forall x[R(x) \wedge P(x)] \rightarrow \forall x[S(x) \wedge Q(x)]}$$

2.5.1.3. Błąd podziału

Innym szczególnym źródłem wieloznaczności wypowiedzi jest możliwość użycia terminu na oznaczenie wszystkich desygnatów, tylko jednego desygnatu bądź na oznaczenie zbioru wszystkich desygnatów. To, co daje się zgodnie z prawdą orzec o zbiornie wszystkich desygnatów jakiegoś terminu, nie musi dać się orzec zgodnie z prawdą o jego desygnatach. Stosunki między zakresami nazw nie są stosunkami między desygnatami tych nazw.

Zakres nazwy jest zbiorem, którego elementami są wszystkie i tylko te przedmioty, które są desygnatami tej nazwy. O takich zbiorach mówi się, że są zbiorami w sensie **dystrybutywnym**.

W wypadku nazw zbiorowych ich desygnaty są przedmiotami o wewnętrznej strukturze. Desygnaty te są więc złożone z różnych przedmiotów powiązanych jakimiś relacjami. Przedmioty te są częściami tych desygnatów. Zbiory, które złożone są z części, to zbiory w sensie **kolektywnym**. Części zbioru w sensie kolektywnym nie muszą wszystkie być desygnatami jednej i tej samej nazwy. To, co zgodnie z prawdą daje się orzec o zbiorze kolektywnym, nie musi przysługiwać jego częściom.

W zdaniu „człowiek pojawił się na Ziemi ok. 2 mln lat temu”, termin „człowiek” użyty jest w supozycji formalnej. Zdanie to byłoby

falszywe, gdyby rozumieć je jako równoważne zdaniu „każdy człowiek pojawił się na Ziemi ok. 2 mln lat temu”. O każdym człowieku nie jest prawdą, że pojawił się na Ziemi ok. 2 mln lat temu. Inaczej jest zaś w wypadku zdania „człowiek jest ssakiem”. Nazwa „człowiek” użyta jest tu w supozycji naturalnej i zdanie „każdy człowiek jest ssakiem” jest również prawdziwe.

Ze zdań „człowiek jest ssakiem” i „Jan jest człowiekiem” wynika zdania „Jan jest ssakiem”. Gdyby ze zdania „człowiek jest jedyną rozumną istotą na Ziemi” wnioskować, że „każdy człowiek jest jedyną istotą rozumną na Ziemi” lub wnioskować, że „Jan jest jedyną istotą rozumną na Ziemi”, to popełniłoby się błąd podziału.

DEFINICJA: Błąd podziału (*fallacia a sensu composito ad sensum divisum*) popełnia się wówczas, gdy na podstawie przesłanki stwierdzającej coś o pewnej całości przyjmuje się wniosek stwierdzający to coś o elementach/elementach lub części/częściach tej całości.

Błąd podziału ma miejsce, gdy na podstawie przesłanki stwierdzającej coś o zbiorze przedmiotów wnioskuje się to coś o jego elementach. Błąd ten może w tym wypadku przyjąć jedną z dwu postaci:

(Ia)

Przesłanka: Zbiór Z ma cechę c .
Zatem,

Wniosek: każdy przedmiot ze zbioru Z ma cechę c .

(Ib)

Przesłanka: Zbiór Z ma cechę c .
Zatem,

Wniosek: P (pewien przedmiot ze zbioru Z)
ma cechę c .

Na przykład, gdyby ktoś na podstawie tego, iż drużyna piłkarska FC jest najlepszą drużyną świata wnioskował, że:

– każdy piłkarz drużyny FC jest najlepszym piłkarzem świata,

lub, że:

– P (pewien piłkarz drużyny FC) jest najlepszym piłkarzem świata,

to ten ktoś popełniłby błąd podziału.

O błędzie podziału mówi się też w wypadku wnioskowania z faktu przysługiwania jakiejś cechy całości, o przysługiwaniu tej cechy wszystkim częściom lub pewnej części tej całości. W tym wypadku błąd podziału może przybrać jedną z dwu postaci:

(IIa)

Przesłanka: Przedmiot P ma cechę c .
Zatem,

Wniosek: każda część P ma cechę c .

(IIb)

Przesłanka: Przedmiot P ma cechę c .
Zatem,

Wniosek: C (pewna część P) ma cechę c .

Z tego, że przedmiot jest ciężki nie można wnioskować, że każda lub jakaś poszczególna jego część jest ciężka. Z tego, że przedmiot jest wartościowy nie można wnioskować, że każda lub jakaś poszczególna jego część jest wartościowa. Na podstawie tego, że armia stoczyła ciężki bój nie można wnioskować, że wszystkie jej części-oddziały stoczyły ciężki bój.

W zagadce: „Dlaczego białe owce jedzą więcej niż czarne?” wykorzystuje się możliwość użycia nazwy „owce” na wskazanie jakiejś zbiorowości lub na oznaczenie poszczególnych elementów tej zbiorowości.

2.5.1.4. Błąd złożenia

Źródłem błędu złożenia jest ta sama wieloznaczność, która jest źródłem błędu podziału. W wypadku błędu podziału w przesłance termin jest użyty na oznaczenie pewnej całości, a we wniosku jest użyty na oznaczenie elementów lub części tej całości. W wypadku błędu złożenia sytuacja jest odwrotna – w przesłance termin użyty jest na wskazanie elementów lub części, a we wniosku jest użyty na oznaczenie całości, której są to elementy lub części.

DEFINICJA: Błąd złożenia (*fallacia a sensu diviso ad sensum compositum*) popełnia się wówczas, gdy na pod-

stawie przesłanki, stwierdzającej coś o elementach lub częściach pewnej całości, przyjmuje się wniosek stwierdzający to coś o tej całości.

Błąd złożenia ma miejsce wówczas, gdy z własności elementów zbioru wnioskuje się o własności tego zbioru lub gdy z własności części jakiegoś przedmiotu wnioskuje się o własności tego przedmiotu. Błąd złożenia może więc przyjąć jedną z dwu postaci:

(I)

Przesłanka: Każdy element Z ma cechę c .

Zatem,

Wniosek: zbiór Z ma cechę c .

Popelniałby błąd złożenia ktoś, kto sądziłby, że drużyna piłkarska złożona z najlepszych w świecie piłkarzy jest najlepszą w świecie drużyną piłkarską.

(II)

Przesłanka: Każda część przedmiotu P ma cechę c .

Zatem,

Wniosek: przedmiot P ma cechę c .

Kopernik pisał, że wszechświat jest sferyczny, ponieważ wszystkie jego części konstytutywne: Słońce, Księżyc i planety ukazują się w takiej postaci. W tym wnioskowaniu Kopernik popełnił błąd złożenia.

2.5.2. Non sequitur

Podejmując problem błędów we wnioskowaniu wyróżniliśmy błędy mające źródło w braku uzasadnienia wniosku przez przesłanki. Teraz szczegółowo zajmiemy się tym rodzajem błędów.

DEFINICJA: Błąd *non sequitur* ma miejsce wówczas, gdy przyjmuje się, że wniosek wynika z przesłanek, a faktycznie tak nie jest.

Tak szeroko rozumianym błędem *non sequitur* są omawiane powyżej błędy. Jako tego rodzaju błąd może zostać zinterpretowany

błąd w uzasadnianiu, mający miejsce wówczas, gdy przytacza się jako przesłanki zdania, które nie są argumentami na rzecz uzasadnianej tezy.

DEFINICJA: Błąd *ignoratio elenchi* (nieznajomość dowodzonej tezy) lub po polsku **stracenie wątku** ma miejsce wówczas, gdy przesłanki nie uzasadniają wniosku.

Ze straceniem wątku pozostaje w związku zabieg argumentacyjny polegający na celowym odwróceniu uwagi od zasadniczego problemu. Wykorzystuje się do tego zagadnienie wtórne. Staje się ono zasadniczym tematem głównie dlatego, że wszyscy uczestnicy dyskusji mają w sprawie tego zagadnienia wyrobione zdanie lub zagadnienie to budzi większe emocje uczestników dyskusji. Na przykład dość łatwo dyskusję na temat, które samochody są najbezpieczniejsze, sprowadzić do dyskusji na temat samochodów produkcji krajowej i zagranicznej. Dyskusję na temat ochrony życia poczętego dość łatwo sprowadzić do dyskusji na temat żony pijaka i jej kilkorga dzieci lub do dyskusji na temat zgwałconej córki zwolennika ochrony życia poczętego.

Podobny charakter ma wypadek, gdy teza będąca przedmiotem dyskusji zostaje przedstawiona w sposób karykaturalny tak, aby łatwo było ją obalić. Przytaczane przesłanki-(kontr)argumenty skierowane są nie przeciw tezie, lecz przeciw jej karykaturalnemu sformułowaniu. Na przykład w dyskusji telewizyjnej w dniu 12 listopada 1995 roku kandydat na prezydenta odwołanie się w Konstytucji III Rzeczypospolitej do chrześcijańskiej tradycji narodu utożsamiał z wpisaniem kierowniczej roli PZPR do Konstytucji PRL.

W węższym rozumieniu termin „non sequitur” rezerwujemy na określenie tych błędów *non sequitur* w szerszym znaczeniu, które nie mają swojego szczególnego określenia.

2.5.3. Petitio principii

Przesłanki we wnioskowaniu powinny być zdaniami uzasadnionymi. W wypadku wnioskowania dedukcyjnego ich prawdziwość gwarantuje prawdziwość wniosku. Wnioskowanie to (pośrednie) uzasadnianie zdań, a więc wskazywanie racji dla uznania wniosku. Tę rolę

wnioskowanie może spełnić tylko wówczas, gdy przesłanki są zdaniami uzasadnionymi. Jeśli patrzeć od strony pragmatycznej, przesłanki winny być – jak to ujmowano w znaczącej siedemnastowiecznej *Logice z Port Royal* – zdaniami, które są bardziej znane i bardziej oczywiste niż wniosek. Uzasadnianie powinno dawać podstawy do coraz większego stopnia pewności co do prawdziwości wniosku. Czysto formalnie możemy ustalać stosunek wynikania między jakimiś zdaniami. Nie będzie to jednak wnioskowanie we właściwym tego słowa znaczeniu, jeśli przesłanki nie będą zdaniami uzasadnionymi.

DEFINICJA: W rozumowaniu popełnia się **błąd *petitio principii***, co dosłownie znaczy tyle, co „żądanie początku”, gdy któraś z przesłanek nie jest uzasadniona.

Szczególnym wypadkiem błędu *petitio principii* jest błąd *circulus in probando*, czyli błędne koło w rozumowaniu.

DEFINICJA: **Błędne koło bezpośrednie** ma miejsce w rozumowaniu wówczas, gdy wniosek jest jedną z przesłanek (ewentualnie różniącą się stylistycznie od wniosku).

Bardziej złożony jest wypadek, gdy wniosek nie występuje bezpośrednio jako przesłanka, lecz jest użyty w uzasadnieniu przesłanki.

DEFINICJA: **Błędne koło pośrednie** ma miejsce w rozumowaniu wówczas, gdy wniosek (ewentualnie różniący się stylistycznie) występuje we wnioskowaniu uzasadniającym jedną z przesłanek.

Wniosek, szczególnie w wypadku wnioskowania dedukcyjnego, jest jakoś «obecny» w przesłankach. Gdyby jego prawdziwość była nam znana (a tym samym uzasadniona), to wnioskowanie byłoby niepotrzebne. Wnioskujemy, aby znaleźć racje dla uznania. Choć więc ze zdania α wynika zdanie α , to wnioskowanie to nie jest poprawne, bo albo mieliśmy racje dla uznania zdania α i wnioskowanie nie było potrzebne, albo ich nie mieliśmy, a wówczas przesłanka, zdanie α , nie jest uzasadniona i tym samym wnioskowanie to nie może uzasadniać wniosku, czyli zdania α . Podobnie będzie w wypadku błędnego

koła pośredniego, gdy we wnioskowaniu na rzecz α jako przesłanka występuje α_1 , we wnioskowaniu na rzecz α_1 występuje α_2 , ..., we wnioskowaniu na rzecz α_i jako przesłanka występuje $\alpha_{(i+1)}$, ..., a we wnioskowaniu na rzecz α_n występuje α . Przykładem wnioskowania z błędnym kołem pośrednim może być następująca argumentacja: „Bóg istnieje, ponieważ tak mówi Pismo Święte. Pismo Święte jest zaś napisane przez Boga, który nie kłamie.”

Całkiem szczególną sytuację mamy w wypadku, gdy przesłanka jest fałszywa.

DEFINICJA: We wnioskowaniu popełniony został **błąd materialny** w wypadku, gdy któraś z przesłanek nie jest prawdziwa.

Zdanie stwierdzające możliwe stany rzeczy w określonej dziedzinie daje się przedstawić jako alternatywa, której członów stwierdzają poszczególne z tych stanów. Może nie być wiadomo, który z członów jest prawdziwy. Jednak zdanie będzie prawdziwe i uzasadnione, gdy wykazane będzie, że wyczerpane są wszystkie możliwości. W wypadku, gdy tak nie jest, gdy pominięty jest choć jeden człon i gdy żaden z członów nie jest uzasadniony, takie zdanie nie jest uzasadnione.

DEFINICJA: **Fałszywy dylemat** to zdanie, które ma postać alternatywy (lub zdanie, które równoważnie daje się przedstawić jako alternatywa) i które nie jest uzasadnione.

Słyszymy, że „zwiększenie dochodów ludzi o małych i średnich dochodach może nastąpić tylko przez zmniejszenie podatków dla tej grupy”. Za tym kryje się fałszywy dylemat „albo dochody ludzi o małych i średnich dochodach nie zwiększą się, albo zmniejszone zostaną im podatki”. Za fałszywy dylemat można też uznać znane powiedzenia „będę kimś albo nikim” i „America: Love it or Leave it”. Rozbójnik stawia napadniętego przed dylematem „życie albo śmierć”. Fidel Castro przewodzi Kubie pod hasłem „socjalizm albo śmierć”.

Fałszywy dylemt używany jest w argumentacji jako przesłanka. Wykorzystuje się brak dostatecznej wiedzy, albo zawężenie widzenia

innych możliwości rozwiązań przez niezreflektowane przekonania nabyte w procesie wychowania i bezkrytyczną akceptację zasad i norm obowiązujących w środowisku.

Najłatwiej popełnić błąd *petitio principii* w wypadku przesłanek entymematycznych. Natura tych przesłanek jako powszechnie akceptowanych prawd powoduje, że pytanie o ich racje, o ich uzasadnienie umyka uwadze. Więcej, trzeba się «zdobyć na odwagę», aby takie przesłanki zakwestionować. Przełomy lub, jak to się mówi we współczesnej filozofii nauki, rewolucje, w nauce i filozofii dokonywały się poprzez zakwestionowanie zdawało się oczywistych dla wszystkich twierdzeń i przekonań.

2.5.4. Non causa pro causa

W 1994 r. nastąpił w Polsce wzrost gospodarczy. W tym czasie władzę sprawowała koalicja PSL i SLD. W propagandzie obozu rządowego pojawiała się następująca argumentacja:

W okresie sprawowania władzy przez koalicję PSL i SLD nastąpił wzrost gospodarczy. Stąd: Polska zawdzięcza wzrost gospodarczy rządowi koalicji PSL i SLD.

Podobnie postępuje oskarżyciel, gdy na podstawie faktu, że śmierć nastąpiła po uderzeniu twierdzi, że nastąpiła wskutek uderzenia.

W argumentacji powyższej wnioskuje się według zasady *post hoc ergo propter hoc*. Najogólniej rzecz biorąc wnioskowanie to ma postać: Zdarzenie Z_1 nastąpiło po zdarzeniu Z ; dlatego zdarzenie Z_1 nastąpiło z powodu zdarzenia Z .

Wnioskowanie według zasady *post hoc, ergo propter hoc* jest błędne. Jest to szczególny wypadek błędu *non causa pro causa*.

DEFINICJA: Błąd *non causa pro causa* (*fallacia non causae ut causae*) polega na wzięciu zdarzenia Z_1 za przyczynę zdarzenia Z , gdy faktycznie Z_1 nie jest przyczyną Z .

Pretekstem do przyjęcia istnienia związku przyczynowo-skutkowego między Z a Z_1 jest jakaś relacja między Z a Z_1 . W wypadku *post hoc ergo propter hoc* jest to następstwo czasowe. W „Faraonie” B. Prus pisał o tym, że po słowach kapłana nastąpiło zaćmienie Słońca i ponownie po słowach tegoż kapłana, tym razem wypowiedzianych na prośbę ludu, Słońce wróciło do normalnego stanu. Lud uwierzył, że kapłan swoimi słowami spowodował te sytuacje. Ile to razy uzdrowienie po przyjmowaniu jakichś lekarstw daje podstawę do przekonania o skuteczności tychże lekarstw?

Błąd *non causa pro causa* jest błędem, którego źródłem jest nadanie relacji między zdarzeniami charakteru relacji przyczynowo-skutkowej, gdy faktycznie zdarzenia te nie pozostają w tej relacji. W przesłance stwierdza się jakąś relację między dwoma zdarzeniami, a we wniosku uznaje się, że te zdarzenia pozostają w związku przyczynowo-skutkowym.

2.5.5. Błąd uznania następnika i błąd odrzucenia poprzednika

Błędy we wnioskowaniu, które nie są ewidentne, nie stanowią problemu. Wnioskowanie z takimi błędami nie jest bowiem psychologicznie przekonywające. Oczywiście, mówimy tu o psychologicznej mocy przekonywania w sensie domniemanej możliwości. Mówimy jednak również o tej psychologicznej mocy przekonywania w sensie empirycznym, można bowiem bez trudu wskazać przykłady stosowania takich wnioskowań w praktyce. Skoro się takie wnioskowania pojawiają, to ktoś, kto je przeprowadza, sądzi, że wnioskuje poprawnie, lub ktoś, kto je przeprowadza, wie, że są skuteczne w sensie przekonywania innych.

Błędy nieformalne mają źródło w treści wnioskowania. Błędy formalne mają źródło w formie, strukturze wnioskowania. Błąd formalny ma miejsce wówczas, gdy wydaje się (jest to psychologicznie przekonywające), że wnioskowanie ma strukturę wnioskowania dedukcyjnego, a faktycznie tak nie jest. Szczególną okazję do takiego pomylenia dają wnioskowania według wzoru określanego jako *modus ponens*

i według wzoru *modus tollens*. Takiego rodzaju błąd to *fallacia consequentis*.

W każdym wnioskowaniu postaci:

Jeżeli α , to β

α

Zatem: β

wniosek (β) wynika z przesłanek. Taki sposób wnioskowania to *modus ponens*.

Podobną postać ma wzór:

Jeżeli α , to β

β

Zatem: α .

Nie w każdym wnioskowaniu, które ma taką formę, wniosek wynika z przesłanek. Forma ta poprzez podobieństwo do *modus ponens* potrafi zwodzić. O wnioskowaniu, w którym nastąpiło takie pomylenie, mówi się, że popełniono w nim błąd uznania następnika.

DEFINICJA: Błąd uznania następnika popełnia się, gdy wnioskuje się według schematu:

Jeżeli α , to β

β

Zatem: α .

Przykładem wnioskowania z błędem uznania następnika jest następujące wnioskowanie:

Jeżeli drogi są śliskie, to autobusy spóźniają się.

Autobusy spóźniają się.

Zatem: Drogi są śliskie.

We wnioskowaniach, w których popełnia się błąd uznania następnika jako przesłanki, występują zdanie o postaci implikacji oraz zdanie będące następnikiem tej implikacji. Nazwa błędu utworzona

jest ze względu na tę przesłankę. Wniosek jest poprzednikiem implikacji.

Jako szczególną klasę błędu uznania następnika można zanalizować błędne wnioskowanie według zasady *post hoc ergo propter hoc*. Mianowicie:

Jeśli Z_1 jest przyczyną Z_2 , to Z_2 następuje po Z_1 .

Z_2 następuje po Z_1 .

Zatem: Z_1 jest przyczyną Z_2 .

W każdym wnioskowaniu postaci:

Jeżeli α , to β

nie- β

Zatem: *nie- α*

wniosek (*nie- α*) wynika z przesłanek. Taki sposób wnioskowania to *modus tollens*.

Podobną formę ma wzór:

Jeżeli α , to β

nie- α

Zatem: *nie- β* .

Nie w każdym wnioskowaniu, które ma taką formę, wniosek wynika z przesłanek. Forma ta poprzez podobieństwo do *modus tollens* potrafi zwodzić. O wnioskowaniu, w którym nastąpiło takie pomylenie, mówi się, że popełniono w nim błąd odrzucenia poprzednika.

DEFINICJA: Błąd odrzucenia poprzednika popełnia się, gdy wnioskuje się według schematu:

Jeżeli α , to β

nie- α

Zatem: *nie- β* .

Przykładami wnioskowań z błędem odrzucenia poprzednika są:

Jeśli jest własność prywatna, to jest niesprawiedliwość społeczną.

Nie ma własności prywatnej.

Zatem: Nie ma niesprawiedliwości społecznej.

Jeżeli wzrasta podaż artykułu, to jego cena spada.

Podaż artykułu nie wzrasta.

Zatem: Cena tego artykułu nie spada.

We wnioskowaniach, w których popełnia się błąd odrzucenia poprzednika jako przesłanki, występuje zdanie o postaci implikacji oraz zdanie będące negacją poprzednika tej implikacji. Nazwa błędu utworzona jest ze względu na tę przesłankę. Wniosek jest negacją następnika implikacji.

Obie formy wnioskowania, według których przebiegają wnioskowania obciążone błędem uznania następnika i błędem odrzucenia poprzednika, same przez się nie przesądzają, że wniosek jest fałszywy. Błąd ma miejsce wówczas, gdy wnioskowania te są traktowane jako dedukcyjne, o co łatwo ze względu na łatwość pomylenia form tych wnioskowań z wzorami wnioskowań dedukcyjnych.

Omówione błędy uznania następnika i odrzucenia poprzednika są opisane jako typowe. Nie są to jedyne błędy wnioskowania, których źródło tkwi w niepoprawnej formie, mogą być inne psychologicznie przekonywające, np.:

Jeżeli wzrasta podaż artykułu, to spada jego cena.

Zatem: Jeżeli nie wzrasta podaż artykułu, to nie spada jego cena.

Jak wykazać, że takie wnioskowanie jest niepoprawne, bo przesłanka nie uzasadnia wniosku? Otóż należy znaleźć wnioskowanie tej samej postaci, którego wszystkie przesłanki są prawdziwe a wniosek fałszywy. W wypadku naszego przykładu mogłoby to być wnioskowanie:

Jeżeli liczba dzieli się przez 4, to jest parzysta.

Zatem: Jeżeli liczba nie dzieli się przez 4, to nie jest parzysta.

2.5.6. Błędy nieuzasadnionego uogólnienia i prowincjonalizmu

Przyjrzyjmy się głoszonym tezom. Zauważmy, ile razy występują w nich słówka „często”, „zawsze”, „wszyscy”, „wszędzie” i podobne. Zastanówmy się, czy są rację dla ich użycia. Okazuje się, że nie zawsze. Jeden, dwa lub kilka wypadków ma potwierdzać, że jest tak, jak w tych wypadkach często, zawsze lub wszędzie, choć w rzeczywistości wszystkich wypadków jest nieporównanie więcej niż tylko kilka.

We wnioskowaniu przez indukcję enumeracyjną popełnia się błąd nieuzasadnionego uogólnienia, gdy liczba wypadków stwierdzanych przez przesłanki pozostaje w wyraźnej dysproporcji do liczby wypadków, do których odnosi się wniosek. Odpowiedź na pytanie, kiedy ma miejsce ta «wyraźna dysproporcja» należy do logiki indukcji. W sytuacjach praktycznych kierujemy się intuicją.

DEFINICJA: Błąd nieuzasadnionego uogólnienia (*sophisma inductionis*) to błąd we wnioskowaniu przez indukcję enumeracyjną niepełną, gdy wniosek nie jest dostatecznie uzasadniony przez przesłanki.

Popełnia błąd nieuzasadnionego uogólnienia ktoś, kto będąc raz zmuszonym dać urzędnikowi łapówkę twierdzi, że wszyscy urzędnicy biorą łapówki. Podobnie, gdy komuś się zdarzyło, że korzystając ze społecznej służby zdrowia musiał zapłacić lekarzowi i na tej podstawie twierdzi, że zawsze i każdemu lekarzowi trzeba zapłacić. Niedostateczne uzasadnienie wniosku przez przesłanki w indukcji enumeracyjnej niepełnej może mieć miejsce bądź z powodu niewystarczającego zróżnicowania branych pod uwagę przedmiotów, bądź z powodu niedostatecznej ich liczby.

Błąd prowincjonalizmu polega na uznaniu jako wniosku zdania odnoszącego się do obszarów geograficznych lub kulturowych większych niż te, do którego odnosi się przesłanka. Błąd ten można zinterpretować jako szczególną postać błędu nieuzasadnionego uogólnienia.

DEFINICJA: Błąd prowincjonalizmu to błąd we wnioskowaniu, w którym to, co przesłanka stwierdza o

pewnej dziedzinie, we wniosku bezpodstawnie stwierdzone jest o dziedzinie obszerniejszej.

Błąd prowincjonalizmu popełnia ktoś, kto na podstawie tego, że na terenie dzisiejszej Polski chleb i kartofle są codziennymi artykułami spożywczymi wnioskuje, że tak jest na całym świecie, albo gdy wnioskuje, że tak było w Polsce w okresie panowania dynastii Piastów. Podobnie jest w wypadku kogoś, kto żyjąc w środowisku, w którym zwykle jada się trzy posiłki dziennie żywi przekonanie, że taki jest powszechny zwyczaj na całym świecie.

2.5.7. Błędy przypadkowości

W tradycji filozoficznej wyróżnia się cechy istotne przedmiotu. Są nimi te własności, bez których ten przedmiot nie byłby tego rodzaju przedmiotem, jakim jest. Bycie rozumnym jest istotną cechą człowieka. Coś, co nie jest rozumne, nie jest człowiekiem. Cechą nieistotną jest na przykład to, że jest się czytelnikiem tej książki.

DEFINICJA: Błąd przypadkowości (*fallacia accidentis*) to błąd popełniany wówczas, gdy przypadkową własność uważa się za istotną lub gdy istotną uważa się za przypadkową.

Błąd przypadkowości popełnia ktoś, kto na podstawie tego, że zwierzę szczeka wnioskuje, że jest to pies. Własność nieistotna – szczekanie – uznana została za istotną. Jako błąd potraktowania czegoś istotnego jako nieistotnego można uznać rozumowanie Marii Antoniny, gdy ludowi żądającemu chleba proponowała ciastka.

2.5.8. Błąd zmiany rodzaju

Wiedza jest wiedzą o jakiejś dziedzinie. Na przykład przedmiotem fizyki jest świat materialny, a jej zadaniem ustalenie praw, według których przebiegają wszystkie procesy i zjawiska materialne. Biologia zajmuje się światem ożywionym i określa prawa rządzące w tym świecie. Poszerzenie, czy to jednych czy drugich praw nie jest

uprawnione. Przedmiot fizyki jest bowiem dziedziną różną od dziedziny będącej przedmiotem biologii.

DEFINICJA: Sofizmat przejścia z jednego rodzaju do drugiego (*transitus de genere ad genus*) popełnia się wówczas, gdy zdanie prawdziwe w jednej dziedzinie uznaje się za prawdziwe w innej, istotnie od niej różnej.

Błąd ten popełnia się np. wówczas, gdy na podstawie tego, że człowiek myśli pojęciowo uważa się, że również zwierzęta myślą pojęciowo.

2.5.9. Błąd znaczenia względnego i znaczenia bezwzględnego

DEFINICJA: Błąd przejścia od znaczenia względnego do bezwzględnego (*transitus a dicto secundum quid ad dictum simpliciter*) to błąd popełniany wówczas, gdy na podstawie tego, że coś przysługuje czemuś pod pewnym względem wnioskuje się, że to coś przysługuje temu czemuś bezwzględnie.

Omówiony błąd popełnia się np. wówczas, gdy na podstawie tego, że Jan inteligentnie gra w szachy wnioskuje się, że Jan jest inteligentny.

2.5.10. Błędy reguły i wyjątku

Zwykle od reguł istnieją wyjątki. Jest tak w świecie przyrodniczym, np. reguła dotycząca zwiększania objętości ciał pod wpływem ogrzewania ma wyjątek jeśli chodzi o wodę. Ta anomalia jest ważna dla przetrwania życia biologicznego w wodzie. Wyjątków nie brakuje w normach zwyczajowych i prawnych. Przepisowi określającemu dopuszczalną prędkość pojazdów towarzyszy wyjątek zezwalający na jej przekroczenie przez np. pojazdy policyjne, które ścigają przestępcę.

DEFINICJA: Błąd wnioskowania z reguły na wyjątek popełnia się wówczas, gdy odwołując się do reguły pomija się istnienie wyjątków.

Tego rodzaju błąd popełnia ktoś, kto odwołując się do przykazania: «nie zabijaj», argumentuje na rzecz zniesienia kary śmierci. Podobnie popełnia błąd ktoś, kto na podstawie prawa stwierdzającego, że ciała pod wpływem ciepła zwiększają swoją objętość wnioskuje, że woda o temperaturze 2°C ma większą masę właściwą niż woda o temperaturze 0°C .

DEFINICJA: Błąd wnioskowania z wyjątku na regułę popełnia się wówczas, gdy wyjątek od reguły uznaje się za regułę.

Tego rodzaju błąd popełniły ktoś, kto przepis wyjątkowy traktowałby jako zasadę ogólną. Mogłoby to mieć miejsce np. w wypadku, gdy stwierdzaloby się brak ograniczeń prędkości pojazdów na podstawie przepisu zezwalającego policji na poruszanie się bez ograniczeń prędkości w warunkach tego wymagających dla wykonania zadania służbowego.

3. WYNIKANIE, SCHEMATY I PRAWA LOGIKI

Podana wcześniej definicja wynikania głosi, że zdanie α wynika ze zdań $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ wtedy i tylko wtedy, gdy prawdziwość zdań $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ gwarantuje prawdziwość zdania α . Zamiast o *gwarancji* mówi się też, że *nie może* być tak, aby zdania $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ były prawdziwe a zdanie α fałszywe. Można zapytać, co to znaczy, że *nie może*. Potrzebne jest też skorzystanie z definicji prawdy, która spełnia wymogi metodologiczne logiki. Nie można bowiem tylko ograniczyć się do pogłębionego rozumienia prawdy. Na te pytanie daje odpowiedź logika definiując pojęcie wynikania semantycznego. Interesujący się logiką wyłącznie jako narzędziem mogą jednak tym zagadnieniem nie być zainteresowani i zadowolili się metodami pozwalającymi bez jakichkolwiek wątpliwości stwierdzić, czy w określonym wypadku ma miejsce wynikanie semantyczne. Logika dostarcza takich narzędzi. Są nimi reguły, schematy i prawa logiki, a najogólniej biorąc, rachunek logiczny. Rachunek logiczny opisuje wynikanie syntaktyczne. Termin „rachunek” jest znany, a kojarzy się przede wszystkim z rachunkiem arytmetycznym. Uczono nas pisemnie dodawać i odejmować, mnożyć i dzielić. Przeprowadzenie rachunku wymagało zapisania liczb w systemie dziesiętnym, arabskim. Nie potrafimy przecież pisemnie wykonywać operacji arytmetycznych, gdy liczby zapisane są np. cyframi rzymskimi. Rachunek wymaga więc specjalnego języka³² a jeśli tak, to

³² Arystoteles był pierwszym logikiem, który użył symboli. Stoicy uczynili powszechną praktykę zastępowania zdań numerami. Pełny rozwój symboliki logicznej datuje się od XIX w., gdy George Boole (1815–1864) zauważył korzyści, jakie logika może odnieść z języka symbolicznego.

nadto należy rozumieć, że jest w istocie pewną operacją mechaniczną, czyli operacją polegającą na przyporządkowywaniu sobie obiektów fizycznych, jakimi w wypadku rachunku są napisy. Reguły rachunku arytmetycznego muszą zaś być takie, aby w wyniku przeprowadzenia tego rachunku otrzymać wynik, który jest taki, jaki jest rzeczywisty wynik danej operacji arytmetycznej. Odpowiednikiem rzeczywistego wyniku wykonania operacji arytmetycznej jest wynikanie semantyczne, wynik pisemnego wyrachowania odpowiada wynikaniu syntaktycznemu. W arytmetyce istnieje zgodność między rzeczywistym wynikiem operacji arytmetycznej, a wynikiem uzyskanym na drodze rachunkowej. Dlatego też nie odróżniamy np. dodawania jako pewnej operacji od dodawania pisemnego. Mówimy po prostu o dodawaniu. Podobnie, jeśli jest tak, że z jakichś zdań wynika semantycznie jakieś zdanie wtedy i tylko wtedy, gdy wynika ono z tych zdań syntaktycznie, to w zastosowaniach nie ma potrzeby odróżniania jednego od drugiego, wynikania semantycznego od syntaktycznego. Co się też czyni mówiąc po prostu o wynikaniu. Idea rachunku logicznego, jaka pojawiła się u Leibniza dała początek współczesnej logice formalnej. Leibniz marzył o czasach, gdy zamiast toczyć spory weźmiemy ołówki i papier i wyrachujemy kto ma rację.

Nasze rozważania z zakresu logiki formalnej rozpoczniemy od logiki zdań. Logika zdań traktuje zdanie jako zbudowane ze zdań i spójników. Zdanie proste zaś to najmniejsza, wewnątrznie nie analizowalna jednostka, atom. Poza zdaniami wyróżnia się tylko spójniki (i znaki interpunkcyjne – nawiasy). Zdania języka nauki i języka potocznego zbudowane są również z wyrażeń, które nie są ani zdaniami, ani nie są spójnikami. Znaczenia tych wyrażeń są źródłem związków wynikania semantycznego. Spośród nich szczególnie ważne są słówka kwantyfikujące „dla każdego” i „dla pewnego”. Związki logiczne wyznaczone przez te słówka są przedmiotem sylogistyki i logiki predykatów. W sylogistyce rozważa się zdania podmiotowo-orzecznikowe i przyjmuje, że wszystkie inne dadzą się do nich sprowadzić. We współczesnej logice kwantyfikatorów zdanie jest zanalizowane i ujęte jako zbudowane z predykatów, słówek kwantyfikujących oraz nazw, a dokładniej stałych indywidualnych i zmiennych nazwowych (zmiennie nazwowe służą do wypowiedzania nazw generalnych).

3.1. KLASYCZNA LOGIKA ZDAŃ

Opisując język zdanie zbudowane ze zdań i spójników określimy jako zdanie złożone. Zdanie proste to zdanie, które nie jest złożone. W klasycznej logice zdań pod uwagę bierze się tylko spójniki prawdziwościowe. Zwykle są to negacja, alternatywa, koniunkcja, implikacja i równoważność. Tak też tu postąpimy. Spójniki te wystarczają do wypowiedzenia wszystkich spójników prawdziwościowych. Specjalna pozycja klasycznej logiki zdań spowodowana jest podstawowym charakterem wskazanych spójników. Wydaje się bowiem, że są one niezbędne w każdej nauce. Język danej nauki może być bogatszy i mogą pojawić się w nim inne spójniki. Prawnicy zainteresowani są np. spójnikami: „jest dozwolone, że”, „jest zakazane, że”, „jest nakazane, że”. Logika języka z takimi spójnikami jest zwykle nadbudowana nad logiką klasyczną.

3.1.1. Język klasycznego rachunku zdań

Na opis języka klasycznego rachunku zdań, tak jak każdego języka, składają się słownik i reguły składniowe (syntaktyczne). Reguły składniowe mówią, jakie ciągi elementów słownika są wyrażeniami poprawnie zbudowanymi.

SŁOWNIK (alfabet) języka rachunku zdań:

- (I) p_0, p_1, \dots ;
- (II) \neg ;
- (III) $\rightarrow, \vee, \wedge, \leftrightarrow$;
- (IV) $), ($.

„ p_0 ”, „ p_1 ”, ... to **litery zdaniowe**. Reprezentują one zdania proste, czyli zdania, w których nie występują spójniki. „ \neg ”, „ \rightarrow ”, „ \vee ”, „ \wedge ”, „ \leftrightarrow ” to spójniki, a „ $)$ ” i „ $($ ” to nawiasy (znaki interpunkcyjne).

DEFINICJA ZDANIA (Reguły syntaktyczne³³):

³³ Jedynym rodzajem wyrażeń są tu zdania, stąd definicja zdania wyczerpuje reguły syntaktyczne języka rachunku zdań.

Niech α i β będą dowolnymi ciągami symboli.

- (I) litery zdaniowe są zdaniami;
 (II) jeżeli α jest zdaniem, to $\neg\alpha$ jest zdaniem;
 (III) jeżeli α i β są zdaniami, to $(\alpha \rightarrow \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ są zdaniami;
 (IV) nie ma innych zdań oprócz liter zdaniowych oraz tych ciągów symboli, które są skończonymi ciągami elementów słownika spełniającymi warunki (II) lub (III).

Warunek (IV) można zastąpić warunkiem równoważnym:

- (IV') zbiór zdań jest najmniejszym zbiorem tych skończonych ciągów elementów słownika, które spełniają jeden z warunków (I)–(III).

Zdaniami są:

$$p_0, \neg p_1, (p_2 \vee p_1).$$

Zdaniami nie są:

$$(p_0), (p_0 \vee p_1) \wedge (p_2 \vee p_3).$$

Litery „ α ”, „ β ”, „ γ ”, ... oraz ciągi zbudowane z tych liter i elementów słownika stosowane są w języku, w którym mówimy o języku rachunku zdań. Należą więc do metajęzyka. Służą one do nazywania ciągów elementów słownika języka rachunku zdań. Umawiamy się, że jeśli nie będzie powiedziane inaczej, że litery „ α ”, „ β ”, „ γ ”, ... będą odnosiły się tylko do zdań.

W dalszych rozważaniach uprościmy stosowanie nawiasów i zawsze zamiast pisać: (α) , będziemy pisali: α , czyli będziemy opuszczając nawiasy zewnętrzne. Ponadto umówimy się, że spójniki mają różną moc wiązania, czyli postąpimy tak, jak postępuje się w arytmetyce przyjmując, że np. symbol mnożenia wiąże mocniej niż symbol dodawania. Jeżeli dwuargumentowy spójnik s_1 wiąże mocniej niż dwuargumentowy spójnik s_2 , to zamiast:

$$(\alpha s_1 \beta) s_2 \gamma$$

będziemy mogli pisać:

$$\alpha s_1 \beta s_2 \gamma,$$

a zamiast:

$$\alpha s_2 (\beta s_1 \gamma)$$

będziemy mogli pisać:

$$\alpha s_2 \beta s_1 \gamma.$$

Przyjmuje się, że najmocniej wiążącym spójnikiem jest negacja. Zatem zamiast pisać:

$$(\neg\alpha) s_1 \beta$$

możemy pisać:

$$\neg\alpha s_1 \beta$$

Po negacji najmocniej wiąże kolejno: koniunkcja, alternatywa i równoważność. Najsłabiej wiążącym spójnikiem jest implikacja. Czasem dla większej przejrzystości jest wygodniej użyć więcej nawiasów niż na to pozwalałyby przyjęte reguły. Ponadto stosuje się nawiasy różnych kształtów. Wreszcie, dla wygody, zwykle jako liter zdaniowych będziemy używali małych kolejnych liter alfabetu: p, q, r, \dots

3.1.2. Tautologia

Zdania języka rachunku zdań zbudowane są z liter zdaniowych i ze spójników prawdziwościowych. Zdaniom przyporządkowywać będziemy jedną z dwu liter: v , f ³⁴. W wielu wykładach logiki zamiast tych liter używane są cyfry „1” i „0”.

DEFINICJA: Wartość logiczna zdania to jedna z liter: v , f .

DEFINICJA: Interpretacja zdania to przyporządkowanie literom zdaniowym jednej z dwu wartości logicznych: v , f .

Wartość logiczną zdania α , w zależności od wartości logicznych liter zdaniowych, określa się zgodnie z następującymi tabelkami:

Jeżeli zdanie α , to zdanie $\neg\beta$:

β	$\neg\beta$
v	f
f	v

Jeżeli α , to zdanie postaci: $\beta s \gamma$, gdzie s to spójnik dwuargumentowy:

β	γ	$\beta \rightarrow \gamma$	$\beta \vee \gamma$	$\beta \wedge \gamma$	$\beta \leftrightarrow \gamma$
v	v	v	v	v	v
v	f	f	v	f	f
f	v	v	v	f	f
f	f	v	f	f	v

implikacja, alternatywa, koniunkcja, równoważność

W wypadku interpretacji takiej, że p_0 przyjmuje wartość v , a p_1 przyjmuje wartość f zdanie:

³⁴ *Verum* – po łacinie znaczy tyle co – prawda, a *falsum* – fałsz.

$$\neg(p_0 \vee p_1)$$

przyjmuje wartość f . Zgodnie z tabelką mamy bowiem, że:

$$p_0 \vee p_1$$

przyjmuje wartość v . A zatem jego negacja, czyli rozważane zdanie, przyjmuje wartość f .

DEFINICJA: Zdanie α jest tautologią (symbolicznie: $\vdash \alpha$) wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnej interpretacji przyjmuje wartość v .

Tautologią jest zdanie:

$$p_0 \vee \neg p_0.$$

Jeżeli α i $\alpha \rightarrow \beta$ są tautologiami, to tautologią jest też β , czyli

TWIERDZENIE 1. Jeżeli $\vdash \alpha$ i $\vdash \alpha \rightarrow \beta$, to $\vdash \beta$.

DOWÓD

Niech α i $\alpha \rightarrow \beta$ będą tautologiami. Gdyby β nie było tautologią, to istniałaby taka interpretacja, dla której β przyjmowałoby wartość f . Zgodnie z definicją implikacji, dla tej interpretacji również α przyjmowałoby wartość f , co przeczy założeniu, że α jest tautologią. ■

DEFINICJA: Kontrtautologia to zdanie, które dla dowolnej interpretacji przyjmuje wartość f .

Kontrtautologią jest np.: $\alpha \wedge \neg\alpha$. Można zauważyć, że zdanie jest kontrtautologią wtedy i tylko wtedy, gdy jego negacja jest tautologią.

Okazuje się, że problem, czy zdanie jest tautologią, jest **rozstrzygalny**. Znaczy to, że istnieje rachunek, który w wypadku dowolnego zdania pozwala w ograniczonej liczbie operacji rachunkowych znaleźć odpowiedź na pytanie, czy zdanie to jest tautologią, czy nie jest tautologią. Zauważmy, że każdemu zdaniu można przyporządkować

tylko skończoną liczbę interpretacji. Jeśli w zdaniu występuje n liter zdaniowych (bez względu na to, ile razy zostały użyte poszczególne litery zdaniowe), to możliwych jest 2^n interpretacji tego zdania. Jest to liczba skończona. Określenie wartości zdania dla każdej interpretacji jest operacją dającą się wykonać w skończonej liczbie kroków. Iloczyn dwóch skończonych liczb jest liczbą skończoną. Zatem wykonanie skończonej liczby operacji rachunkowych wystarcza, aby znaleźć odpowiedź na pytanie, czy dane zdanie jest tautologią.

Odpowiedzi na pytanie, czy zdanie jest tautologią, możemy szukać przyporządkowując literom zdaniowym kolejno wszystkie możliwe wartości. Ten sposób postępowania to **metoda wprost**. Zdanie jest tautologią, jeśli dla wszystkich możliwych układów wartości przyjmuje wartość v . Możemy również postępować nie wprost. Stosując **metodę nie wprost** zakładamy, że zdanie nie jest tautologią. Następnie kierując się zasadami przyporządkowywania wartości logicznych przypisujemy wartości logiczne zdaniom składowym. Postępujemy tak tak długo aż stwierdzimy, że:

- 1) jakiemuś zdaniu składowemu rozważanego zdania należałoby przyporządkować zarówno wartość v jak i wartość f . Wówczas stwierdzamy, że nie może być tak, aby to zdanie nie było tautologią. A więc, że jest ono tautologią.
- 2) poszczególnym literom zdaniowym zostanie przyporządkowana dokładnie jedna wartość v lub f . Wówczas stwierdzamy, że zdanie to dla tych właśnie wartości przyjmuje wartość f . A więc, że nie jest tautologią.

Zaletą metody nie wprost jest możliwość skrócenia sprawdzania. Metoda wprost wymaga sprawdzenia wszystkich układów wartości liter zdaniowych. Już przy sześciu literach trzeba rozważyć 64 układy. Poszukuje się innych sposobów. Wielka liczba koniecznych działań jest bowiem w ogóle cechą szczególną metody zero-jedynkowej. Charles Dodgson (1832–1898), matematyk i logik, fotograf i literat, bardziej znany pod literackim pseudonimem Lewis Carroll, zaprojektował zagadkę, „problem żaby”, która wymaga osiemnastu liter zdaniowych. Należałoby rozważyć więc 262144 możliwości. Gdyby przyjąć,

że jeden symbol wpisywany jest w przeciągu jednej sekundy, to na wykonanie wszystkich operacji potrzeba by było prawie roku.

O opisanych wyżej metodach wprost i nie wprost z tego powodu, że zwykle stosuje się cyfry „1” i „0” mówi się, że jest to **metoda zero-jedynkowa**³⁵

3.1.3. Wynikanie w klasycznej logice zdań

Podstawowym problemem logiki jest odpowiedź na pytanie o warunki poprawności rozumowań. Wnioskowanie dedukcyjne to rozumowanie, w którym na podstawie wcześniej uznanych zdań-przesłanek uznajemy zdanie-wniosek. Wnioskowanie dedukcyjne wyróżnia od innych poprawnych rozumowań to, że w jego wypadku prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku. Zajmujemy się rachunkiem logicznym, aby podać zasady rachunkowe, których przestrzeganie zagwarantuje, że wnioskowanie będzie dedukcyjne. Reguły rachunku logicznego są mniej skomplikowane niż np. pisemnego dodawania.

Reguły rachunku określonym specyficznym dla danej reguły zarówno co do liczby jak i kształtu napisom przyporządkowują jakiś określony co do kształtu napis. W wypadku rachunku logicznego to przyporządkowanie określa się też jako **wyprowadzalność**. Reguła MP napisom α oraz $\alpha \rightarrow \beta$ przyporządkowuje napis α .

DEFINICJA: **Reguła odrywania (Modus Ponens):**

(MP) z α i $\alpha \rightarrow \beta$ wyprowadzalne jest β .

Zamiast mówić o wynikaniu wniosku z przesłanek możemy mówić o wynikaniu zdania ze zbioru zdań.

DEFINICJA: Ze zbioru zdań Σ wynika zdanie α (symbolicznie: $\Sigma \vdash \alpha$) wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje skończony ciąg zdań $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ taki, że dla każdego α_i , $0 \leq i \leq n$, spełniony jest jeden z warunków:

³⁵ Metoda ta została rozwinięta w 1921 niezależnie przez amerykańskiego logika Emila Posta oraz austriackiego filozofa Ludwika Wittgensteina.

- 1) α_i jest elementem zbioru Σ ,
- 2) α_i jest tautologią,
- 3) istnieją $j, k \leq i$ takie, że α_k jest zdaniem $\alpha_j \rightarrow \alpha_i$.

Ciąg zdań $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ spełniający warunki 1–3 to **dowód** zdania α ze zbioru zdań Σ .

Warunek (3) można sformułować równoważnie:

istnieją $j, k \leq i$ takie, że α_i jest wyprowadzalne z α_j i α_k za pomocą reguły MP.

Zbiór zdań Σ to zbiór **przesłanek**, albo inaczej **założeń**. Σ może w szczególności być zbiorem pustym (\emptyset).

TWIERDZENIE 2. Zdanie α wynika z pustego zbioru zdań ($\emptyset \vdash \alpha$) wtedy i tylko wtedy, gdy jest tautologią ($\vdash \alpha$).

DOWÓD

Niech α będzie tautologią. Jednoelementowy ciąg α spełnia warunek (2) definicji wynikania. Zatem α wynika z pustego zbioru założeń.

Niech α wynika z pustego zbioru założeń. Istnieje zatem ciąg:

$$\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$$

który spełnia warunki dowodu. Zdanie α_n , ostatni wyraz tego ciągu, to zdanie α . Pokażemy, że każdy element tego ciągu jest tautologią. W szczególności tautologią będzie więc zdanie α . Pierwsze dwa wyrazy dowodu są tautologiami lub elementami zbioru założeń. Zatem, gdy zbiór założeń jest pusty, zdania α_0 i α_1 muszą być tautologiami. Załóżmy, że jest taki wyraz ciągu dowodowego, który nie jest tautologią. Niech α_i będzie pierwszym wyrazem ciągu, który nie jest tautologią. Ponieważ poprzedzające go wyrazy są tautologiami a zbiór Σ jest pusty, więc α_i mogło zostać otrzymane tylko przez zastosowanie reguły MP. Ponieważ zgodnie z twierdzeniem 1, zastosowanie reguły MP do

tautologii daje w wyniku tautologię, otrzymujemy sprzeczność z założeniem. Zatem wszystkie wyrazy rozważanego ciągu są tautologiami. W szczególności tautologią jest α_n . ■

Twierdzi się (tu dowód tego jest pominięty), że wynikanie zgodnie z zasadami dowodu w rachunku zdań (wynikanie syntaktyczne) pokrywa się z wynikaniem semantycznym, czyli takim, które ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku.

3.1.3.1. Twierdzenie o dedukcji

Mając do dowiedzenia zdanie $\alpha \rightarrow \beta$ do zbioru przesłanek Σ zwykliśmy dołączać zdanie α i ze zbioru przesłanek $\Sigma \cup \{\alpha\}$ dowodzić zdanie β . Mając dowieść zdanie „jeżeli trójkąt ma dwa równe boki, to ma dwa równe kąty”, do zbioru przesłanek – w tym wypadku są to udowodnione twierdzenia geometrii – dołączamy zdanie „trójkąt ma dwa boki równe”. Dokonujemy tego mówiąc „założmy, że trójkąt ma dwa równe boki”. Dowodzimy zaś zdania „trójkąt ma dwa równe kąty”. Czy nasz sposób postępowania jest uprawniony, czy jest zgodny z logiką? Pozytywną odpowiedź na to pytanie daje twierdzenie o dedukcji.

TWIERDZENIE 3. O dedukcji:

$$\Sigma \vdash \alpha \rightarrow \beta$$

wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\Sigma \cup \{\alpha\} \vdash \beta.$$

DOWÓD

Udowodnimy dwie tezy, które łącznie składają się na twierdzenie o dedukcji, a mianowicie:

- A. jeżeli $\Sigma \vdash \alpha \rightarrow \beta$, to $\Sigma \cup \{\alpha\} \vdash \beta$,
- B. jeżeli $\Sigma \cup \{\alpha\} \vdash \beta$, to $\Sigma \vdash \alpha \rightarrow \beta$.

(A)

Dowód (A) jest krótki. Niech ze zbioru Σ wynika zdanie $\alpha \rightarrow \beta$. Zgodnie z definicją wynikania istnieje ciąg $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, który jest dowodem ze zbioru Σ zdania $\alpha \rightarrow \beta$. Ciąg $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \alpha$ jest dowodem ze zbioru $\Sigma \cup \{\alpha\}$ zdania β . Zgodnie z definicją wynikania zdanie α_n to zdanie $\alpha \rightarrow \beta$. Zdanie α wolno dołączyć do dowodu na mocy pkt 1 definicji wynikania, gdyż jest założeniem tego dowodu. Zdanie β otrzymujemy stosując regułę odrywania do $\alpha_n [= \alpha \rightarrow \beta]$ i α .

(B)

Dowód tezy (B) jest bardziej złożony. Niech β ma dowód ze zbioru $\Sigma \cup \{\alpha\}$, czyli $\Sigma \cup \{\alpha\} \vdash \beta$. Niech dowodem tym będzie $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Udowodnimy, że dla każdego i , $1 \leq i \leq n$, $\Sigma \vdash \alpha \rightarrow \alpha_i$. Tym samym udowodnimy tezę (B), bowiem zgodnie z definicją dowodu α_n to zdanie β .

 B_0

W wypadku $i = 1$, α_1 może być tautologią lub elementem zbioru $\Sigma \cup \{\alpha\}$. Jeżeli α_1 jest tautologią, to tautologią jest też $\alpha \rightarrow \alpha_1$. Zdanie $\alpha \rightarrow \alpha_1$ jako tautologia ma dowód z pustego, a zatem i z dowolnego zbioru zdań, w szczególności z Σ . Niech α_1 będzie założeniem, czyli $\alpha_1 \in \Sigma \cup \{\alpha\}$. α_1 może być zdaniem α . Wówczas zdanie $\alpha \rightarrow \alpha_1 [= \alpha \rightarrow \alpha]$ jest tautologią, a więc ma dowód z dowolnego zbioru zdań, w szczególności z Σ . α_1 może być elementem Σ . Ciąg:

1. $\alpha_1 \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha_1)$ tautologia
2. α_1 założenie
3. $\alpha \rightarrow \alpha_1$ (MP; 1,2)

jest dowodem ze zbioru Σ zdania $\alpha \rightarrow \alpha_1$.

 $B_{(k+1)}$

ZAŁOŻENIE INDUKCYJNE. Niech dla pewnego k zachodzi: $\Sigma \vdash \alpha \rightarrow \alpha_k$. Pokażemy, że dla $i = k + 1$ zachodzi:

$$\Sigma \vdash \alpha \rightarrow \alpha_{k+1}.$$

Zgodnie z definicją dowodu α_{k+1} może być tautologią, założeniem lub może być uzyskane przez zastosowanie reguły odrywania do poprzedzających je elementów ciągu. W wypadku, gdy α_{k+1} jest tautologią lub założeniem postępujemy jak w B_0 . Pozostaje więc rozważyć wypadek, gdy α_{k+1} jest uzyskane za pomocą reguły odrywania. Niech to będzie wynik zastosowania tej reguły do α_m i $\alpha_m \rightarrow \alpha_{k+1}$. Zgodnie z założeniem indukcyjnym zdania $\alpha \rightarrow \alpha_m$ oraz $\alpha \rightarrow (\alpha_m \rightarrow \alpha_{k+1})$ mają dowody ze zbioru Σ . Niech ciąg:

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_l [= \alpha \rightarrow \alpha_m]$$

będzie dowodem ze zbioru Σ zdania $\alpha \rightarrow \alpha_m$, a ciąg:

$$\gamma_{l+1}, \gamma_{l+2}, \dots, \gamma_{l+u} [= \alpha \rightarrow (\alpha_m \rightarrow \alpha_{k+1})]$$

niech będzie dowodem ze zbioru Σ zdania $\alpha \rightarrow (\alpha_m \rightarrow \alpha_{k+1})$. Ciąg:

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_l, \gamma_{l+1}, \gamma_{l+2}, \dots, \gamma_{l+u}$$

przedłużony o następujące trzy zdania:

- $l + u + 1$. $[\alpha \rightarrow (\alpha_m \rightarrow \alpha_{k+1})] \rightarrow [(\alpha \rightarrow \alpha_m) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha_{k+1})]$ tautologia
- $l + u + 2$. $(\alpha \rightarrow \alpha_m) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha_{k+1})$ (MP; $l+u+1, l+u$)
- $l + u + 3$. $\alpha \rightarrow \alpha_{k+1}$ (MP; $l+u+3, l$)

jest dowodem ze zbioru Σ zdania $\alpha \rightarrow \alpha_{k+1}$. ■

3.1.4. Schematy i prawa logiki zdań

Dla logiki zdań jako jedyną regułę rachunku logicznego przyjęliśmy regułę odrywania (MP). Dla celów praktycznych korzystnie jest wzbogacić zasób reguł. W wypadku rachunków arytmetycznych też zwykliśmy tak postępować. Korzystamy z różnych wzorów jak np. na kwadrat różnicy: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$. W wypadku logiki takimi wzorami są schematy/reguły wnioskowań. Ogólnie biorąc reguła wnioskowania to zasada przyporządkowywania zdania określonego kształtu zdaniom określonym co do liczby i kształtu.

Między wnioskowaniami, w których zachodzi wynikanie wniosku z przesłanek, a tautologiami istnieje ścisły związek.

TWIERDZENIE 4. Ze zdań $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ wynika zdanie β , czyli

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n\} \vdash \beta$$

wtedy i tylko wtedy, gdy tautologią jest zdanie

$$(\alpha_0 \wedge \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n) \rightarrow \beta$$

czyli wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\vdash (\alpha_0 \wedge \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n) \rightarrow \beta.$$

DOWÓD

Na podstawie twierdzenia o dedukcji mamy, że

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n\} \vdash \beta$$

wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\emptyset \vdash \alpha_0 \rightarrow (\alpha_1 \rightarrow (\dots \rightarrow (\alpha_n \rightarrow \beta) \dots))$$

To zaś na podstawie twierdzenia 2 ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\vdash \alpha_0 \rightarrow (\alpha_1 \rightarrow (\dots \rightarrow (\alpha_n \rightarrow \beta) \dots))$$

Zdanie

$$\alpha_0 \rightarrow (\alpha_1 \rightarrow (\dots \rightarrow (\alpha_n \rightarrow \beta) \dots))$$

przyjmuje wartość f wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie zdania $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ przyjmują wartość v , a zdanie β przyjmuje wartość f . Jest to również warunek konieczny i wystarczający przyjmowania wartości f przez zdanie:

$$(\alpha_0 \wedge \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n) \rightarrow \beta.$$

Zatem

$$\vdash \alpha_0 \rightarrow (\alpha_1 \rightarrow (\dots \rightarrow (\alpha_n \rightarrow \beta) \dots))$$

wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\vdash (\alpha_0 \wedge \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n) \rightarrow \beta. \quad \blacksquare$$

Wnioskowaniu dedukcyjnemu:

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n\} \vdash \beta$$

odpowiada tautologia:

$$\vdash (\alpha_0 \wedge \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n) \rightarrow \beta.$$

Tautologii:

$$\vdash (\alpha_0 \wedge \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n) \rightarrow \beta$$

odpowiada zaś wnioskowanie dedukcyjne:

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n\} \vdash \beta.$$

Okazuje się, że każde zdanie:

$$\alpha \vee \neg \alpha$$

jest tautologią niezależnie od tego, jakie zdanie będzie zdaniem α .

Nie potrafimy powiedzieć, czy zdanie:

$$\alpha \vee \neg\beta$$

jest, czy też nie jest tautologią. Potrzebna jest wiedza do jakiego zdania języka rachunku zdań odnosi się „ α ” a do jakiego odnosi się „ β ”. Jeśli α to zdanie:

$$p_0 \vee p_1$$

a β to zdanie:

$$p_0 \wedge p_2$$

to zdanie $\alpha \vee \neg\beta$ jest tautologią. Nie byłaby to tautologia, gdyby α było zdaniem:

$$p_0 \wedge p_1$$

a β byłoby zdaniem:

$$p_0 \vee p_1.$$

Liter: „ α ”, „ β ”, ... używamy w języku, w którym mówimy dla wskazywania zdań języka, o którym mówimy. Bywa, że nie określamy, do jakich zdań litery te się odnoszą. Na przykład, gdy mówimy „jeśli α i β są zdaniem, to zdaniem jest również $\alpha \rightarrow \beta$ ”. Nie wiemy jednak, jakie jest to zdanie póki nie wiemy, jakimi zdaniem są α i β . Takie wyrażenie, w którym występują tylko spójniki, nawiasy i litery: „ α ”, „ β ”, ... i które w wypadku, gdy α , β , ... są zdaniem jest też zdaniem, to **schemat zdania**.

DEFINICJA: Prawo logiki (zdań) to schemat tautologii.

Prawem logiki jest:

$$\alpha \vee \neg\alpha.$$

Tautologiami, których prawo to jest schematem, są następujące zdania: $p \vee \neg p$, $q \vee \neg q$, $p \wedge q \vee \neg(p \wedge q)$, $(p \rightarrow q) \vee \neg(p \rightarrow q)$. To, że schemat Φ ³⁶ jest prawem logiki będzie zapisywane:

$$\vdash \Phi.$$

Zgodnie z wyżej udowodnionym twierdzeniem, niektórym tautologiom odpowiadają wnioski dedukcyjne. Schematom tautologii, czyli prawom logiki w podobny sposób odpowiadają schematy wnioskowań dedukcyjnych, czyli schematy logiczne.

DEFINICJA: Schemat logiczny to schemat wnioskowania dedukcyjnego.

Schematy logiczne będą zapisywane:

$$\begin{array}{c} \Phi_0 \\ \Phi_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Phi_n \\ \Psi \end{array}$$

lub:

$$\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_n \vdash \Psi.$$

Schemat ten odpowiada prawu logiki:

³⁶ Na oznaczenie schematów zdań używać będziemy wielkich liter greckich. Jeśli język rachunku zdań jest językiem przedmiotowym, to wielkie litery greckie będą należały do metametajęzyka tego języka.

$$(\Phi_0 \wedge \Phi_1 \wedge \dots \wedge \Phi_n) \rightarrow \Psi.$$

Wnioskowanie, które przebiega zgodnie ze schematem logicznym, jest wnioskowaniem, w którym z przesłanek wynika wniosek. Stwierdzenie, czy wnioskowanie jest dedukcyjne, może być dokonane w oparciu o zasady wynikające ze sposobu sprawdzania, czy zdanie jest tautologią. Stwierdzenie, czy schemat jest prawem logiki lub czy schemat wnioskowania jest schematem logicznym dokonywane jest w podobny sposób jak stwierdzenie, czy zdanie jest tautologią lub czy wnioskowanie jest dedukcyjne. W schematach nie występują litery zdaniowe. Występują zaś zmienne metaprzecmiotowe: „ α ”, „ β ”, „ γ ”, Im to przyporządkowywane są wartości logiczne w taki sam sposób jak są one przyporządkowywane literom zdaniowym. Problemy, czy schemat zdania języka rachunku zdań jest prawem logiki lub czy schemat wnioskowania w języku rachunku zdań jest logicznym schematem wnioskowania są rozstrzygalne.

Podamy niektóre ważniejsze prawa logiki i – jeśli są – odpowiadające im schematy logiczne.

Nazwa	
prawo	schemat
zasada tożsamości (<i>principium identitatis</i>)	$\alpha \rightarrow \alpha$
zasada (nie)sprzeczności (<i>principium noncontradictionis</i>)	$\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$

zasada wyłączonego środka
(*principium tertii exclusi*)

$$\alpha \vee \neg\alpha$$

zasada podwójnego przeczenia

$$\neg(\neg\alpha) \rightarrow \alpha$$

*modus ponendo ponens*³⁷

$$\begin{array}{l} [(\alpha \rightarrow \beta) \wedge \alpha] \rightarrow \beta \\ \alpha \rightarrow \beta \\ \alpha \\ \hline \beta \end{array}$$

*modus tollendo tollens*³⁷

$$\begin{array}{l} [(\alpha \rightarrow \beta) \wedge \neg\beta] \rightarrow \neg\alpha \\ \alpha \rightarrow \beta \\ \neg\beta \\ \hline \neg\alpha \end{array}$$

transpozycja zwykła

$$\begin{array}{l} (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha) \\ \alpha \rightarrow \beta \\ \hline \neg\beta \rightarrow \neg\alpha \end{array}$$

³⁷ Inaczej: sylogizm konstrukcyjny. *Modus* – po łacinie tyle co sposób; a *pono* – kłaść, zakładać, twierdzić. Zwykle krótko nazywany: *modus ponens*

³⁷ Inaczej: sylogizm destrukcyjny. *Tollo* – po łacinie – znieść, zburzyć, usunąć, zaprzeczyć. Zwykle krótko nazywany: *modus tollens*.

modus tollendo ponens

$$\begin{array}{l}
 [(\alpha \vee \beta) \wedge \neg \alpha] \rightarrow \beta \\
 \alpha \vee \beta \\
 \neg \alpha \\
 \hline
 \beta
 \end{array}$$

modus ponendo tollens

$$\begin{array}{l}
 [(\neg \alpha \vee \neg \beta) \wedge \alpha] \rightarrow \neg \beta \\
 \neg \alpha \vee \neg \beta \\
 \alpha \\
 \hline
 \neg \beta
 \end{array}$$

I prawo De Morgana

$$\begin{array}{l}
 \neg(\alpha \wedge \beta) \rightarrow (\neg \alpha \vee \neg \beta) \\
 \neg(\alpha \wedge \beta) \\
 \hline
 \neg \alpha \vee \neg \beta
 \end{array}$$

II prawo De Morgana

$$\begin{array}{l}
 \neg(\alpha \vee \beta) \rightarrow (\neg \alpha \wedge \neg \beta) \\
 \neg(\alpha \vee \beta) \\
 \hline
 \neg \alpha \wedge \neg \beta
 \end{array}$$

sylogizm hipotetyczny

$$\begin{array}{l}
 [(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \gamma)] \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma) \\
 \alpha \rightarrow \beta \\
 \beta \rightarrow \gamma \\
 \hline
 \alpha \rightarrow \gamma
 \end{array}$$

transpozycja złożona

$$\begin{array}{l}
 [(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma] \rightarrow [(\alpha \wedge \neg \gamma) \rightarrow \neg \beta] \\
 (\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma \\
 \hline
 (\alpha \wedge \neg \gamma) \rightarrow \neg \beta
 \end{array}$$

dylemat konstrukcyjny

$$\begin{array}{l}
 [(\alpha \rightarrow \gamma) \wedge (\beta \rightarrow \gamma) \wedge (\alpha \vee \beta)] \rightarrow \gamma \\
 \alpha \rightarrow \gamma \\
 \beta \rightarrow \gamma \\
 \alpha \vee \beta \\
 \hline
 \gamma
 \end{array}$$

dylemat destrukcyjny

$$\begin{array}{l}
 [(\gamma \rightarrow \alpha) \wedge (\gamma \rightarrow \beta) \wedge (\neg \alpha \vee \neg \beta)] \rightarrow \neg \gamma \\
 \gamma \rightarrow \alpha \\
 \gamma \rightarrow \beta \\
 \neg \alpha \vee \neg \beta \\
 \hline
 \neg \gamma
 \end{array}$$

3.2. LOGIKA KWANTYFIKATORÓW

W rachunku zdań najmniejszą, wewnątrznie nieanalizowalną jednostką jest zdanie. Ze zdań:

1. Wieloryby są ssakami.
2. Ssaki są kregowcami.

wynika semantycznie – co tu stwierdzamy kierując się intuicją – zdanie:

W. Wieloryby są kregowcami.

Z punktu widzenia języka rachunku zdań zarówno przesłanki (1) i (2) jak i wniosek (W) są zdaniami prostymi i jedyny schemat, jaki możemy temu wnioskowaniu przyporządkować to schemat:

$$\frac{\alpha}{\frac{\beta}{\gamma}}$$

Schemat ten nie jest logiczny. Znaczy to, że w analizowanym wnioskowaniu reguły rachunku zdań okazały się niewystarczające dla «wyrachowania» zachodzenia wynikania semantycznego. Musimy dysponować więc bogatszym rachunkiem. Reguły takiego rachunku odnosić się będą do wewnętrznych elementów składowych zdania. O związkach logicznych zachodzących między zdaniami złożonymi decydują spójniki, za pomocą których te zdania zostały zbudowane. Powstaje pytanie, jakie wyrażenia «z wnętrza» zdań wyznaczają związki logiczne między tymi zdaniami? Takimi wyrażeniami są te, które są uniwersalne, a więc niezależne od specyficznej dziedziny, jaką te zdania opisują. Logicy takie uniwersalne wyrażenia nazywają „stałymi logicznymi”. Logika klasyczna wskazuje na słowa kwantyfikujące „każdy” i „pewien” jako najistotniejsze stałe logiczne obok klasycznych spójników zdaniowych, nazywając je kwantyfikatorami. Pozostaje wybór języka, który nadawałby się na rachunek kwantyfikatorów. Rozważymy dwie propozycje. Jedną, którą dawała logika tradycyjna zwana sylogistyką i współczesną, którą daje klasyczna logika predykatów.

W sylogistyce, której twórcą był Arystoteles³⁷, a doskonalona była przez scholastyków w Średniowieczu, zdanie ma postać podmiotowo-orzecznikową lub jest zdaniem podmiotowo-orzeczeniowym i daje się sprowadzić do postaci podmiotowo-orzecznikowej³⁸. Po łacinie „podmiot” to „*Subiectum*”, a „orzecznik” – „*Predicatum*”. Zdania

³⁷ Jeszcze w XVIII w. wydawało się – głosił to E. Kant – że logika Arystotelesa jest tak wszechstronnie i doskonale zbudowana, że prawie niczego już do niej nie można dodać. System tej logiki wykładany jest współcześnie i to nie bynajmniej tylko w ramach historii logiki. Wykład taki można zwykle też znaleźć w podręcznikach logiki dla prawników i teologów.

³⁸ Zob. w tej sprawie rozdz. 1.

naukowe – a takimi zdaniami miała się zajmować logika – mogły być zdaniami podmiotowo-orzecznikowymi, w których zarówno podmiot jak i orzecznik są nazwami ogólnymi. Są to zdania kategoriyczne, poza ewentualnie negacją nie zawierają żadnego innego spójnika zdaniowego.

W logice współczesnej zdanie analizuje się jako zbudowane z predykatów, stałych indywidualnych (nazw jednostkowych), zmiennych nazwowych, czyli zmiennych, których zakresem zmienności jest zbiór przedmiotów oraz ze słówek kwantyfikujących, którymi są – najprościej mówiąc – słowa „każdy” i „pewien”. Stosowana jest też symbolika inna niż w sylogistyce. Dla wyrażenia słowa kwantyfikującego „każdy” używa się symbolu „ \forall ”, zaś dla wyrażenia słowa kwantyfikującego „pewien” używa się symbolu „ \exists ”.

3.2.1. Sylogistyka³⁹.

Zdania kategoriyczne będące przedmiotem logiki tradycyjnej, czyli sylogistyki, mogły być jednego z czterech rodzajów, a mianowicie takimi, które stwierdzają, że:

- 1) każdy desygnat podmiotu jest desygnatem orzecznika,
- 2) żaden desygnat podmiotu nie jest desygnatem orzecznika,
- 3) niektóre desygnaty podmiotu są desygnatami orzecznika,
- 4) niektóre desygnaty podmiotu nie są desygnatami orzecznika.

Zdania (1) i (2) od (3) i (4) różnią się **ilością**: pierwsze są ogólne (*propositio universalis*), drugie szczegółowe (*propositio particularis*)⁴⁰.

³⁹ Wyraz „sylogizm” w języku greckim znaczy tyle, co „obliczanie”, „rozumowanie”.

⁴⁰ W logice tradycyjnej ze względu na ilość wyróżniano jeszcze zdania jednostkowe (*propositio singularis*) i zdania nieokreślone (*propositio indefinita*). Zdania jednostkowe są to zdania, których podmiot wskazuje dokładnie jeden określony przedmiot, jak np. w zdanie „Sokrates jest śmiertelny”. Zdania nieokreślone, to zdania, które mogły być przez dodanie kwantyfikacji przekształcone na zdania ogólne lub szczegółowe. Zdaniem nieokreślonym jest np. „Kreńczycy kłamią”.

Zdania (1) i (3) od (2) i (4) różnią się **jakością**: pierwsze są twierdzące (*propositio affirmativa*), drugie są przeczące (*propositio negativa*). Zatem mamy zdania: ogólnotwierdzące, szczegółowo twierdzące, ogólnopreczające, szczegółowo przeczące. Po łacinie „twierdzą” – „*affirmo*”, „przeczę” – „*nego*”. Pierwsze samogłoski z tych słów zostały użyte dla oznaczenia zdań ogólnych, odpowiednio, twierdzącego i przeczącego. Drugie samogłoski zostały zaś użyte dla oznaczenia zdań szczegółowych, odpowiednio, twierdzącego i przeczącego. Zatem SaP to zdanie ogólnotwierdzące, SeP – ogólnopreczające, SiP – szczegółowo twierdzące, SoP – szczegółowo przeczące.

DEFINICJA: Termin to podmiot lub orzecznik zdania kategoriowego.

DEFINICJA: Kategoriowe zdanie ogólnotwierdzące (symbolicznie.: SaP) to zdanie podmiotowo-orzecznikowe, którego podmiotem jest nazwa ogólna S , a orzecznikiem jest nazwa ogólna P i które stwierdza, że każdy desygnat S jest desygnatem P .

Przykładami zdań ogólnotwierdzących są zdania: Każdy człowiek jest śmiertelny. Każdy człowiek jest rozumny. Każdy adwokat jest prawnikiem.

DEFINICJA: Kategoriowe zdanie szczegółowo twierdzące (symbolicznie.: SiP) to zdanie podmiotowo-orzecznikowe, którego podmiotem jest nazwa ogólna S , a orzecznikiem jest nazwa ogólna P i które stwierdza, że pewien desygnat S jest desygnatem P .

Przykładami zdań szczegółowo twierdzących są: Pewien człowiek jest filozofem. Pewien student jest grającym w tenisa.

DEFINICJA: Kategoriowe zdanie ogólnopreczające (symbolicznie.: SeP) to zdanie podmiotowo-orzecznikowe, którego podmiotem jest nazwa ogólna S , a orzecznikiem jest nazwa ogólna P i które stwierdza, że żaden desygnat S nie jest desygnatem P .

Przykładami zdań ogólnopreczających są: Żaden analfabeta nie jest pisarzem. Żaden student nie jest małoletni. Żaden koń nie jest latający.

DEFINICJA: Kategoriowe zdanie szczegółowo przeczące (symbolicznie.: SoP) to zdanie podmiotowo-orzecznikowe, którego podmiotem jest nazwa ogólna S , a orzecznikiem jest nazwa ogólna P i które stwierdza, że pewien desygnat S nie jest desygnatem P .

Przykładami zdań szczegółowo przeczących są zdania: Pewien człowiek nie jest filozofem. Pewien student nie jest uczącym się logiki. Pewien słoń nie jest oswojony.

W sylogistyce rozważa się też związki logiczne ze względu na dopełnienie zakresu podmiotu lub orzecznika do zakresu dziedziny rozważań. Potrzebny jest wskaźnik nazwy sprzecznej do danej nazwy. Nazwą sprzeczną z nazwą N jest nazwa $nonN$.

3.2.1.1. Język sylogistyki

SŁOWNIK (alfabet) języka sylogistyki

(I) A, B, C, \dots ,

(II) non

(III) a, i, e, o .

DEFINICJA TERMINU

(I) Litery: A, B, C, \dots są terminami,

(II) jeśli S jest terminem, to $nonS$ jest terminem,

(III) nie ma innych terminów poza tymi skończonymi ciągami symboli, które dadzą się utworzyć zgodnie z punktami I i II.

DEFINICJA ZDANIA

(I) Jeśli S i P są terminami to zdaniami są: SaP, SiP, SeP, SoP ,

(II) nie ma innych zdań oprócz wyrażeń dających się zbudować zgodnie z pkt I.

3.2.1.2. Diagramy Venna

Szwajcarski matematyk Leonard Euler (1707–1783) i brytyjski matematyk John Venn (1834–1923) wymyślili diagramy dla przedstawiania znaczenia zdań kategoriycznych. Zapoznamy się z diagramami Venna.

Zbiór wszystkich przedmiotów dziedziny rozważań, zbiór uniwersalny (symbolicznie: U) reprezentowany jest przez prostokąt. Zakresy nazw reprezentowane są przez wzajemnie przecinające się koła znajdujące się wewnątrz prostokąta. Brak przedmiotów w jakimś obszarze wyznaczonym przez granice kół zaznaczany jest przez wykresowanie tego obszaru liniami poziomymi, a istnienie przedmiotu w takim obszarze zaznaczane jest przez postawienie w tym obszarze znaku plus (+).

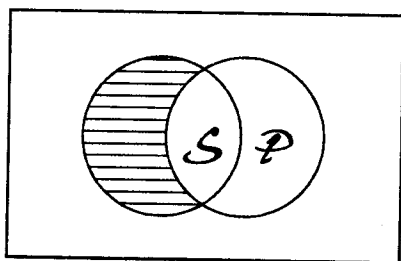
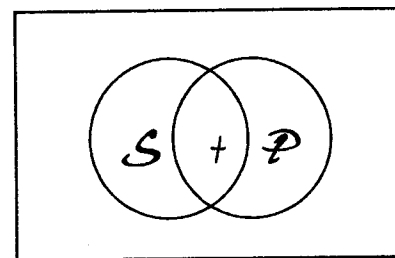
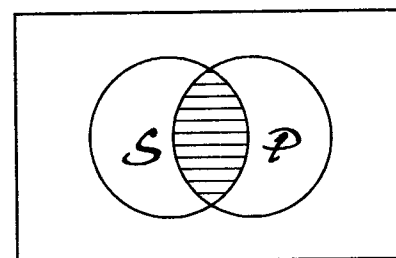
 SaP 

Diagram wskazuje, że wszystkie elementy S są elementami P . Zdanie SaP jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy nazwy S i P są równoważne lub nazwa S jest podrzędna względem nazwy P .

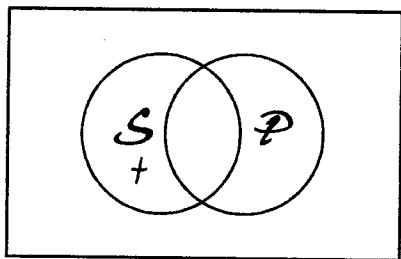
 SiP 

W obszarze będącym częścią wspólną zakresu S i zakresu P znajduje się znak plus. Wskazuje on, że w obszarze tym znajduje się przynajmniej jeden przedmiot. Przedmiot ten jest desygnatem nazwy S i jednocześnie jest desygnatem nazwy P . Zdanie SiP jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy nazwa S jest równoważna, podrzędna, nadrzędna lub krzyżuje się z nazwą P .

 SeP 

Część wspólna zakresu nazwy S i zakresu nazwy P jest wykresowana. Znaczy to, że w obszarze tym nie ma żadnego przedmiotu, obszar ten jest pusty. Nie ma przedmiotu, który byłby zarazem desygnatem nazwy S i desygnatem nazwy P . Zdanie SeP jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy nazwy S i P wykluczają się, w szczególności, gdy są przeciwne lub sprzeczne.

SoP



W obszarze S , który nie jest wspólny z obszarem P , znajduje się znak „+”. Wskazuje on, że w obszarze tym jest przynajmniej jeden przedmiot, czyli że jest przedmiot będący desygnatem S , a nie będący desygnatem P . Zdanie SoP jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy nazwa S wyklucza, krzyżuje się lub jest nadrzędna względem nazwy P .

3.2.1.3. Wnioskowanie bezpośrednie

Związki logiczne zachodzące między zdaniami kategorycznymi prowadzą do logicznych schematów wnioskowań.

DEFINICJA: Wnioskowanie bezpośrednie to wnioskowanie, w którym występuje tylko jedna przesłanka.

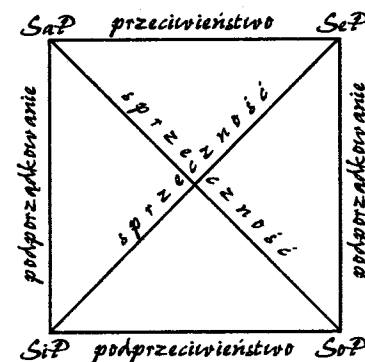
Prawami logiki odnoszącymi się do wnioskowania bezpośredniego są prawa kwadratu logicznego, konwersji i obwersji.

Nazwa $nonS$ jest sprzeczna z nazwą S . Nazwą sprzeczną z nazwą $nonS$ jest nazwa S . Mając na uwadze ten fakt opis wnioskowania bezpośredniego można ograniczyć do zdań następujących postaci: $S-P$, $nonS-P$, $S-nonP$, $nonS-nonP$; $P-S$, $nonP-S$, $P-nonS$, $nonP-nonS$, gdzie w miejsce „-” może być wpisana jedna z liter: a , i , e , o .

3.2.1.3.1. Prawa kwadratu logicznego

Mamy cztery zdania kategoryczne nie różniące się między sobą podmiotami i orzecznikami: SaP , SiP , SeP , SoP . Związki logiczne

między tymi zdaniami tradycyjnie przedstawiane są na diagramie o postaci kwadratu i określane jako **stosunki opozycji** (*oppositio*). Stosunki opozycji opisywane są przez **prawa kwadratu logicznego**.



Zdania pozostające w **stosunku przeciwieństwa** (*oppositio contraria*) to zdania, które się wykluczają, lecz nie dopełniają. Zdania SaP i SeP nie są nigdy współprawdziwe, lecz mogą być współfałszywe. Zdania „każdy lubi psy” i „nikt nie lubi psów” nie mogą być współprawdziwe (bez względu na to, jak kształtuje się stosunek ludzi do psów), lecz mogą być (i faktycznie są) współfałszywe. Kategoryczne **zдания przeciwne** (*propositiones contrariae*) mają tę samą ilość – każde jest ogólne – różnią się natomiast jakością: zdanie SaP jest twierdzące, a zdanie SeP jest przeczące.

Zdania pozostające w **stosunku podprzeciwieństwa** (*oppositio subcontraria*) to zdania, które się dopełniają, lecz nie wykluczają. Zdania SiP i SoP nie są nigdy współfałszywe, lecz mogą być współprawdziwe. Zdania „niektórzy lubią psy” i „niektórzy nie lubią psów” nie mogą być współfałszywe (bez względu na to, jak kształtuje się stosunek ludzi do psów), lecz mogą być (i faktycznie są) współprawdziwe. Kategoryczne **zдания podprzeciwne** (*propositiones subcontrariae*) mają tę samą ilość – każde jest szczegółowe – różnią się natomiast jakością: zdanie SiP jest twierdzące, a zdanie SoP jest przeczące.

Zdania pozostające w **stosunku sprzeczności** (*oppositio contradictionis*) to zdania, które się wykluczają i dopełniają. Zdania SaP i SoP oraz zdania SeP i SiP ani nie są współprawdziwe, ani nie są

współfałszywe. Jedno ze zdań sprzecznych jest prawdziwe, a drugie jest fałszywe. Zdania „wszyscy lubią psy” i „niektórzy nie lubią psów” oraz zdania „nikt nie lubi psów” i „niektórzy lubią psy” są parami zdań sprzecznych. Zawsze, bez względu na stosunek ludzi do psów, jedno z nich jest prawdziwe i jedno z nich jest fałszywe. Kategorie **zdania sprzeczne** (*propositiones contrariae*) różnią się zarówno co do ilości jak i jakości. W kwadracie logicznym są dwie pary zdań sprzecznych. Są to pary zdań SaP , SoP oraz SeP , SiP .

Zdania pozostają w **stosunku podporządkowania** (*oppositio subalterna*) wtedy i tylko wtedy, gdy z jednego wynika drugie. W kwadracie logicznym są dwie pary zdań pozostających w tym stosunku: SaP , SiP oraz SeP , SoP . Prawdziwość zdania SaP gwarantuje prawdziwość zdania SiP (jeśli S nie jest nazwą pustą), a prawdziwość zdania SeP gwarantuje prawdziwość zdania SoP (jeśli S nie jest nazwą pustą). Ze zdania „każdy lubi psy” wynika zdanie „niektórzy lubią psy”, zaś ze zdania „nikt nie lubi psów” wynika zdanie „niektórzy nie lubią psów”.

Stosunek wynikania nie jest symetryczny. Zdania pozostające w stosunku podporządkowania w zależności od tego, z którego wynika które, mogą pozostawać w stosunku nadrzędności lub stosunku podrzędności.

Zdanie α pozostaje w **stosunku nadrzędności** do zdania β wtedy i tylko wtedy, gdy ze zdania α wynika zdanie β . W kwadracie logicznym są dwie pary zdań pozostających w tym stosunku: zdanie SaP jest nadrzędne w stosunku do SiP , a zdanie SeP jest nadrzędne w stosunku do SoP .

Stosunek podrzędności jest odwrotny do stosunku nadrzędności. Zdanie α pozostaje w **stosunku podrzędności** do zdania β wtedy i tylko wtedy, gdy ze zdania β wynika zdanie α . W kwadracie logicznym są dwie pary zdań pozostających w tym stosunku: zdanie SiP jest podrzędne w stosunku do SaP , a zdanie SoP jest podrzędne w stosunku do SeP .

Prawa kwadratu logicznego obowiązują przy założeniu, że podmiot (nazwa S) nie jest nazwą pustą.

Prawa kwadratu logicznego opisują związki między zdaniami, które nie różnią się między sobą podmiotami i orzecznikami. Związki między zdaniami kategoriowymi, w których oba terminy (podmiot i orzecznik) jednego zdania są takie same lub sprzeczne z terminami drugiego zdania, opisywane są przez reguły konwersji i obwersji.

3.2.1.3.2. Konwersja

Istotą konwersji jest zamiana ról terminów: termin, który pełni rolę podmiotu w zdaniu będącym argumentem konwersji, pełni rolę orzecznika w zdaniu będącym jej wynikiem.

DEFINICJA: Konwersją zdania α , w którym S jest podmiotem, a P jest orzecznikiem jest zdanie takie samo jak α co do jakości, w którym P jest podmiotem, a S jest orzecznikiem.

Wyróżnia się trzy rodzaje konwersji:

- 1) prostą,
- 2) przez zmianę ilości,
- 3) przez kontrapozycję.

DEFINICJA: Konwersja prosta (*conversio simplex, seu simpliciter, seu mutua*) zdania α , w którym S jest podmiotem, a P jest orzecznikiem to zdanie takie samo jak α co do jakości i ilości, w którym P jest podmiotem, a S jest orzecznikiem.

Konwersją prostą zdania SaP jest zdanie PaS . W wypadku zdania „każdy prokurator jest prawnikiem” jest to zdanie „każdy prawnik jest prokuratorem”.

DEFINICJA: Konwersja przez zmianę ilości (*conversio per accidens, seu non mutua*), zwana też **konwersją z ograniczeniem**, zdania α , w którym S jest podmiotem a P jest orzecznikiem, to zdanie takie samo jak zdanie α co do jakości, lecz różne co do ilości, w którym P jest podmiotem, a S jest orzecznikiem.

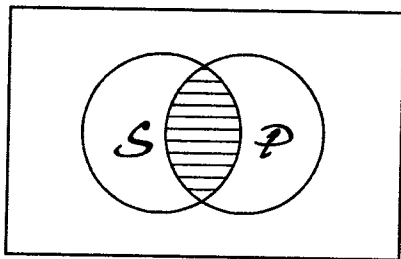
Konwersją z ograniczeniem zdania SaP jest zdanie PiS . W wypadku zdania „każdy prokurator jest prawnikiem” jest to zdanie „niektórzy prawnicy są prokuratorami”.

DEFINICJA: Konwersja przez kontrapozycję (*conversione per contrapositionem*) zdania α , w którym S jest podmiotem, a P jest orzecznikiem, to zdanie takie samo jak α co do jakości i ilości, w którym $nonP$ jest podmiotem, a $nonS$ jest orzecznikiem.

Konwersją przez kontrapozycję zdania SaP jest zdanie $nonPa nonS$. W wypadku zdania „każdy prokurator jest prawnikiem” jest to zdanie „każdy nieprawnik jest nieprokuratorem”.

Konwersja od zdania prawdziwego nie musi prowadzić do zdania prawdziwego. Jest tak np. w wypadku konwersji prostej zdania ogólnotwierdzącego. Reguły konwersji dla poszczególnych zdań mówią, kiedy ma miejsce wynikanie, tzn. kiedy prawdziwość zdania gwarantuje prawdziwość jego konwersji.

1.1. Zdanie ogólnoprzeczące SeP i jego konwersja prosta PeS mają takie same diagramy Venna.

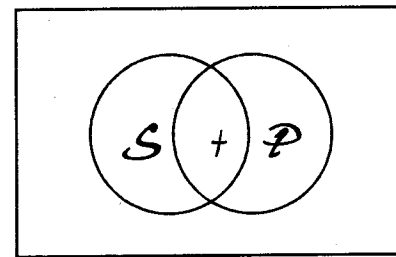


Logiczny jest następujący schemat wnioskowania:

$$\frac{SeP}{PeS}$$

Ze zdania „żaden pies nie jest kotem” można wywnioskować zdanie „żaden kot nie jest psem”.

1.2. Zdanie szczegółowo twierdzące SiP i jego konwersja prosta PiS mają takie same diagramy Venna.

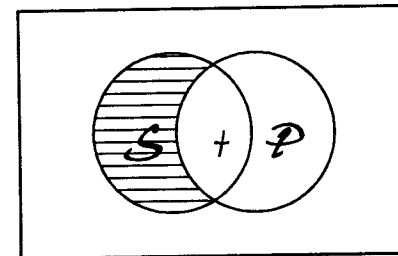


Logiczny jest następujący schemat wnioskowania:

$$\frac{SiP}{PiS}$$

Ze zdania „niektórzy studenci są sportowcami” można wywnioskować zdanie „niektórzy sportowcy są studentami”.

2.1. Diagram Venna dla zdania ogólnotwierdzącego SaP – jeśli założymy niepustość nazwy S – jest również diagramem dla jego konwersji przez zmianę ilości, PiS .

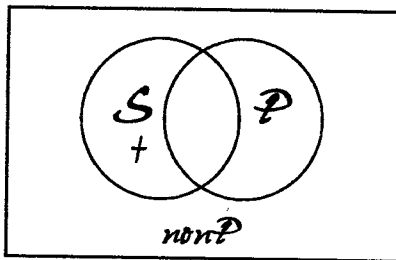


Logiczny jest następujący schemat wnioskowania (jeśli $S \neq \emptyset$):

$$\frac{SaP}{PiS}$$

Ze zdania „każdy prokurator jest prawnikiem” można wywnioskować zdanie „niektórzy prawnicy są prokuratorami”.

3.1. Zdanie szczegółowo przeczące SoP i jego konwersja przez kontrapozycję $nonPiS$ mają takie same diagramy Venna.



Logiczny jest następujący schemat wnioskowania:

$$\frac{SoP}{nonPiS}$$

Ze zdania „niektórzy prawnicy nie są sędziami” można wywnioskować zdanie „niektórzy niesędziowie są prawnikami”.

Zauważmy, że ściśle rzecz biorąc konwersją przez kontrapozycję zdania SoP jest zdanie $nonPo nonS$. Zdanie to jest jednak równoważne zdaniu $nonPiS$.

W logice tradycyjnej, mającej zamiłowanie do tekstów mnemotechnicznych, reguły odnoszące do konwersji zdań ujmowano następująco:

Simpliciter fEcl convertitur; EvA per accid;

AstO per contrap; sic fit conversio tota.

3.2.1.3.3. Obwersja

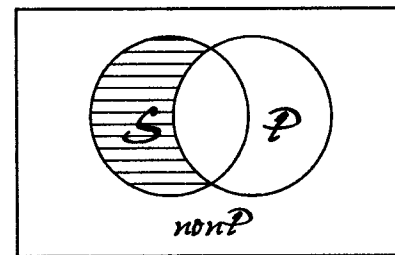
Operacja obwersji polega na zastąpieniu orzecznika przez termin z nim sprzeczny i zmianie jakości.

DEFINICJA: Obwersją (ekwipolencją) zdania α , w którym S jest podmiotem a P jest orzecznikiem jest zdanie takie samo jak α co do ilości a różniące się jakością, w którym S jest podmiotem, a $nonP$ jest orzecznikiem.

Na przykład obwersją zdania ogólnotwierdzącego SaP jest zdanie $Se nonP$. W wypadku zdania „każdy prokurator jest prawnikiem” jest to zdanie „żaden prokurator nie jest nieprawnikiem”.

Obwersja od zdania prawdziwego prowadzi do zdania prawdziwego. Reguły obwersji dla poszczególnych zdań mówią, że ma miejsce wynikanie, tzn. że prawdziwość zdania gwarantuje prawdziwość jego obwersji.

1. Zdanie ogólnotwierdzące SaP i jego obwersja, $Se nonP$, mają takie same diagramy Venna.

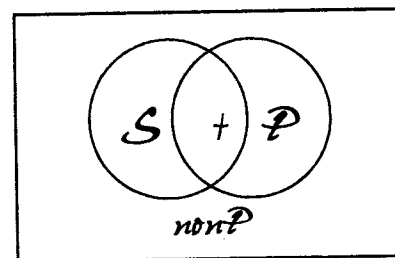


Logiczny jest następujący schemat wnioskowania:

$$\frac{SaP}{Se nonP}$$

Ze zdania „każdy człowiek jest rozumny” można wywnioskować zdanie „żaden człowiek nie jest nierozumny”.

2. Zdanie szczegółowo twierdzące SiP i jego obwersja, $So nonP$, mają takie same diagramy Venna.

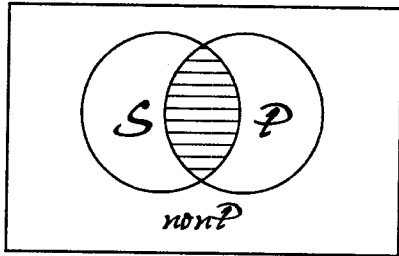


Logiczny jest następujący schemat wnioskowania:

$$\frac{SiP}{So\ nonP}$$

Ze zdania „niektórzy studenci są sportowcami” można wywnioskować zdanie „niektórzy studenci nie są niesportowcami”

3. Zdanie ogólnoprzeczące SeP i jego obwersja, $Sa\ nonP$, mają takie same diagramy Venna.

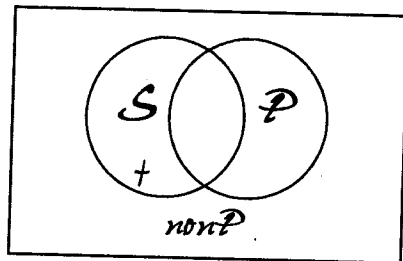


Logiczny jest następujący schemat wnioskowania:

$$\frac{SeP}{Sa\ nonP}$$

Ze zdania „żaden kot nie jest psem” można wywnioskować zdanie „każdy kot jest niepsem”.

4. Zdanie szczegółowo przeczące SoP i jego obwersja, $Si\ nonP$, mają takie same diagramy Venna.



Logiczny jest następujący schemat wnioskowania:

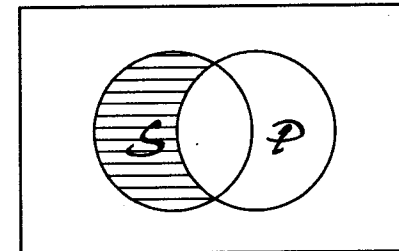
$$\frac{SoP}{Si\ nonP}$$

Ze zdania „niektórzy studenci nie są sportowcami” można wywnioskować zdanie „niektórzy studenci są niesportowcami”.

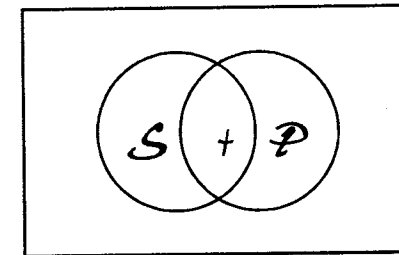
3.2.1.4. Założenia egzystencjalne sylogistyki

Założmy, że nazwa S jest pusta. Przy tym założeniu zdanie SaP jest zdaniem prawdziwym, a zdanie SiP jest fałszywe. Zatem ze zdania SaP nie wynika zdanie SiP , co jest wbrew prawu kwadratu logicznego. Fakt ten prosto stwierdzamy korzystając z diagramów Venna.

Zdanie SaP ma następujący diagram Venna:



Zdanie SiP ma następujący diagram Venna:



W diagramie zdania SaP brak znaku „+”, który musi wystąpić w diagramie zdania SiP . Zakładając jednak niepustość nazwy S , w obszarze S musimy wpisać znak „+”. Jedyнным możliwym obszarem

dla jego wpisania jest obszar wspólny S i P . Przy takim założeniu prawdziwe jest więc zdanie $S \wedge P$.

Podobnie można pokazać, że jeśli zostanie pominięte założenie niepustości, z wyjątkiem związków sprzeczności nie będą obowiązywały pozostałe prawa kwadratu logicznego.

Prawa kwadratu logicznego są szczególnymi związkami logicznymi, jakie zachodzą między zdaniami kategorycznymi nie różniącymi się między sobą podmiotami i nie różniącymi się między sobą orzecznikami.

Prawa kwadratu logicznego obowiązują przy założeniu, że podmiot jest nazwą niepustą. P jest podmiotem zdania będącego konwersją zdania o podmiocie S i orzeczniku P . $Non-P$ jest podmiotem zdania będącego jego kontrapozycją. $Non-S$ jest zaś podmiotem konwersji kontrapozycji. Na to, aby prawa kwadratu logicznego mogły być stosowane do wszystkich omawianych zdań należy więc założyć, że zarówno podmiot jak i orzecznik są nazwami niepustymi oraz, że żadne z nich nie jest nazwą pełną, czyli nazwą, której desygnatami są wszystkie przedmioty dziedziny rozważań, bowiem tylko przy takim założeniu niepuste będą nazwy $nonS$ i $nonP$.

Powyższe założenia są istotnymi ograniczeniami logiki Arystotelesowskiej. Dla ich uniknięcia współcześni logicy zwykle odrzucają prawa kwadratu logicznego będące źródłem trudności i pozostawiają tylko związki sprzeczności, które obowiązują bez względu na pustość lub niepustość podmiotu i orzecznika.

3.2.1.5. Sylogizm

Wnioskowania, których schematy rozważane są w sylogistyce to sylogizmy. Arystoteles zdefiniował sylogizm bardzo szeroko. Rozważał jednak tylko bardzo ograniczoną postać wnioskowania.

W stosunku do praw kwadratu logicznego następuje ograniczenie języka przez brak możliwości tworzenia nazwy sprzecznej z daną nazwą. W języku tym nie ma wskaźnika „non”. Terminami mogą być tylko litery: A, B, C, ...

Sylogizm w postaci prostej (istnieją też sylogizmy złożone) składa się z trzech zdań: dwóch przesłanek i wniosku (konkluzji). Zdania te są zbudowane z trzech terminów. Termin będący podmiotem wniosku to termin mniejszy. Termin będący orzecznikiem wniosku to termin większy. Termin nie występujący we wniosku, lecz znajdujący się w obu przesłankach, to termin średni.

DEFINICJA: **Sylogizm** jest to wnioskowanie, w którym:

- 1) wniosek jest zdaniem, którego podmiotem jest S , a orzecznikiem jest P ,
- 2) pierwsza przesłanka zwana **przesłanką większą** (*praemissa maior*) ma jako terminy P – jest to **termin większy** (*terminus maior*) – oraz M – jest to **termin średni** (*terminus medius*),
- 3) druga przesłanka zwana **przesłanką mniejszą** (*praemissa minor*) ma jako terminy S – jest to **termin mniejszy** (*terminus minor*) – oraz M .

Na przykład sylogizmem jest wnioskowanie:

Każdy ssak jest kręgowcem.
Każdy człowiek jest ssakiem.

Każdy człowiek jest kręgowcem.

W poprawnym sylogizmie mogą być tylko trzy terminy: większy, mniejszy i średni. Błąd czterech terminów (*quaternio terminorum*) ma miejsce wówczas, gdy w sylogizmie występują cztery terminy. Niepoprawne jest wnioskowanie:

Mysz jest wyrazem jednosylabowym.
Mysz jest ssakiem.

Niektóre ssaki są wyrazami jednosylabowymi.

We wnioskowaniu tym popełniony został błąd czterech terminów. Wyraz „mysz” w przesłance większej występuje w supozycji naturalnej, a w przesłance mniejszej występuje w supozycji materialnej.

DEFINICJA: **Tryb** (sylogistyczny) (*modus syllogismi*) to schemat (forma) sylogizmu.

Na przykład powyższe wnioskowanie przebiega według następującego trybu:

$$\frac{MaP}{\frac{MaP}{SiP}}$$

Klasy trybów wyróżnia się ze względu na role pełnione w obu przesłankach przez terminy większy, średni i mniejszy.

DEFINICJA: **Figura** (sylogistyczna) (*figura syllogismi*) to klasa trybów, które nie różnią się między sobą rolą pełnioną przez każdy z terminów: większy, średni i mniejszy.

Na przykład oba tryby:

$$\frac{MaP}{\frac{SaM}{SaP}}$$

i

$$\frac{MeP}{\frac{SaM}{SeP}}$$

należą do tej samej figury sylogistycznej.

Są cztery figury sylogistyczne. Tradycyjnie porządkuje się je następująco:

	I figura		II figura		III figura		IV figura	
Przesłanka większa	M	P	P	M	M	P	P	M
Przesłanka mniejsza	S	M	S	M	M	S	M	S
Wniosek	S	P	S	P	S	P	S	P

Istnieją 64 tryby jednej figury. Zatem łącznie mamy 256 trybów. Problem, które z trybów są logicznymi schematami wnioskowania, logicy średniowieczni rozwiązywali korzystając z teorii dystrybucji. Dla celów dydaktycznych zaś opracowano specjalny tekst. Jest to heksametr autorstwa Piotra Hiszpana⁴¹.

Barbara, Celarent, Darii, Ferioque prioris
Cesare, Camestres, Festino, Baroco secundae
Tertia Darapti, Disamis, Datisi, Felapton,
Bocardo, Fresison habet. Quarta insuper addit
Bamalip, Calemes, Dimatis, Fesapo, Fresison,
Quinque subalterni, totidem generalibus orti,
Nomen habent nullum, nec – si bene collogis – usum.

Pierwsza samogłoska każdego z «imion» wskazuje na ilość i jakość przesłanki większej, druga zaś na ilość i jakość przesłanki mniejszej, a trzecia na ilość i jakość wniosku. Podany heksametr wskazuje 24 tryby jako logiczne schematy wnioskowania.

19 z tych 24 trybów to tryby główne. Pozostałe 5 to tryby osłabione. Różnią się one od trybów głównych ze schematami wniosków ogólnych: *Barbara, Celarent, Camestres, Cesare, Calemes*, przez zastąpienie tych schematów schematami wniosków tej samej jakości, ale różnych co do ilości, przez zastąpienie ogólnych szczegółowymi: *Barbari, Celaront, Camestros, Cesaro, Calemos*.

Na podstawie podanego heksametru np. *Baroco* jest następującym trybem z drugiej figury:

$$\frac{PaM}{\frac{SoM}{SoP}}$$

Według tego trybu przebiega wnioskowanie:

⁴¹ Ur. ?-1277, autor *Summulae Logicales*, jako papież nosił imię „Jan XXI”.

Każdy Polak jest Europejczykiem.
 Niektórzy mieszkańcy Polski nie są Europejczykami.
 Niektórzy mieszkańcy Polski nie są Polakami.

3.2.1.6. Rodzaje sylogizmów

Omówione zostały sylogizmy o ściśle określonej formie. Z tego powodu nazywano je **sylogizmami uformowanymi**. Konsekwentne – nawet gdyby było możliwe – stosowanie sylogizmów uformowanych w tekstach pisanych i wypowiedziach ustnych byłoby sztuczne. Od sylogizmów uformowanych odróżniano **sylogizmy nieuformowane**, czyli takie sylogizmy, jakie były stosowane w zwykłym sposobie pisanja i wypowiedzania.

Sylogizmy uformowane można podzielić na:

- (a) **sylogizmy doskonałe**, tzn. takie, które explicite zawierają wszystko, co powinien zawierać sylogizm,
- (b) **sylogizmy niedoskonałe**, różniące się od doskonałych bądź przez pominięcie np. jednej z przesłanek, bądź przez rozwinięcie i rozbudowanie o przesłanki.

Sylogizmami niedoskonałymi są: entymemat, epicheremat, soryt i polysylogizm.

DEFINICJA: **Entymemat (sylogizm retoryczny)** to sylogizm, w którym jedna z przesłanek jest domyślna.

Entymemat określany jest też jako sylogizm retoryczny, ponieważ retorzy zalecali, aby w argumentacji nie wypowiadać wszystkich przesłanek jeśli są one łatwo domyślne. Miało to nie tyle skrócić argumentację, co ją wzmocnić. Uważano bowiem, że osoba przekonywana dostrzegając to, co jest pominięte, znajdzie w tym uznanie dla swojej inteligencji i chętniej zaakceptuje argumentację. Na ogół nie wypowiada się przesłanki większej. Jest to entymemat pierwszego rodzaju. Entymemat drugiego rodzaju to sylogizm, w którym domyślna jest przesłanka mniejsza.

DEFINICJA: **Epicheremat** to sylogizm, w którym do przesłanki/przesłanek dołączone jest uzasadnienie.

Przykładem może być następujące wnioskowanie:

Prokuratorzy są z wykształcenia prawnikami, bo prokurator winien znać prawo.

Prawnicy uczyli się logiki, bo znajomość logiki jest pomocna w tworzeniu i stosowaniu prawa.

Prokuratorzy uczyli się logiki.

Soryt (po polsku: łańcusznik) składa się z przynajmniej trzech przesłanek. Kolejne przesłanki łączy bądź jednakowy orzecznik i podmiot, bądź jednakowy podmiot i orzecznik. Stąd wyróżnia się dwie postacie sorytu:

DEFINICJA: **Soryt Arystotelesa** to sylogizm, w którym orzecznik każdej kolejnej przesłanki jest podmiotem przesłanki po niej bezpośrednio następującej. Podmiotem wniosku jest podmiot pierwszej przesłanki. Orzecznikiem wniosku jest orzecznik ostatniej przesłanki.

DEFINICJA: **Soryt Gocleniusa** to sylogizm, w którym podmiot każdej kolejnej przesłanki jest orzecznikiem przesłanki po niej bezpośrednio następującej. Podmiotem wniosku jest podmiot ostatniej przesłanki. Orzecznikiem wniosku jest orzecznik pierwszej przesłanki.

Sorytem Arystotelesa jest następujące rozumowanie:

Zmianom ustrojowym towarzyszą zmiany prawa.

Zmiany prawa powodują utrudnienia w jego stosowaniu.

Utrudnienia w stosowaniu prawa są okazją szybkiego bogacenia się.

Zmiany ustrojowe są okazją szybkiego bogacenia się.

DEFINICJA: Polisylogizm to wnioskowanie składające się z kilku sylogizmów powiązanych ze sobą tak, że wniosek jednego sylogizmu jest przesłanką następnego.

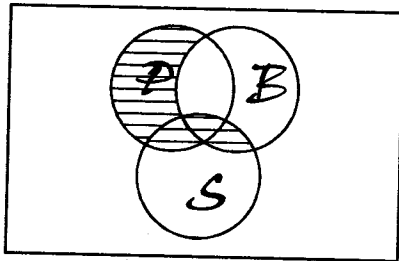
3.2.1.7. Sylogistyczne schematy wnioskowań

Język sylogizmów różnił się od opisanego przez nas języka sylogistyki przez pominięcie „non” jako wskaźnika tworzenia nazwy sprzecznej. Dysponując narzędziem, jakim są diagramy Venna, możemy rozważać logiczność schematów wnioskowań bez ograniczeń nałożonych na język sylogizmów. Terminami będą mogły być nie tylko: S, P, M , lecz także: $nonS, nonP, nonM$. Jest to język bogatszy niż język sylogizmów Arystotelesowskich. Możemy w nim zapisać wszystkie rozważane sylogizmy, a nadto takie sposoby wnioskowania, które w tamtym języku nie były wyrażalne.

Rozważmy np. czy następujące wnioskowanie jest dedukcyjne:

$$\frac{PaM}{\frac{Sa nonM}{SeP}}$$

Wnioskowaniu temu przyporządkujemy następujący diagram.



Została zastosowana metoda wprost. Stosowanie metody wprost polega na:

- 1) wpisaniu w prostokąt tylu wzajemnie przecinających się kół, ile jest terminów w rozważanym wnioskowaniu,

- 2) zapisaniu zgodnie z przyjętymi zasadami prawdziwości przesłanek, przy czym rozważamy tyle diagramów, ile jest możliwych sposobów uczynienia tego,
- 3) w każdym z otrzymanych diagramów sprawdzamy, czy wniosek może być fałszywy. Gdy w każdym rozważanym wypadku taka możliwość jest wykluczona, wówczas wnioskowanie jest dedukcyjne. Gdy chociaż w jednym z rozważanych wypadków wniosek może nie być prawdziwy, to dane wnioskowanie nie jest dedukcyjne.

Czasem korzystniej jest zastosować metodę nie wprost. Stosowanie metody nie wprost polega na:

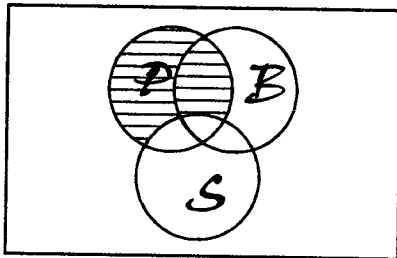
- 1) wpisaniu w prostokąt tylu wzajemnie przecinających się kół, ile jest terminów w rozważanym wnioskowaniu,
- 2) zapisaniu zgodnie z przyjętymi zasadami fałszywości wniosku, przy czym rozważamy tyle diagramów, ile jest możliwych sposobów uczynienia tego,
- 3) w każdym z otrzymanych diagramów sprawdzamy, czy są prawdziwe wszystkie przesłanki. Jeżeli chociaż w jednym wypadku wszystkie przesłanki mogą być prawdziwe, to wnioskowanie nie jest dedukcyjne. Jeżeli we wszystkich wypadkach chociaż jedna z przesłanek musi być fałszywa, to rozważane wnioskowanie jest dedukcyjne.

Zastosujmy metodę nie wprost do stwierdzenia dedukcyjności następującego wnioskowania:

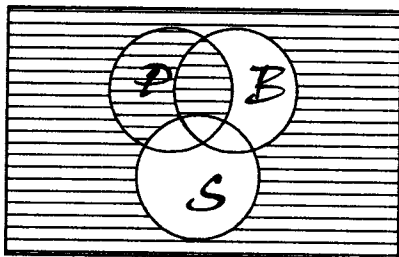
$$\frac{nonPe nonM}{\frac{nonSi nonM}{nonSiP}}$$

Stosując metodę nie wprost kolejno postępujemy następująco:

1. Zapisujemy fałszywość wniosku. Możemy to uczynić w tylko jeden sposób.



2. Zapisujemy prawdziwość pierwszej przesłanki. Możemy uczynić to tylko w jeden sposób.



Stwierdzamy, że nie jest możliwa prawdziwość drugiej przesłanki. Zatem rozważane wnioskowanie jest dedukcyjne.

3.2.2. Klasyczna logika predykatów

Analiza zdania dokonana w sylogistyce nie jest wystarczająca z punktu widzenia języka współczesnej nauki. Rozważmy wnioskowanie:

1. Istnieje liczba naturalna, która jest równa lub mniejsza od każdej liczby naturalnej.
Zatem,
2. dla każdej liczby naturalnej istnieje liczba od niej mniejsza lub jej równa.

Zgodnie z intuicją wniosek (2) wynika z przesłanki (1). Czy w takim razie daje się to stwierdzić za pomocą sylogistyki? A więc, czy wnioskowanie to daje się przedstawić jako przebiegające według jakiegoś schematu sylogistyki? Odpowiedź jest negatywna. Nie jest możliwe przełożenie (1) i (2) na zdania języka sylogistyki takiego, jaki został tu opisany. (1) i (2) są różnymi zdaniami, co stwierdzamy zauważając, że z (2) nie wynika (1). Tej różnicy sensów tych zdań nie potrafimy wyrazić za pomocą języka sylogistyki. Język sylogistyki jest zbyt ubogi dla wypowiedzenia wszystkich zdań, którymi posługujemy się w nauce.

Inną niż w sylogistyce analizę zdań wskazali około 1879 r. pracujący niezależnie od siebie dwaj logicy – Gottlob Frege (1848–1925), Niemiec, i Charles Sanders Peirce (1839–1914), Amerykanin.

W języku sylogistyki, tak jak tu został opisany, możemy wypowiedzieć zdania ogólne i szczegółowe. Możliwość takich wypowiedzi zawarta jest w użyciu jako podmiotu nazwy, która może mieć więcej niż tylko jeden desygnat. Gdy przyjmie się, że nie tyle ważna jest nazwa występująca w roli podmiotu, co jej zakres, zbiór przedmiotów, do których odnosi, to można zapytać się o możliwe charakterystyki tego zbioru. Otóż zbiór można charakteryzować ekstensjonalnie, przez wskazanie wszystkich i tylko tych przedmiotów, które należą do tego zbioru. Charakterystyka taka może być dokonana – jak ma to miejsce w sylogistyce – przez podanie nazwy tych przedmiotów. Zbiór można również scharakteryzować intensjonalnie przez podanie cechy, która przysługuje wszystkim i tylko przedmiotom z tego zbioru. W teorii mnogości aksjomatycznie przyjmuje się, że charakterystyki te są sobie równoważne. Dla konstrukcji języka, w którym zbiory mogłyby być charakteryzowane intensjonalnie potrzebna jest nazwa, która ma szerszy zakres niż charakteryzowany zbiór. Ponieważ dla danych rozważań ustalony jest zbiór branych pod uwagę przedmiotów – jest to dziedzina tych rozważań – może to być nazwa, której ten zbiór/dziedzina jest zakresem. Mając na uwadze to, że będziemy chcieli charakteryzować różne zbiory, potrzebnych będzie więcej takich nazw. Dziedzinę rozważań, czyli zbiór uniwersalny, będziemy oznaczali „ U ”. Nazwy, których zakresem jest dziedzina rozważań, określa się mianem „zmiennych indywidualnych”. Zakresem

zmiennych indywiduowych jest \mathcal{U} . Dysponujemy również stałymi indywiduowymi, które są nazwami niektórych poszczególnych przedmiotów z dziedziny rozważań, czyli z \mathcal{U} .

3.2.2.1. Język klasycznego rachunku predykatów

Język klasycznego rachunku predykatów nadbudowany jest nad językiem klasycznego rachunku zdań. Znaczy to, że alfabet języka rachunku zdań jest składnikiem alfabetu języka rachunku predykatów, a zasady budowy wyrażeń obowiązujące w języka rachunku zdań obowiązują też w rachunku predykatów.

SŁOWNIK

- (I) $x_0, x_1, x_2 \dots$ – zmienne indywiduowe;
 (II) $a_0, a_1, a_3 \dots$ – stałe indywiduowe;
 (III) $P_0, P_1, P_2 \dots$ – litery predykatowe;
 (IV) \forall, \exists – kwantyfikatory;
 (V) $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$ – spójniki;
 (VI) $), ($ – znaki interpunkcyjne (nawiasy prawy i lewy).

Każdej literze predykatowej przyporządkowana jest dokładnie jedna liczba naturalna wskazująca na argumentowość tej litery. Jak w rachunku zdań przyjmowaliśmy, że zdania proste nie są wewnętrznie analizowalne, tak tu przyjmujemy to o prostych predykatach reprezentowanych przez litery predykatowe. Użycie terminu „litera” ma przypominać o wewnętrznej niezłożoności tych wyrażeń.

„ \forall ” to kwantyfikator ogólny (duży), „ \exists ” – szczegółowy (mały, egzystencjalny).

Zwykle zamiast: $x_0, x_1, x_2 \dots$ będziemy używali liter: x, y, z, \dots , zamiast: $a_0, a_1, a_2 \dots$ będziemy pisali: $a, b, c \dots$ a zamiast $P_0, P_1, P_2 \dots$ będziemy pisali: P, Q, R, \dots . Podobnie jak w wypadku rachunku zdań stosować będziemy nawiasy innych kształtów.

Zmienne indywiduowe i stałe indywiduowe to **termy**.

DEFINICJA FORMUŁY ATOMOWEJ

- (I) Jeżeli P jest n -argumentową literą predykatową, t_1, t_2, \dots, t_n są termami (zmiennymi lub stałymi indywiduowymi), to $Pt_1t_2 \dots t_n$ jest formułą atomową.

DEFINICJA FORMUŁY

- (I) formuły atomowe są formułami,
 (II) jeżeli φ jest formułą a v jest zmienną indywiduową, to
 (a) $\neg\varphi$ jest formułą,
 (b) $\forall v\varphi$ jest formułą,
 (c) $\exists v\varphi$ jest formułą,
 (III) jeżeli φ i ψ są formułami, to $(\varphi \rightarrow \psi), (\varphi \vee \psi), (\varphi \wedge \psi), (\varphi \leftrightarrow \psi)$ są formułami;
 (IV) nie ma innych formuł oprócz formuł atomowych oraz tych ciągów symboli, które są skończonymi ciągami elementów słownika spełniającymi warunki (II) lub (III).

Warunek (IV) można zastąpić warunkiem równoważnym:

- (IV') zbiór formuł jest najmniejszym zbiorem tych skończonych ciągów elementów słownika, które spełniają jeden z warunków (I)–(III).

Liter greckich: „ φ ”, „ ϕ ”, „ ψ ”, ... używamy jako zmiennych metapredmiotowych. Ich zakresem jest zbiór formuł języka rachunku predykatów. Zmiennymi metapredmiotowymi są też:

- litery „ t ” (ewentualnie z indeksami), ich zakresem zmienności jest zbiór termów;
- litery „ v ” (ewentualnie z indeksami), ich zakresem zmienności jest zbiór zmiennych indywiduowych;
- litery „ c ” (ewentualnie z indeksami), ich zakresem zmienności jest zbiór stałych indywiduowych.

Stosowane będą wszystkie zasady opuszczania nawiasów przyjęte dla rachunku zdań, nadto umówimy się, że zamiast: $\forall v(\varphi)$ będziemy pisali: $\forall v[\varphi]$, a zamiast: $\exists v(\varphi)$ będziemy pisali: $\exists v[\varphi]$. Zwykle

też zamiast: $Pv_0v_1\dots v_n$ pisze się: $P(v_0, v_1\dots v_n)$. Zamiast: $\forall v_0\forall v_1\dots\forall v_n$ będziemy pisali: $\forall v_0v_1\dots v_n$. Podobnie zamiast: $\exists v_0\exists v_1\dots\exists v_n$ piszemy: $\exists v_0v_1\dots v_n$

Zgodnie z definicją formułami są:

$$P_0a_2, \forall x_0P_0x_0, \forall x_0\exists x_1P_0x_0x_1.$$

(jeśli P_0 jest jednoargumentową literą predykatową, a P_1 jest dwuargumentową literą predykatową).

Formułami zaś nie są:

$$\forall x_0P_0x \vee P_1x_1, \forall x_0\wedge\exists x_1P_1x_0x_1.$$

W języku rachunku zdań definiowaliśmy zdanie. W wypadku języka rachunku predykatów definiujemy formułę. Zdanie to wyrażenie, które jest prawdziwe lub fałszywe. Wyrażenia poprawnie zbudowane języka rachunku predykatów mogą nie być ani prawdziwe, ani fałszywe. Po prostu niekoniecznie są zdaniami. Wszystkie wyżej podane przykładowe formuły są zdaniami. Wyrażeniami poprawnie zbudowanymi, nie będącymi zdaniami są:

$$P_0x_0, \forall x_0P_0x_0x_1.$$

Dla klarowności wykładu i jasności użytecznych pojęć niezbędna jest definicja podformuły. Będzie to, podobnie jak definicja formuły, definicja indukcyjna. Definicja formuły pokazywała jak budować formułę. Definicja podformuły pokazuje jak ją analizować.

DEFINICJA PODFORMUŁY

- (I) Jeżeli α jest formułą, to α jest podformułą tej formuły;
- (II) jeżeli β jest podformułą α i jest to zdanie $\neg\gamma$, to γ jest podformułą α ;
- (III) jeżeli β jest podformułą α i jest to jedno ze zdań: $\gamma \vee \delta$, $\gamma \wedge \delta$, $\gamma \rightarrow \delta$, $\gamma \leftrightarrow \delta$, to γ i δ są podformułami α ;
- (IV) jeżeli β jest podformułą α i jest to jedno ze zdań: $\forall v\varphi$, $\exists v\varphi$, to φ jest podformułą α .

Na przykład $P(x) \vee R(y)$ jest podformułą formuły:

$$\forall x[S(x) \wedge \exists y[P(x) \vee R(y)]].$$

DEFINICJA: Niech $Qv\varphi$ będzie podformułą formuły ψ , gdzie Q jest kwantyfikatorem. **Zakresem (działania)** kwantyfikatora Q występującego na początku podformuły $Qv\varphi$ jest (pod)formuła φ .

W formule $\forall x_1(P_0x_1 \vee \forall x_2P_1x_1x_2)$ zakresem działania pierwszego licząc od lewej dużego kwantyfikatora jest formuła: $P_0x_1 \vee \forall x_2P_1x_1x_2$, a zakresem drugiego licząc od lewej dużego kwantyfikatora jest formuła: $P_1x_1x_2$.

DEFINICJA: Zmienna v jest **zmienną wolną** w danym miejscu wystąpienia w formule φ wtedy i tylko, gdy zmienna ta w tym miejscu nie znajduje się w zakresie działania kwantyfikatora Qv .

DEFINICJA: Zmienna v w danym miejscu wystąpienia jest **zmienną związaną** w formule φ wtedy i tylko wtedy, gdy zmienna ta w tym miejscu znajduje się w zakresie działania kwantyfikatora Qv .

W formule:

$$\forall x_0\varphi x_0 \vee \psi x_0$$

zmienna x_0 jest zmienną związaną w wypadku jej pierwszego wystąpienia licząc od lewej, jest zaś wolna w wypadku jej drugiego wystąpienia licząc od lewej. Pierwsze i drugie wystąpienia zmiennej x_0 są jej wystąpieniami jako zmiennej związanej w formule:

$$\exists x_0[\forall x_0\varphi x_0 \vee \psi x_0].$$

Zauważmy, że w wypadku pierwszego wystąpienia x_0 związane jest przez kwantyfikator ogólny, zaś w wypadku drugiego wystąpienia x_0 jest związane przez kwantyfikator szczegółowy stojący na samym początku formuły.

DEFINICJA: Formuła jest **zdaniem** wtedy i tylko wtedy, gdy żadna z występujących w niej zmiennych nie jest zmienną wolną.

Zmienne związane są zmiennymi pozornymi. W ich miejsce nie można niczego podstawiać. Inaczej jest w wypadku zmiennych wolnych. Są to zmienne rzeczywiste. Operacja podstawiania «wartości» w miejsce tych zmiennych podlega jednak ograniczeniom.

DEFINICJA: Term t jest **podstawialny** w formule ψ w miejsce zmiennej v wtedy i tylko wtedy, gdy w każdym miejscu wystąpienia zmiennej v jako zmiennej wolnej żadna ze zmiennych indywidualowych występujących w termie t nie znajduje się w zakresie działania kwantyfikatora wiążącego tę zmienną.

Podstawienie termu t za zmienną indywidualową v w formule ψ polega na wpisaniu termu t w miejsce każdego wystąpienia v jako zmiennej wolnej. Formuła otrzymana w wyniku tego podstawienia to $\psi(v/t)$.

Na podstawianie stałych indywidualowych nie ma żadnych ograniczeń. Inaczej jest w wypadku, gdy w termie występują zmienne indywidualowe⁴². Na przykład w formule:

1.

$$\exists y(x \neq y)$$

term „ y ” nie jest podstawialny w miejsce zmiennej wolnej „ x ”. Gdyby takiego podstawienia dokonać, otrzymalibyśmy zdanie:

2.

$$\exists y(y \neq y).$$

Formuła 1 po związaniu zmiennej x kwantyfikatorem ogólnym przechodzi w zdanie prawdziwe w każdej dziedzinie, w której są przynajmniej dwa przedmioty:

3.

$$\forall x \exists y(x \neq y).$$

⁴² Tu termami są stałe i zmienne indywidualowe. W wypadku języka rachunku predykatów, w którym występują również litery funkcyjne, term jest wyrażeniem złożonym.

Formuła 2 jest zaś zdaniem fałszywym w każdej dziedzinie. Operacja podstawiania – tak ją chcemy zaprojektować – nie powinna prowadzić do zdania fałszywego od formuły, która po związaniu wszystkich występujących w niej zmiennych wolnych przez kwantyfiktory ogólne przechodzi w zdanie prawdziwe.

3.2.2.2. Język rachunku predykatów a język sylogistyki

Zdanie „każdy ssak jest kręgowcem” możemy rozumieć tak jak:

Dla każdego x : jeśli x jest ssakiem, to x jest kręgowcem.

Zdanie to może być reprezentowane przez formułę języka rachunku predykatów:

$$\forall x[S(x) \rightarrow K(x)].$$

Zdanie „niektórzy studentami są inwalidami” możemy rozumieć tak jak:

Dla pewnego x : x jest studentem i x jest inwalidą.

Zdanie to może być reprezentowane przez:

$$\exists x[S(x) \wedge I(x)].$$

Zdanie „żaden student nie jest małoletni” możemy rozumieć tak jak:

Dla każdego x : jeśli x jest studentem, to x nie jest małoletni.

Zdanie to może być reprezentowane przez:

$$\forall x[S(x) \rightarrow \neg M(x)].$$

Zdanie „niektórzy studenci nie są pilni” możemy rozumieć tak jak:

Dla pewnego x : x jest studentem i x nie jest pilny.

Zdanie to może być reprezentowane przez:

$$\exists x[S(x) \wedge \neg P(x)].$$

Na podstawie powyższego mamy, że zdania kategoriyczne sylogistyki mogą zostać zapisane w języku rachunku predykatów w sposób następujący:

SaP	–	$\forall x[S(x) \rightarrow P(x)]$
SiP	–	$\exists x[S(x) \wedge P(x)]$
SeP	–	$\forall x[S(x) \rightarrow \neg P(x)]$
SoP	–	$\exists x[S(x) \wedge \neg P(x)]$

Zdanie ogólnoprzeczące może być w sposób równoważny wypowiedziane następująco:

$$\neg \exists x[S(x) \wedge P(x)].$$

«Tłumaczenia» te będą trafne, jeśli będziemy pamiętać o obowiązującym w sylogistyce założeniu niepustości podmiotu i orzecznika oraz o tym, że ich zakresy nie mogą być równe zbiorowi uniwersalnemu. Takich założeń nie ma w rachunku predykatów.

3.2.2.3. Język rachunku predykatów a język naturalny

Język rachunku predykatów może zaskakiwać swoją prostotą. Elementy jego słownika dzielą się na stałe indywidualowe, zmienne indywidualowe, predykaty, spójniki logiczne a nadto są dwa kwantyfikatory: szczegółowy i ogólny. W języku tym można precyzyjnie i trafnie wyrażać myśli. Jaka jest więc jego rola w naszej aktywności intelektualnej. Oto niektóre tezy:

- (i) Wszystko, co da się zgodnie z prawdą stwierdzić o świecie, daje się wypowiedzieć w języku rachunku predykatów. Wszystkie prawdziwe myśli, które mogliby mieć naukowcy i matematycy (nie mówiąc o logikach) są więc wyrażalne w tym języku. W konsekwencji wszelkie prawdziwe zdania o świecie dające się wypowiedzieć w jakimkolwiek języku naturalnym są przetłumaczalne na język rachunku predykatów.

- (ii) Uważa się również – ujmując problem w innym aspekcie – że nasze rozumowania są w pełni opisywalne przez logikę kwantyfikatorów. Myśli przed zakomunikowaniem są przetwarzane, a wynikiem tego są wypowiedzi w języku naturalnym: polskim, angielskim, niemieckim itd. Język naturalny jest «szatą, w którą ubierane są myśli przed opuszczeniem domu», rozumu.
- (iii) Ponadto sądzi się, że zależności między logiką predykatów a językiem naturalnym pozostają w istotnym związku z naturą rzeczy (problemy metafizyczne) i zagadnieniem ludzkiego poznania (problemy teoriopoznawcze, kognitywne). Przykładem może być debata nad tym, jakie naprawdę istnieją rodzaje przedmiotów.
- (iv) Współcześnie, w związku z rozwojem techniki komputerowej, na doniosłości praktycznej zyskuje problem sztucznej inteligencji. Wierzy się, że język rachunku predykatów stanowi podstawę języka, którym maszyna posługując się będzie zdolna wykonywać wiele z zadań intelektualnych. W szczególności będzie rozumiała języki naturalne.

Niezależnie od dogłębności naszego rozumienia wskazanych zagadnień widać, że rozważanie związków między językiem naturalnym a językiem rachunku predykatów jest ważnym przedmiotem studiów dla filozofii, lingwistyki, psychologii, informatyki. Rozwiązania mają dalekosiężne konsekwencje teoretyczne i praktyczne. Konsekwencje te, zarówno w aspekcie teoretycznym jak i praktycznym, dotyczą również dziedzin prawa i ekonomii.

Mając na uwadze praktyczne zastosowania rachunku logicznego i fakt, że zwykle rozumowania są zapisywane w języku naturalnym, warto dobrze zrozumieć związki między wyrażeniami języka naturalnego a wyrażeniami języka rachunku predykatów.

3.2.2.3.1. Schemat i forma zdania języka naturalnego

Rozumowania możemy przeprowadzać bezpośrednio formułując przesłanki i wnioski w języku rachunku predykatów. Taki sposób postępowania jeżeli jest stosowany, to w ograniczonym zakresie i w zasadzie tylko w matematyce i logice. Zwykle rozumowanie sformułowane

jest w języku, który jeśli chodzi o gramatykę i podstawowy zasób słów w istotny sposób nie różni się od języka naturalnego. Różnice ograniczają się do specjalistycznej terminologii. Jest tak nawet w wypadku tekstów matematycznych, tekstów z fizyki, chemii, biologii nie mówiąc o językach nauk humanistycznych i filozofii. Możliwość stosowania rachunków logicznych do tak przeprowadzanych wnioskowań wiąże się z zadaniem przekładu wypowiedzi w języku naturalnym na formuły języka rachunku predykatów. To, czy taki przekład jest trafny, nie jest przedmiotem żadnego dowodu. Nie mamy bowiem procedur, które by nam to umożliwiały. O tym, czy przekład jest właściwy, decydujemy stwierdzając intuicyjną równoważność przekładanego zdania i formuły języka rachunku predykatów przy założonym rozumieniu liter predykatowych, stałych indywidualnych oraz dziedziny rozważań. Tak na przykład przekładem zdania „człowiek jest rozumny” jest formuła:

$$\forall x[C(x) \rightarrow R(x)],$$

gdzie literę predykatową „C” rozumiemy jak predykat „...jest człowiekiem”, literę predykatową „R” – „...jest rozumny” i przyjmujemy, że dziedziną rozważań jest zbiór zwierząt.

DEFINICJA: Schemat zdania języka naturalnego w języku rachunku predykatów to formuła języka rachunku predykatów, która przy założonym rozumieniu liter predykatowych i stałych indywidualnych jest w danej dziedzinie rozważań intuicyjnie równoważna temu zdaniu.

Może być tak, że danemu zdaniu odpowiada więcej niż jeden schemat. Zdaniu „pilni studenci mają dobre oceny” odpowiada zarówno schemat $\forall x[R(x) \rightarrow D(x)]$, jak i schemat $\forall x[P(x) \wedge S(x) \rightarrow D(x)]$. Drugi schemat jest bardziej szczegółowy niż pierwszy. W wypadku pierwszego literę predykatową „R” musimy rozumieć jak predykat „...jest pilnym studentem”. W wypadku drugiego ze wskazanych schematów literze predykatowej „P” odpowiada predykat „...jest pilny”, a literze predykatowej „S” odpowiada predykat „...jest studentem”. Z

punktu widzenia stosowania rachunku logicznego zależy nam na możliwie najbardziej szczegółowym schemacie. Chodzi bowiem o uchwycenie wszystkich możliwych związków logicznych zachodzących między zdaniami. Gdyby zdaniu „studenci, którzy nie są pilni, mają dobre oceny” przyporządkować schemat $\forall x[T(x) \rightarrow D(x)]$, to na poziomie schematów nie są widoczne wszystkie związki logiczne ze zdaniem „pilni studenci mają dobre oceny”. Inaczej jest w wypadku, gdy weźmiemy schematy $\forall x[P(x) \wedge S(x) \rightarrow D(x)]$ i $\forall x[\neg P(x) \wedge S(x) \rightarrow D(x)]$. Za pomocą rachunku logicznego możemy teraz pokazać, że zdania te dopełniają się, czyli nie mogą być współfałszywe.

Wydaje się, że w wypadku zdania języka naturalnego zawsze istnieje najbardziej szczegółowy schemat tego zdania. Otrzymać go można wyróżniając w zdaniu wszystkie najprostsze predykaty i przyporządkowując im litery predykatowe oraz przyporządkowując stałe indywidualne wszystkim nazwom jednostkowym. Ponadto wydaje się, że wszystkie najbardziej szczegółowe schematy zdania są sobie równoważne.

DEFINICJA: Forma zdania języka naturalnego w języku rachunku predykatów to najbardziej szczegółowy schemat tego zdania, jaki można dla niego wskazać w języku rachunku predykatów.

Możliwość przypisania zdaniu form, które nie byłyby wzajemnie równoważne, wskazywałaby na brak dookreślenia składni tego zdania, a więc zdanie to byłoby amfibologią.

Tu opisany język rachunku predykatów nie wystarcza dla zapisania wszystkich zdań języka naturalnego. Nie dysponujemy np. słówkami modalnymi. Stąd jeśli istnieje taka potrzeba, wzbogaca się ten język o potrzebne symbole.

Omówimy teraz, jak poszczególne rodzaje wyrażeń języka naturalnego przekłada się na język rachunku predykatów.

3.2.2.3.2. Jak wyrażenia języka naturalnego wypowiadamy w języku rachunku predykatów?

W słowniku języka naturalnego wyróżnia się rzeczowniki, zaimki, przymiotki, przymiotniki, czasowniki, przysłówki itd. Sposób wypowiedzenia w języku rachunku kwantyfikatorów nie jest jednak jednoznacznie określony przez rodzaj wyrazu. Rzeczownik może być nazwą indywidualną. Rzeczowniki są również nazwami generalnymi lub ich składowymi. Co istotniejsze, wypowiedzenie zależy też od kontekstu, w którym wyraz występuje. W języku rachunku kwantyfikatorów rzeczownik „student” wypowiadamy inaczej w wypadku frazy „pilny student”, a inaczej w wypadku wyrażenia „rzekomy student”. Wynika to z tego, że pilny student jest studentem, a rzekomy student nie jest studentem.

RZECZOWNIK

Rzeczowniki mogą być nazwami indywidualnymi, nazwami generalnymi lub ich składowymi.

Nazwy indywidualne. Nazwy indywidualne wypowiadamy w języku predykatów przyporządkowując każdej nazwie jedną i tylko jedną stałą indywidualną. Zdanie „Jan jest studentem” wyrażamy więc formułą: $P(a)$, gdzie literę „ P ” rozumiemy jako predykat „... jest studentem”, a stałą indywidualną „ a ” oznacza Jana. Sposób postępowania nie zależy od tego, czy nazwa zbudowana jest z jednego, czy więcej wyrazów. Zdanie „Rzeczpospolita Polska jest państwem demokratycznym” zapisujemy: $P(a)$, gdzie literę „ P ” rozumiemy jako predykat „... jest państwem demokratycznym”, a „ a ” oznacza Rzeczpospolitą Polską. W roli nazw indywidualnych mogą wystąpić zaimki.

Nazwy generalne. W wypadku nazw generalnych – inaczej niż w wypadku nazw indywidualnych – znaczenie ma, czy nazwa ta jest prosta (zbudowana z jednego wyrazu), czy złożona (zbudowana z więcej niż jednego wyrazu).

Jeśli rzeczownik użyty jest jako nazwa generalna, to:

- 1) gdy zakres nazwy generalnej jest równy zbiorowi wszystkich przedmiotów dziedziny rozważań U , to nazwa taka wyrażalna

jest przez zmienne indywidualne. Zmienna indywidualna to odpowiednik nazwy generalnej, której zakresem jest zbiór wszystkich i tylko elementów dziedziny rozważań.

- 2) gdy desygnaty nazwy nie są wszystkimi przedmiotami z dziedziny rozważań, to należy wskazać jednoargumentowy predykat P taki, że $P(x)$ wtedy i tylko wtedy, gdy x jest desygnatem rozważanej nazwy. „ x ” jest zaś zmienną indywidualną, której zakresem jest zbiór wszystkich i tylko elementów dziedziny rozważań.

Powiedzmy, że dziedziną rozważań jest zbiór ludzi. Zdanie „człowiek jest rozumny” – jest to wypadek opisany w (1) – przekładamy wówczas na formułę „ $\forall xR(x)$ ”. W tej sytuacji nazwie „człowiek” w języku rachunku predykatów odpowiada zmienna indywidualna. Jeśli zaś byłby to zbiór zwierząt – czyli mamy wypadek opisany w (2) – to mielibyśmy formułę „ $\forall x[C(x) \rightarrow R(x)]$ ”, gdzie litera predykatowa „ R ” zastępuje predykat „... jest rozumny”, a litera predykatowa „ C ” zastępuje predykat „... jest człowiekiem”.

Rzeczownik może wystąpić jako składowa nazwy generalnej sam w tej roli nie występując. Jest tak w wypadku nazwy „student” jako składowej nazwy generalnej „rzekomy student”.

W roli nazw generalnych mogą wystąpić zaimki.

Zaimek

Zaimek może być użyty zamiast nazwy indywidualnej lub zamiast nazwy generalnej. W wypadku tekstu: „Jan zdał wszystkie egzaminy. Z logiki otrzymał on ocenę bardzo dobrą” zaimek „on” użyty jest zamiast nazwy indywidualnej „Jan”. W tekście: „Człowiek jest rozumny. Umiejętnie wykorzystuje on przyrodę” zaimek „on” występuje zamiast nazwy generalnej „człowiek”.

Wyrażeniami składowymi nazw są przymiotniki.

PRZYMOTNIKI

Przymiotniki z nazwami tworzą nazwy. Nazwami są: „student”, „dobry student”, „zdolny student”, „pilny student”, „bardzo pilny student”, „były student”, „rzekomy student”. Znaczenie przymiotnika – mówiliśmy o tym dyskutując błąd terminów relacyjnych –

może się zmieniać w zależności od kontekstu użycia. Znaczenie „łysy” jest takie samo niezależnie od tego, czy mówimy „łysy człowiek”, czy „łysy student”. Inaczej jest w wypadku słowa „dobry”. Co innego słowo to znaczy w kontekście „dobry człowiek”, a co innego w kontekście „dobry student”. W tu opisanym języku rachunku predykatów nie mamy rodzaju wyrażań, które łącznie z nazwami tworzyłyby nazwy.

W wypadku nazw generalnych „student”, „dobry student”, „zdolny student” i „bardzo zdolny student” ich zakres jest podrzędny względem zakresu nazwy student. Inaczej jest w wypadku nazwy „rzekomy student” – rzekomi studenci nie są studentami.

Przymiotniki, które w połączeniu z nazwą generalną przyporządkowują jej zakresowo podrzędną nazwę generalną, wyrażamy w języku rachunku predykatów poprzez jednoargumentowe predykaty. Postępujemy więc tak samo jak w wypadku rzeczowników jako nazw generalnych. Jeśli dziedziną rozważań będzie zbiór ludzi, to np. dla słowa „łysy” możemy ustalić jedną i tylko jedną literę predykatową. Inaczej jest w wypadku słowa „dobry”. Potrzeba wziąć tyle liter predykatowych, w ilu znaczeniach używamy słowa „dobry”. Frazom: „łysy student”, „łysy dziadek” przyporządkowujemy schematy, odpowiednio: „ $L(\dots) \wedge S(\dots)$ ”, „ $L(\dots) \wedge D(\dots)$ ”. Frazom: „dobra kobieta”, „dobry student” przyporządkowujemy zaś schematy: „ $D(\dots) \wedge K(\dots)$ ”, „ $R(\dots) \wedge S(\dots)$ ”. W wypadku słowa „łysy” zakres nazwy „łysy n ” jest iloczynem teoriomnogościowym zbioru łysych i zakresu nazwy „ n ”. W wypadku nazwy „dobry n ” jej zakres też jest iloczynem teoriomnogościowym zakresu nazwy „ n ” i zbioru, którego określenie wymaga ustalenia znaczenia, w jakim zostało użyte słowo „dobry”.

Inaczej postępujemy w wypadku, gdy modyfikacja nazwy nie prowadzi do nazwy o określonym stosunku zakresowym do zakresu tej nazwy. Taka sytuacja ma miejsce we frazie „rzekomy student”. Tym razem niewłaściwe byłoby przyporządkowywanie litery predykatowej słowu „rzekomy”. Teraz całej frazie możemy przyporządkować literę predykatową.

Przymiotniki mogą być składowymi nazw same będąc modyfikowane przez inne wyrażenia, jak ma to miejsce dla nazwy „bar-

dzo pilny student”. W tu opisanym języku rachunku predykatów nie mamy możliwości bezpośredniego opisanie operacji modyfikacji predykatów. Nie ma możliwości oddania znaczenia i funkcji samego „bardzo”. Musimy wziąć pod uwagę frazę „bardzo pilny”. Frazie tej możemy przyporządkować literę predykatową.

Pilny jest każdy, kto jest bardzo pilny. Tłumacząc zdanie „Jan jest bardzo pilny” możemy użyć litery predykatowej odpowiadającej frazie „bardzo pilny” (B) i litery predykatowej odpowiadającej przymiotnikowi „pilny” (P). Predykat „...bardzo pilny student” może być przełożony na „ $B(\dots) \wedge P(\dots) \wedge S(\dots)$ ”, gdzie „ S ” jest literą predykatową odpowiadającą predykatowi „...jest studentem”. Od strony treściowej wystarczałoby użycie litery predykatowej „ B ”. Od strony formalnej właściwe jest użycie jeszcze litery predykatowej „ P ”. Gdyby użyć tylko litery „ B ”, to w języku rachunku predykatów nie byłby widoczny związek zachodzący między „bardzo pilny student” a „pilny student”. Gdy w języku rachunku predykatów „bardzo pilny student” jest reprezentowany przez „ $B(\dots) \wedge P(\dots) \wedge S(\dots)$ ” widać, że bardzo pilny student jest pilnym studentem – „ $P(\dots) \wedge S(\dots)$ ”.

CZASOWNIK

Czasowniki przekładalne są na litery predykatowe. Jedne z nich mogą być wyrażalne przez predykaty jednoargumentowe, jak np. „pisze” w zdaniu „Jan pisze”. Zwykle też te same czasowniki występują w roli predykatów dwuargumentowych, jak „pisze” w zdaniu „Jan pisze książkę”. Mogą to być również predykaty trójargumentowe jak „pisze” w zdaniu „Jan pisze piórem list”. Czasowniki nieprzechodnie tłumaczone są na jednoargumentowe litery predykatowe, a przechodnie na wieloargumentowe.

Czasowniki mogą być modyfikowane przez przysłówki.

PRZYSŁÓWEK

Przysłówki modyfikują czasowniki. Ich przykładami są: „powoli”, „dobrze”, „często”, „rzekomo”. Czasownikom w języku rachunku predykatów mogą być przyporządkowywane litery predykatowe. W języku tym nie mamy specjalnej operacji modyfikacji predykatów. Nie jest więc możliwe bezpośrednie wyrażenie przysłówków. Zwykle frazom z przysłówkami przyporządkowujemy literę predykatową. Jednak

w wypadku przysłówków kwantyfikacji jak np. „czasem” postępujemy inaczej.

Gdy frazie z przysłówkiem przyporządkowujemy literę predykatorową, mamy sytuację analogiczną do przymiotników i fraz przymiotnikowych, których nie można było oddać przez przyporządkowanie im litery predykatorowej. Jeśli jest tak jak w wypadku „biegnie powoli”, że jeżeli ktoś biegnie powoli, to ten ktoś biegnie, to taką frazę można oddać uwzględniając literę predykatorową na „powoli biegnie” i literę predykatorową na „biegnie”. Jeśli zaś tak nie jest, jak np. w wypadku „rzekomo pisze” – ktoś kto rzekomo pisze nie pisze – pozostaje nam użycie tylko jednej litery predykatorowej, która odpowiada branej pod uwagę frazie.

Przysłówki kwantyfikujące przekładamy za pomocą kwantyfikatorów. Potrafimy oddać jednak tylko te, które wyrażają kwantyfikatory ogólny i szczegółowy lub ich kombinacje. Można wyrazić np. „czasem”. Weźmy zdanie „Jan czasem popełnia błąd”. Niech „ P ” będzie trójargumentową literą predykatorową i wyraża predykat „...popełnia ...w chwili ...”. Niech „ B ” będzie jednoargumentową literą predykatorową: „...jest błędem”, „ T ” – „...jest chwilą”. Interesujące nas zdanie możemy przełożyć na: $\exists x \exists y [B(x) \wedge T(y) \wedge P(a, x, y)]$, gdzie stała indywidualowa „ a ” oznacza Jana. Nie potrafimy wyrazić np. „często”.

PRZYIMEK

Przymkami są: „w”, „na”, „o”, „od”, „do”, „nad”, „przez”, „przy”, „między”. Łącznie z frazami rzeczownikowymi tworzą frazy, które zachowują się jak przymiotniki lub przysłówki. Przykładami ich użycia mogą być zdania: „Jan jest w Londynie”, „książka leży na stole”, „Jan dostał prezent od Piotra”, „Piotr napisał podanie do dziekana o zgodę na inny termin egzaminu”. Przymki przekładane są łącznie z innymi wyrażeniami na wieloargumentowe litery predykatorowe. Przymkowi „w” – takiemu jak użyty w zdaniu „Jan jest w Londynie” – przyporządkowujemy dwuargumentową literę predykatorową „ W ”, której odpowiada predykat: „...jest w ...”. Przymek „na” ze zdania „książka leży na stole” przekładamy na dwuargumentową literę predykatorową „ L ” – „...leży na ...”. Przymkowi „od” ze

zdania „Jan dostał prezent od Piotra” przyporządkowujemy trójargumentową literę predykatorową „ D ” – „...dostał ...od ...”.

Do zagadnień związanych z «tłumaczeniem» wyrażen języka naturalnego na język rachunku predykatów należą też problemy specjalnych konstrukcji zdaniowych tworzonych za pomocą takich słówek jak „że”, „kiedy”, „który”. Przykładami zdań z tymi słówkami są: „Jan pisze, że zdał egzamin z logiki”, „wykład rozpoczął się, kiedy wszyscy studenci zajęli miejsca”, „na stole leżał podręcznik, który ktoś pozostawił”. Tu omówimy jeszcze tylko problem wyrażen, za pomocą których wypowiedzane są kwantyfikatory i spójniki.

3.2.2.3.3. Kwantyfikatory i spójniki w języku naturalnym

KWANTYFIKATORY

W języku naturalnym występuje wiele słówek kwantyfikujących, lecz tylko dla niektórych z nich kwantyfikatory są odpowiednikami w języku rachunku predykatów. Choćby użyte w poprzednim zdaniu słówko kwantyfikujące „wiele” nie przekłada się na żaden z kwantyfikatorów, podobnie jest ze słówkami: „często”, „kilka”. W języku rachunku predykatów możemy wypowiedzieć: „każdy”, „pewien” (przynajmniej jeden). Jeżeli nadto dysponujemy dwuargumentowym predykatem równości, to w języku tym możemy wypowiedzieć wyrażenia kwantyfikujące takie jak: „przynajmniej dla n przedmiotów”, „dokładnie dla n przedmiotów”.

Kwantyfikator duży może się pojawić w formule będącej odpowiednikiem zdania języka naturalnego, w którym to zdaniu nie występują wyrażenia kwantyfikujące. W zdaniu „człowiek jest ssakiem” nie występuje żadne słówko kwantyfikujące. Jednak jego właściwym odpowiednikiem w języku rachunku predykatów jest formuła, w której występuje duży kwantyfikator.

$$\forall x [C(x) \rightarrow S(x)].$$

Jednak brak słówka kwantyfikującego może też mieć miejsce w wypadku, gdy odpowiednikiem zdania jest formuła z kwantyfikatorem

szczegółowym. Jest tak w wypadku „człowiek” w zdaniu „ślady wskazywały na to, że był tu człowiek”. Myśl zawartą w tym zdaniu mogliśmy wypowiedzieć: „ślady wskazywały na to, że był tu ktoś”, inną treść zawiera zaś zdanie: „ślady wskazywały na to, że był tu każdy człowiek”.

Gdy występują słowa: „pewien”, „ktoś”, „coś” z zasady używamy kwantyfikatora szczegółowego. Jest tak w wypadku zdania: „ktoś uczy się logiki”. Odpowiada mu:

$$\exists xU(x).$$

Nie zawsze tak być musi. Słowu „ktoś” ze zdania „jeżeli ktoś do czegoś konsekwentnie dąży, to to coś osiągnie” odpowiada duży kwantyfikator.

$$\forall x, y[D(x, y) \rightarrow O(x, y)].$$

Poprzednik zdania „jeśli Jan otrzyma kredytu, to nie będzie miał kłopotu” przekładamy na formułę: $\exists xO(a, x)$, gdzie „a” odpowiada „Janowi”. Następnik naszej implikacji przekłada się na: $\neg K(a)$. Dla rozważanego zdania mamy formułę:

$$\exists xO(a, x) \rightarrow \neg K(a).$$

Taki sposób postępowania zawodzi w wypadku zdania „jeśli Jan otrzyma kredyt, to będzie musiał go spłacić”. Formułą właściwą dla tego zdania jest:

$$\forall x[O(a, x) \rightarrow S(a, x)].$$

Chociaż poprzedniki omawianych zdań się nie różnią, to w pierwszym wypadku użyliśmy kwantyfikatora szczegółowego, a w drugim – gdy w następniku występuje zmienna występująca w poprzedniku – używa się kwantyfikatora ogólnego.

SPÓJNIKI

W języku rachunku predykatów używamy spójników. Jak już to stwierdziliśmy omawiając problem sposobu, w jaki kwantyfikatory są wypowiedzane w języku naturalnym, nie zawsze przekład dokonuje się poprzez połączenie odpowiednimi spójnikami przekładów zdań składowych. Może być tak, że zakresem działania kwantyfikatora jest fraza złożona za pomocą spójnika.

Słówka, których używa się na odczytanie spójników logicznych, są w języku naturalnym używane nie tyle na połączenie zdań, ile fraz i to zarówno rzeczownikowych jak i czasownikowych. Mówimy np. „Jan i Jakub otrzymali dobre oceny z egzaminu”, „Jan napisał list i pomógł zrobić zakupy”. Zdania te zaś przekładamy, odpowiednio, tak samo jak zdania: „Jan otrzymał dobrą ocenę z egzaminu i Jakub otrzymał dobrą ocenę z egzaminu”, „Jan napisał list i Jan pomógł zrobić zakupy”.

Zdanie „Rad i polon są promieniotwórcze” rozumiemy tak jak „rad jest promieniotwórczy i polon jest promieniotwórczy” i przekładamy na:

$$\forall x[R(x) \rightarrow Q(x)] \wedge \forall [P(x) \rightarrow Q(x)]$$

lub, co na jedno wychodzi:

$$\forall x[(R(x) \rightarrow Q(x)) \wedge (P(x) \rightarrow Q(x))],$$

gdzie „R” rozumiemy „... jest radem”, „Q” – „... jest promieniotwórcze”, „P” – „... jest polonem”.

Formuła:

$$\forall x[(R(x) \wedge P(x)) \rightarrow Q(x)]$$

nie oddaje trafnie znaczenia przekładanego zdania.

Tego rodzaju problemu nie stwarza „lub”. Zdanie „Zając lub królik zjadł kapustę” rozumiemy jak zdanie „Zając zjadł kapustę lub królik zjadł kapustę” i przekładamy:

$$\exists x[Z(x) \wedge P(x)] \vee \exists x[K(x) \wedge P(x)]$$

lub też:

$$\exists x[(Z(x) \wedge P(x)) \vee (K(x) \wedge P(x))],$$

ale można również:

$$\exists x[(Z(x) \vee K(x)) \wedge P(x)],$$

gdzie „K” – „...jest królikiem”, „Z” rozumiemy jak „...jest zającem”, „P” – „...zjadł kapustę”.

Słowo „i” i jego równoważniki nie zawsze dadzą się rozumieć jako odpowiedniki spójników prawdziwościowych. W logice zdanie $\alpha \wedge \beta$ jest równoważne zdaniu $\beta \wedge \alpha$. Zmieniając kolejność zdań składowych w zdaniu „Janina wyszła za mąż i urodziła dziecko” nie otrzymamy zdania mu równoważnego. W wypadku zdania „Jan i Piotr są właścicielami firmy «PLAJTA»” słówko „i” nie może być rozumiane jako spójnik. Nie jest bowiem ani prawdą to, że Jan jest właścicielem firmy «PLAJTA», ani to, że Piotr jest właścicielem firmy «PLAJTA». Tym razem „i” służy do utworzenia nazwy indywidualnej i frazie „Jan i Piotr” w języku rachunku predykatów odpowiadać będzie stała indywidualowa.

Dla słówka „i” wskazuje się trzy znaczenia. W znaczeniu **enumeratywnym (wyliczeniowym)** występuje ono w zdaniu „Na spotkanie z Zosią przyszli Jan i Piotr”. W znaczeniu **koniunkcyjnym** występuje ono w zdaniu „Jan powinien zdać egzamin z logiki i z ekonomii politycznej”. W zdaniu „małżeństwo jest związkiem kobiety i mężczyzny” słowo „i” występuje w znaczeniu **syntetycznym**.

3.2.2.4. Wynikanie w klasycznej logice predykatów

Rachunek predykatów zawiera rachunek zdań. Zasady logiki predykatów, które nie odnoszą się do kwantyfikatorów są takie same jak

zasady logiki zdań. W rachunku zdań mówimy o zdaniach, a w rachunku predykatów o formułach. W rachunku predykatów pojawiają się specyficzne zasady dotyczące kwantyfikatorów.

W logice zdań tautologia została zdefiniowana jako zdanie przyjmujące wartość v dla dowolnego wartościowania. Terminu „tautologia” będziemy też używać w rachunku predykatów. Będzie to formuła, którą można otrzymać przez zastąpienie liter zdaniowych przez formuły. Taka konstrukcja jest też formułą.

DEFINICJA: Tautologią języka rachunku kwantyfikatorów jest każde wyrażenie, które można otrzymać przez podstawienie formuł języka rachunku kwantyfikatorów w miejsce wszystkich liter zdaniowych występujących w tautologii języka rachunku zdań.

Definicja wynikania w klasycznej logice kwantyfikatorów jest poszerzeniem definicji wynikania w klasycznej logice zdań o zasady specyficzne dla języka rachunku predykatów. Nie każde poprawnie zbudowane wyrażenie języka rachunku predykatów, formuła, jest zdaniem. Zamiast mówić o wynikania zdania ze zbioru zdań – jak to jest w wypadku logiki zdań – będziemy mówili o wynikaniu formuły ze zbioru formuł.

DEFINICJA: Ze zbioru formuł Σ wynika formuła ψ (symbolicznie: $\Sigma \vdash \psi$) wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje skończony ciąg formuł $\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_n$ taki, że dla każdego $\psi_i, 0 \leq i \leq n$, spełniony jest jeden z warunków:

- 1) ψ_i jest elementem zbioru Σ ;
- 2) ψ_i jest tautologią (języka rachunku predykatów);
- 3) istnieją $j, k \leq i$ takie, że ψ_k jest formułą $\psi_j \rightarrow \psi_i$;
- 4) istnieje $k \leq i$, oraz term t i zmienna v takie, że t jest podstawialne za v w formule ψ_k , a formuła ψ_i to formuła $\psi_k(v/t)$;
- 5) istnieje $k \leq i$ takie, że ψ_k to formuła $\varphi \rightarrow \forall v\varphi$, a formuła ψ_i to formuła $\varphi \rightarrow \psi$;

- 6) istnieje $k \leq i$ takie, że ψ_k to formuła $\varphi \rightarrow \phi$ i zmienna v nie występuje jako zmienna wolna w φ , a formuła ψ_i to formuła $\varphi \rightarrow \forall v\phi$;
- 7) istnieje $k \leq i$ takie, że ψ_k to formuła $\exists v\varphi \rightarrow \phi$, a formuła ψ_i to formuła $\varphi \rightarrow \phi$;
- 8) istnieje $k \leq i$ takie, że ψ_k to formuła $\varphi \rightarrow \phi$ i zmienna v nie występuje jako zmienna wolna w ϕ , a formuła ψ_i to formuła $\exists v\varphi \rightarrow \phi$.

Ciąg formuł $\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_n$, spełniający warunki 1-3, to **dowód** formuły ψ ze zbioru formuł Σ .

Zbiór formuł Σ to zbiór **przesłanek** albo inaczej **założeń**. Σ może w szczególności być zbiorem pustym.

Formuła, dla której istnieje dowód z pustego zbioru formuł, to **teza** rachunku predykatów. To, że φ jest tezą zapisujemy: $\vdash \varphi$.

Wykorzystane w definicji dowodu reguły to w wypadku (3) znana już reguła odrywania (MP). Pozostałe to, kolejno, (4) – reguła podstawiania (jej zastosowanie zaznaczać można wskazując term i zmienną, za którą term ten jest podstawiany), (5) – reguła opuszczania dużego kwantyfikatora (OV), (6) – reguła dołączania dużego kwantyfikatora (DV), (7) – reguła opuszczania małego kwantyfikatora (O \exists), (8) – reguła dołączania małego kwantyfikatora (D \exists).

Korzystając z definicji dowodu możemy udowodnić, że:

$$\vdash \forall xPx \rightarrow Px.$$

DOWÓD

1. $\forall xPx \rightarrow \forall xPx$ tautologia
2. $\forall xPx \rightarrow Px$ (OV; 1)

Odnotujmy prosty fakt:

jeżeli φ jest tautologią, to jest tezą rachunku predykatów.

Rachunek predykatów jest pełny. Najprościej mówiąc znaczy to, że wynikanie zgodnie z regułami dowodu w rachunku predykatów pokrywa się z wynikaniem semantycznym, czyli takim, które zachodzi

między przesłankami a wnioskiem wtedy i tylko wtedy, gdy prawdziwość przesłanek gwarantuje prawdziwość wniosku.

Dla rachunku predykatów zachodzi twierdzenie o dedukcji.

TWIERDZENIE 5. (O dedukcji) Niech φ będzie zdaniem, a ϕ formułą (nie musi być zdaniem):

$$\Sigma \cup \{\varphi\} \vdash \phi$$

wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\Sigma \vdash \varphi \rightarrow \phi.$$

Dowód tego twierdzenia pominiemy. Przebiega on analogicznie do dowodu twierdzenia o dedukcji dla rachunku zdań. Jest jednak bardziej złożony. Należy bowiem uwzględnić specyficzne dla rachunku predykatów reguły dowodowe.

3.2.2.5. Schematy i prawa logiki predykatów

Pojęcia prawa i logicznego schematu wnioskowania dla logiki kwantyfikatorów są takie same jak dla logiki zdań. Różnice w definicjach spowodowane są wyłącznie różnicami między językiem rachunku zdań a językiem rachunku predykatów. Istotna różnica między logiką zdań a logiką kwantyfikatorów ma miejsce jeśli chodzi o metodę wskazywania praw i logicznych schematów wnioskowania. W wypadku rachunku zdań mieliśmy prostą metodę pozwalającą w wypadku dowolnego zdania lub wnioskowania znaleźć odpowiedź na pytanie, czy zdanie to jest tautologią lub czy wnioskownie jest dedukcyjne. Jest to metoda zero-jedynkowa. W wypadku tego fragmentu logiki kwantyfikatorów, który zawiera się w sylogistyce, też jest taka metoda. Jest nią metoda diagramów Venna. Metoda ta może być stosowana szerzej niż tylko w sylogistyce. Pierwszym i istotnym ograniczeniem jest możliwość jej stosowania tylko do tego fragmentu języka rachunku kwantyfikatorów, w którym używane są wyłącznie jednoargumentowe litery predykatowe. Nie potrafimy zastosować tej metody,

gdy mamy litery predykatowe dwu lub więcej argumentowe. Okazuje się, że nie ma żadnej takiej procedury, która w wypadku dowolnego schematu pozwoliłaby na znalezienie odpowiedzi na pytanie, czy schemat ten jest logiczny, czy też nie. Rachunek predykatów – inaczej niż rachunek zdań – nie jest rozstrzygalny. W wypadku rachunku predykatów jest jednak tak, że w wypadku dowolnego wnioscowania (zapisanego w języku rachunku predykatów), w którym wniosek wynika z przesłanek, istnieje dowód (zgodnie z definicją dowodu w rachunku predykatów) tego faktu.

Mając wyrażenie zbudowane ze zmiennych metapredmiotowych (na formuły, termy, stałe i zmienne indywidualne języka rachunku predykatów), spójników, kwantyfikatorów i nawiasów dopóki nie wiemy, do jakich formuł odnoszą zmienne metapredmiotowe, możemy nie być w stanie odpowiedzieć na pytanie, czy formuła, którą to wyrażenie wskazuje jest, czy też nie jest tezą rachunku predykatów. Jest tak np. w wypadku:

$$\forall v\varphi(v) \rightarrow \exists v_1\psi(v_1).$$

Może też być tak, że bez względu na to jakie formuły, termy i zmienne są wskazywane przez zmienne metapredmiotowe dane wyrażenie odnosi się do formuły będącej tezą rachunku predykatów. Jest tak np. w wypadku:

$$\varphi \rightarrow \exists v\varphi.$$

Wyrażenie zbudowane wyłącznie ze zmiennych metapredmiotowych (na formuły, termy, stałe i zmienne indywidualne) takie, że po ustaleniu, jakie formuły, termy, stałe i zmienne wskazują występujące w nim zmienne jest formułą to **schemat formuły**.

DEFINICJA: Prawo logiki (predykatów) to schemat tezy rachunku predykatów.

Ponieważ każda tautologia jest tezą rachunku predykatów, więc każde prawo logiki zdań jest również prawem logiki predykatów.

Podane zostaną niektóre specyficzne prawa i schematy logiczne rachunku predykatów.

Prawo	Schemat
<i>Dictum de omni</i>	
$\forall v\varphi \rightarrow \varphi(v/t),$ jeśli t jest podstawialne za v .	$\frac{\forall v\varphi}{\varphi(v/t)}$
<i>Dictum de singulo</i>	
$\varphi(v/t) \rightarrow \exists v\varphi,$ jeśli t jest podstawialne za v .	$\frac{\varphi(v/t)}{\exists v\varphi}$
	*
$\forall v_1\forall v_2\varphi \rightarrow \forall v_2\forall v_1\varphi$	$\frac{\forall v_1\forall v_2\varphi}{\forall v_2\forall v_1\varphi}$
	*
$\exists v_1\exists v_2\varphi \rightarrow \exists v_2\exists v_1\varphi$	$\frac{\exists v_1\exists v_2\varphi}{\exists v_2\exists v_1\varphi}$
	*
$\exists v_1\forall v_2\varphi \rightarrow \forall v_2\exists v_1\varphi$	$\frac{\exists v_1\forall v_2\varphi}{\forall v_2\exists v_1\varphi}$

Kwantyfikatory a spójnik negacji

I prawo De Morgana

$$\frac{\neg \forall v \varphi \rightarrow \exists v \neg \varphi \quad \neg \forall v \varphi}{\exists v \neg \varphi}$$

II prawo De Morgana

$$\frac{\neg \exists v \varphi \rightarrow \forall v \neg \varphi \quad \neg \exists v \varphi}{\forall v \neg \varphi}$$

Kwantyfikatory a spójnik implikacji

$$\frac{\forall v(\varphi \rightarrow \phi) \rightarrow (\forall v \varphi \rightarrow \forall v \phi) \quad \forall v(\varphi \rightarrow \phi)}{\forall v \varphi \rightarrow \forall v \phi}$$

$$\frac{\forall v(\varphi \rightarrow \phi) \rightarrow (\exists v \varphi \rightarrow \exists v \phi) \quad \forall v(\varphi \rightarrow \phi)}{\exists v \varphi \rightarrow \exists v \phi}$$

Kwantyfikatory a spójnik koniunkcji

$$\frac{\forall v(\varphi \wedge \phi) \rightarrow (\forall v \varphi \wedge \forall v \phi) \quad \forall v(\varphi \wedge \phi)}{\forall v \varphi \wedge \forall v \phi}$$

$$\frac{(\forall v \varphi \wedge \forall v \phi) \rightarrow \forall v(\varphi \wedge \phi) \quad \forall v \varphi \wedge \forall v \phi}{\forall v(\varphi \wedge \phi)}$$

$$\frac{\exists v(\varphi \wedge \phi) \rightarrow (\exists v \varphi \wedge \exists v \phi) \quad \exists v(\varphi \wedge \phi)}{\exists v \varphi \wedge \exists v \phi}$$

Kwantyfikatory a spójnik alternatywy

$$\frac{(\forall v \varphi \vee \forall v \phi) \rightarrow \forall v(\varphi \vee \phi) \quad \forall v \varphi \vee \forall v \phi}{\forall v(\varphi \vee \phi)}$$

$$\frac{(\exists v \varphi \vee \exists v \phi) \rightarrow \exists v(\varphi \vee \phi) \quad \exists v \varphi \vee \exists v \phi}{\exists v(\varphi \vee \phi)}$$

$$\frac{\exists v(\varphi \vee \phi) \rightarrow (\exists v \varphi \vee \exists v \phi) \quad \exists v(\varphi \vee \phi)}{\exists v \varphi \vee \exists v \phi}$$

Kwantyfikatory a spójnik równoważności

$$\frac{\forall v(\varphi \leftrightarrow \phi) \rightarrow (\forall v \varphi \leftrightarrow \forall v \phi) \quad \forall v(\varphi \leftrightarrow \phi)}{\forall v \varphi \leftrightarrow \forall v \phi}$$

$$\frac{\forall v(\varphi \leftrightarrow \phi) \rightarrow (\exists v \varphi \leftrightarrow \exists v \phi) \quad \forall v(\varphi \leftrightarrow \phi)}{\exists v \varphi \leftrightarrow \exists v \phi}$$

3.3. DEDUKCJA NATURALNA

Opisany w poprzednim rozdziale sposób dowodzenia pozwala w skończonej liczbie kroków dowieść każdego twierdzenia logiki predykatów. Choć dla celów teoretycznych, dla badań logiki predykatów jest to wystarczające, to dla celów praktycznych, dla korzystania z rachunku predykatów jest mało intuicyjne. Stąd też tworzone są rachunki predykatów, które by tej wady były pozbawione, które by były

zgodne z naturalnym sposobem dowodzenia. Należą do nich systemy dedukcji naturalnej⁴³.

Jeden z systemów dedukcji naturalnej to metoda dowodów założeniowych. **Dowód założeniowy** jest ciągiem formuł. Te formuły to **wiersze dowodowe**. O tym, w jaki sposób buduje się dowód, mówią reguły tworzenia dowodu. Od tych reguł należy odróżnić reguły dołączania nowych wierszy dowodowych.

REGUŁY DOŁĄCZANIA NOWYCH WIERSZY DOWODOWYCH

Reguły dołączania nowych wierszy dowodowych mówią o zasadach dołączania nowych wierszy do dowodu założeniowego.

Jeśli reguła oparta jest o schemat:

$$\begin{array}{c} \Phi_0 \\ \Phi_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Phi_n \\ \hline \Psi \end{array}$$

to wówczas gdy w dowodzie występują jako wiersze dowodowe formuły, dla których schematami są: $\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_n$, jako kolejny wiersz dowodowy wolno dopisać formułę o schemacie Ψ .

Reguły dołączania nowych wierszy dowodowych dzieli się na pierwotne i wtórne. **Reguły pierwotne** to reguły przyjęte bez dowodu. **Regułami wtórnymi** są wszystkie reguły oparte o udowodnione schematy logiczne.

⁴³ Pierwsze systemy dedukcji naturalnej zostały opracowane w latach 1934–35 niezależnie od siebie przez Stanisława Jaśkowskiego i Gerharda Gentzena.

REGUŁY PIERWOTNE

(RO) Reguła odrywania:

$$\frac{\varphi \rightarrow \phi}{\varphi} \phi$$

(DK) Reguła dołączania koniunkcji:

$$\frac{\varphi}{\varphi \wedge \phi} \quad \frac{\phi}{\phi \wedge \varphi}$$

(OK) Reguła opuszczania koniunkcji:

$$\frac{\varphi \wedge \phi}{\varphi} \quad \frac{\varphi \wedge \phi}{\phi}$$

(DA) Reguła dołączania alternatywy:

$$\frac{\varphi}{\varphi \vee \phi} \quad \frac{\phi}{\varphi \vee \phi}$$

(OA) Reguła opuszczania alternatywy:

$$\frac{\varphi \vee \phi}{\varphi} \quad \frac{\varphi \vee \phi}{\neg \phi}$$

(DE) Reguła dołączania równoważności:

$$\frac{\varphi \rightarrow \phi}{\phi \rightarrow \varphi} \quad \frac{\varphi \rightarrow \phi}{\phi \leftrightarrow \varphi}$$

(OE) Reguła opuszczania równoważności:

$$\frac{\varphi \leftrightarrow \phi}{\varphi \rightarrow \phi} \qquad \frac{\varphi \leftrightarrow \phi}{\phi \rightarrow \varphi}$$

(DV) Reguła dołączania dużego kwantyfikatora:

Niech na \mathcal{Z} składają się wszystkie i tylko te założenia, które są użyte do dowodu φ .

$$\frac{\mathcal{Z}}{\varphi} \\ \hline \forall v \varphi$$

jeśli zmienna v nie występuje jako zmienna wolna w żadnej formule w \mathcal{Z} .

(OV) Reguła opuszczania dużego kwantyfikatora:

$$\frac{\forall v \varphi}{\varphi(v/t)}$$

jeśli term t jest podstawialny w miejsce zmiennej wolnej v

(DE) Reguła dołączania małego kwantyfikatora:

$$\frac{\varphi}{\exists v \varphi(t/v)}$$

jeśli zmienna v jest podstawialna w miejsce termu t

(O \exists) Reguła opuszczania małego kwantyfikatora:

Niech w formule $\varphi(v_0 \dots v_i \dots v_n)$ wszystkimi zmiennymi wolnymi będą $v_0 \dots v_i \dots v_n$.

$$\frac{\exists v_i \varphi(v_0 \dots v_i \dots v_n)}{\varphi(v_i/c_{v_0 v_1 \dots v_{i-1} v_{i+1} \dots v_n})}$$

gdzie $c_{v_0 v_1 \dots v_{i-1} v_{i+1} \dots v_n}$ jest pewną stałą, której określenie wymaga ustalenia, jakie stałe występują w miejscach $v_0, v_1, \dots, v_{i-1}, v_{i+1}, \dots, v_n$

REGUŁY TWORZENIA DOWODU

1. WPROST:

Mając do udowodnienia:

$$\varphi_1, \dots, \varphi_n \vdash \phi$$

1.1.

- 1.1.1. jako wiersze dowodowe bierze się formuły: $\varphi_1, \dots, \varphi_n$. Są to założenia dowodu wprost.
- 1.1.2. kolejne wiersze dowodowe dopisuje się stosując reguły dołączania nowych wierszy dowodowych,
- 1.1.3. dowód kończy się, gdy jako wiersz dowodowy uzyskuje się formułę ϕ .

1.2. jeśli ϕ jest formułą $\psi_1 \rightarrow (\psi_2 \rightarrow (\dots \rightarrow (\psi_n \rightarrow \chi) \dots))$, to

- 1.2.1. jako wiersze dowodowe bierze się formuły: $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ oraz $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$. Są to założenia dowodu wprost.
- 1.2.2. kolejne wiersze dowodowe dopisuje się stosując reguły dołączania nowych wierszy dowodowych,
- 1.2.3. dowód kończy się, gdy jako wiersz dowodowy uzyskuje się formułę χ .

2. NIE WPROST

Mając do udowodnienia:

$$\varphi_1, \dots, \varphi_n \vdash \phi$$

1.1.

1.1.1. jako wiersze dowodowe bierze się formuły: $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ oraz $\neg\phi$.
Są to założenia dowodu nie wprost.

1.1.2. kolejne wiersze dowodowe dopisuje się stosując reguły dołączania nowych wierszy dowodowych,

1.1.3. dowód kończy się, gdy otrzymuje się dwa wiersze dowodowe, z których jeden to formuła ζ , a drugi to formuła $\neg\zeta$.

1.2. jeśli ϕ jest formułą $\psi_1 \rightarrow (\psi_2 \rightarrow (\dots \rightarrow (\psi_n \rightarrow \chi) \dots))$, to

1.2.1. jako wiersze dowodowe bierze się formuły: $\varphi_1, \dots, \varphi_n, \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ oraz $\neg\chi$. Są to założenia dowodu nie wprost.

1.2.2. kolejne wiersze dowodowe dopisuje się stosując reguły dołączania nowych wierszy dowodowych,

1.2.3. dowód kończy się, gdy otrzymuje się dwa wiersze dowodowe, z których jeden to formuła ζ , a drugi to formuła $\neg\zeta$.

Obok wierszy dowodowych zaznacza się, czy zostały one przyjęte jako założenia lub na podstawie reguł. W tym ostatnim wypadku zaznacza się użytą regułę i wiersze dowodowe, do których została zastosowana. Stosowane będą następujące skróty:

- zał. - założenie
z.d.n. - założenie dowodu nie wprost
sprzecz. - sprzeczność

W logice dowodzi się, że wnioskowanie jest dedukcyjne wtedy i tylko wtedy, gdy ma dowód założeniowy.

1. Sylogizm warunkowy

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline p \rightarrow r \end{array}$$

Dowód wprost:

1. $p \rightarrow q$ zał.
2. $q \rightarrow r$ zał.
3. p zał.
4. q (RO; 1,3)
5. r (RO; 2,4)

2. Zasada podwójnej negacji (z.p.n.)

$$\frac{\neg\neg p}{p}$$

Dowód nie wprost:

1. $\neg\neg p$ zał.
2. $\neg p$ z.d.n.
sprzecz. (1,2)

3. Modus tollens

$$\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\neg p}$$

Dowód nie wprost:

1. $p \rightarrow q$ zał.
2. $\neg q$ zał.
3. $\neg\neg p$ z.d.n.
4. p (z.p.n.; 3)
5. q (RO; 1,4)
sprzecz. (2,5)

4. Przetwarzanie kwantyfikatorów ogólnych

$$\frac{\forall x \forall y P(x, y)}{\forall y \forall x P(x, y)}$$

$$\forall y \forall x P(x, y)$$

Dowód wprost:

1. $\forall x \forall y P(x, y)$ zał.
2. $\forall y P(x, y)$ (OV;1)
3. $P(x, y)$ (OV;2)
4. $\forall x P(x, y)$ (DV;3)
5. $\forall y \forall x P(x, y)$ (DV;4)

5. Przetwarzanie małych kwantyfikatorów

$$\frac{\exists x \exists y P(x, y)}{\exists y \exists x P(x, y)}$$

$$\exists y \exists x P(x, y)$$

Dowód wprost:

1. $\exists x \exists y P(x, y)$ zał.
2. $\exists y P(c_1, y)$ (OE;1)
3. $P(c_1, c_2)$ (OE;2)
4. $\exists x P(x, c_2)$ (DE;3)
5. $\exists y \exists x P(x, y)$ (DE;4)

6. Przetwarzanie dużego i małego kwantyfikatorów

$$\frac{\exists x \forall y P(x, y)}{\forall y \exists x P(x, y)}$$

$$\forall y \exists x P(x, y)$$

Dowód wprost:

1. $\exists x \forall y P(x, y)$ zał.
2. $\forall y P(c_1, y)$ (OE;1)
3. $P(c_1, y)$ (OV;2)
4. $\exists x P(x, y)$ (DE;3)
5. $\forall y \exists x P(x, y)$ (DV;4)

7.

$$\frac{\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))}{\exists x (P(x) \wedge R(x))}$$

$$\exists x (P(x) \wedge R(x))$$

$$\exists x (Q(x) \wedge R(x))$$

Dowód wprost:

1. $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$ zał.
2. $\exists x (P(x) \wedge R(x))$ zał.
3. $P(c) \wedge R(c)$ (OE;2)
4. $P(c) \rightarrow Q(c)$ (OV;1)
5. $P(c)$ (OE;3)
6. $R(c)$ (OE;3)
7. $Q(c)$ (RO; 3,5)
8. $Q(c) \wedge R(c)$ (DK;7,8)
9. $\exists x (Q(x) \wedge R(x))$ (DE;8)

4. KONCEPTUALIZACJA DEFINIOWANIE EKSPLIKACJA

Myślimy pojęciami. Pojęcia są wytworami, wynikiem pojęciowania, inaczej konceptualizacji. Zasób pojęć wyznacza granice naszego myślenia. Myślenie zyskuje walor intersubiektywnej komunikowalności dzięki językowi. W języku następuje przyporządkowanie pojęć słowom – ażebym język giętki powiedział wszystko, co pomyśli głowa. Temu służy definiowanie. Zasób słów wyznacza granice werbalnego porozumiewania się – o czym nie można mówić, o tym trzeba milczeć. Coraz lepsze i pełniejsze poznanie jest współzależne od znaczeń wyrażań, dzięki którym jest intersubiektywnie komunikowalne. I aby odpowiednie dać rzeczy słowo musimy przeprowadzać analizę znaczeń, czyli eksplikację.

W nauce pojęcia winny być jednoznaczne, a nazwy ostre. Niejednoznaczność może być źródłem nieporozumienia, nieostrość powoduje niecisłość. Prawnikowi zależy na jednoznacznym rozumieniu takich nazw jak „kradzież”, „przywłaszczenie”; „oszustwo”, „sprzeniewierzenie”. Ostrość tych nazw jest pożądana dla trafego nazywania odpowiednich czynów. Nie powinno być niejasności jak np. rozumieć nazwę „osoba najbliższa” w kontekście prawa do uchylenia się od składania zeznań. Znajomość zasad tworzenia pojęć, definiowania i eksplikacji może ułatwić pracę w zakresie tworzenia prawa oraz w jego stosowaniu. Nie tylko nauka i dziedziny praktyczne, ale i życie codzienne stawia nas przed koniecznością określenia znaczenia wyrażań.

4.1. KONCEPTUALIZACJA

Język służy do wypowiedzania myśli, a zatem w tym porządku pierwotna jest myśl, język jest wtórny. Atomy naszej myśli, elementy, z których nasze myśli są budowane, to pojęcia (po łacinie *conceptus*). Myślimy o pewnej rzeczywistości. Nasze myślenie jest aktywne. W wypadku rzeczywistości pozaempirycznej myślenie w pewnym sensie konstruuje tę rzeczywistość. Rzeczywistość ujmujemy myślą, czyli pojmujemy dzięki pojęciom. Pojęcia są w tej rzeczywistości «zakotwiczone», mają w niej «fundament».

To, co tu nazywamy konceptualizacją, zwykle określa się jako definicję realną.

DEFINICJA: Definicja realna, inaczej **konceptualizacja**, to charakterystyka przedmiotu lub przedmiotów pewnego rodzaju, którą temu i tylko temu przedmiotowi lub rodzajowi przedmiotów można przypisać.

Termin „konceptualizacja” wyraźnie odróżnia specyfikę tworzenia pojęć od operacji językowej, jaką jest definiowanie. Niemniej tam, gdzie to jest uzasadnione obowiązującą konwencją terminologiczną, nie zrezygnujemy z tradycyjnej terminologii używając terminu „definicja”, choć mamy na uwadze to, co nazwaliśmy konceptualizacją. Oczywiście, utworzenie pojęcia zbiega się ze wskazaniem lub wprowadzeniem do języka odpowiedniego wyrażenia, czyli z definiowaniem. Konceptualizacja nie jest procesem psychicznym i konstruowanie pojęcia nie należy utożsamiać z wyobrażaniem (choć taki proces może jej towarzyszyć).

Punktem wyjścia konceptualizacji może być sama rzeczywistość. Jej podstawą mogą też być już wytworzone pojęcia. Proces ten w sposób równoległy przebiega na poziomie języka: może być opisany jako wzbogacanie języka o nowe wyrażenia lub nadanie nowego znaczenia już istniejącym wyrażeniom. Te zabiegi językowe to definiowanie (nominalne).

4.1.1. Ekstensjonalna i intensjonalna charakterystyka zakresów nazw

Tworzenie pojęć dokonuje się przez tworzenie zbiorów, zakresów nazw.

Zakres nazwy może zostać scharakteryzowany ekstensjonalnie.

DEFINICJA: Ekstensjonalna charakterystyka zbioru/zakresu nazwy dokonywana jest przez wymienienie wszystkich i tylko elementów tego zbioru lub, odpowiednio, podanie wszystkich i tylko desygnatów tej nazwy.

Zakres nazwy „szkoła wyższa w Białymstoku” charakteryzujemy wymieniając wszystkie szkoły wyższe działające w Białymstoku, czyli: Filia Uniwersytetu Warszawskiego, Politechnika Białostocka, Akademia Medyczna w Białymstoku, Filia Wyższej Szkoły Muzycznej im. F. Chopina, Filia Wyższej Szkoły Teatralnej, Wyższa Szkoła Finansów i Zarządzania.

Zakres nazwy może zostać scharakteryzowany intensjonalnie.

DEFINICJA: Intensjonalnie charakteryzuje się zbiór/zakres nazwy przez podanie cechy, która przysługuje wszystkim i tylko elementom tego zbioru, lub, odpowiednio, podanie cechy, które przysługuje wszystkim i tylko desygnatom tej nazwy.

Zakres nazwy „liczba parzysta” charakteryzujemy intensjonalnie: „liczba parzysta to liczba podzielna przez 2”. Podobnie – „pierwszoklasista to uczeń I klasy szkoły podstawowej”.

Jeżeli zakres nazwy jest scharakteryzowany ekstensjonalnie, to istnieje jego charakterystyka intensjonalna. Nazwę „miasto wojewódzkie” charakteryzujemy ekstensjonalnie wymieniając wszystkie 49 miast polskich, które są miastami wojewódzkimi. Charakterystyki intensjonalnej możemy dokonać wskazując na cechę bycia miastem wojewódzkim.

W sytuacjach praktycznych zwykle nie dokonuje się pełnego wyczerpania wszystkich elementów zakresu. Ograniczamy się do kilku cha-

rakterystycznych przedmiotów p_1, p_2, \dots, p_n , które należą do zakresu nazwy oraz kilku innych przedmiotów q_1, q_2, \dots, q_m , które nie należą do zakresu tej nazwy. Przedmioty te dobieramy tak, aby było możliwe przejście do charakterystyki intensjonalnej. Charakterystykę tę tworzy się jako zespół wszystkich cech wspólnych przedmiotów p_1, p_2, \dots, p_n bez tych cech, które są cechami przedmiotów q_1, q_2, \dots, q_m , a których przysługiwanie nie jest wykluczone przez cechy przedmiotów p_1, p_2, \dots, p_n . Tego rodzaju zabieg określa się jako definicję ostensywną (lub, dejktyczną)⁴⁴.

DEFINICJA: Definicja dejktyczna (ostensywna) to ekstensjonalna charakterystyka zakresu nazwy przez wskazanie jej desygnatów.

Wskazanie zakresu nazwy jest zwykłym sposobem postępowania z dziećmi uczącymi się ojczystego języka. Na pytanie dziecka „co to jest pies?” (dziecko mówi raczej „piesek”) po prostu pokazuje mu się kilka egzemplarzy tego gatunku i wyprowadza się dziecko z błędu, gdy wskazując na kota mówi, że to pies. Taki sposób definiowania nie jest też obcy nauce. Szczególnym wypadkiem takiego definiowania jest definicja „metra” jako jednostki długości wyznaczonej przez wzorzec znajdujący się w Sèvres pod Paryżem⁴⁵.

Ekstensjonalna charakterystyka zakresu nazwy może być dokonana na drodze indukcyjnej. Najogólniej rzecz biorąc można wyróżnić dwa etapy definiowania indukcyjnego. Na pierwszym etapie wylicza się pewne przedmioty, o których wiadomo, że należą do zakresu lub bierze się zbiór takich przedmiotów. Może to być zbiór skończony albo nieskończony. Następnie podaje się zasady, według których, biorąc pod uwagę przedmioty już należące do charakteryzowanego zakresu, dochodzi się do określenia innych przedmiotów z tego zakresu. Ważnym elementem definicji indukcyjnej jest ustalenie, że charakteryzowany zbiór jest najmniejszym zbiorem, który można w ten sposób uzyskać.

⁴⁴ Od łacińskiego lub, odpowiednio, greckiego „pokazywać”.

⁴⁵ Obecnie tę jednostkę długości definiuje się korzystając z osiągnięć współczesnej fizyki światła.

DEFINICJA: Definicja indukcyjna to charakterystyka zakresu nazwy poprzez:

- (i) wskazanie pewnych desygnatów tej nazwy (może to być zbiór skończony lub nieskończony),
- (ii) podanie reguły lub reguł, które jednoznacznie wskazują przedmiot będący desygnatem danej nazwy, jeśli reguła zastosowana jest do przedmiotów, które są desygnatami tej nazwy,
- (iii) stwierdzenie, że desygnatami danej nazwy są tylko przedmioty, o których mówią pkt (i) i (ii).

W podany sposób możemy scharakteryzować zakres nazwy „liczba naturalna”. Zbiorem danych wyjściowych desygnatów tej nazwy niech będzie zbiór, którego jedynym elementem jest: |. Następnie przyjmijmy, że jeżeli α należy do zakresu nazwy „liczba naturalna”, to $\alpha|$ należy do tego zakresu. Zakresem nazwy „liczba naturalna” jest najmniejszy zbiór, który spełnia oba warunki. Można zauważyć, że ||||| jest elementem charakteryzowanego zakresu, a: ||?|| nie jest⁴⁶.

Podobnie charakteryzujemy zakres nazwy „przodek O ”. Danymi desygnatami nazwy „przodek O ” niech będzie zbiór rodziców O . Reguła indukcyjna mówi, że jeżeli A należy do zakresu nazwy „przodek O ”, to rodzice A należą do tego zakresu.

Specjalna zasada zwana **zasadą ekstensjonalności** głosi, że zbiory mające te same elementy są sobie równe. Oznacza to, że zbiór scharakteryzowany ekstensjonalnie jest równy zbiorowi scharakteryzowanemu intensjonalnie, jeśli tylko oba te zbiory nie różnią się swoimi elementami. Takie języki, w których równozakresowe nazwy są

⁴⁶ Definicje indukcyjne pozwalają na drodze wnioskowania określanego jako wnioskowanie przez indukcję (matematyczną) dowodzić własności obiektów spełniających warunki definicji. Na przykład na to, aby dowieść, że każda liczba naturalna posiada jakąś własność W wystarczy pokazać, że

- (i) własność ta przysługuje obiektowi: |

oraz

- (ii) jeżeli przysługuje obiektowi α , to przysługuje obiektowi: $\alpha|$.

Zob. o wnioskowaniu indukcyjnym w niniejszej książce.

wymienialne w dowolnych zdaniach z zachowaniem wartości logicznej tych zdań (*salva veritate*), to **języki ekstensjonalne**. Języki, w których to nie ma miejsca, to **języki-intensjonalne**. W wypadku języka intensjonalnego równość zakresów nazw nie gwarantuje, że zastąpienie w jakimś zdaniu jednej nazwy przez inną o takim samym zakresie nie doprowadzi do zmiany wartości logicznej tego zdania.

Język teorii matematycznych jest językiem ekstensjonalnym: zastąpienie jakiejś nazwy przez inną o takim samym zakresie nie zmienia wartości logicznej zdania, w którym tego zastąpienia dokonano. „Kwadrat” i „prostokąt równoboczny” są nazwami równozakresowymi. Nie znajdziemy zdania z geometrii, w którym zastąpienie jednej nazwy przez drugą zdanie prawdziwe przeprowadzałoby w fałszywe (a fałszywe w prawdziwe).

Języki naturalne są językami intensjonalnymi (nie są ekstensjonalne). Lech Wałęsa i prezydent RP w roku 1994 to jedna i ta sama osoba. Prawdą jest, że „Lech Wałęsa przeskoczył ogrodzenie Stoczni Gdańskiej”, nie jest zaś prawdą, że „Prezydent RP z 1994 r. przeskoczył ogrodzenie Stoczni Gdańskiej”. Autorem „Ballad i romansów” jest Adam Mickiewicz, ale nie jest prawdą, że „Ballady i romanse” pisał autor „Dziadów”, chociaż autor „Dziadów” i Adam Mickiewicz to jedna i ta sama osoba.

Charakterystyka ekstensjonalna zakresu scharakteryzowanego intensjonalnie nie zawsze jest prosta, czasem jest to poważny problem. Problemem praktycznym jest np. rejestr osób chorych na AIDS. Zakres nazwy „chory na AIDS” jest scharakteryzowany intensjonalnie. Z powodów praktycznych zainteresowani jednak jesteście jego charakterystyką ekstensjonalną. Każde równanie matematyczne jest charakterystyką intensjonalną zbioru liczb, które to równanie spełniają. Rozwiązanie równania nie jest niczym innym jak charakterystyką ekstensjonalną tego zbioru. W teorii mnogości definiuje się specjalny operator, **operator abstrakcji**, który jest znakiem operacji przechodzenia od charakterystyki intensjonalnej do ekstensjonalnej.

Mając zbiory (zakresy nazw) scharakteryzowane ekstensjonalnie lub intensjonalnie możemy „wytwarzać” zbiory (zakresy nazw) poprzez operacje na tych zbiorach, w szczególności poprzez operacje

teoriomnogościowe, jak np. suma, iloczyn, różnica. Tak czysto formalnie można opisać np. definicję klasyczną. Definicja klasyczna to charakterystyka przedmiotów pewnego rodzaju poprzez część wspólną zakresów dwóch nazw. Jeden to zakres pojęcia rodzajowego (*genus*), a do drugiego należą te i tylko te przedmioty, którym przysługuje pewna cecha, tzw. różnica gatunkowa (*differentia specifica*). Stąd formuła tej definicji: *definitio fit per genus et differentiam specificam* (definicja powstaje za pomocą rodzaju i różnicy gatunkowej).

DEFINICJA: Definicja klasyczna to charakterystyka przedmiotów pewnego rodzaju jako elementów zbioru będącego częścią wspólną zakresów dwóch nazw. Zakres pierwszej z nazw to zakres pojęcia rodzajowego, a zakres drugiej określa tzw. różnicę gatunkową.

W definicji „Człowiek to zwierzę rozumne” pojęciem rodzajowym jest pojęcie zwierzęcia, a różnica gatunkowa to cecha rozumności. Zbiór ludzi jest częścią wspólną (iloczynem) zbioru zwierząt i zbioru istot rozumnych⁴⁷.

4.1.2. Podział logiczny i klasyfikacja

Procedura tworzenia pojęć za punkt wyjścia może brać zakres jednej nazwy i na nim jako zbiorze dokonywać pewnych operacji. Takim zabiegiem jest podział logiczny zakresu nazwy.

DEFINICJA: Podział logiczny zakresu nazwy A to klasa zakresów nazw B_1, B_2, \dots, B_n podrzędnych względem A takich, że:

- (i) każda z nazw B_1, B_2, \dots, B_n jest niepusta, czyli ma przynajmniej jeden desygnat (warunek **niepustości podziału**);

⁴⁷ Takie definicje pozostają w związku z dwuczłonowymi nazwami składającymi się z nazwy rodzajowej, np. „*Homo*” – „człowiek” i epitetu gatunkowego „*sapiens*” – „rozumny”. Ich rozpowszechnienie zawdzięczamy Linneuszowi (1707–1778). Rozwinął on koncepcję dwuczłonowych nazw roślin, która jest dziełem Kaspra Bauhina (1560–1624).

- (ii) każdy desygnat nazwy A jest desygnałem przynajmniej jednej z nazw B_1, B_2, \dots, B_n (warunek **zupełności podziału**).
- (iii) każdy desygnat nazwy A jest desygnałem co najwyżej jednej z nazw B_1, B_2, \dots, B_n (warunek **rozłączności podziału**).

DEFINICJA: Niech klasa zakresów nazw B_1, B_2, \dots, B_n będzie podziałem logicznym zakresu nazwy A . Zakres nazwy A jest to **zakres dzielony** (*totum divisionis*) tego podziału, a zakresy nazw B_1, B_2, \dots, B_n są **członami podziału** (*membra divisionis*).

Na przykład podział nazw języka polskiego na: (1) proste i (2) złożone spełnia wszystkie warunki poprawnego podziału logicznego. Nazwą, której zakres dzielimy, jest nazwa „nazwa języka polskiego”. Członami podziału są zakresami nazw: „prosta nazwa języka polskiego”, „złożona nazwa języka polskiego”.

Warunku niepustości nie spełnia podział trójkątów na: (1) takie, które nie mają żadnego kąta prostego, (2) takie, które mają dokładnie jeden kąt prosty, i (3) takie, które mają dokładnie dwa kąty proste. Z geometrii wiadomo, że nie ma trójkątów, które miałyby dwa kąty proste. Warunku niepustości nie spełnia podział koni na czterożne i dwunożne. Od strony czysto praktycznej zauważmy, że nie prowadzi się kartoteki, w której pewien dział (podkartoteka) będzie pusty. Ktoś, kto pracuje na komputerze, nie tworzy pustej podkartoteki (jeśli nie ma być ona choćby tylko czasowo wypełniana). Prowadzący ewidencję towarów w hurtowni nie będzie tworzył działu w kartotece towarów sprzedawanych przez hurtownię dla rodzaju towarów, których ta hurtownia nigdy nie sprzedaje.

Warunku zupełności nie spełnia podział trójkątów na: (1) prostokątne, i (2) równoboczne. Istnieją bowiem trójkąty, które nie są ani prostokątne, ani równoboczne. Warunku tego nie spełnia też podział wędlin na szynki i kiełbasy podsuszane.

Warunek rozłączności naruszony jest, gdy dzielimy zbiór trójkątów na: (1) prostokątne, (2) takie, które mają dokładnie dwa kąty

ostre, i (3) takie, które mają trzy kąty ostre. Jest tak, ponieważ wszystkie trójkąty mają przynajmniej dwa kąty ostre, w szczególności wszystkie trójkąty prostokątne mają jeden kąt prosty i dwa kąty ostre. Warunku tego nie spełnia też podział gospodarstw na rolnicze, ogrodnicze i sadownicze. Źródłem problemów z rozłącznością podziału logicznego jest nieostrość nazw, których zakresami są członami podziału. Jeśli nie uczynimy ostrymi nazw „dowód osobowy” i „dowód rzeczowy (nieosobowy)” to podział dowodów w postępowaniu procesowym nie będzie spełniał warunku rozłączności.

Podział jest (powinien być) dokonywany według jakiejś jednej zasady.

DEFINICJA: **Zasada podziału** (*fundamentum divisionis*) to reguła, według której przedmioty ze zbioru dzielonego są elementami poszczególnych członów podziału.

W szczególności zasadę tę może stanowić posiadanie lub nieposiadanie pewnej cechy przez przedmiot. Zakres dzielony jest wówczas na dwa zbiory: elementami jednego zbioru są przedmioty, które daną cechę posiadają, a elementami drugiego zbioru są przedmioty, które tej cechy nie posiadają. Na przykład meble możemy dzielić na: (1) te, które są zrobione z litego drewna, i (2) te, które nie są zrobione z litego drewna.

DEFINICJA: **Podział dychotomiczny** to podział, którego jednym członem są wszystkie i tylko te przedmioty ze zbioru dzielonego, które posiadają pewną cechę c i którego drugim członem są wszystkie i tylko te przedmioty ze zbioru dzielonego, które cechy c nie posiadają.

Zauważmy, że podział dychotomiczny spełnia zawsze warunki rozłączności i zupełności podziału. Spełnienie warunku niepustości wymaga, aby brana pod uwagę cecha przysługiwała jakimś przedmiotom, ale nie przysługiwała wszystkim przedmiotom zakresu dzielonego. W wypadku tego podziału jeden z członów podziału jest zakresem nazwy prywatywnej, a drugi jest zakresem nazwy nieprywatywnej. Zadania praktyczne wymagają jednak zwykle innego podziału niż dychotomiczny.

Dokonanie podziału logicznego według jednej zasady jest ważne. W wypadku gdyby tak nie było, podział może nie spełniać warunku rozłączności lub zupełności. Na przykład podział trójkątów na trójkąty prostokątne (rodzaj kątów) i na trójkąty równoramienne (rodzaj boków) nie spełnia warunków rozłączności i zupełności. Podział tworzy się według odmian jednej cechy ogólnej. Ta cecha to **determinanda**, jej odmiany to **determinanty**. Buty możemy dzielić według rodzaju osób, dla których są przeznaczone (determinanda). Mogą to być buty dziecięce, damskie i męskie (są to determinanty).

Wyszczególnione trzy warunki poprawnego podziału logicznego: niepustości, rozłączności i zupełności mają charakter formalny.

DEFINICJA: Formalnie poprawny podział logiczny to podział, który jest niepusty, rozłączny i zupełny.

Jasne jest, że podział musi mieć jakiś cel. Możemy więc mówić o nieformalnych warunkach poprawności podziału.

DEFINICJA: Pragmatycznie poprawny podział logiczny to podział, który służy jakimś celom teoretycznym lub praktycznym.

Nie jest celowy, jak się zdaje, podział komputerów ze względu na kolor obudowy, celowy jest zaś podział ze względu na monitor: kolorowy, czarno-biały. Kolor wykładziny podłogowej ma znaczenie i może stanowić zasadę podziału tych wyrobów. Dla botanika ważnym i płodnym podziałem jest podział roślin kwiatowych na nago- i nie-nagonasienne. Nie jest zaś użyteczny podział na te, które podobają się i te, które nie podobają się Zosi.

Podział logiczny jest pragmatycznie poprawny, gdy jest naturalny. Naturalny podział logiczny to podział dokonany według takiej zasady podziału odwołującej się do cech, że przedmioty znajdujące się w jednym członie podziału mają wiele cech wspólnych. Ponadto zasada ta podporządkowana jest celowi podziału. Podział, który nie jest naturalny to podział sztuczny. Podział książek w bibliotece według ich formatu jest podziałem sztucznym. Taki zaś podział książek w pakowni może być przydatny i naturalny.

Każdy człon podziału sam może podlegać podziałowi. Zakres nazwy „samochód” może zostać podzielony według marek samochodów: Mercedes, BMW, Opel, Peugeot, Renault itd. Następnie możemy dzielić marki według typów. Podobnie czyny ludzkie możemy podzielić na zakazane przez prawo (np. napad rabunkowy) i na nie zakazane przez prawo. Czyny nie zakazane przez prawo możemy podzielić na czyny nakazane przez prawo (np. obowiązek służby wojskowej) i na czyny nie nakazane przez prawo (np. podjęcie studiów prawnych). Taki zwielokrotniony podział, gdy człony jednego podziału podlegają dalszemu podziałowi, to klasyfikacja.

DEFINICJA: Klasyfikacja przedmiotów pewnego rodzaju to zwielokrotniony podział logiczny, w którym zbiorami dzielonymi są zbiór przedmiotów pewnego rodzaju, człony podziału tego zbioru i ewentualnie człony kolejnych podziałów logicznych.

Dobrze napisany tekst jest podzielony na rozdziały, te zaś są podzielone na podrozdziały itd. Klasyfikacja tekstu może być opisana za pomocą symboli liczbowych. Szeroko znana jest klasyfikacja świata roślinnego⁴⁸ i zwierzęcego, która dała podstawę dla systematyki roślin i zwierząt.

DEFINICJA: Systematyka to praktyczne przyporządkowanie przedmiotów pewnego rodzaju członom podziału w klasyfikacji tych przedmiotów.

Klasyfikacja jest zabiegiem czysto teoretycznym. Człony składających się na nią podziałów mogą być scharakteryzowane przez cechy przedmiotów, które do nich należą (scharakteryzowane intensjonalnie). Dla potrzeb praktycznych niezbędna jest odpowiedź, do których członów podziału należą poszczególne przedmioty, czyli potrzebna jest charakterystyka ekstensjonalna poszczególnych członów podziału. Systematyka określa miejsce poszczególnych przedmiotów w członach podziału klasyfikacji, w której ma swoją podstawę teoretyczną.

⁴⁸ Pierwszą klasyfikację roślin opracował w 1737 r. szwedzki przyrodnik Karol Lineusz.

Z problemami dokonania poprawnego podziału logicznego spotykamy się na co dzień. Może to być sprawa uporządkowania książek w domowej biblioteczce lub ułożenia odzieży w szafach. Mamy problem z wygodnym i prostym uporządkowaniem zbiorów na dysku komputerowym. Problemy z podziałem ma hurtownik i sprzedawca. Prawnik jako kodyfikator musi dokonać poprawnego podziału kwestii regulowanych w ustawie. Nie jest sprawą prostą podział logiczny przepisów w kodeksie. Ustawa winna być przejrzysta, czyli poszczególne kwestie nie powinny być regulowane przez przepisy z różnych jej działów (warunek rozłączności podziału). Ustawa winna regulować wszystkie zagadnienia z zakresu, który obejmuje, czyli winna być kompletna, niczego nie pomijać (warunek zupełności podziału logicznego). Podział powinien być dokonany według zasady naturalnej. Sztuczny podział tworzyłby dużą przeszkodę z rozumieniu i stosowaniu ustawy.

Od podziału logicznego należy odróżnić typologię. Przeprowadzając typologię konstruuje się pojęcia typologiczne⁴⁹. Nie jest to (teoretyczne) dzielenie elementów jakiegoś zbioru. Systematyka polega na odpowiedzi, czy dany przedmiot spełnia warunki konieczny i wystarczający przynależności do członu podziału. W wypadku typologii stawia się pytanie, czy przedmiot posiada w wystarczającym stopniu cechy wskazywane przez pojęcie typologiczne. Pojęciami typologicznymi są style w sztuce, np. gotyk, barok. Odpowiedź na pytanie, czy dany obiekt architektoniczny zbudowany jest w stylu gotyckim, polega na pokazaniu, że obiekt ten posiada w stopniu wystarczającym cechy typowe obiektu gotyckiego. Od podziału logicznego różni się też porządkowanie⁵⁰. W wielu sprawach praktycznych sam podział nie wystarcza. Towarzyszy mu porządkowanie, które wyznacza kolejność członów podziału.

4.1.3. Partycja

Podział logiczny to podział zbioru w sensie dystrybutywnym. Jeśli zbiór ten jest zakresem nazwy \mathcal{N} , to wszystkie jego elementy są

⁴⁹ Będzie o tym szerzej mowa w części poświęconej pojęciom typologicznym.

⁵⁰ Będzie o tym szerzej mowa.

desygnatami tej nazwy. Inaczej jest w wypadku zbioru w sensie kolektywnym. O elementach takiego zbioru mówimy, że są częściami tego zbioru. Otóż jeśli zbiór w sensie kolektywnym jest desygnatem nazwy \mathcal{N} , to żaden jego element-część nie jest desygnatem tej nazwy. Podział zbioru w sensie kolektywnym należy odróżnić od podziału zbioru w sensie dystrybutywnym. Każdy element zbioru żołnierzy jest żołnierzem. Zbiór ten jest bowiem zbiorem w sensie dystrybutywnym. Pułk dzielony jest np. na bataliony, a te na kompanie. Żadna część pułku nie jest pułkiem. Pułk jest zbiorem w sensie kolektywnym. Podobnie zbiorem w sensie kolektywnym jest batalion i kompania. Terytorium państwa dzielone jest na województwa, a te na gminy. Gminy to części województw i państwa. Województwa to części państwa. Żadna część województwa nie jest województwem. Żadna część gminy nie jest gminą.

DEFINICJA: Partycja, inaczej podział mereologiczny przedmiotu to wyróżnianie jego części.

Podział pułku na bataliony i kompanie jest partycją⁵¹, a nie podziałem w sensie logicznym. Również podział terytorialny jest partycją, a nie podziałem w sensie logicznym. Nazwy „województwo” i „gmina” mają rozłączne zakresy. Gmina jest częścią województwa, a nie elementem zakresu nazwy „województwo”. Podział stołu na jego części składowe to także partycja. Noga od stołu jest częścią stołu i nie należy do zakresu nazwy „stół” (bo nie jest stołem). Z problemem partycji mamy do czynienia w wypadku nazw zbiorowych, a więc tych, których desygnaty są konglomeratami, przedmiotami złożonymi. Konceptualizacja w wypadku tworzenia pojęcia przez partycję uwzględnia całość, której częścią jest obiekt, pojęcie którego tworzymy. Na przykład ministerstwo będziemy opisywać jako część składową rządu. Podobnie pułk – jako część armii.

4.1.4. Definicja przez abstrakcję

Pewnym sposobem konceptualizacji metodą podziału logicznego jest definicja przez abstrakcję.

⁵¹ Od greckiego słowa oznaczającego bryłę.

Przypomnijmy, że relacja równoważności to relacja zwrotna, symetryczna i przechodnia, a pole relacji to zbiór wszystkich przedmiotów, które mogą pozostawać w tej relacji.

DEFINICJA: Klasą abstrakcji relacji równoważności \mathcal{R} wyznaczoną przez przedmiot p jest zbiór $[p]_{\mathcal{R}}$ wszystkich i tylko tych przedmiotów, które pozostają w relacji \mathcal{R} z przedmiotem p .

Można udowodnić, że zbiór wszystkich klas abstrakcji wyznaczonych przez elementy pola relacji równoważności jest podziałem logicznym pola tej relacji. Zauważmy, że każda klasa abstrakcji jest niepusta. Przynajmniej jeden przedmiot do niej należy, mianowicie przedmiot, który ją wyznacza – ponieważ relacja równoważności jest zwrotna. Spełniony jest warunek zupełności. Każdy element pola relacji równoważności wyznacza jakąś klasę abstrakcji. Ze zwrotności tej relacji zaś wynika, że każdy element należy do tej klasy, którą wyznacza. Pokazanie, że spełniony jest warunek rozłączności, czyli warunek, że przedmioty należące do pola relacji równoważności należą do co najwyżej jednej klasy abstrakcji, wymaga skorzystania z faktu, że relacja równoważności jest symetryczna i przechodnia.

Można pokazać również, że jeżeli mamy jakiś podział logiczny zbioru, to taka relacja, że dwa przedmioty z tego zbioru pozostają w tej relacji wtedy i tylko wtedy, gdy należą do tego samego członu podziału, jest relacją równoważności. Ponadto dowodzi się, że klasy abstrakcji tej relacji są równe członom tego podziału logicznego.

Klasy abstrakcji relacji równoważności charakteryzują w sposób jednoznaczny przedmioty pewnego rodzaju. Mogą więc być wykorzystane w konceptualizacji.

DEFINICJA: Definicja przez abstrakcję to charakterystyka przedmiotów pewnego rodzaju jako klasy abstrakcji wyznaczonej przez pewien przedmiot z pola określonej relacji równoważności.

Pasterz liczył swoje owce dokonując nacięć na kiju: tyle było nacięć, ile było owiec. Dziecko na paluszkach pokazuje, ile ma cukierków:

tyle, ile pokazuje paluszków. Tak liczyli też pierwotni ludzie. Reliktem językowym korzystania przez nich z dwudziestu palców (widocznie chodzili bez butów) jest nieregularność w nazwach liczb do dwudziestu. Ta procedura liczenia opiera się na relacji równoliczności, czyli relacji, która elementom jednego zbioru przyporządkowuje dokładnie jeden element drugiego zbioru i odwrotnie. Inaczej, elementom jednego zbioru w sposób wzajemnie jednoznaczny przyporządkowuje elementy drugiego zbioru. Na przykład elementom zbioru palców lub nacięć na kiju wzajemnie jednoznacznie przyporządkowuje elementy zbioru liczonego.

Relacja równoliczności zbiorów jest relacją równoważności. Każdy zbiór jest równoliczny z samym sobą. Dla każdego zbioru istnieje bowiem funkcja, która w sposób wzajemnie jednoznaczny odwzorowuje ten zbiór na siebie. Spełniony jest więc warunek zwrotności. Symetryczność wynika z faktu, że jeżeli zbiór A jest równoliczny ze zbiorem B , to istnieje funkcja f , która w sposób wzajemnie jednoznaczny odwzorowuje zbiór A na zbiór B . Funkcja odwrotna do f , czyli funkcja f^{-1} zdefiniowana następująco: $y = f^{-1}(x)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x = f(y)$, w sposób wzajemnie jednoznaczny odwzorowuje zbiór B na zbiór A , zatem zbiór B jest równoliczny ze zbiorem A . Przechodność wynika z tego, że jeżeli A jest równoliczne z B , a B równoliczne z C , to istnieje funkcja f , która w sposób wzajemnie jednoznaczny odwzorowuje zbiór A na zbiór B i istnieje funkcja f_1 , która w sposób wzajemnie jednoznaczny odwzorowuje zbiór B na zbiór C . Funkcja f_2 taka, że $f_2(x) = f_1(f(x))$ jest funkcją, która w sposób wzajemnie jednoznaczny odwzorowuje zbiór A na zbiór C . Relacja równoliczności dzieli klasę zbiorów na podklasy zbiorów równolicznych.

Można przyjąć, że pojęcia liczb zostały ukształtowane na drodze abstrakcji, czyli odrzucenia wszystkiego, co różniło zbiory równoliczne. Zostało to, co było wspólne: liczba. Wyrażając się bardziej technicznie: liczba to klasa abstrakcji relacji równoliczności.

Innym przykładem tworzenia pojęć na drodze definicji przez abstrakcję jest definiowanie kolorów. Relacja równobarwności jest relacją równoważności. Tworzy się klasy abstrakcji tej relacji. Kolor to klasa abstrakcji relacji równobarwności. Kształt zaś to klasa abstrakcji relacji równokształtności.

Biorąc relację równoczesności zdarzeń definiuje się moment czasowy jako klasę abstrakcji tej relacji. Okazuje się, że relacja równoczesności jest relacją równoważności w wypadku czasu klasycznego. W wypadku czasu relatywistycznego ta relacja nie spełnia warunku przechodniości. W związku z tym rozważa się inną możliwość definiowania momentu czasowego (i innych pojęć abstrakcyjnych) niż jako klasy abstrakcji relacji równoważności.

4.1.5. Pojęcia porządkujące i typologiczne

Problem pojęcia czasu, o którym była wyżej mowa, nie zamyka się na pojęciu momentu czasowego. Chcemy czas mierzyć. Podobnie chcemy mierzyć jakość wyrobów, chcemy znać stopień zainteresowania konsumentów jakimś produktem lub usługą. Pojęć tych nie da się zdefiniować korzystając tylko z relacji równoważności, potrzebne są jeszcze relacje porządkujące. W konceptualizacji, najogólniej rzecz biorąc, można wykorzystywać konstrukcje, struktury złożone ze zbiorów i z różnych relacji. Takie struktury – struktury relacyjne – opisuje się jako układy $\langle \mathcal{Z}_1, \dots, \mathcal{Z}_m, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_n \rangle$, gdzie \mathcal{Z}_i to zbiór, a \mathcal{R}_j to relacja, której członami są elementy zbiorów \mathcal{Z}_i , $0 \leq i \leq n$.

DEFINICJA: Relacja \mathcal{W} jest relacją **wyprzedzania** **związaną z relacją równoważności** \mathcal{R} wtedy i tylko wtedy, gdy relacja \mathcal{W} jest:

- (i) przechodnia, czyli dla każdego x, y, z : jeśli $x\mathcal{W}y$ i $y\mathcal{W}z$, to $x\mathcal{W}z$;
- (ii) \mathcal{R} -owo przeciwsymetryczna, czyli dla każdego x, y : jeśli $x\mathcal{R}y$, to $nie-(y\mathcal{W}x)$;
- (iii) \mathcal{R} -owo spójna, czyli dla każdego x, y : jeśli $nie-(x\mathcal{R}y)$, to $(x\mathcal{W}y$ lub $y\mathcal{W}x)$.

Zauważmy, że warunek (ii) wyklucza możliwość, by przedmioty równe ze względu na \mathcal{R} były w stosunku wyprzedzania \mathcal{W} . Warunek (iii) gwarantuje zaś, że dowolne dwa przedmioty nie będące równymi ze względu na \mathcal{R} , są ze sobą porównywalne ze względu na stosunek wyprzedzania \mathcal{W} .

Pojęcia porządkujące tworzymy biorąc relację równoważności i związaną z nią relację wyprzedzania.

DEFINICJA: **Pojęcie porządkujące** definiowane jest przez strukturę $\langle \mathcal{Z}, \mathcal{R}, \mathcal{W} \rangle$, gdzie \mathcal{Z} jest zbiorem, \mathcal{R} relacją równoważności, a \mathcal{W} związaną z nią relacją wyprzedzania. Polem tych relacji jest zbiór \mathcal{Z} .

Po wprowadzeniu do zbioru zdarzeń relacji równoczesności można było zdefiniować moment czasowy. Aby zdefiniować czas, do zbioru zdarzeń oprócz relacji równoczesności trzeba dołączyć związaną z nią relację wcześniej-później, $\mathcal{W-P}$.

Relacja równoczesności jest relacją równoważności. Relacja $\mathcal{W-P}$ w zbiorze zdarzeń rozumianych w sensie fizyki klasycznej jest relacją przechodnią – spełniony jest więc warunek (i). Jest też \mathcal{R} -owo przeciwsymetryczna: jeżeli dwa zdarzenia są równoczesne, to nie pozostają w relacji wcześniej-później – spełniony jest więc warunek (ii). Relacja wcześniej-później jest w zbiorze zdarzeń \mathcal{R} -owo spójna: z dowolnych dwóch nierównoczesnych zdarzeń jedno jest wcześniejsze od drugiego – tym samym spełniony jest warunek (iii). Tak opisany czas daje się mierzyć.

Czas jest strukturą złożoną ze zbioru zdarzeń oraz dwóch relacji określonych na tym zbiorze: $\langle \mathcal{T}, \mathcal{R}, \mathcal{W-P} \rangle$, gdzie \mathcal{T} jest zbiorem zdarzeń, \mathcal{R} – jest relacją równoczesności, a $\mathcal{W-P}$ jest związaną z \mathcal{R} relacją wcześniej-później.

Podobnie możemy zdefiniować jakość produktu. Tym razem bierzemy zbiór wyrobów pewnego rodzaju, relację równej jakości oraz związaną z nią relację bycia lepszej jakości.

Tego rodzaju pojęciami jak czas i jakość produktu są też pojęcia twardości minerałów, siły wiatru w skali Beauforta, ilorazu inteligencji.

Pozostaje problem skali pomiaru. Inna będzie ona w wypadku czasu – mogą to być pewne liczby ze zbioru liczb rzeczywistych. W wypadku jakości, jeśli wprowadza się liczby, zwykle jest to kilka liczb porządkowych, np. jakość pierwsza, jakość druga. Problem pomiaru jest przedmiotem teorii pomiaru.

W ekonomii, naukach społecznych i humanistyce, oprócz pojęć porządkujących wyżej omówionego rodzaju – nazwiemy je pojęciami porządkującymi jednowymiarowymi – używamy pojęć porządkujących wielowymiarowych. Chcę ocenić pracownika. Ocenę tę przeprowadzam nie według stopnia nasilenia jednej cechy, lecz kilku ważnych ze względu na rodzaj zatrudnienia tego pracownika. Mogą to być np. przezorność, pracowitość, solidność finansowa. Mam wystawić studentowi ocenę. Uwzględniam wiele aspektów, cech ocenianej pracy. Gdyby wziąć pod uwagę stopień nasilenia tylko jednej cechy, to mielibyśmy pojęcie porządkujące jednowymiarowe. Ważne jest jednak uwzględnienie pozostałych.

DEFINICJA: Pojęcie porządkujące n -wymiarowe to pojęcie definiowane jest przez strukturę $\langle Z, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_n, \mathcal{W}_1, \dots, \mathcal{W}_n \rangle$, gdzie \mathcal{W}_i jest relacją wyprzedzania związaną z relacją równoważności \mathcal{R}_i , a polem wszystkich relacji jest zbiór Z .

Strukturę definiującą pojęcie porządkujące n -wymiarowe tworzą relacje równości pod względem nasilenia pewnej cechy oraz towarzyszące im relacje wyprzedzania pod względem nasilenia tej cechy. Pojęcie porządkujące n -wymiarowe jest jakby zlepkiem pojęć porządkujących jednowymiarowych.

W wypadku pojęć porządkujących wielowymiarowych komplikuje się sprawa pomiaru rozumianego jako odwzorowanie na skali uporządkowanej liniowo. Niezbędne jest wówczas sprowadzenie pojęcia porządkującego wielowymiarowego do pojęcia porządkującego jednowymiarowego. Mamy z tym do czynienia w sytuacjach praktycznych, np. gdy chcemy z grona pracowników wybrać najlepszego, gdy wystawiamy studentowi ocenę (musimy wybrać jedną z kilku na skali liczbowej), albo gdy dokonujemy zakupu obuwia.

Pojęcia porządkujące dają podstawę do utworzenia pojęć typologicznych. Pojęciami typologicznymi są: „ustrój demokratyczny”, „system wolnorynkowy”, „jazz”, „barok”.

Pojęcia typologiczne charakteryzują się tym, że są orzekane o przedmiotach, jeśli przedmioty te posiadają w wystarczającym stopniu cechy ujęte w pojęciu-typie. Powiemy o kimś, że jest człowiekiem

racjonalnym, jeśli ten ktoś posiada w wystarczającym stopniu cechy, które uważamy za istotne dla człowieka racjonalnego. Przedmiot, który posiadałby je w pełni, byłby typem człowieka racjonalnego. Typy pojęć tworzone mogą być w różny sposób.

Typ krańcowy polega na wzięciu pod uwagę z jednej strony maksymalnego nasilenia cech branych pod uwagę, a z drugiej strony minimalnego nasilenia tych cech (jeśli cechy dają się porównywać). Typy krańcowe otrzymują nazwy. Na przykład „ustrój demokratyczny” – „ustrój totalitarny”; „gospodarka wolnorynkowa” – „gospodarka centralnie planowana”.

Typ modalny tworzony jest przez branie pod uwagę tych wszystkich cech, które przysługują większości przedmiotów.

Zakresem **typu przeciętnego** jest zbiór wszystkich przedmiotów, którym brane pod uwagę cechy przysługują w stopniu przeciętnym.

Wyróżnione wyżej typy dają podstawę dla tworzenia typów mieszanych.

Warto tu zauważyć, że może się zdarzyć, iż realnie nie istnieje żaden przedmiot, który byłby przedmiotem typowym. Mówimy wówczas, że jest to **typ idealny**. Gdy istnieje co najmniej jeden przedmiot-typ, to mówimy o **typie empirycznym**. Na rewiew mody można spojrzeć jako na prezentację typów empirycznych strojów modnych w sezonie.

DEFINICJA: Pojęcie typologiczne definiowane jest przez pojęcie-typ i stopień nasilenia cech składających się na pojęcie-typ.

To, jakie ma być nasilenie cech, składających się na pojęcie-typ w nauce jest precyzowane; w życiu codziennym kierujemy się w tej sprawie intuicją.

DEFINICJA: Pojęcie klasyfikujące to pojęcie charakteryzowane przez zbiór, którego elementami są te i tylko te przedmioty, do których to pojęcie się odnosi.

Dla pojęć klasyfikujących charakterystyczne jest to, że dzielą, klasyfikują zbiór przedmiotów na te, które są ich desygnatami i te, które nie są ich desygnatami. Można je opisać jako pojęcia porządkujące, których strukturę tworzy relacja równoważności dzieląca zbiór przedmiotów na dwie klasy – jedną tworzą desygnaty pojęcia, drugą przedmioty nie będące jego desygnatami – i pusta relacja W (żaden przedmiot nie pozostaje z drugim w relacji wyprzedzania W ze względu na relację równoważności \mathcal{R}).

4.2. DEFINIOWANIE

Procedura tworzenia pojęć opisywana jest w języku. To sprzężenie konceptualizacji z językiem daje ścisły jej związek z definiowaniem (w sensie właściwym). Mówiąc teraz o definiowaniu będziemy mieli na uwadze określanie znaczenia wyrażań, czyli definicje to definicje nominalne.

DEFINICJA: Definiowanie to operacja językowa prowadząca do wzbogacenia języka o nowe terminy w warstwie brzmieniowej i znaczeniowej oraz o nowe terminy tylko w warstwie znaczeniowej (z wykorzystaniem już istniejących w języku słów-brzmień/napisów). Znaczenie wyrażenia definiowanego podaje **definicja (nominalna)**.

Definicje mogą się różnić budową, zakresem wypełnienia swojej roli, sposobem definiowania, sposobem zapisania, rodzajem zadań. Definiowanie ma swoje ograniczenia. Warunki poprawności definicji zależą od jej rodzaju.

4.2.1. Budowa definicji

Definicja zasadniczo składa się z członu zawierającego definiowane wyrażenie (**definiendum**) i członu definiującego (**definiens**) połączonych **spójnikiem definicyjnym**.

W definicji: „kwadrat jest to prostokąt równoboczny” wyraz „kwadrat” to definiendum, wyrażenie „prostokąt równoboczny” – definiens, spójnikiem definicyjnym jest „jest to”. „Jest to” jest tu użyte dla stwierdzenia równości zakresów definiendum i definiensa.

W wypadku ogólnym definiendum może być zbudowane nie tylko z wyrażenia definiowanego. Spójnik definiujący zaś może być użyty nie tylko dla stwierdzenia równości zakresów definiendum i definiensa. Może być tak, że spójnik ten służy do stwierdzenia zawierania się zakresu definiendum w zakresie definiensa, albo odwrotnie – zakresu definiensa w zakresie definiendum. W wypadku, gdy definiendum i definiens są zdaniem, spójnik definicyjny może służyć do stwierdzenia równoważności tych zdań, albo do stwierdzenia zachodzenia stosunku implikacji bądź z definiendum w roli poprzednika i definiensem w roli następnika, bądź odwrotnie – z definiensem w roli poprzednika i definiendum w roli następnika.

4.2.2. Podział definicji ze względu na pełność

W wypadku, gdy nazwa N_1 jest nadrzędna względem nazwy N_2 , każdy desygnat nazwy N_2 jest desygnatem nazwy N_1 . A zatem na to, aby dany przedmiot był desygnatem nazwy N_2 konieczne jest, aby był desygnatem nazwy N_1 . To jednak nie wystarcza. Są bowiem desygnaty N_1 , które nie są desygnatami N_2 .

W wypadku, gdy nazwa N_1 jest podrzędna względem nazwy N_2 , każdy desygnat nazwy N_1 jest desygnatem nazwy N_2 . A więc na to, aby dany przedmiot był desygnatem nazwy N_2 wystarcza, aby był desygnatem nazwy N_1 . To jednak nie jest konieczne. Są bowiem desygnaty N_2 , które nie są desygnatami N_1 .

W wypadku, gdy nazwy N_1 i N_2 są równozakresowe, to na to, aby przedmiot był desygnatem nazwy N_1 potrzeba i wystarcza, aby był on desygnatem nazwy N_2 .

Może się zdarzyć, że nazwa nie daje się zdefiniować poprzez wskazanie nazwy, która ma ten sam zakres. Możemy jednak częściowo zdefiniować tę nazwę wskazując nazwę względem niej nadrzędną lub

nazwę względem niej podrzędną. W pierwszym wypadku powiemy, że zdefiniowaliśmy tę nazwę tylko poprzez warunek konieczny, a w drugim wypadku powiemy, że zdefiniowaliśmy ją tylko poprzez warunek wystarczający.

W wypadku definiowania tylko poprzez warunek konieczny, zakres nazwy definiowanej będzie węższy niż zakres nazwy, za pomocą której definiujemy. W wypadku definiowania tylko poprzez warunek wystarczający, zakres nazwy definiowanej będzie szerszy niż zakres nazwy, za pomocą której definiujemy. W wypadku definiowania poprzez warunek konieczny i wystarczający, zakres nazwy definiowanej jest równy zakresowi nazwy, za pomocą której definiujemy. W tym wypadku powiemy, że definicja jest adekwatna.

Powiedzmy, że ktoś nie potrafi dokładnie powiedzieć, co znaczy wyraz „ssak”. Ten ktoś może powiedzieć, że ssaki są kręgowcami. Definiuje więc wyraz „ssak” poprzez warunek konieczny. Zakres definiowanej nazwy „ssak” jest węższy niż zakres nazwy „kręgowiec”, za pomocą której definiuje się.

Może być tak, że koniunkcja kilku warunków koniecznych tworzy warunek wystarczający. Wówczas ta koniunkcja warunków koniecznych jest warunkiem koniecznym i wystarczającym. W wypadku definicji nazwy, nazwa ta zostaje zdefiniowana poprzez nazwę z nią równozakresową. Warunkiem koniecznym bycia kwadratem jest bycie prostokątem. Warunkiem koniecznym jest też posiadanie wszystkich boków równych. Oba te warunki łącznie tworzą warunek konieczny i wystarczający – kwadrat to prostokąt równoboczny. Nazwa „prostokąt równoboczny” adekwatnie definiuje wyraz „kwadrat”.

Nazwę „obywatel polski” można zdefiniować poprzez warunek wystarczający: jest to ktoś, kogo rodzice są obywatelami polskimi i kto nie utracił prawa do obywatelstwa polskiego. Nazwa „obywatel polski” została tu zdefiniowana tylko poprzez warunek wystarczający. Zakres nazwy „obywatel polski” jest szerszy niż zakres nazwy „ktoś, kogo rodzice są obywatelami polskimi i kto nie utracił prawa do obywatelstwa polskiego”.

Może być tak, że alternatywa kilku warunków wystarczających tworzy warunek konieczny. W wypadku, gdy mamy do czynienia z

nazwą, możemy ją wówczas zdefiniować poprzez nazwę z nią równozakresową. Na to np., aby być obywatelem polskim wystarczy urodzić się w rodzinie obywateli polskich i nie utracić prawa do obywatelstwa polskiego. Również wystarczy uzyskać pozytywną decyzję władz polskich na wniosek o przyznanie obywatelstwa polskiego. Alternatywa obu warunków wystarczających jest warunkiem koniecznym i wystarczającym. Nazwa „ktoś, kogo rodzice są obywatelami polskimi i kto nie utracił prawa do obywatelstwa polskiego lub ktoś, kto uzyskał pozytywną decyzję władz polskich na wniosek o przyznanie obywatelstwa polskiego” adekwatnie definiuje wyrażenie „obywatel polski”.

W wypadku definicji, która adekwatnie definiuje A jako B , wyrażenie B w każdym miejscu, w którym występuje w zdaniu Z , może zostać zastąpione przez A i na odwrót, wyrażenie A może zostać zastąpione przez B , a wartość logiczna każdego w ten sposób uzyskanego zdania będzie taka sama jak wartość logiczna zdania Z . Znaczy to, że zastąpienie wyrażenia definiującego przez wyrażenie definiowane i na odwrót dokonane jest *salva veritate*. Wyraz „kwadrat” jest adekwatnie definiowany jako „prostokąt równoboczny”, zatem zdania różniące się tylko wystąpieniami na tych samych miejscach jednego z tych wyrażeń nie różnią się wartościami logicznymi.

Definicje dzielimy na normalne (pełne) i częściowe.

DEFINICJA: Definicja **normalna** (pełna) określa znaczenie definiowanego wyrażenia poprzez warunek konieczny i wystarczający (adekwatnie).

DEFINICJA: Definicja **częściowa** określa znaczenie definiowanego wyrażenia poprzez warunek konieczny lub poprzez warunek wystarczający i warunki, poprzez które określa, nie tworzą łącznie warunku koniecznego i wystarczającego.

Definicja „urzędnicy urzędów wojewódzkich są urzędnikami państwowymi” jest częściową definicją wyrażenia „urzędnik państwowy”. Definicja ta określa znaczenie wyrażenia „urzędnik państwowy” poprzez warunek wystarczający i nie jest to warunek konieczny.

Definicja „urzędnik państwowy jest urzędnikiem” jest częstkową definicją wyrażenia „urzędnik państwowy”. Definicja ta określa znaczenie wyrażenia „urzędnik państwowy” poprzez warunek konieczny i nie jest to warunek wystarczający.

Z punktu widzenia roli definicji pożądane są definicje normalne (pełne). Nie zawsze jest jednak możliwe podanie takiej definicji i z konieczności musimy się zadowolić definicją częstkową. Powody mogą być rzeczowe. Style w sztuce zwykle definiowane są częstkowo; podawany jest warunek wystarczający. „Środowisko naturalne” lub „obszar ekologicznie czysty” mogą być definiowane częstkowo poprzez warunki konieczne. Mogą też być powody subiektywne podania definicji częstkowej. Na przykład nie mam wystarczającej wiedzy o maklerach. Na pytanie „kto to jest makler?” mogę tylko podać definicję częstkową: „makler to osoba zawodowo związana z giełdą”. Nie każda osoba związana zawodowo z giełdą jest maklerem; podana definicja częstkowa dostarcza tylko warunku koniecznego.

Do definicji częstkowej w szczególności poprzez warunek konieczny odnosiłoby się zalecenie logiki tradycyjnej, aby nie definiować przez zaprzeczanie (*definitio non sit pure negativa*), bo w definicji chodzi o to, co dane słowo znaczy, a nie o to, co nie znaczy. Tego zalecenia nie realizują np. definicje: „czerwony to kolor, który nie jest czarny, nie jest zielony, nie jest biały”, „klaret – wino, które nie jest słodkie i które nie jest ani białe, ani czerwone”.

Czasem jednak jesteśmy skazani na taki «negatywny» sposób definiowania. Ciemność definiuje się jako brak światła. Łysy to ktoś nie mający włosów. Biedny to ktoś kto nie posiada wystarczających środków materialnych dla zaspokojenia podstawowych potrzeb w społeczności, w której żyje.

4.2.3. Podział definicji ze względu na sposób definiowania

DEFINICJA: Definicja **wyraźna** to definicja, której definiendum zawiera wyłącznie wyrażenie definiowane.

Definicją wyraźną jest więc: „Kwadrat to prostokąt równoboczny”.

DEFINICJA: Definicja **kontekstowa** to definicja, której definiendum oprócz wyrażenia definiowanego zawiera jeszcze inne wyrażenia.

Spójnik „ani nie ..., ani nie ...” możemy zdefiniować następująco: „(ani nie α , ani nie β) wtedy i tylko wtedy, gdy (*nie- α i nie- β*)”. Kontekstowa jest definicja „dziadka”: „*A jest dziadkiem B* wtedy i tylko wtedy, gdy *A jest ojcem matki B* lub jest ojcem ojca *B*”.

Warunkiem poprawności definicji jest, aby definiens zawierał tylko wyrażenia o określonych znaczeniach, a więc definiens jest (powinien być) zbudowany z wcześniej zdefiniowanych wyrażen. Jeżeli chcemy, aby znaczenia wszystkich używanych wyrażen były określone, aby wyrażenia te były zdefiniowane – takie wymagania stawiają np. matematycy – to grozi nam *regresus in infinitum* (cofanie się w nieskończoność). Uniknięcie *regresus in infinitum* jest jednak możliwe, gdy będzie się dysponować i takimi sposobami określania znaczenia, które nie wymagają odwoływania się do znaczeń już zdefiniowanych wyrażen. Do takiej roli nadaje się definicja w uwikłaniu.

Zdanie „*Z*” nazwiemy **postulatem**, gdy w zdaniu tym występuje jeden lub więcej terminów – są to **terminy pierwotne** tego postulatu – co do których zakłada się, że należy je tak i tylko tak rozumieć, aby zdanie „*Z*” było prawdziwe. Pojęcie postulatu zobrazować można najprościej na przykładzie równania, np.: $x + 1 = 3$. «Terminem pierwotnym» jest x . «Postulat» wyznacza jego «znaczenie»: $x = 2$.

DEFINICJA: Definicja **w uwikłaniu** (**definicja aksjomatyczna, definicja przez postulaty**) jednego lub więcej terminów to układ postulatów, zawierających te terminy jako terminy pierwotne. Są to terminy **zdefiniowane w uwikłaniu**.

Matematycy, i nie tylko matematycy, budują systemy aksjomatyczne. Najstarszy to system geometrii Euklidesa. Aksjomaty są postulatami, które definiują znaczenia terminów pierwotnych aksjomatyzowanej teorii. Jej pozostałe terminy są już definiowane za ich pomocą.

Tego rodzaju zabieg definiowania w uwikłaniu daje się zastosować szerzej wszędzie tam, gdzie istnieje potrzeba określenia znaczenia pewnych terminów, a z jakichś powodów trudno podać inną definicję. Najogólniej o definiowaniu przez postulaty mówimy wówczas, gdy podajemy (typowe) konteksty, w których występuje definiowany termin, przyjmując, że termin ten należy tak rozumieć, aby wszystkie podane konteksty były prawdziwe.

Na podstawie tekstu:

„Towary docierają na rynek przez kanały dystrybucji. Przechodząc przez kanały dystrybucji towary podlegają szeregowi czynności, które zwiększają ich wartość. W krajach rozwiniętych powszechnie wykorzystuje się pośredników, a typowe kanały dystrybucji składają się z trzech podstawowych czynności: produkcji, handlu hurtowego i handlu detalicznego.”

możemy określić (częściowo) znaczenie terminu „kanał dystrybucji”. Tekst ten może więc pełnić rolę definicji kontekstowej tego terminu. Ktoś, kto nie wie, co znaczy termin „kanał dystrybucji”, po zapoznaniu się z tym tekstem – przyjmując, że termin ten należy rozumieć tak, aby wszystkie zdania tekstu były prawdziwe – będzie (częściowo) wiedział, co to jest kanał dystrybucji. Dla określania znaczenia słowa użytego w tekście może więc być zastosowana **metoda filologiczna**⁵². Wymaga ona w zasadzie dwóch założeń: (1) wyrażenie, którego znaczenie określa się, ma w brany pod uwagę tekście dokładnie jedno znaczenie; (2) wszystkie zdania tego tekstu są prawdziwe.

4.2.4. Podział definicji ze względu na stylizację

Definicja może być różnie wypowiedziana. Wyrażenie definiowane i człon definiujący mogą być użyte w zwykły sposób, jak w wypadku definicji „Dom jest to budynek mieszkalny”. Tak wysłowiona definicja to definicja w stylizacji przedmiotowej.

⁵² Zob. sposoby opisu znaczeń *explicandum*.

DEFINICJA: Definicja w **stylizacji przedmiotowej** to definicja, w której definiendum i definiens są wyrażeniami użytymi w supozycji naturalnej.

Niewątpliwie jest to najprostszy sposób wypowiedzenia definicji. W sposobie sformułowania nie różni się od twierdzeń i tym samym może nie być jasne, czy mamy do czynienia z definicją, czy z twierdzeniem. Jak bowiem odróżnić, które ze zdań jest definicją, a które jest twierdzeniem: „Kwadrat to prostokąt równoboczny”, „Kwadrat to czworobok równoboczny prostokątny”. Wówczas, gdy nie jest jasne, że mamy do czynienia z definicją, należy wypowiedzieć ją w innej stylizacji umożliwiającej konstatację tego faktu.

Wyrażenie definiowane może być wzięte w supozycji materialnej, a człon definiujący może być wypowiedziany w zwykły sposób. Tak wysłowiona definicja to definicja w stylizacji semantycznej.

DEFINICJA: Definicja w **stylizacji semantycznej** to definicja, w której wyrażenie definiowane jest użyte w supozycji materialnej, a definiens jest wyrażeniem użytym w supozycji naturalnej.

Przykładem takiej definicji jest: „Wyraz ‘dom’ oznacza budynek mieszkalny”. Definicja w stylizacji semantycznej różni się od definicji w stylizacji przedmiotowej sposobem wypowiedzenia definiendum. W stylizacji semantycznej definiendum wypowiedziane jest w supozycji materialnej, a w stylizacji przedmiotowej w zwykły sposób.

W supozycji materialnej może być wysłowione nie tylko wyrażenie definiowane, ale także człon definiujący. Możemy powiedzieć „Wyraz ‘dom’ znaczy to samo, co wyrażenie ‘budynek mieszkalny’”. Taka definicja to definicja w stylizacji słownikowej.

DEFINICJA: Definicja w **stylizacji słownikowej** to definicja, w której wyrażenie definiowane i definiens są użyte w supozycji materialnej.

Zauważmy, że w wypadku definicji w stylizacji przedmiotowej człon definiowany („dom”) z członem definiującym („budynek mieszkalny”) łączone były zwrotem „jest to”. W wypadku stylizacji semantycznej był to zwrot „oznacza”, a w wypadku stylizacji słownikowej

– „**znaczy**”. Zwrot „jest to” wyraża pewną zależność przedmiotową. „**Oznacza**” wskazuje na zależność między językiem a rzeczywistością, jest to więc zależność semantyczna. Zwrot „znaczy” swoim znaczeniem wskazuje na to, że jest to definicja (nominalna). Charakter połączenia członu definiowanego z definiującym jest zasadniczy dla odróżniania definicji ze względu na ich stylizację.

4.2.5. Podział definicji ze względu na zadania

Definiuje się w jakimś celu. Wskazać można cztery takie cele: (1) podanie znaczenia definiowanego wyrażenia, (2) uczynienie jasnym znaczenie definiowanego wyrażenia, (3) wprowadzenie do słownika nowego wyrażenia, (3) ukształtowanie postawy użytkownika języka wobec przedmiotu, do którego odnosi się definiowane wyrażenie.

Definiuje się, aby podać znaczenie definiowanego wyrażenia komuś, kto tego wyrażenia nie rozumie. Uczymy się znaczeń wyrażań języka, którym posługujemy się na co dzień. Uczymy się też języków obcych, musimy więc zaznajamiać się ze znaczeniami ich wyrażań.

Niejasność wyrażań bywa źródłem sporu werbalnego. Niejasność nie powinna mieć miejsca w żadnym tekście, szczególnie w tekście pełniącym funkcję informacyjną. Tekst z powodu niejasności może bowiem tej funkcji nie wypełniać lub nie wypełniać właściwie. Jasny powinien być język przepisów prawnych i język dokumentów prawnych. Jasność możemy nadać wyrażeniu na drodze definicji. Pełna jasność nie zawsze jest osiągalna. Mimo wszystko definicja umożliwia zmniejszenie niejasności do poziomu wystarczającego dla potrzeb praktycznych. W wypadku nazw zwykle wystarcza uczynienie ich ostrymi (o ostrym zakresie).

Mówiąc o wzbogacaniu słownika można mieć na uwadze słownik jakiegoś języka. Może tu chodzić o język np. fizyki, ekonomii, prawa – rozwojowi nauki towarzyszy pojawianie się nowych terminów. Jest tak w wypadku fizyki, która odkrywa nowe obiekty fizyczne, dostrzega nowe zjawiska i nowe związki. Ekonomiści i prawnicy potrzebują nowych słów dla nowych koncepcji, które mają trafniej opisywać zjawiska życia społecznego, dla nazwania nowych instytucji,

które efektywniej wypełniają społecznie oczekiwane zadania. Nowe słowa są wygodnymi «skrótami» dla dłuższych określeń. Mówiąc o wzbogacaniu słownika można mieć na uwadze też czyjś zasób słów. Uczenie się nowych wyrażań nie kończy się z okresem dzieciństwa. Nawet ktoś ograniczający się do praktycznych potrzeb wzbogaca swe słownictwo o nazwy nowości handlowych i technicznych.

W wyrażeniach wyróżnione zostały składniki deskryptywny i emocjonalny. Definicja może być głównie zorientowana na składnik deskryptywny, ale też może «eksploatować» składnik emocjonalny.

DEFINICJA: Definicja perswazyjna to definicja, której zadaniem jest kształtowanie postawy użytkownika języka wobec przedmiotu, do którego odnosi się definiowane wyrażenie.

Chcąc pozyskać zwolennika demokracji do socjalizmu możemy definiować: „termin ‘socjalizm’ znaczy to samo, co ‘poszerzenie demokracji na obszar gospodarki’”. Przeciwnik podatków będzie definiował: „‘podatek’ oznacza karę za uczciwą pracę i przedsiębiorczość”. Ghandi wykorzystywał definicje perswazyjne dla realizacji celów etycznych. Jego autorstwa miałyby być następująca definicja: „Zwycięstwo polega na tym, iż pokonany nie czuje nienawiści do zwycięzcy”.

Definicje można by podzielić na perswazyjne i nieperswazyjne. Pierwsze mają jako cel kształtowanie postawy. Drugie takiego celu nie mają. Nie znaczy to jednak, że nigdy nie kształtują postawy użytkownika wobec przedmiotu, do którego odnosi się definiowane wyrażenie. Unormowania prawne w zakresie upowszechniania publikacji wymagają nieperswazyjnej definicji terminu „pornografia”. Jest to jednak zagadnienie budzące tyle emocji, że o taką definicję trudno.

Pomijając ewentualny podział definicji na perswazyjne i nieperswazyjne ze względu na zadania dzieli się je zasadniczo na:

- (1) sprawozdawcze (analityczne),
- (2) projektujące (syntetyczne).

Z kolei definicje projektujące dzieli się na:

- (2a) regulujące,
 (2b) konstrukcyjne.

DEFINICJA: Definicja sprawozdawcza to definicja, której celem jest zdanie sprawy ze znaczenia, które definiowane wyrażenie ma w języku.

Ktoś nie wie, co znaczy w języku polskim „spółka”. W słowniku języka polskiego odnajduje poszukiwaną informację. To samo pytanie o znaczenie wyrazu „spółka” można postawić w stosunku do języka prawa handlowego. Znaczenia tego wyrazu trzeba wówczas szukać w słowniku prawniczym.

Przy tworzeniu definicji sprawozdawczej można korzystać z **metody słowotwórczej**, zwanej też **etymologiczną**⁵³. Na przykład znaczenie wyrazu „samolot” podaje się wskazując na jego złożoność z „sam” i „lot”. Podobnie jest w wypadku nazwy „teologia”. Tym razem wskazuje się na wzięte z Greki wyrazy i ich znaczenie: „theos = Bóg”, „logos = nauka”.

DEFINICJA: Definicja projektująca to definicja ustalająca znaczenie wyrażenia na przyszłość (na użytek jednego tekstu, na użytek jakiejś teorii, albo po prostu języka potocznego).

Definicja projektująca ma więc charakter konwencji terminologicznej. Takiego rodzaju zabieg definiowania jest stosowany w niniejszej książce. Ustaliliśmy między innymi, że wyrazu „zdanie” będziemy używać w znaczeniu „wyrażenie, które jest prawdziwe lub fałszywe”.

DEFINICJA: Definicja regulująca to definicja projektująca, która ustala znaczenie wyrażenia na przyszłość licząc się ze znaczeniem, które wyrażenie to miało dotychczas w języku.

Miało to miejsce w wypadku tu przyjętej definicji „zdania”. Ustalając znaczenie terminu „zdanie” w logice, braliśmy pod uwagę znaczenie,

⁵³ Zob. sposoby opisu znaczeń *explicandum*.

które termin ten ma w gramatyce – zdanie w sensie logicznym jest zdaniem w sensie gramatycznym, choć nie na odwrót.

Definicja projektująca może nie liczyć się z dotychczasowym znaczeniem definiowanego wyrażenia.

DEFINICJA: Definicja konstrukcyjna to definicja projektująca, która ustalając znaczenie wyrażenia na przyszłość nie liczy się ze znaczeniem, które wyrażenie to miało dotychczas lub definicja, która wprowadza nowe wyrażenie do języka.

W języku polskim do niedawna nie było znane określenie „AIDS”. Zostało wprowadzone do języka, a dzięki propagandzie tak się przyjęło, że jego znaczenie jest znane prawie każdemu. Pojawiają się nowe słowa w związku z wytwarzaniem nowych wyrobów i urządzeń. Rozwój nauki wiąże się z tworzeniem nowych pojęć. Dla pojęć tych doбира się słowa już istniejące w języku, nadając im tylko nowe znaczenie, lub tworzy się nowe słowa. To, jak się te słowa tworzy, jest interesujące samo przez się. Na przykład „aids” jest akronimem opisowego określenia aids w języku angielskim: *a*(cquired) *i*(mmune) *d*(eficiency) *s*(yndrome).

4.2.6. Granice definiowania

Mając skończony słownik nie możemy zdefiniować wszystkich jego wyrazów bez popadnięcia w błędne koło inaczej niż przez wyróżnienie terminów pierwotnych i ich definicję w uwikłaniu. Jest to pierwsze zasadnicze ograniczenie na możliwości definiowania: każdy język zawiera terminy pierwotne.

Na terminy pierwotne nadają się te terminy, które są najbardziej «płodne», w oparciu o które można zdefiniować możliwie najwięcej elementów słownika. Nadto intuicyjne znaczenie tych terminów powinno być możliwie najbardziej jasne. Terminami pierwotnymi arytmetyki Peano są „0” i „następnik ...”. Te stała indywidualna i litera funkcyjna wystarczają dla zdefiniowania wszystkich pozostałych terminów arytmetyki, jakie znamy ze szkolnej nauki matematyki. Ich

intuicyjny sens również nie stwarza specjalnych problemów z rozumieniem.

W wypadku definicji, która zbudowana jest z nazwy najbliższego rodzaju i określenia różnicy gatunkowej (definicja klasyczna) można mówić o **terminach prostych** jako tych, dla których brak różnicy gatunkowej i **terminach powszechnych** jako tych, dla których brak najbliższego rodzaju. Terminy te nie byłyby więc definiowalne za pomocą takich definicji. Terminy proste nazywają cechy proste, czyli nierozkładalne. Takim terminem prostym w języku fizyki jest „masa”. Terminem złożonym w tym języku jest np. „siła”: $F = a \cdot m$, gdzie a to przyspieszenie, m – masa. Z kolei terminem powszechnym byłaby np. „materia”. Nie ma w świecie fizycznym substancji, której pewna część tylko byłaby materia, jeśli by posiadała określoną cechę.

Definiujemy nazwy ogólne. To, co jest jednostkowe, wyróżnia się spośród przedmiotów tego samego rodzaju licznym zespołem cech. Trudno jest wskazać różnicę numeryczną. Jak np. zdefiniować ten oto egzemplarz książki?

Pragmatycznym warunkiem nakładanym na definicję jest wymóg, aby wyrażenia za pomocą których definiujemy były bardziej zrozumiałe niż wyrażenie, które definiujemy. Znaczenia nazw doznań są podstawowe i intuicyjne. Żadne określenie nie odda tego, co daje przeżycie: bólu, ciepła, przyjemności.

Wówczas, gdy definicja nie jest możliwa, lub gdy dla celów praktycznych nie trzeba jej przytaczać, posługiwać się można czynnościami zastępczymi. Są to:

- (a) wskazanie (na jakąś rzecz), np.: to jest kolor turkusowy;
- (b) charakterystyka – wymienia się szczególnie uderzające cechy. Użyteczna jest w wypadku osób. Wymienia się ich znaki szczególne, np.: chudy z długim nosem. W urzędach jesteśmy identyfikowani przez imię i nazwisko, datę i miejsce urodzenia, imię ojca i matki;
- (c) opis – wymienia się niekoniecznie charakterystyczne, lecz jakiegokolwiek cechy. Opisujemy komuś zdarzenia;

- (d) porównanie – gdy np. mówi się, że zdrajca to ktoś, kto postępuje jak Judasz;
- (e) odróżnienie – przybliży znaczenie przez oddzielenie go od innego, np. „egoizm jest tym, co przeciwne miłości”.

4.2.7. Poprawność definicji

Możemy mówić o formalnych i pragmatycznych warunkach poprawności definicji. Inne są warunki poprawności definicji sprawozdawczej, a inne definicji projektującej.

Błąd **błędne koła** w definiowaniu (*circulus in definiendo; idem per idem*) występuje w dwóch odmianach.

DEFINICJA: Błędne koło bezpośrednie to błąd w definiowaniu mający miejsce wówczas, gdy wyrażenie definiowane (ewentualnie w innej odmianie stylistycznej) pojawia się w definiensie.

Taki błąd ma miejsce w definicjach: „Logika jest to nauka o zasadach logicznego myślenia”, „obrona konieczna to obrona, która jest konieczna”.

DEFINICJA: Błędne koło pośrednie to błąd w definiowaniu mający miejsce wówczas, gdy w definiensie występuje wyrażenie, które zostało zdefiniowane przy zastosowaniu wyrażenia definiowanego.

Takim błędem obciążona jest definicja „Logika to nauka o zasadach poprawnego rozumowania”, jeśli „zasady poprawnego rozumowania” definiuje się jako „zasady ustalane w logice”.

DEFINICJA: Błąd nieznanne przez nieznanne (*ignotum per ignotum*) to błąd w definiowaniu mający miejsce wówczas, gdy w definiensie występuje wyrażenie, którego znaczenie nie jest znane temu, do kogo definicja była skierowana.

Błąd ten ma charakter pragmatyczny i jego zajęcie jest względne. Jeśli ktoś nie wie, co znaczy „kwadrat”, a wie, co znaczy „prostokąt” i „równoboczność”, to definicja: „kwadrat jest to prostokąt równoboczny” jest definicją poprawną. Gdyby jednak ten ktoś, komu chcemy powiedzieć, co znaczy „kwadrat”, nie wiedział, co znaczy „prostokąt”, to taka definicja nie będzie poprawna. Obciążona będzie błędem *ignotum per ignotum*. Podobnie będzie w wypadku, gdy ktoś, do kogo definicja jest skierowana coś wie o tym, czym są kwadrat i prostokąt, lecz więcej wie o tym, czym jest kwadrat niż o tym, czym jest prostokąt.

Zadaniem definicji sprawozdawczej jest zdanie sprawy ze znaczenia, które ma w języku wyrażenie definiowane. Definiens musi zatem zachować wszystkie «wady» i «zalety» wyrażenia definiowanego. Zachowane muszą więc być – jeśli definiowanym wyrażeniem jest nazwa – ostrość/nieostrość oraz wyrażność/niewyrażność wyrażenia definiowanego. W wypadku normalnej definicji sprawozdawczej zakres zdefiniowanej nazwy musi być równy zakresowi, który ta nazwa ma faktycznie w języku.

W normalnej definicji sprawozdawczej znaczenie wyrażenia definiowanego winno być równe znaczeniu wyrażenia definiującego, czyli definicja sprawozdawcza winna być adekwatna. **Nieadekwatność definicji** ma miejsce, gdy tak nie jest. Wyróżnia się trzy typy definicji nieadekwatnych: definicja za wąska, definicja za szeroka, definicja za wąska i za szeroka zarazem.

DEFINICJA: Normalna definicja sprawozdawcza jest **za wąska** wtedy i tylko wtedy, gdy definiens określa znaczenie definiendum poprzez warunek wystarczający, a nie określa go poprzez warunek konieczny.

Definicja „handlowcem jest ta i tylko ta osoba, która zawodowo zajmuje się sprzedażą artykułów spożywczych” jest za wąska. Handlowcem jest ktoś, kto zawodowo zajmuje się sprzedażą i kupnem. Handlowcem może więc być osoba zawodowo zajmująca się handlem artykułami niespożywczymi. Za wąska jest też definicja bycia potomkiem: „ktoś jest potomkiem kogoś wtedy i tylko wtedy, gdy ten ktoś jest

dzieckiem tego kogoś lub wnukiem tego kogoś”. Za wąska jest też definicja: „zbrodnia to przestępstwo przeciwko życiu ludzkiemu”.

W za wąskiej definicji sprawozdawczej nazwy zakres definiendum jest nadrzędny wobec zakresu definiensa.

DEFINICJA: Normalna definicja sprawozdawcza jest **za szeroka** wtedy i tylko wtedy, gdy definiens określa znaczenie definiendum poprzez warunek konieczny, a nie określa go poprzez warunek wystarczający.

Za szeroka jest definicja handlowca: „handlowcem jest ta i tylko ta osoba, która kupuje lub sprzedaje”. Według takiej definicji wszyscy byliby handlowcami – każdemu zdarzyło się coś kupować. Za szeroka jest też definicja podwładności: „ktoś jest podwładnym kogoś wtedy i tylko wtedy, gdy ten ktoś zajmuje niższe stanowisko od tego kogoś”. Za szeroka jest też definicja: „przestępstwo to czyn społecznie niebezpieczny”.

W za szerokiej definicji sprawozdawczej nazwy zakres definiendum jest podrzędny w stosunku do zakresu definiensa.

DEFINICJA: Normalna definicja sprawozdawcza jest **za szeroka i za wąska** zarazem wtedy i tylko wtedy, gdy znaczenie definiendum określane jest poprzez warunek, który ani nie jest warunkiem wystarczającym, ani nie jest warunkiem koniecznym.

Definicja sprawozdawcza nazwy jest za szeroka i za wąska zarazem, gdy zakresy definiendum i definiensa krzyżują się.

Za szeroka i za wąska jest definicja handlowca: „handlowcem jest ta i tylko ta osoba, która kupuje”. Według tej definicji wszyscy, którzy kupują są handlowcami, co nie jest prawdą – nie tylko handlowcy kupują. Z drugiej strony handlowcy zajmujący się zawodowo sprzedażą nie należą do zakresu definiensa. Podobnie za szeroka i za wąska zarazem będzie definicja nauczyciela: „nauczyciel to ktoś, kto ukończył studia uniwersyteckie”.

W wypadku definicji projektujących mówi się o pragmatycznych kryteriach poprawności.

Wprowadzając nowy termin do języka należy uwzględnić reguły słowotwórcze i znaczeniowe tego języka. Tego warunku nie spełniono, gdy w latach sześćdziesiątych słowo „krawat” chciano zastąpić określeniem „zwis męski ozdobny”. Udaną zaś konstrukcją była propozycja słowa „podomka” dla zastąpienia słowa „szlafrok”. Konstrukcje typu „roboczegodzina” są obce językowi polskiemu (inaczej niż w wypadku języków np. niemieckiego i rosyjskiego). Często nowe wyrazy zapożyczają się z języków obcych, w szczególności greki, łaciny, a ostatnio z języka angielskiego. Trudno powiedzieć, jakie rządzą tym reguły. „Kto zatrzymał w locie żurawia i kazał mu się pochylić nad studnią?” – możemy pytać za J. Paradowskim⁵⁴.

Definicje projektujące nie są ani prawdziwe, ani fałszywe. Można je traktować jako zdania nakazujące takie, a nie inne rozumienie terminu definiowanego. W teorii prawa niektórzy przypisują im charakter norm, czyli zdań powinnościowych.

Wprowadzając nowy termin trzeba też mieć na uwadze jego użyteczność. Niewątpliwie potrzebne są słowa np. „komputer”, „plik”, „dyskietka”. Nie wydaje się zaś celowe wprowadzenie specjalnego terminu na oznaczenie pudełka do przechowywania dziesięciu dyskietek.

W wypadku definicji regulującej należy liczyć się z «duchem» języka. Definicja regulująca nie powinna «zwodzić», co może mieć miejsce wówczas, gdy «reguluje» się w innym wymiarze niż oczekiwany przez użytkowników języka. Kiedy prawnik definiuje termin „małoletni”, to uściśla jego znaczenie poprzez określenie granicy wiekowej, a więc w wymiarze uznanym przez użytkowników języka. Nie byłoby tak, gdyby uściślał poprzez wskazanie klasy szkolnej, do której małoletni uczęszcza. Jeśli w ustawie o rybołówstwie mówi się o rybach, to wymagana jest definicja, co znaczy wyraz „ryba”. Definicja „ryby” jako „zwierzęcia żyjącego w wodzie” jako definicja regulująca naruszałaby postulat nieodbiegania od znaczenia, jakie jest temu wyrażeniu powszechnie przypisywane.

Polski logik Stanisław Leśniewski (1886–1939) podał dwie współczesne reguły poprawności definicji. Nie stosują się one do definicji cząstkowych i przez postulaty. Są to:

⁵⁴ zob. *Alchemia słowa*, wyd. 4, 1965, s. 161.

1. **Reguła eliminowalności.** Zdefiniowany termin musi być eliminowalny z każdego zdania, w którym występują.
2. **Reguła nietwórczości.** Ze zbioru zdań, do którego dołączono definicję nie wynika żadne zdanie, które nie zawiera terminu definiowanego i które nie wynika z tego zbioru bez tej definicji.

Reguła eliminowalności umożliwia zrezygnowanie z definiowanego terminu bez zubażania możliwości wyrażania przez język. Termin definiowany może być zastąpiony przez inne wyrażenia języka i przez to nie następuje ograniczenie na wypowiedzanie myśli.

Reguła eliminowalności mówi, że język «nie stracił» na definicji. Reguła nietwórczości mówi, że język «nie zyskał» na definicji.

Reguła nietwórczości umożliwia zrezygnowanie z definiowanego terminu bez zubażania wiedzy. Wzbogacamy język, ułatwiamy wypowiedzanie się, lecz nie dochodzimy do zdań, które nie zawierałyby zdefiniowanego terminu, a byłyby uzasadnione na gruncie posiadanej wiedzy tylko wówczas, gdyby definicja była jej składnikiem. Jeżeli α nie zawiera terminu definiowanego i wynika z Σ , to α wynika też z takiego podzbioru Σ , którego elementy-zdania nie zawierają terminu definiowanego.

Definicja „kwadrat to prostokąt równoboczny” spełnia oba warunki poprawności definicji. Termin „kwadrat” jest eliminowalny. W każdym zdaniu zawierającym wyraz „kwadrat” możemy na jego miejsce wpisać wyrażenie „prostokąt równoboczny” i żadne z tych zdań nie zmienia wartości logicznej. Nietwórczość definicji kwadratu wynika z faktu, że każde twierdzenie geometrii, jeśli nie zawiera terminu „kwadrat”, to jest dowodliwe bez użycia jako przesłanki zdania „kwadrat to prostokąt równoboczny”.

4.3. EKSPLIKACJA

Konceptualizacja to procedura tworzenia pojęć. Definiowanie pojęciom przyporządkowuje słowa. Eksplikację można określić jako przyporządkowywanie pojęć słowom. R. Carnap pierwszy opisywał i

stosował eksplikację w swoich badaniach naukowych. Zapoczątkował tym metodologiczną refleksję nad tą operacją.

DEFINICJA: Eksplikacja to procedura opisywana znaczeń wyrażen i ich dostosowywania do zadań danego języka.

Poznanie ma charakter historyczny i społeczny. Gromadząc wiedzę i zespalać wysiłek badawczy dochodzimy do pełniejszego poznania. Wiedza nasza, jak pokazuje historia nauki, składa się nie tylko z prawdziwych zdań, a i prawdziwe nie do końca są rozumiane. Wiedza wyrażona jest w języku. Te same słowa służą do wypowiedzenia coraz pełniejszej wiedzy. Konieczna jest więc refleksja nad zmiennością znaczeń słów, nad pojęciami, dla których słowa te są znakami. Definiując pojęciom przyporządkowujemy słowa. Eksplikując słowom przyporządkowujemy pojęcia. Mamy słowa, które coś znaczą. Znaczenie to jednak «przeżyło się». Tworzymy nowe pojęcie, które wywodzi się «genetycznie» ze starego, lecz odzwierciedla współczesny stan wiedzy w danej dziedzinie. Tak opisana eksplikacja ma pewne podobieństwo do konceptualizacji – bo tworzymy nowe pojęcie – jest też podobna do definicji regulującej – istniejącemu słowu nadajemy nowe znaczenie licząc się ze znaczeniem, które mu dotychczas przysługiwało. Czasem, aby uniknąć wieloznaczności, dla nowego pojęcia wprowadza się nowy termin. W tym eksplikacja jest podobna do definicji konstrukcyjnej. Eksplikacja sama przez się jest zabiegiem wiedzotwórczym. Dużą rolę poznawczą ma do spełnienia w dziedzinie nauk humanistycznych i filozoficznych. Zgodnie z ogólną tendencją, w nauce chodzi zwykle o zastąpienie starych pojęć przez pojęcia metryczne, dzięki czemu możliwa staje się matematyzacja danej dyscypliny naukowej.

DEFINICJA: Explicandum to termin, który stanowi przedmiot eksplikacji.

DEFINICJA: Explicatum to termin, który jest wynikiem eksplikacji.

Na *explicandum* nadaje się termin już używany w nauce lub wyrażenie z języka potocznego, jeśli jest ono naukowo użyteczne. Na przykład słowom języka potocznego: „woda”, „sól” nadano w nauce ściśle

określone znaczenie i w języku nauki zastąpiono je nazwami, odpowiednio: „H₂O”, „NaCl”. W wypadku wyrażen: „informacja”, „inteligencja” itp. w języku nauki pozostały te same słowa, choć w wyniku eksplikacji przysługuje im bardziej precyzyjnie określone znaczenie, a nie jako słowom języka potocznego dość nieokreślone. Dla filozofa i metodologa nauk interesującym *explicandum* jest „przyczyna”. Prawnika i polityka interesuje eksplikacja terminu „terroryzm”.

Niezbędnym etapem eksplikacji jest możliwie pełny opis znaczeń dotychczas przysługujących *explicandum*. Chodzi o wyróżnienie znaczeń *explicandum* i podanie odpowiednich definicji sprawozdawczych. Zamierzając wyeksplikować znaczenie słowa „prawdziwy” wskazują na jego różne znaczenia, na które wskazują konteksty: „prawdziwe złoto”, „prawdziwy przyjaciel”, „prawdziwe zdanie”. Podejmując się eksplikacji znaczenia terminów: „przyczyna”, „terroryzm” trzeba podjąć trud opisania znaczeń, w których te słowa były używane.

Dla opisu znaczeń dotychczas przysługujących *explicandum* może być zastosowana:

- 1) metoda filologiczna. Bada się teksty, w których wyrażenie występuje i analizuje przysługujące mu znaczenie i związki znaczeniowe z innymi wyrażeniami.
- 2) metoda indukcyjna. Polega ona na badaniu i opisie przedmiotów, do wskazywania których używa się wyrażenia. Tą drogą można eksplikować np. terminy „nierząd”, „pornografia”.
- 3) metoda etymologiczna. Polega ona na badaniu historii danego wyrazu: jak ukształtował się, jakie przysługiwały mu znaczenia, jakie inne wyrazy mają ten sam wspólny rdzeń itp.

Wyeksplikowany termin, *explicatum*, aby pełnił swoją rolę w języku nauki musi zostać włączony w system pojęć danej nauki, bowiem dopiero wówczas uzyskuje walor naukowej przydatności. Na przykład termin „wzrost gospodarczy” występuje w języku potocznym w dość nieokreślonym znaczeniu. W wyniku eksplikacji uzyskujemy termin o bardziej precyzyjnym znaczeniu, a o jego roli w teorii ekonomii decydują związki z innymi terminami tej nauki. Każdy coś rozumie przez „terroryzm”. Termin będący wynikiem eksplikacji uzyska wa-

lor poznawczy, gdy włączony zostanie w system pojęć prawnych i politycznych.

Ukazując miejsce *explicatum* w systemie pojęć danej nauki, pokazujemy jego naukową użyteczność. Im więcej powiązań, im bardziej są one podstawowe, czyli im więcej terminów danej nauki definiowanych jest za pomocą *explicatum*, tym większy jest jego walor naukowej użyteczności.

Explicatum, w odróżnieniu od *explicandum*, powinno być terminem o ściśle określonym znaczeniu. Procedura eksplikacji byłaby bezcelowa, gdyby terminy o niejasnym znaczeniu były zastępowane terminami o znaczeniu równie niejasnym. We współczesnej nauce w zasadzie dąży się do tego by *explicatum* było terminem metrycznym, czyli aby było możliwe mierzenie treści opisywanej znaczeniem terminu. Na przykład zainteresowani jesteśmy takim pojęciem wzrostu gospodarczego, aby można było ten wzrost mierzyć.

Explicatum pozostaje w związku «genetycznym» z *explicandum*. Znaczy to, że jest jego odpowiednikiem, udoskonalonym i dostosowanym do celów naukowych. W tym aspekcie eksplikacja jest podobna do definicji regulującej.

Wskazuje się też na potrzebę prostoty *explicatum*. Chodzi o prostotę definicji *explicatum* oraz o prostotę twierdzeń ustalających jego miejsce w systemie pojęć danej nauki. Zauważmy tu, że nie jest łatwo powiedzieć, co rozumie się przez prostotę. Termin „prostota” jest przykładem terminu, który wymaga eksplikacji.