

## SPIS TREŚCI

<b>Jan Bartoszewicz, Andrzej Seweryn</b> <i>Stanowisko do badań właściwości mechanicznych stopów aluminium w podwyższonych temperaturach</i> .....	5
<b>Bartłomiej Będkowski, Jerzy Madej</b> <i>Optymalizacja modelu stanowiska pracy z wykorzystaniem inżynierii odwrotnej (RE)</i> .....	10
<b>Łukasz Blacha, Aleksander Karolczuk, Robert Bański, Przemysław Stasiuk</b> <i>Eksperymentalna analiza trwałości zmęczeniowej krzyżowych złączy spawanych w odniesieniu do wielkości elementu</i> .....	16
<b>Kira Chiżniak, Małgorzata Grądzka-Dahlke</b> <i>Zastosowanie teorii smarowania elastohydrodynamicznego do oceny warunków smarowania w endoprotezie stawu biodrowego z porowatą panewką</i> .....	21
<b>Artur Ganczarski, Jacek Skrzypek</b> <i>Modelowanie powierzchni granicznych poprzecznie izotropowego kompozytu SCS-6/Ti-15-3</i> .....	25
<b>Marcin Graba</b> <i>Zastosowanie procedur FITNET do oceny wytrzymałości fragmentów rurociągu zawierających defekty powierzchniowe</i> .....	33
<b>Marcin Graba</b> <i>Doświadczalno – numeryczna analiza procesu pęknięcia stali ferrytycznej 13HMF</i> .....	41
<b>Aleksander Karolczuk, Łukasz Blacha</b> <i>Koncepcja najstabszego ogniwa w modelowaniu trwałości zmęczeniowej złączy spawanych</i> .....	51
<b>Dominik Kukła, Lech Dietrich, Marcin Ciesielski</b> <i>Ocena stopnia uszkodzenia eksploatacyjnego materiału rurociągu parowego na podstawie analizy zmian właściwości zmęczeniowych i mikrostruktury</i> .....	55
<b>Marta Kurek, Tadeusz Łagoda</b> <i>Szacowanie trwałości zmęczeniowej w warunkach cyklicznego obciążenia z uwzględnieniem nierównoległości charakterystyk</i> .....	61
<b>Janusz Kwaśniewski, Ireneusz Dominik</b> <i>Badania laboratoryjne własności mechanicznych próbek kompozytów polimerowo-metalowych IPMC</i> .....	65
<b>Paweł Lindstedt, Karol Golak</b> <i>Przesłanki kompleksowej parametrycznej oceny stanu regulacji turbinowego silnika odrzutowego</i> .....	73
<b>Paweł Lindstedt, Rafał Grądzki</b> <i>Wpływ zmiany otoczenia reprezentowanego przez prędkość obrotową na zmiany parametrów modeli diagnozowania łopatk pracującej maszyny wirnikowej z eliminacją jej niemierzalnego otoczenia</i> .....	78
<b>Jerzy Madej, Marek Sitek</b> <i>Analiza modalna i harmoniczna modelu zespołu elektrowibratora przy różnej konfiguracji ciężarów</i> .....	87
<b>Krzysztof Michalczyk, Bogdan Sapiński, Zbigniew Szydło</b> <i>Analiza wytrzymałościowa generatora dla tłumika MR w samozasilającym się układzie redukcji drgań</i> .....	91
<b>Stanisław Mroziński, Józef Szala</b> <i>Zagadnienie cyklicznego umocnienia lub osłabienia metali w warunkach obciążenia programowanego</i> .....	99
<b>Jacek Mucha</b> <i>Wpływ kierunku obciążenia prostokątnego złącza przetłoczeniowego na jego wytrzymałość w próbie ścinania</i> .....	108
<b>Jacek Snamina</b> <i>Drgania wymuszone płyty prostokątnej z cieczą magnetoreologiczną</i> .....	113

**Barbara Surowska, Karolina Beer, Jarosław Bieniaś**

*Wpływ recyklingu na strukturę i właściwości wytrzymałościowe odlewniczego stopu kobaltu stosowanego w stomatologii* ..... 119

**Tomasz J. Teleszewski, Sławomir A. Sorko**

*Zastosowanie metody elementów brzegowych do wyznaczania jednokierunkowego przepływu w przewodach prostoosiowych o dowolnym kształcie przekroju poprzecznego* ..... 124

**Karolina Walat, Tadeusz Łagoda**

*Wyznaczanie trwałości zmęczeniowej stopu aluminium w złożonych stanach obciążenia w zakresie małej liczby cykli* ..... 132

**Grzegorz Wołkowycki**

*Porównanie efektywności regeneratora o nieruchomym wypełnieniu wyznaczonej na podstawie modelu teoretycznego oraz danych doświadczalnych* ..... 137

**Robert Zalewski**

*Prototyp kontrolowanego tłumika drgań pracującego na bazie rdzenia granulowane* ..... 148

## CONTENTS

<b>Jan Bartoszewicz, Andrzej Seweryn</b> <i>Workstand for Research of Aluminium Alloys Mechanical Properties in Elevated Temperatures</i> .....	5
<b>Bartłomiej Będkowski, Jerzy Madej</b> <i>The Optimization of the Workplace with the Use of Reverse Engineering (RE)</i> .....	10
<b>Łukasz Blacha, Aleksander Karolczuk, Robert Bański, Przemysław Stasiuk</b> <i>Experimental Study of Fatigue Life of Cruciform Welded Joints with Reference to Scale Effect</i> .....	16
<b>Kira Chiżniak, Małgorzata Grądzka-Dahlke</b> <i>Application of the Theory of Elastohydrodynamic Lubrication to the Evaluation of the Lubrication Conditions in Hip-Joint Endoprostheses with a Porous Acetabulum</i> .....	21
<b>Artur Ganczarski, Jacek Skrzypek</b> <i>Modeling of Limit Surfaces for Transversely Isotropic Composite SCS-6/Ti-15-3</i> .....	25
<b>Marcin Graba</b> <i>Application of the FITNET Procedures for Evaluation of the Strength Fragments Pipeline with Surface Defects</i> ..	33
<b>Marcin Graba</b> <i>Experimental–Numerical Analysis of the Fracture Process for Ferritic Steel 13HMF</i> .....	41
<b>Aleksander Karolczuk, Łukasz Blacha</b> <i>Application of the Weakest Link Concept to Fatigue Analysis of Welded Joints</i> .....	51
<b>Dominik Kukla, Lech Dietrich, Marcin Ciesielski</b> <i>Evaluation of Steam Pipeline Material Degradation Using Analysis of Microstructure and Fatigue Properties Changes</i> .....	55
<b>Marta Kurek, Tadeusz Łagoda</b> <i>Fatigue Life Assessment for the Materials With out-of-Parallel Fatigue Characteristics under Cyclic Loading</i> ....	61
<b>Janusz Kwaśniewski, Ireneusz Dominik</b> <i>Laboratory Research on Mechanical Features of Ionic Polymer Metal Composite IPMC</i> .....	65
<b>Paweł Lindstedt, Karol Golak</b> <i>Rationale for a Comprehensive Parametric Assessment of Turbojet Engine Adjustment</i> .....	73
<b>Paweł Lindstedt, Rafał Grądzki</b> <i>Changes the Environment Represented by Rotating Speed for Models Parameters in Diagnose Working Turbomachine Blade with Elimination of its Distributed Environment</i> .....	78
<b>Jerzy Madej, Marek Sitek</b> <i>Modal and Frequency Analysis Kit Electrovibrator for Different Configuration of Activators</i> .....	87
<b>Krzysztof Michalczyk, Bogdan Sapiński, Zbigniew Szydło</b> <i>Structural Analysis of a Generator Supplying a Linear Magnetorheological Damper in a Self–Powered Vibration Reduction System</i> .....	91
<b>Stanisław Mroziński, Józef Szala</b> <i>Problem of Cyclic Hardening or Softening in Metals under Programmed Loading</i> .....	99
<b>Jacek Mucha</b> <i>The Effect of Rectangle Clinching Joint's Load Direction on its Strength in the Shear Test</i> .....	108
<b>Jacek Snamina</b> <i>Forced Vibration of Rectangular Plate with Magnetorheological Fluid Core</i> .....	113

<b>Barbara Surowska, Karolina Beer, Jarosław Bieniaś</b> <i>Effect of Recycling on Structure and Mechanical Properties of Dental Casting Cobalt Alloy</i>	119
<b>Tomasz J. Teleszewski, Sławomir A. Sorko</b> <i>Implementation of the Boundary Element Method for the Solution of Unidirectional Flow Through Straight Pipes of Arbitrary Cross-Section Shapes</i> .....	124
<b>Karolina Walat, Tadeusz Łagoda</b> <i>Determination of Fatigue Life of the Aluminium Alloy Under Complex Loadings and Low-Cycle Fatigue</i> .....	132
<b>Grzegorz Wołkowycki</b> <i>Comparison of Efficiency Regenerator to Fill a Stationary Designated under the Theoretical Model and Experimental Data</i> .....	137
<b>Robert Zalewski</b> <i>Proposition of the Controllable Granular Damper Prototype</i> .....	148

## ABSTRACTS

**Jan Bartoszewicz, Andrzej Seweryn**

*Workstand for Research of Aluminium Alloys Mechanical Properties in Elevated Temperatures*

In the following work, a workstand for research of materials mechanical properties in elevated temperatures is presented, consisting of duration machine MTS 858 MiniBionix together with original (designed and manufactured) particular hydraulic shafts. Environmental chamber MTS 651 was also adapted. Videotensometer ME 46 manufactured by MESSPHYSIK was used to determine the translocation of the measurement section. The ME 46 videotensometer allows for contactless translocation measurement and tracking of "on-line" measurements on computer screen. This may be used in wide range of research, allowing for choice of measurement base. Series of research involving monotonic stretching of aluminium EN-AW 2024 samples in temperature of 20°C, 150°C, 150°C and 200°C was also undertaken in order to determine resilient-plastic properties of the material, particularly the strengthening curve. Research was also undertaken in order to check and compare operation of videotensometer and traditional axial extensometer.

**Bartłomiej Będkowski, Jerzy Madej**

*The Optimization of the Workplace with the Use of Reverse Engineering (RE)*

In the article, the process of creating digital model of real workplace is presented. The process is based on Reverse Engineering technology. The existing workplace was scanned, and on the basis of achieved point cloud, the spatial digital model has been worked out. What is more, the modification and ergonomic analysis of the model in CATIA program is provided.

**Łukasz Blacha, Aleksander Karolczuk, Robert Bański, Przemysław Stasiuk**

*Experimental Study of Fatigue Life of Cruciform Welded Joints with Reference to Scale Effect*

The paper presents results of fatigue tests carried on transverse stiffener welded joints submitted to fully reverse axial loading. Based on the derived results, S-N curve was obtained and compared to published results for specimens differing in dimensions. Purpose of this comparison is analyzing the volume effect in fatigue of welded joints.

**Kira Chizniak, Małgorzata Grądzka-Dahlke**

*Application of the Theory of Elastohydrodynamic Lubrication to the Evaluation of the Lubrication Conditions in Hip-Joint Endoprostheses with a Porous Acetabulum*

The great demand for artificial replacements of diseased joints has lead to a rapid development of endoprosthetics. The most common problems in that area have to do with the limited lifespan of endoprostheses due to the wear of friction pair elements. In order to resolve these problems, the theory of elastohydrodynamic lubrication can be applied. It allows determining the lubrication conditions in an artificial joint. In this work, different solutions for the materials of friction pairs of endoprostheses, such as the use of porous sintered metals, are compared.

**Artur Ganczarski, Jacek Skrzypek**

*Modeling of Limit Surfaces for Transversely Isotropic Composite SCS-6/Ti-15-3*

Present work deals with modeling of limit surfaces for unidirectional reinforced composite SCS-6/Ti-15-3. Analysis comprises changes of material properties and residual stresses, accompanying processes of manufacturing and cooling down. To model initial and state, an approximation based on the model of universal and smooth limit surface of Hill's type and more general Mises' type was applied. In order to adequate modeling of subsequent limit surfaces, corresponding to state after cooling down of material, the multi-surface model of Hill-Tsai-Wu type was used. For each of states, initial and final, the detail analysis comprising an identification of material constants and comparison of obtained results with the experimental data by Herakovich-Aboudi was done for two tension tests, along and transverse to reinforcement directions, as well as one shear test.

**Marcin Graba**

*Application of the FITNET Procedures for Evaluation of the Strength Fragments Pipeline with Surface Defects*

The straight segments of the pipeline with an axial external crack was loaded by internal pressure. The pressure load range and crack opening were recorded during the test. The FITNET analysis has been performed at the base option of the FITNET procedure for these components. The numerical calculation was performed also. The results of the FITNET analysis and numerical calculations were compared with the real range of the components failure. The results which were obtained by FITNET analysis are conservative. The level of conservatism can be reduced by using higher levels of the FITNET procedure.

**Marcin Graba**

*Experimental-Numerical Analysis of the Fracture Process for Ferritic Steel 13HMF*

In the paper, an analysis of the fracture process for the ferritic steel 13HMF will be presented, which will be based on a series of the experimental studies. To verification of the all experiments, relevant numerical calculations will be done. Both – experimental and numerical analysis will concern the components tested at low temperatures. The changes of the mechanical properties, fracture toughness and numerical results, such as plastic zones or opening stress distributions will be presented.

**Aleksander Karolczuk, Łukasz Blacha**

*Application of the Weakest Link Concept to Fatigue Analysis of Welded Joints*

The present paper presents an original model for evaluation of failure probability of welded joints. The S-N curve for substitute (equivalent) material is being introduced in order to govern the issue of material inhomogeneity and post-weld stress. Extraction of characteristics for this material is based on existing experimental data, categorized into FAT classes. Among that, the proposed model takes into account also the volume effect.

**Dominik Kukla, Lech Dietrich, Marcin Ciesielski**

*Evaluation of Steam Pipeline Material Degradation Using Analysis of Microstructure and Fatigue Properties Changes*

In this work damage evaluation of a steam pipeline material after exploitation was carried out with regard to changes in the material fatigue properties and microstructure. HCF tests were performed in the function of stress amplitude. Dynamic development of deformations were taken into consideration. On these basis, parameters describing the destruction degree of materials undergoing cyclic stress before and after exploitation were developed. Comparing studies of these parameters enable the estimation of percentage degradation degree of a material after exploitation. Based on the results, changes in microstructure caused by long-term exposition to exploitation conditions of energetic pipelines were characterized.

**Marta Kurek, Tadeusz Łagoda**

*Life Assessment for the Materials With out-of Parallel Fatigue Characteristics under Cyclic Loading*

The paper presents an algorithm of fatigue life assessment for the materials with non parallel fatigue characteristics under pure bending and pure torsion. Brass CuZn40Pb2, medium-alloy steel 30CrNiMo8 and high-alloy steel 35NCD16 are the examples of such materials.

**Janusz Kwaśniewski, Ireneusz Dominik**

*Laboratory Research on Mechanical Features of Ionic Polymer Metal Composite IPMC*

Electroactive polymers (EAP) are polymers, which under the voltage applying change its volume or shape. The first discovers begin in 90's previous century and quickly were adopted into many areas of techniques. Electroactive polymers attract attention scientist not only in Europe but all over the world. The number of ESNAM organization (European Scientific Network for Artificial Muscles) which is using also EAP polymers, has increased twice recently. In Poland the only research center which is the organization member is Warsaw Polytechnic. However, it does not work on EAP polymers. In the article the basic research on the samples of ionic polymer metal composite (IPMC) which are part of EAP polymers is presented. The emphasis was put on collecting the data for the static, dynamic and frequency characteristics. On the basis of characteristics a few mathematical models of IPMC composite were proposed.

**Paweł Lindstedt, Karol Golak**

*Rationale for a Comprehensive Parametric Assessment of Turbojet Engine Adjustment*

The article presents the basis of a new method of evaluation of technical condition of turbojet engine. The model in the form of four transmittances has been reduced to a single comprehensive model with that properties, that the operating quality of the engine determined during ground testing will also provide the required knowledge about its quality in flight. This model involves in a synthetic way the engine input (signals  $p_2$  and  $m_p$ ) with the output of the engine ( $n$  and  $p_4$ ). The theoretical models of the engine and their parameters can be designated, and then compared with the parameters of the model obtained during the experiment (ground tests) and thus allows to explore the changes occurring in the engine during its operation.

**Paweł Lindstedt, Rafał Grądzki**

*Changes the Environment Represented by Rotating Speed for Models Parameters in Diagnose Working Turbomachine Blade with Elimination of its Distributed Environment*

This paper presents how changing the environment affects changes for models parameters  $A_{T12,T01}^2$  and  $\varphi_{T12,T01}$  which are used in new method of monitoring technical condition of turbomachine blades during their operation. This method utilizes special diagnostic models such as a quotient of amplitude amplification and a phase shift of a diagnostic signal  $y(t)$  which is a result of blade operation as well as a signal  $x(t)$  of blade environment while a blade tip approaches a sensor ( $A_{T01}^2$ ), amplitude amplification and phase shift ( $\varphi_{T12} - \varphi_{T01}$ ) of these signals while the blade tip moves away from the sensor ( $A_{T12}^2$ ). The adopted diagnostic models indirectly take into account the existing environment of a blade, represented by the signal  $x(t)$ , without the need to measure it. Therefore, these methods are not so sensitive to the changes in environment, and practically very sensitive only for changes in technical condition of blades. The suggested method may prove very important role in diagnostics of rotor blades during turbomachines operation (compressors, turbines etc.).

**Jerzy Madej, Marek Sitek**

*Modal and Frequency Analysis Kit Electro vibrator for Different Configuration of Activators*

This paper presents modal analysis and frequency analysis rotor kit of three-phase induction rotating electro vibrator. The received solutions will be use for optimization parts of electro vibrator, especially shape activators and foots of electro vibrator, it's often brake down. The knowledge about maximum translation of activators will be helpful for optimization of iron activator cover.

**Krzysztof Michalczyk, Bogdan Sapiński, Zbigniew Szydło**  
*Structural Analysis of a Generator Supplying a Linear Magnetorheological Damper  
in a Self-Powered Vibration Reduction System*

In this paper the construction and the structural analysis of electromagnetic generator supplying a linear magnetorheological damper has been presented. The generator operates with an MR damper in parallel arrangement. The most efforted element of the generator is its body, which is mounted directly on the plate connected with electromagnetic vibration generator. The results of numerical simulations and calculations indicating the most efforted parts of the generator's body has been shown. Some hints about improvements in the generator's construction has been also added.

**Stanisław Mroziński, Józef Szala**  
*Problem of Cyclic Hardening or Softening in Metals under Programmed Loading*

The phenomenon of cyclic hardening or softening in metals and their alloys has been known for over 40 years. Despite such a long period of investigations there is lack of a general description of universal models of these phenomena. The basis of their valuation are tests performed under sine constant amplitude loadings. There can be found tests with constant stress amplitude or constant strain amplitude. These conditions are not equivalent for the range of loadings in which the law of the linear stress - strain relation is not valid. Indeed, the problem of cyclic hardening or softening in metals and their alloys becomes complicated in the case of variable amplitude loadings which are typical for the working loadings of the construction elements. In this paper there are presented investigations of cyclic properties of three metal alloys: PA7 aluminium alloy, which undergoes the strong cyclic hardening, 30HGSA alloy steel, which undergoes the strong cyclic softening and C45 construction steel, which undergoes cyclic hardening or cyclic softening, depending on the loading level. The tests were performed under programmed loadings with gradually increasing stress amplitude

**Jacek Mucha**  
*The Effect of Rectangle Clinching Joint's Load Direction on its Strength in the Shear Test*

This paper presents the results of experiments on effect of clinching joint's load direction on its characteristics and the maximum shearing force value. The model experiments have been conducted for EN-AW 1050A aluminum alloy. The specimens of rectangle clinching joints with material notch have been shear tested on the tensile testing machine UTS 100. The analysis of joint destruction depending on specimen load angle has been presented shortly. The effects of joint failure force, force value change and maximum displacement up to total separation of joined sheets have been presented.

**Jacek Snamina**  
*Forced Vibration of Rectangular Plate with Magnetorheological Fluid Core*

The paper presents an analysis of forced vibrations of rectangular plate with magnetorheological core. The *plate* consists of two outer layers made of aluminium and an MR fluid layer in between. The plate edges are clamped. It was assumed that the aluminium layers are pure elastic. The energy is dissipated only in the MR fluid layer. Additional assumptions concerning displacements, deformations and stresses are introduced in the calculations. The modal analysis was done and the frequency response characteristic for the middle point of plate was determined.

**Barbara Surowska, Karolina Beer, Jarosław Bieniaś**  
*Effect Of Recycling On Structure And Mechanical Properties Of Dental Casting Cobalt Alloy*

Cracking of the frame partial dentures is frequent case in dental prosthodontics. The wrong quality of cast is the main reason for this type of damage. The alloys producers allow to use the scrap metal as the part of charge on account of economy. In this paper an influence of recycling on mechanical properties and structure of Co-Cr-Mo dental alloy is carried out. The vacuum pressure casting was used. The charges consist of 0%, 25% and 50% of scrap metal from gate assembly. The mechanical properties and microstructure of precision castings was compared. It was found that all casts strength was lower than average one declared by producer. The brittle fractures and dendritic structures was observed. The structure inhomogeneity and density of microcracks inside dendrites after tension test increase along with percentage growth of scrap metal.

**Tomasz J. Teleszewski, Sławomir A. Sorko**  
*Implementation of the Boundary Element Method for the Solution of Unidirectional Flow Through Straight Pipes  
of Arbitrary Cross-Section Shapes*

The subject of the presented elaboration is the application of the boundary integral method to calculating of the pressure driven unidirectional flow in pipes and channels of arbitrary shape of the cross-section. The laminar unidirectional flow of viscous fluid described by Stokes equation is a satisfactory model to the description of the numerous flows in machines and engineering devices. In the paper is presented the solution of the problem of the flow of Newtonian liquid limited by the cylindrical surface about the arbitrary shape of the cross-section in the expression of boundary integral equations. The results of calculations the velocity field of unidirectional flow through pipes and straight closed ducts of the selected shapes of the cross-section with comparisons of numeric solutions with accessible in the literature with analytic solutions showing the satisfactory exactitude and the efficiency the method boundary integral equations to the solution this class of problems of flow in technical uses.

**Karolina Walat, Tadeusz Łagoda**  
*Determination of Fatigue Life of the Aluminium Alloy Under Complex Loadings and Low-Cycle Fatigue*

The paper presents a new expression of the equivalent strain, formulated on the basis of fatigue tests of the aluminium alloy performed under complex strain state in the case of a very low number of cycles. This criterion uses the critical plane determined on the basis of the material kind function. Thus, the proposed model is right for both elastic-brittle and elastic-plastic materials. The equivalent amplitude determined for complex proportional and non-proportional loadings states is included into the scatter band of the same coefficient as in the case of simple loadings.

**Grzegorz Wołkowycki**

*Comparison of Efficiency Regenerator to Fill a Stationary Designated under the Theoretical Model and Experimental Data*

In the present study showing the effectiveness of the regenerator with a stationary filling are based on a theoretical model of efficiency, determined on the basis of measurements of operating parameters of regenerators working in Biaglass glassworks in Białystok. The scope of work includes filling characteristics of regenerators, a methodology based on determining the efficiency of a theoretical model, experimental determination of the effectiveness of regenerators and to compare the results of calculations and measurement.

**Robert Zalewski**

*Proposition of the Controllable Granular Damper Prototype*

In presented paper a proposal of granular damper prototype has been presented. Granular damper works on the basis of a core made of special granular structure. Idea of special granular structure consists of placing loose granular grains into a hermetic envelope, wherein in the next stage a partial vacuum is generated. Difference between an atmospheric pressure, externally surrounding the core and internal one, causes occurring friction forces between single grains. Interacting friction forces are greater for higher values of internal underpressure. In presented work author focuses on analysis of experimental results obtained for the whole family of granular cores. Variations in energy dissipation possibilities are particularly described in this paper.



# STANOWISKO DO BADAŃ WŁAŚCIWOŚCI MECHANICZNYCH STOPÓW ALUMINIUM W PODWYŻSZONYCH TEMPERATURACH

Jan BARTOSZEWICZ\*, Andrzej SEWERYN\*\*

\* doktorant, Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

\*\* Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

[j.bartoszewicz@doktoranci.pb.edu.pl](mailto:j.bartoszewicz@doktoranci.pb.edu.pl), [a.seweryn@pb.edu.pl](mailto:a.seweryn@pb.edu.pl)

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono stanowisko do badań właściwości mechanicznych materiałów w podwyższonych temperaturach, składające się z maszyny wytrzymałościowej MTS 858 MiniBionix wraz z oryginalnymi, (zaprojektowanymi i wykonanymi) specjalnymi uchwytami hydraulicznymi. Zaadaptowano także komorę środowiskową MTS 651. Do wyznaczenia przemieszczenia odcinka pomiarowego został użyty wideoekstensometr ME 46 firmy MESSPHYSIK. Wideoekstensometr ME 46 umożliwia bezdotykowy pomiar przemieszczenia oraz śledzenie pomiarów „on-line” na ekranie komputera. Może być on używany w szerokim zakresie pomiarowym – umożliwia swobodny wybór bazy pomiarowej. Wykonano również serię badań polegających na monotonicznym rozciąganiu próbek ze stopu aluminium EN-AW 2024 w podwyższonych temperaturach: 20°C, 100°C, 150°C i 200°C, w celu wyznaczenia właściwości sprężysto-plastycznych, a w szczególności krzywej umocnienia. Wykonano także badanie sprawdzające - porównano działanie wideoekstensometru oraz tradycyjnego ekstensometru osiowego.

## 1. WPROWADZENIE

Rzeczywiste konstrukcje mogą być eksploatowane w warunkach złożonego stanu obciążenia, a często także w podwyższonej temperaturze. Sytuację taką mamy w przypadku maszyn i urządzeń energetycznych, procesowych i technologicznych, a także w sytuacji wystąpienia pożaru. Biorąc pod uwagę warunki eksploatacji należy przewidywać trwałość i wytrzymałość konstrukcji nie tylko w temperaturze pokojowej, ale także w podwyższonej temperaturze. Szczególnie ważne jest określenie, które właściwości mechaniczne i w jakim stopniu ulegają zmianie wraz ze wzrostem temperatury. Ma to duże znaczenie w prognozowaniu niezawodności i bezpieczeństwa konstrukcji.

I tak np. w pracy Meeny (2010), przedstawiono wyniki badań właściwości mechanicznych dostępnych na rynku stopów aluminium w celu określenia ich przydatności do stosowania w podwyższonej temperaturze. Zauważono, że w teście jednoosiowego rozciągania wraz ze wzrostem temperatury zmniejsza się wytrzymałość, a zwiększa plastyczność materiału.

Podwyższona temperatura ma wpływ również na właściwości technologiczne metali, a w szczególności stopów aluminium. W temperaturze pokojowej mają one mniejszą ciągliwość oraz formowalność, tym samym podwyższenie temperatury wpływa na polepszenie właściwości technologicznych. Prowadzi to do zwiększenia wydajności procesów technologicznych (Li i inni, 2002; van Haaren i inni, 2004). Elementy po tłoczeniu w temperaturze pokojowej mają często nierówną powierzchnię. Te niepożądane wady powierzchniowe można wyeliminować poprzez procesy formowania w podwyższonej temperaturze. Tym samym polepszają się właściwości użytkowe wyrobu (Toros i inni, 2008; Abedrabbo i inni, 2006).

Istnieją również stopy aluminium (takie jak Al-Fe-V, Al-Fe-Mo, Al-Cr-Ni i Al-Ni-Mn), które mają stabilne właściwości mechaniczne do temperatury 350°C. Są one wykorzystywane jako materiały na elementy konstrukcyjne samolotów i śmigłowców, takie jak wały napędowe, niektóre obudowy silnika, przednie krawędzie, wloty powietrza, a także rury na gorące powietrze w klimatyzacji samolotów poddźwiękowych (Barbaux i inni, 1993).

Wymienione konstrukcje są narażone na obciążenia zmienne w czasie oraz długookresowe, coraz częściej w podwyższonej i wysokiej temperaturze, gdzie głównym mechanizmem uszkodzenia jest zmęczenie cieplno-mechaniczne. Tym samym w projektowanych elementach takich konstrukcji powinny być uwzględniony wpływ czynników: podwyższonej temperatury, czasu przebywania w tej temperaturze oraz obciążenia zmiennego (Kauffman, 2008; Kaufman i inni, 2007).

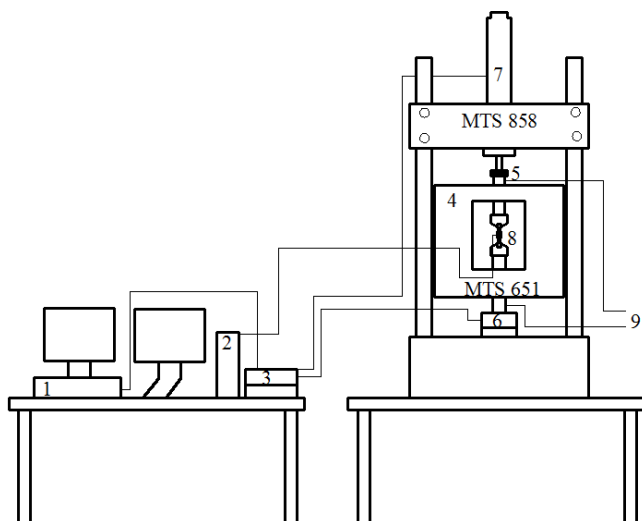
Badania (eksperyment i modelowanie) dotyczące wymienionej powyżej tematyki obarczone są wysokim stopniem trudności. Spowodowane jest to sprzężeniem wielu zjawisk, wśród których należy wymienić procesy plastycznego płynięcia z efektem umocnienia, a także procesy rozwoju uszkodzeń i pękania z efektem osłabienia, oba silnie zależne od temperatury.

Celem niniejszej pracy było przedstawienie nowego stanowiska umożliwiającego badanie eksperymentalne monotonicznego rozciągania próbek gładkich i z karami w podwyższonej temperaturze. W stanowisku wykorzystano maszynę wytrzymałościową MTS 858 MiniBionix wraz z oryginalnymi (zaprojektowanymi i wykonanymi) specjalnymi uchwytami hydraulicznymi. Zaadaptowano także komorę środowiskową MTS 651. Do pomiaru przemieszczenia bazy pomiarowej podczas badań w podwyższonych temperaturach wykorzystano wideoekstensometr ME 45.

W pracy przedstawiono także wstępne wyniki badań doświadczalnych rozciągania próbek ze stopu aluminium EN-AW 2024 w podwyższonej temperaturze 100°C, 150°C i 200°C.

## 2. STANOWISKO BADAWCZE

Stanowisko do badań próbek ze stopów aluminium w teście jednoosiowego rozciągania – ściskania (lub dwuosiowego rozciągania – ściskania i skręcania) w podwyższonej temperaturze przedstawiono na Rys. 1. Podstawą stanowiska jest programowalna, serwohydrauliczna, dwuosiowa maszyna wytrzymałościowa MTS 858 MiniBionix, sterowana za pomocą systemu FlexTest SE. Zakres obciążenia rozciągającego (ściskającego), zadawany na maszynie wynosi  $\pm 25\text{kN}$ , a momentu skręcającego  $\pm 200\text{ Nm}$ . Maszynę wyposażono w specjalne uchwyty hydrauliczne do badań w podwyższonej temperaturze. Ponadto w skład stanowiska wchodzi komora środowiskowa MTS 651, stelaż nośny do przemieszczania komory środowiskowej oraz wideoekstensometr ME 46 (Rys.2).



**Rys. 1.** Schemat stanowiska badawczego: 1 – komputer z oprogramowaniem użytkowym MTS, 2 – komputer z oprogramowaniem MESSPHYSIK, 3 – sterownik cyfrowy FlexTest SE maszyny wytrzymałościowej MTS 858 MiniBionix, 4 – komora środowiskowa MTS 651, 5 – ruchoma głowica maszyny, 6 – głowica siły, 7 – serwowzawór z czujnikiem pomiaru przemieszczenia, 8 – wideoekstensometr ME45, 9 – układ chłodzenia uchwytów

Działanie uchwytów oparte jest na zasadzie siłownika hydraulicznego, w którym olej hydrauliczny przemieszczając się przesuwa tuleję zewnętrzną w dół – zaciska próbkę w szczękach uchwytu, a przemieszczając się w przeciwnym kierunku – umożliwia odblokowanie próbek ze szczęk (patrz Rys. 3). W uchwytach zastosowano szereg uszczelnień pomiędzy tulejami, komorami spustowymi siłownika oraz w układzie chodzenia uchwytów (dobrej z katalogu uszczelnień). Tuleja oraz chwyt połączone za pomocą połączenia gwintowego. Zapewniona jest również możliwość przeprowadzania badań w dwuosiowym stanie obciążenia

(rozciąganie – ściskanie i skręcanie) – blokowanie obrotu uchwytu możliwe jest dzięki klinom. Szczęki natomiast są osadzone na powierzchniach wewnętrznych chwytu.

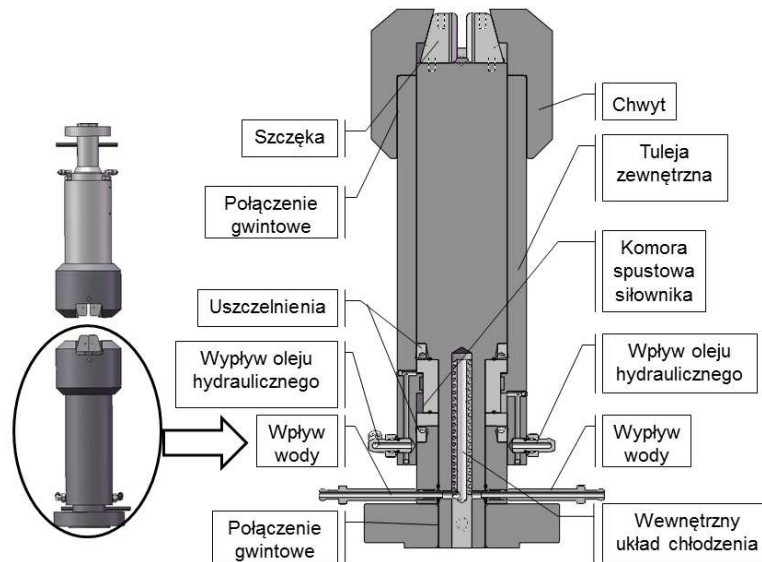


**Rys. 2.** Konfiguracja konstrukcji nośnej wraz z uchwytami, komorą środowiskową oraz wideoekstensometrem

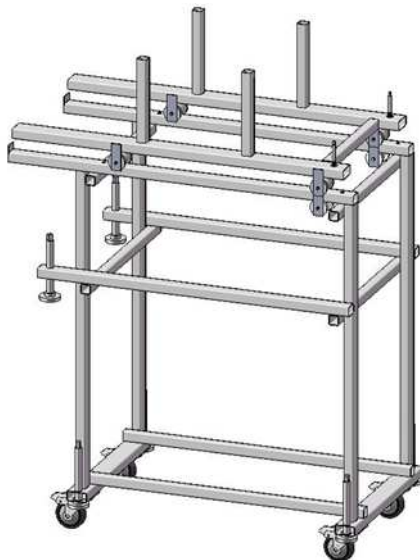
Uchwyty podczas badania są umieszczone w komorze środowiskowej, zaś ich części hydrauliczne znajdują się na zewnątrz tej komory, dzięki czemu nie zostają one narażone na bezpośrednie działanie podwyższonej temperatury. W celu lepszej kompensacji temperatury, układ hydrauliczny jest chłodzony przez wbudowany wewnątrz uchwytów system chłodzenia. Płyn chłodniczy wpływa przez wewnętrzną rurkę i wypływa po naciętym spiralnie rowku wewnątrz trzpienia uchwytu do układu chłodzenia płynu, włączonego w system chłodzenia maszyny wytrzymałościowej.

Komora środowiskowa MTS 651 (Rys. 2) umożliwia badanie próbek z wykonanych ze zróżnicowanych materiałów zarówno w obniżonej, jak i podwyższonej temperaturze. Zakres temperatury powietrza w komorze wynosi od  $-129^{\circ}\text{C}$  do  $315^{\circ}\text{C}$ , z szybkością grzania powietrza do  $315^{\circ}\text{C}$  w czasie 30 minut. W badaniach w podwyższonej temperaturze używane są dwie pary elektrycznych elementów grzejnych. Osiągnięcie jednorodnej temperatury wewnątrz komory zapewnia wentylator napędzany silnikiem elektrycznym. Próbkę jest ekranowana przed bezpośrednim promieniowaniem cieplnym.

W celu przemieszczania i stabilnego ustawienia komory środowiskowej MTS 651 na stanowisku badawczym zaprojektowano i wykonano stelaż nośny. Stelaż ten składa się z dwóch zasadniczych elementów: sztywnej ramy przetrzennej oraz wózka mającego możliwość przemieszczania się względem ramy – widoczne na Rys. 4. Zasadniczymi elementami konstrukcyjnymi obu części są profile o przekroju prostokątnym ze stali S235JR. Przesunięcie się konstrukcji może odbywać się dzięki kółkom jezdnym z hamulcem, natomiast stabilizację konstrukcji podczas badań, gdy wózek z komorą jest wysunięty, zapewniają śruby z podstawką o regulowanej wysokości.

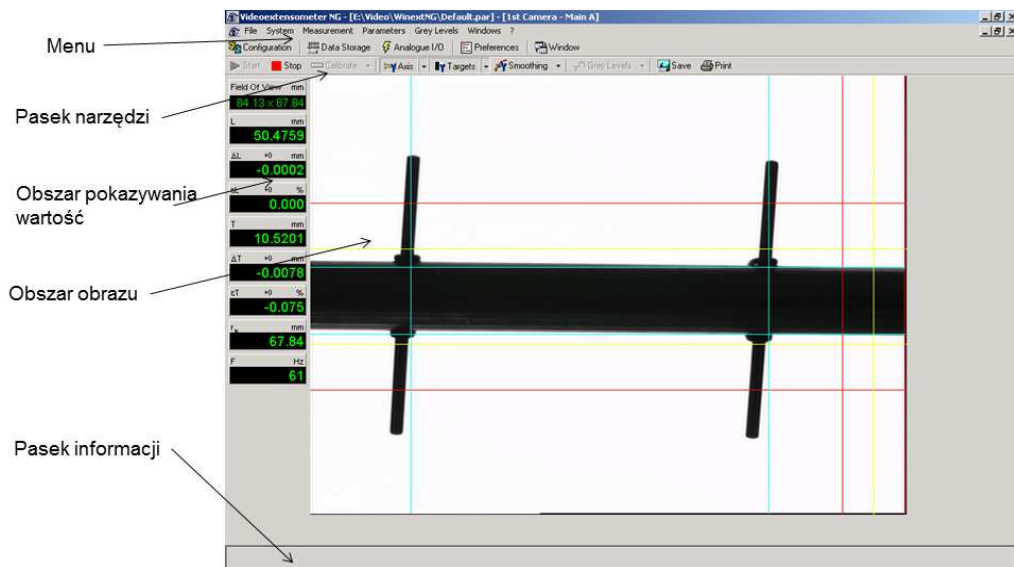


Rys. 3. Konfiguracja uchwytów oraz przekrój poprzeczny uchwytu z opisem zasady jego działania

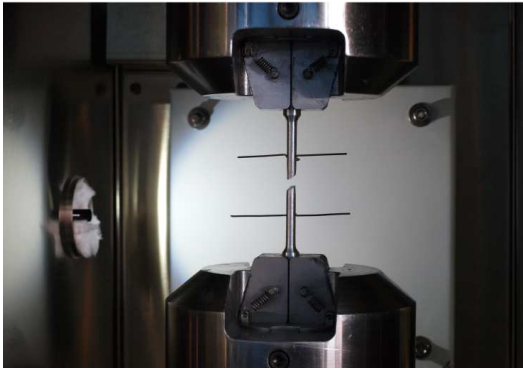


Rys. 4. Stelaż nośny komory środowiskowej

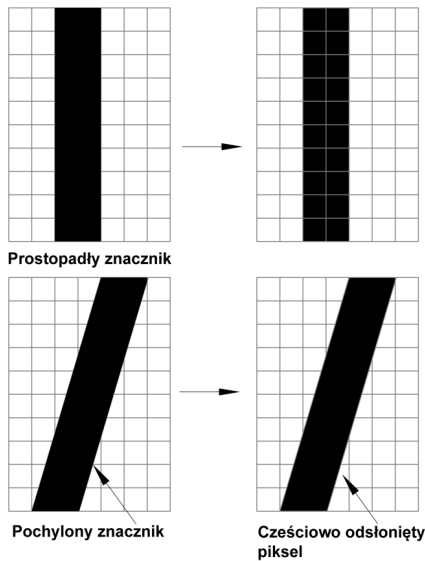
Do wyznaczania przemieszczenia odcinka pomiarowego został użyty wideoekstensometr ME 46 firmy MESSPHYSIK, którego okno pomiarowe widoczne jest na Rys. 5. Wideoekstensometr ten umożliwia bezdotkowy pomiar przemieszczenia bazy pomiarowej oraz śledzenie wyników pomiarów „on-line” na ekranie komputera. Może być on używany w szerokim zakresie pomiarowym – umożliwia swobodny wybór długości bazy pomiarowej. W badaniach przedstawionych w niniejszej pracy wykorzystano pomiarową o długości 20 mm (Rys. 6). W prezentowanym stanowisku wideoekstensometr jest używany do pomiaru przemieszczeń próbki w komorze środowiskowej (w podwyższonej temperaturze), poprzez szkło okienka komory. Kontrast obrazu zapewnia dioda o mocy 3W oświetlająca, poprzez światłowód, ekran rozpraszający znajdujący się wewnątrz komory, który został pokryty białą, matową farbą. Natomiast ustawienie światła w obiektywie regulowane jest poprzez przesłonę obiektywu kamery wideoekstensometru.



Rys. 5. Okno pomiarowe wideoekstensometru (Videoekstensometr NG 2009)



**Rys. 6.** Próbkę ze znacznikami długości pomiarowej wewnątrz komory środowiskowej (po zerwaniu w podwyższonej temperaturze)



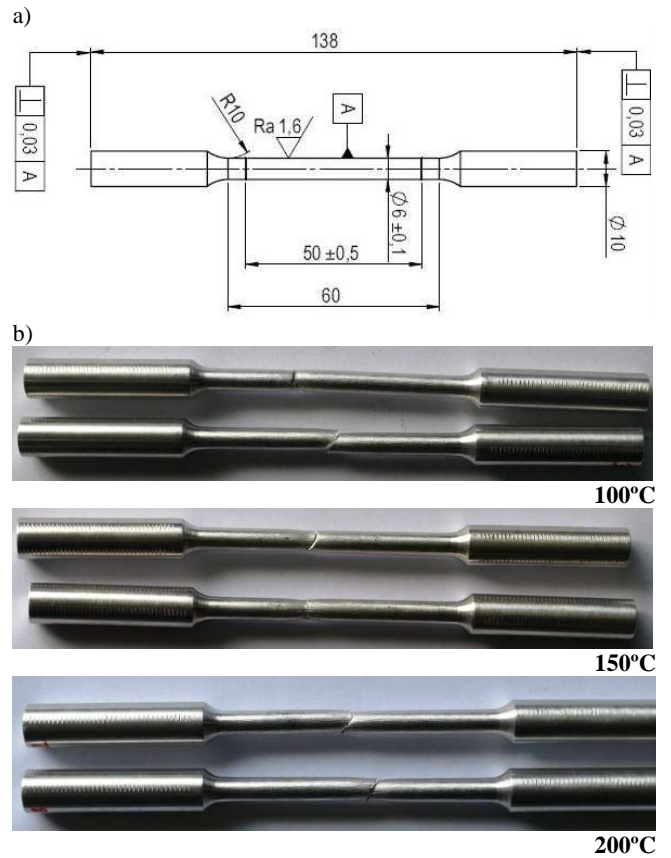
**Rys. 7.** Mapa pikseli, prostopadłe i nachylone znaczniki (Videоекstensometr NG)

Pomiar za pomocą wideoekstensometru możliwy jest dzięki znacznikom umieszczonym na badanej próbce, które powinny być nachylone pod kątem 2 – 5 stopni w stosunku do osi poprzecznej próbki (zaleca się kąt 2 – 3 stopni). Pochylenie znaczników na mapie pikseli powoduje przecięcia sąsiednich pikseli z czarnymi znacznikami, nachylonymi pod odpowiednim kątem, umieszczonymi na białym tle (Rys. 7). Tym samym śledzenie wydłużenia jest możliwe dzięki rozpoznaniu barw kontrastowych pikseli przez wideoekstensometr.

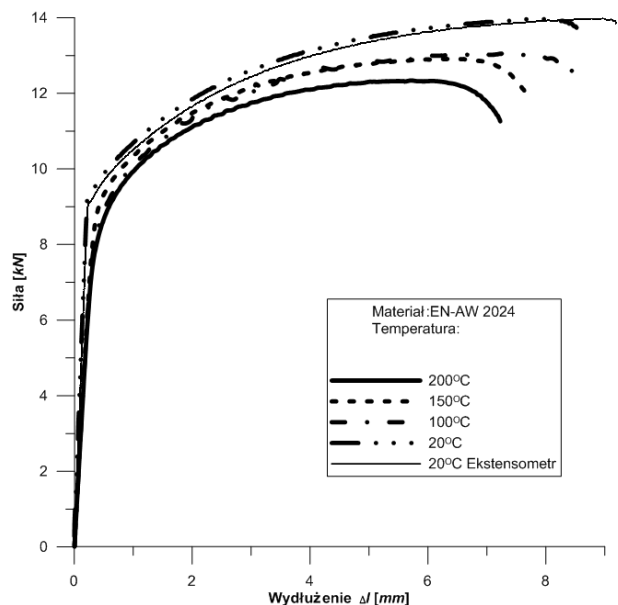
### 3. WYNIKI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

W badaniach wykorzystano osiowosymetryczne, gładkie próbki, zgodne z PN-EN 10002-5, o średnicy pomiarowej 6 mm. Dla każdej wartości temperatury (równiej 20°C, 100°C, 150°C i 200°C) przeprowadzono trzy próby. Badania zostały przeprowadzone na maszynie MTS MiniBionix 858, w komorze środowiskowej MTS 651 oraz z wykorzystaniem wideoekstensometru do pomiaru odkształcenia próbki. Podwyższoną temperaturę zadawano za pomocą komory środowiskowej, w której próbki były podgrzewane i wytrzymywane 10 minut przed badaniem, a następnie

zostały poddane monotonicznemu rozciąganiu ze stałą prędkością wydłużenia bazy pomiarowej równą 0.01 mm/s. Wyniki siły rozciągającej i przemieszczenia bazy pomiarowej, dla różnej zadanej temperatury, przedstawiono na Rys. 9 oraz w Tab. 1, a widok próbek po zerwaniu – na Rys. 8.



**Rys. 8.** Próbkę ze stopu EN-AW 2024: a) schemat i wymiary, b) próbki po zerwaniu w temperaturze 100°C, 150°C i 200°C



**Rys. 9.** Wykres zależności siły od wydłużenia bazy pomiarowej dla stopów aluminium EN-AW 2024 w podwyższonej temperaturze (pomiar wydłużenia za pomocą wideoekstensometru i ekstensometru)

Tab. 1. Zależność wydłużeń i siły od temperatury

Temperatura	Maks. siła F[kN]	Maks. przewężenie $\Delta d$ [mm]	Maks wydłużenie $\Delta l$ [mm]
20°C	14,269	0,001	9,458
100°C	13,228	0,725	7,305
150°C	12,914	0,734	6,518
200°C	12,526	1,530	6,401

Należy zwrócić uwagę, że dla temperatury 100°C i 150°C siła potrzebna do zerwania próbki wynosiła ok. 13 kN, a dla temperatury 200°C obniżyła się o prawie o 1 kN. Natomiast wydłużenie bazy pomiarowej jest największe dla temperatury 20°C, a najmniejszą wartość wydłużenia otrzymano dla temperatury 200°C. Taka sama zależność występuje dla przewężenia tj. największe i najmniejsze przewężenie występuje odpowiednio dla temperatury 200°C i 20°C. Należy dodać, iż dokonano weryfikacji pomiaru wydłużenia bazy pomiarowej za pomocą wideoekstensometru, powtarzając pomiar z wykorzystaniem ekstensometru Epsilon - 3542.

#### 4. PODSUMOWANIE

Przedstawione w niniejszej pracy stanowisko do badań właściwości mechanicznych stopów aluminium w podwyższonych temperaturach umożliwia przeprowadzanie testów jednoosiowego rozciągania i ściskania (a także dwuosiowego rozciągania – ściskania i skręcania). Rodzaj zadawanych obciążeń nie musi ograniczać się do obciążeń monotonicznych – możliwe jest prowadzenie badań w warunkach obciążeń zmiennych, ale w tym przypadku sterowanie odbywa się za pomocą zadawanej siły (lub momentu skręcającego), a nie odkształceniem bazy pomiarowej.

Potwierdzenie wyżej wymienionych możliwości wymaga, oczywiście, przeprowadzenia dodatkowych badań weryfikujących.

#### LITERATURA

1. **Abedrabbo N., Pourboghra F., Carsley J.** (2006), Forming of AA5182-O and AA5754-O at elevated temperatures using coupled thermo-mechanical finite element models. *International Journal of Plasticity*, 23, 841–875.
2. **Barbaux Y., Pons G.** (1993), New rapidly solidified aluminium alloys for elevated temperature applications on aerospace structures, *Journal de Physique III*, 3,191-196.
3. **Haaren, L., Boogaard van den A. H., Huetink J.** (2004), Modelling of aluminium sheet material at elevated temperatures, *7th ESAFORM Conference on Material Forming*, April 2004, Trondheim, Norway.
4. **Katalog uszczelnień „Simirit”** (2000).
5. **Kaufman J. G.** (2008), *Parametric Analyses of High Temperature Data for Aluminum Alloys*, ASM, Materials Park, Ohio.
6. **Long Z., Ningileri S., Kaufman J. G.,** (2007), *Application of Time-Temperature-Stress Parameters to High Temperature Performance of Aluminum Alloys*, The Minerals, Metals & Materials Society.

7. **Li D., Ghosh A.** (2002), Tensile deformation behavior of aluminum alloys at warm forming temperatures, *Materials Science and Engineering*, A352, 279-286.
8. **Meena A.** (2010), *Tensile Test of Aluminium at High Temperature*, Department of Mechanical Engineering N.I.T. Rourkela Orissa.
9. **PN-EN 10002-5:2002**, *Próba rozciągania, Metoda badań w podwyższonej temperaturze*, PKN.
10. **Toros S., Ozturk F., Kacar I. S.** (2008), Review of warm forming of aluminum–magnesium alloys, *Journal of Materials Processing Technology*, 207, 1–12.
11. **Videoekstensometr NG** (2009) by Messphysik Materials Testing, A-8280 Fürstenfeld

#### WORKSTAND FOR RESEARCH OF ALUMINIUM ALLOYS MECHANICAL PROPERTIES IN ELEVATED TEMPERATURES

**Abstract:** In the following work, a workstand for research of materials mechanical properties in elevated temperatures is presented, consisting of duration machine MTS 858 MiniBionix together with original (designed and manufactured) particular hydraulic shafts. Environmental chamber MTS 651 was also adapted. Videoextensometer ME 46 manufactured by MESSPHYSIK was used to determine the translocation of the measurement section. The ME 46 videoextensometer allows for contactless translocation measurement and tracking of “on-line” measurements on computer screen. This may be used in wide range of research, allowing for choice of measurement base. Series of research involving monotonic stretching of aluminum EN-AW 2024 samples in temperature of 20°C, 150°C, 150°C and 200°C was also undertaken in order to determine resilient-plastic properties of the material, particularly the strengthening curve. Research was also undertaken in order to check and compare operation of videoextensometer and traditional axial extensometer.

Pracę wykonano w ramach grantu N N501 12 05 36 zrealizowanego w Politechnice Białostockiej, finansowanego w latach 2009 – 2012 ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

## OPTYMALIZACJA MODELU STANOWISKA PRACY Z WYKORZYSTANIEM INŻYNIERII ODWROTNEJ (RE)

Bartłomiej BĘDKOWSKI\*, Jerzy MADEJ\*\*

\*Branżowy Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Maszyn Elektrycznych KOMEL, Al. Roździeńskiego 188, 40-203 Katowice

\*\*Katedra Podstaw Budowy Maszyn, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki, Akademia Techniczno-Humanistyczna,  
ul. Willowa 2, 43-309 Bielsko-Biała

[b.bedkowski@komel.katowice.pl](mailto:b.bedkowski@komel.katowice.pl), [juma@ath.bielsko.pl](mailto:juma@ath.bielsko.pl)

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono proces tworzenia cyfrowego modelu rzeczywistego stanowiska pracy. Proces ten oparto o technologię Inżynierii Odwrotnej. Rzeczywiste stanowisko poddano wielkoformatowemu skanowaniu za pomocą specjalnego skanera. W oparciu o uzyskaną w procesie skanowania „chmurę” punktów opracowano przestrzenny model cyfrowy, odzwierciedlający dokładnie istniejące miejsce pracy. Model ten poddano modyfikacji i analizie ergonomicznej w programie CATIA uzyskując najbardziej optymalny wariant stanowiska.

### 1. WPROWADZENIE

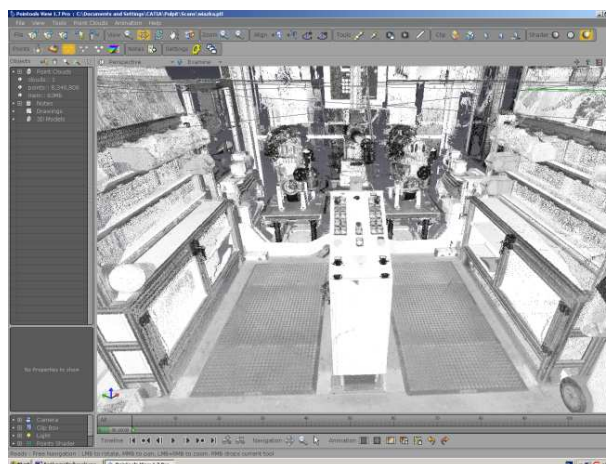
W niniejszym artykule przedstawiono możliwości w zakresie optymalizacji istniejących stanowisk pracy przy zastosowaniu Inżynierii Odwrotnej. Ponieważ odpowiednio stworzone stanowisko poprawia komfort, bezpieczeństwo oraz wydajność pracy opracowano już wiele technik i narzędzi do ergonomicznego projektowania stanowisk pracy. W wielu pracach przedstawiono techniki oparte o bazy danych antropometrycznych (wykorzystujące graniczne wymiary ciała użytkowników do określenia niezbędnej przestrzeni roboczej), makietowanie, programy komputerowe typu CAD (wykorzystujące cyfrowe modele człowieka), programy komputerowe tworzące projekty w przestrzeni wirtualnej (Clark i Corlett, 1984; Garnik, 2000; Mast i Berg, 1997; Myrcha i inni, 2004). W pracy (Liptak i Matuszek, 2009) przedstawiono możliwości modułów programu CATIA specjalizujących się w analizie ergonomicznej, wykorzystanych również w tym artykule. Inżynieria Odwrotna stanowi doskonałe narzędzie umożliwiające wejście do systemu CAD. Stosowana dotychczas głównie w celu doskonalenia konstrukcji poprzez digitalizację powierzchni odpowiednio przygotowanego modelu rzeczywistego. Opracowanie na jej podstawie cyfrowego modelu bryłowego i dowolnej jego modyfikacji (Cała, 2005; Wyleżał, 2006). Coraz częściej znajduje też zastosowanie do przygotowania i przyspieszenia procesu produkcji. Bywa też używana do optymalizacji istniejących stanowisk pracy w oparciu o wielkoformatowe skanowanie przestrzeni skanerem 3D (Matuszek i inni, 2009).

Na podstawie danych uzyskanych za pośrednictwem skanera przestrzennego w postaci „chmury” punktów utworzono w przestrzeni trójwymiarowej cyfrowy model istniejącego stanowiska roboczego do montażu wiązki elektrycznej silnika spalinowego w przedsiębiorstwie certyfikowanym pod względem zgodności z normami jakości, ochrony środowiska i bezpieczeństwa pracy (ISO TS 16949, ISO 14001 i PN-N-18801). Następnie przy użyciu programu

CATIA model ten poddano analizie i modyfikacjom, zmierzającym do uzyskania stanowiska optymalnego pod względem ergonomii. Usprawnione stanowisko poddano analizie statycznej i ocenie punktowej w celu zweryfikowania przydatności wprowadzonych zmian.

### 2. MODELOWANIE STANOWISKA

W badaniach został użyty skaner FARO LS 880. Skaner ten charakteryzuje się bardzo dużym zakresem skanowania – 360° w poziomie oraz 320° w pionie. Długość fali promienia lasera wynosi 785 nm. Pomiar odległości oparty jest o przesunięcie fazowe. Częstotliwość ta pozwala na relatywnie krótki czas skanowania, który w typowych zastosowaniach niewymagających stosowania pełnej rozdzielczości, wynosi około 7 minut. Wiązka lasera załamywana jest na obracającym się lustrze i omiata otoczenie, następnie po odbiciu od przedmiotu wraca do odbiornika i na tej podstawie wyznaczane jest położenie punktu w przestrzeni (współrzędne XYZ).



Rys. 1. Stanowisko otrzymane w wyniku skanowania

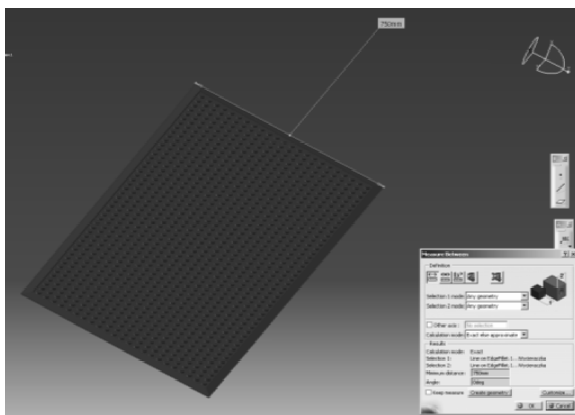
Podczas akwizycji danych zeskanowano całą powierzchnię hali produkcyjnej. Skany przeprowadzono w kilku punktach hali, następnie zaimportowano zeskanowane „chmury” punktów do programu *Pointools View Pro*, który umożliwia operowanie bardzo dużymi „chmurami” punktów. Połączenie skanów było możliwe dzięki zastosowaniu kul referencyjnych widocznych np. na regale na Rys. 1. Ostatecznie akwizycja i obróbka danych doprowadziła do wydzielenia jednego rzeczywistego stanowiska (Rys. 1) i zamodelowania jego cyfrowego odpowiednika



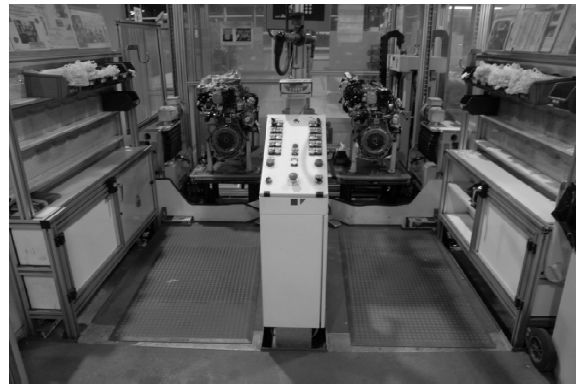
Rys. 2. Pomiary w programie *Pointools View Pro*

Modelowanie stanowiska przebiegało następująco. W pierwszej fazie dokonywano pomiarów na „chmurze” punktów poszczególnych elementów składowych stanowiska. Na Rys. 2 przedstawiono przykład pomiaru wycieraczki w programie *Pointools View Pro*. W kolejnym etapie, w programie do modelowania bryłowego *CATIA*, zgodnie ze zmierzonymi wymiarami, tworzono cyfrowe odpowiedniki elementów stanowiska. Rys. 3 przedstawia zamodelowaną zgodnie z wymiarami uzyskanymi z „chmury” punktów wycieraczkę. Po takim zamodelowaniu wszystkich elementów dokonano ich złożenia i utworzono kompletny model stanowiska.

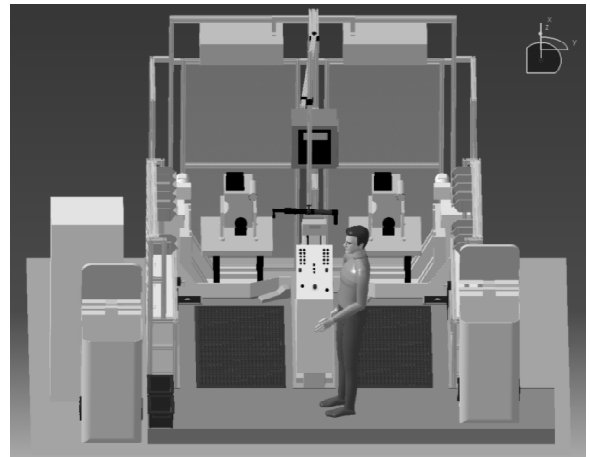
Przybliżone wcześniej etapy i ich efekty przedstawiają Rys. 1 – 3 i 5. Na Rys. 4 pokazano zdjęcie rzeczywistego stanowiska wybranego do badań. Rys. 1 przedstawia już obrobioną „chmurę” punktów powstałą w wyniku skanowania tego stanowiska. Rys. 2 – 3 zawierają etap pomiarów i modelowania. Natomiast rysunek 5 zawiera opracowany cyfrowy model w programie *CATIA*.



Rys. 3. Model wycieraczki wykonany w programie *CATIA*



Rys. 4. Zdjęcie rzeczywistego stanowiska



Rys. 5. Model stanowiska wykonany w programie *CATIA*

### 3. ANALIZA FUNKCJONOWANIA I PROJEKT USPRAWNINIENIA STANOWISKA PRACY Z WYKORZYSTANIEM PROGRAMU *CATIA*

#### 3.1. Analiza funkcjonowania stanowiska pracy

Na zamodelowanym stanowisku pracy prowadzony jest montaż wiązki elektrycznej silnika spalinowego. Za pomocą linii transportowej silnik wraz z zapakowaną wiązką jest dostarczany na stanowisko, na którym pracownik rozpakowuje leżącą na silniku wiązkę, wyrzuca folię do stojącego na stanowisku kosza i układa wiązkę na silniku. W celu ułatwienia montażu silnik umieszczony jest na obrotowej platformie sterowanej przez pracownika. Wiązka jest montowana do silnika najpierw za pomocą wkrętaka ręcznego i dokręcana za pomocą elektrycznego wkrętaka umieszczonego na ruchomym ramieniu a w końcowej fazie jest spinana zaciskowymi opaskami. Opaski są pobierane przez pracownika ze skrzynek umiejscowionych na regale i skrzyń leżących na podłodze. Po ukończeniu montażu jednego silnika pracownik przechodzi na drugą stronę stanowiska i przeprowadza ponownie montaż na drugim silniku. Wykonywane przez pracownika czynności są cykliczne i nawet najdrobniejsza poprawa organizacji stanowiska pracy ma ogromny wpływ na cały przebieg jego pracy i samopoczucie fizyczne, dlatego zdecydowano się na przeprowadzenie analizy jego funkcjonowania.

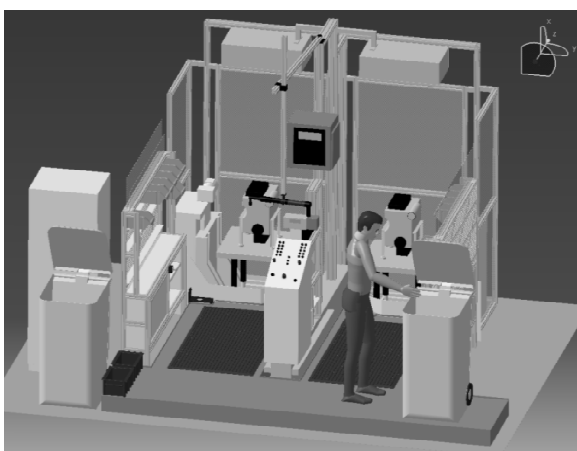
### 3.2. Propozycje usprawnienia istniejącego stanowiska pracy

Analiza stanowiska pracy pozwala stwierdzić, że najwięcej czasu pracownikowi poruszanie się po stanowisku w celu wyrzucenia folii, w której zapakowane są wiązki oraz pobór opasek zaciskowych znajdujących się w skrzynkach, stąd propozycje zmian dotyczą głównie zapewnienia optymalnego dostępu do wykorzystywanych podczas montażu elementów. Zaproponowano, zatem wprowadzenie usprawnień polegających na przesunięciu kosza, przesunięciu skrzynek na środkową półkę regału i przełożeniu skrzyń, leżących wcześniej na podłodze na stół.

Analiza proponowanych usprawnień została przeprowadzona z wykorzystaniem modułu do analizy ergonomicznej *Ergonomics Design&Analysis* programu *CATIA*, w oparciu o utworzony wirtualny model pracownika i ocenę jego obciążenia podczas wykonywania pracy przed i po modyfikacji. Model pracownika utworzony w module *Human Measurements Editor* programu *CATIA* zakłada, że na stanowisku pracują wyłącznie mężczyźni, gdyż ułożenie sztywnej wiązki wymaga użycia dość dużej siły fizycznej. Charakterystyczne dane fizyczne pracownika wygenerowane zostały w oparciu o 50 – percentyl. Po utworzeniu modelu pracownika i określeniu jego cech motorycznych, została przeprowadzona analiza punktowa postawy pracownika podczas wykonywania pracy przy elementach stanowiska, które zostaną poddane modyfikacji. Dzięki temu można dokonać oceny stopnia przydatności danego usprawnienia, w oparciu o porównanie wyników analizy punktowej postawy pracownika przed i po modyfikacji oraz podjąć decyzję o wprowadzeniu danej zmiany.

### 3.3. Analiza ustawień początkowych

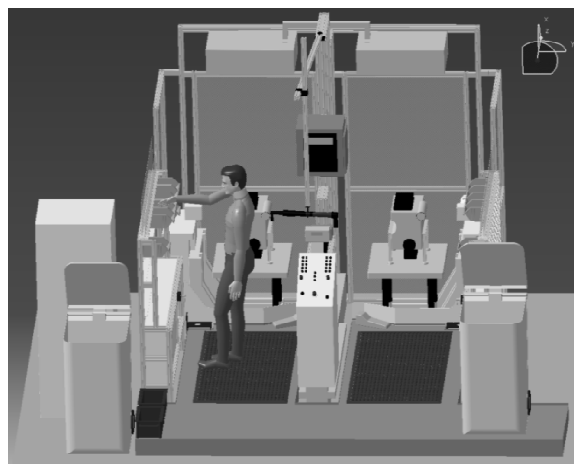
Na wstępie, przed wprowadzeniem zmian, poddano punktowej analizie statycznej pozycję pracownika podczas wyrzucania folii do kosza (Rys. 6 – 7) i podczas pobierania materiału ze skrzynek (Rys. 8 – 9), oraz (Rys. 10 – 11).



Rys. 6. Pozycja pracownika przy koszu przed usprawnieniem stanowiska

Display		Hand filter	
<input checked="" type="radio"/> List	<input type="radio"/> Chart	<input checked="" type="radio"/> Whole Hand	<input type="radio"/> Separat
Segments	Side	Result (%)	
All (all DOF)		96,4	
All		96,4	
Selected			
Favorite			
Other			
Lumbar (Spine)		100,0	
Thoracic (Spine)		98,6	
Neck		100,0	
Thigh	L	100,0	
	R	100,0	
Leg	L	100,0	
	R	100,0	
Foot	L	100,0	
	R	100,0	
Clavicular	L	100,0	
	R	57,1	
Arm	L	100,0	
	R	100,0	
ForeArm	L	99,9	
	R	91,2	
Whole Hand	L	100,0	
	R	80,8	

Rys. 7. Raport (średni) - analiza punktowa pozycji pracownika przy koszu przed usprawnieniem stanowiska



Rys. 8. Pozycja pracownika przy skrzynkach przed usprawnieniem stanowiska

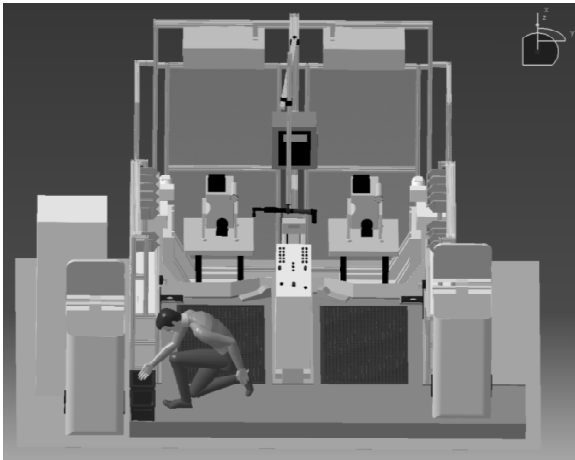
Display		Hand filter	
<input checked="" type="radio"/> List	<input type="radio"/> Chart	<input checked="" type="radio"/> Whole Hand	<input type="radio"/> Separat
Segments	Side	Result (%)	
All (all DOF)		96,2	
All		96,2	
Selected			
Favorite			
Other			
Lumbar (Spine)		100,0	
Thoracic (Spine)		98,6	
Neck		100,0	
Thigh	L	100,0	
	R	100,0	
Leg	L	100,0	
	R	100,0	
Foot	L	100,0	
	R	100,0	
Clavicular	L	100,0	
	R	57,1	
Arm	L	100,0	
	R	97,5	
ForeArm	L	99,9	
	R	91,2	
Whole Hand	L	100,0	
	R	80,8	

Rys. 9. Raport (średni) – analiza punktowa pozycji pracownika przy skrzynkach przed usprawnieniem stanowiska

Szczegółowe raporty analiz wykonanych dla poszczególnych czynności wskazują dokładnie na miejsca największe

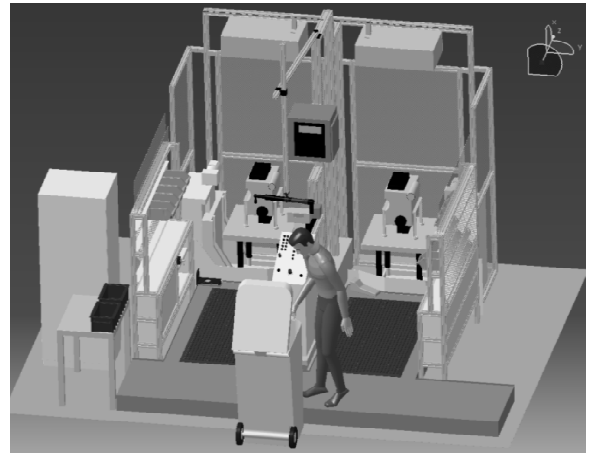


szego obciążenia biomechanicznego pracownika, którym odpowiada najniższy wynik procentowy. Na ich podstawie można zaproponować usprawnienia zmniejszające obciążenie pracownika podczas wykonywanej czynności poprawiając komfort i wydajność jego pracy.



Rys. 10. Pozycja pracownika przy skrzyniach ustawionych na podłodze przed usprawnieniem stanowiska

pracy ma usytuowanie skrzynek na niższej półce, co potwierdza wynik analizy 97,6% po modyfikacji w stosunku do 96,2% przed modyfikacją.



Rys. 12. Pozycja pracownika przy koszu po usprawnieniu stanowiska

Display		Hand filter	
<input checked="" type="radio"/> List	<input type="radio"/> Chart	<input checked="" type="radio"/> Whole Hand	<input type="radio"/> Separat
Segments	Side	Result (%)	
All (all DOF)		85,6	
All		85,6	
Selected			
Favorite			
Other			
Lumbar (Spine)		66,7	
Thoracic (Spine)		66,7	
Neck		98,4	
Thigh	L	77,8	
	R	97,6	
Leg	L	68,4	
	R	58,3	
Foot	L	86,2	
	R	100,0	
Clavicular	L	100,0	
	R	94,8	
Arm	L	100,0	
	R	78,1	
ForeArm	L	89,6	
	R	99,2	
Whole Hand	L	100,0	
	R	80,8	

Rys. 11. Raport (średni) - analiza punktowa pozycji pracownika przy skrzyniach ustawionych na podłodze przed usprawnieniem stanowiska

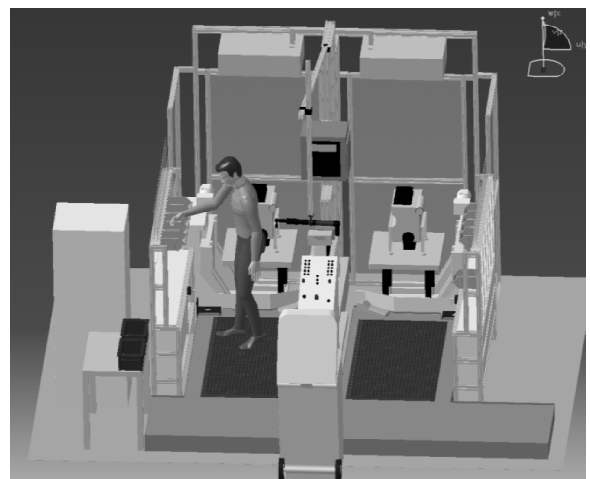
Display		Hand filter	
<input checked="" type="radio"/> List	<input type="radio"/> Chart	<input checked="" type="radio"/> Whole Hand	<input type="radio"/> Separat
Segments	Side	Result (%)	
All (all DOF)		97,8	
All		97,8	
Selected			
Favorite			
Other			
Lumbar (Spine)		96,7	
Thoracic (Spine)		97,9	
Neck		99,6	
Thigh	L	100,0	
	R	100,0	
Leg	L	100,0	
	R	100,0	
Foot	L	100,0	
	R	100,0	
Clavicular	L	100,0	
	R	100,0	
Arm	L	100,0	
	R	95,2	
ForeArm	L	100,0	
	R	78,6	
Whole Hand	L	100,0	
	R	91,4	

Rys. 13. Raport (średni) - analiza punktowa pozycji pracownika przy koszu po usprawnieniu stanowiska

### 3.4. Analiza punktowa stanowiska po modyfikacjach

Pierwsza modyfikacja polegająca na przesunięciu kosza na środek stanowiska i zestawieniu go z podestu (Rys. 12) zapewniła pracownikowi krótszą do niego drogę podczas pracy i lepszy dostęp. Raport z analizy przeprowadzonej po zmianie pozycji kosza na stanowisku (Rys. 13) potwierdza zaletę wprowadzenia takiego rozwiązania, o czym świadczy ocena postawy pracownika na 97,8% po modyfikacji, w porównaniu z wynikiem 96,4 % przed wprowadzeniem zmiany.

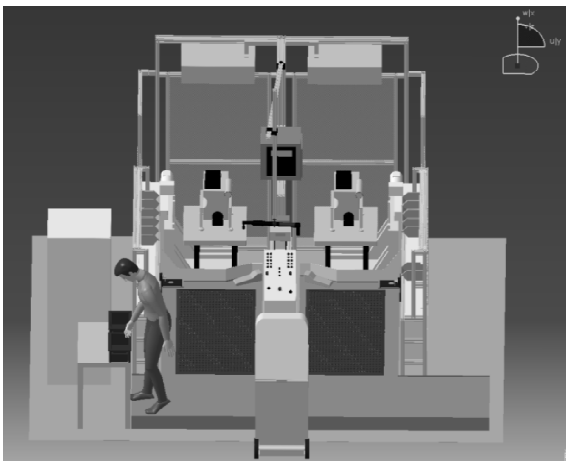
Pozycję pracownika przy poborze opasek zaciskowych po usprawnieniu stanowiska przedstawiono na Rys. 14 a raport z analizy przeprowadzonej dla tej pozycji ilustruje Rys. 15. Raport wskazuje, że istotny wpływ na komfort



Rys. 14. Pozycja pracownika przy skrzynkach po usprawnieniu stanowiska

Display		Hand filter	
<input checked="" type="radio"/> List	<input type="radio"/> Chart	<input checked="" type="radio"/> Whole Hand	<input type="radio"/> Separ
Segments	Side	Result (%)	
All (all DOF)		97,6	
All		97,6	
Selected			
Favorite			
Other			
Lumbar (Spine)		100,0	
Thoracic (Spine)		99,7	
Neck		100,0	
Thigh	L	100,0	
	R	100,0	
Leg	L	100,0	
	R	100,0	
Foot	L	100,0	
	R	100,0	
Clavicular	L	100,0	
	R	91,9	
Arm	L	100,0	
	R	91,5	
ForeArm	L	100,0	
	R	81,2	
Whole Hand	L	100,0	
	R	91,4	

Rys. 15. Raport (średni) - analiza punktowa pozycji pracownika przy skrzynkach po usprawnieniu stanowiska



Rys. 16. Pozycja pracownika przy skrzynkach ustawionych na stole po usprawnieniu stanowiska

Display		Hand filter	
<input checked="" type="radio"/> List	<input type="radio"/> Chart	<input checked="" type="radio"/> Whole Hand	<input type="radio"/> Separ
Segments	Side	Result (%)	
All (all DOF)		96,1	
All		96,1	
Selected			
Favorite			
Other			
Lumbar (Spine)		96,7	
Thoracic (Spine)		87,7	
Neck		84,8	
Thigh	L	100,0	
	R	100,0	
Leg	L	100,0	
	R	100,0	
Foot	L	100,0	
	R	100,0	
Clavicular	L	100,0	
	R	100,0	
Arm	L	100,0	
	R	95,2	
ForeArm	L	100,0	
	R	81,8	
Whole Hand	L	100,0	
	R	91,4	

Rys. 17. Raport (średni) - analiza punktowa pozycji pracownika przy skrzynkach ustawionych na stole po usprawnieniu stanowiska

Modyfikacja położenia skrzyń polegająca na umieszczeniu ich na stole (Rys. 16), dzięki czemu pracownik

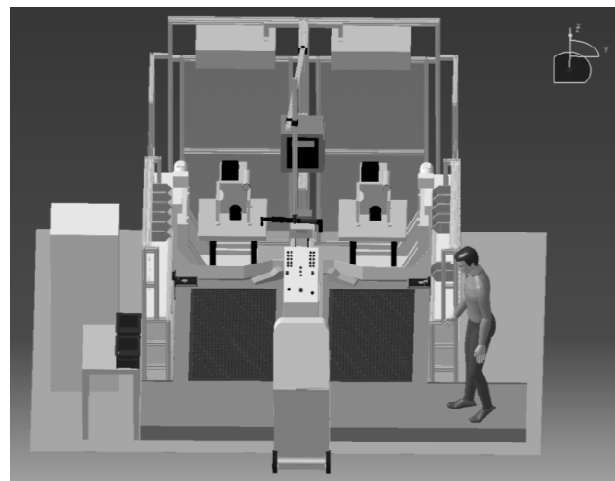
nie musi kucać, aby pobrać przedmioty ze skrzyń, w znacznym stopniu poprawia to komfort pracy. Raport analizy stanowiska po modyfikacji położenia skrzyń (Rys. 17) wskazuje, że pozycja pracownika uległa znaczącej poprawie. Osiągnięte 96,1% po modyfikacji w stosunku do 85,6% przed modyfikacją świadczy o celowości wprowadzenia takiego udogodnienia. Z porównania raportów przed modyfikacją i po jej wykonaniu wyraźnie widać, że położenie kończyn, a zwłaszcza kręgosłupa i nóg jest dużo lepsze, o czym świadczą wyniki procentowe.

#### 4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W Tab. 1 zebrano wyniki usprawnień w postaci oceny punktowej przed i po modyfikacji modelu stanowiska. Wyniki przedstawione są w % a 100% oznacza maksymalną ilość punktów, co jest równoznaczne z osiągnięciem przez pracownika najdogodniejszej postawy jego ciała, zapewniającej najmniejsze obciążenie fizyczne mięśni i układu kostnego. Analizując wartości procentowe oceny postawy pracownika przed i po usprawnieniach wynika, że wszystkie modyfikacje przyniosły pozytywny efekt, i mogą być wprowadzone na rzeczywistym stanowisku.

Tab. 1. Zestawienie oceny zmian stanowiska

Usprawnienie	Wynik oceny przed zmianą [%]	Wynik oceny po zmianie [%]
Przesunięcie kosza	96,4	97,8
Przesunięcie skrzynek	96,2	97,6
Przesunięcie skrzyń	85,6	96,1



Rys. 18. Model stanowiska zawierający wprowadzone usprawnienia

Po przeprowadzonej analizie i ocenie wprowadzonych propozycji zmian na stanowisku został opracowany jego finalny model przedstawiony na Rys. 18, uwzględniający wszystkie zmiany, które umożliwiły skrócenie drogi poruszania się pracownika podczas wykonywania pracy, a także poprawiły komfort jego pracy poprzez dogodniejsze rozmieszczenie elementów wyposażenia stanowiska. Zmiany te powinny zostać wdrożone na rzeczywistym stanowisku.

Dodatkowo w programie *CATIA* można także przeprowadzić analizy dynamiczne obciążeń podczas wykonywania pracy, jednak w tym przypadku ograniczono się jedynie do wstępnej analizy punktowej, która i tak dała wymierne korzyści.

## 5. WNIOSKI KOŃCOWE

Zastosowanie Inżynierii Odwrotnej w procesie analizy funkcjonowania i modelowania stanowisk pracy, a zwłaszcza użycie w tym procesie skanerów 3D znacznie przyspiesza i ułatwia proces tworzenia cyfrowego modelu stanowiska pracy. Akwizycja danych trwa bardzo krótko, bo zaledwie od kilku do kilkunastu minut, a rezultatem jest „chmura” punktów uporządkowanych w przestrzeni. Z punktów tych można wyznaczyć wszystkie niezbędne wymiary potrzebne do modelowania stanowiska. Utworzony model można dowolnie modyfikować, a przy wykorzystaniu narzędzi do analizy ergonomicznej, można dostosować do określonych wymagań pracowników. Metoda będzie z pewnością coraz częściej stosowana i wraz z rozwojem możliwości skanerów 3D, sprzętu komputerowego i oprogramowania, proces ten zostanie prawdopodobnie całkowicie zautomatyzowany. Zastosowanie prezentowanej technologii staje się w przemyśle coraz powszechniejsze i zapewnia wymierne korzyści finansowe poprzez zwiększenie wydajności i jakości pracy.

## LITERATURA

1. **Cała M.** (2005), *CATIA V5 – od koncepcji wyrobu do gotowej formy. Oprogramowanie dla inżynierii mechanicznej*, 14-18.
2. **Clark T. S., Corlett E. N.** (1984), *The Ergonomics Of Workspaces and Machines. A Design Manual*, Taylor and Francis, London.
3. **Garnik I.** (2000), *Metody ergonomicznego projektowania przestrzeni stanowisk pracy. Wybrane metody ergonomii i nauki o eksploatacji*, Red. O. Downarowicz, Gdańsk, 73-82.
4. **Liptak A., Matuszek J.** (2009), *CATIA V5 – Projektowanie i analiza ergonomiczna stanowisk pracy*, *Zeszyty Naukowe ATH*, 55-58.
5. **Mast C., Berg M.** (1997), *Prototyping of Supermarket Designs using Virtual Reality*. Pemberton S. (Ed) *Proceedings CHI97 Looking to the Future (extended Abstracts)*, ACM Press New York, 321-322.
6. **Matuszek J., Gregor M., Kurczyk D.** (2009), *Zastosowanie wielkofarmatowego skanowania obiektów przemysłowych w procesach przygotowania produkcji*, Konferencja KZZ Zakopane.
7. **Myrcha K., Kalwasiński D., Skoniecki A.** (2004), *Modelowanie komputerowe w celu profilaktyki zagrożeń mechanicznych*, *Przegląd mechaniczny*, 63, 24-26.
8. **Wyleżał M.** (2006), *Inżynieria odwrotna w doskonaleniu konstrukcji*, *Modelowanie inżynierskie*, 32, 485-490.

### THE OPTIMIZATION OF THE WORKPLACE WITH THE USE OF REVERSE ENGINEERING (RE)

**Abstract:** In the article, the process of creating digital model of real workplace is presented. The process is based on Reverse Engineering technology. The existing workplace was scanned, and on the basis of achieved point cloud, the spatial digital model has been worked out. What is more, the modification and ergonomic analysis of the model in *CATIA* program is provided.

## EKSPERYMENTALNA ANALIZA TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ KRZYŻOWYCH ZŁĄCZY SPAWANYCH W ODNIESIENIU DO WIELKOŚCI ELEMENTU

Lukasz BLACHA\*, Aleksander KAROLCZUK\*, Robert BAŃSKI\*\*, Przemysław STASIUK\*\*\*

\*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny,  
Politechnika Opolska, ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole,

\*\*Katedra Materiałoznawstwa i Technologii Bezwiórowych, Wydział Mechaniczny,  
Politechnika Opolska, ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole

\*\*\*Firma KAES, ul. Bukowa 4, 46-040 Ozimek

[l.blacha@doktorant.po.opole.pl](mailto:l.blacha@doktorant.po.opole.pl), [a.karolczuk@po.opole.pl](mailto:a.karolczuk@po.opole.pl), [r.banski@po.opole.pl](mailto:r.banski@po.opole.pl), [przemyslaw.stasiuk@wp.pl](mailto:przemyslaw.stasiuk@wp.pl)

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono wyniki eksperymentalnych badań zmęczeniowych krzyżowych złączy spawanych. Badane elementy obciążano jednoosiową siłą zmienną: rozciąganie-ściskanie o cyklu wahadłowym. Kształt i wymiary badanych próbek dobrano tak, aby możliwe było porównanie dwóch charakterystyk zmęczeniowych typu  $\sigma_{mn}-N_f$  w celu określenia efektu skali. Jedną z charakterystyk otrzymano na podstawie badań własnych. Drugą charakterystykę zmęczeniową, dotyczącą elementów spawanych o kilkukrotnie większych rozmiarach, otrzymano na podstawie wyników zamieszczonych w opublikowanych pracach innych autorów. Na podstawie analiz wyznaczono parametr symulujący efekt skali.

### 1. WPROWADZENIE

Wpływ wielkości elementu na trwałość zmęczeniową może być wyjaśniany większym prawdopodobieństwem wystąpienia krytycznej wady materiałowej, wpływającej na trwałość danego elementu, wraz ze zwiększaniem się objętości materiału i nazywany jest efektem skali (Kocańda i Szala, 1997). Szczególnie istotnym jest badanie efektu skali w złączach spawanych, charakteryzujących się znaczną niejednorodnością struktury. Wpływ wielkości złącza spawanego wyrażony długością spoiny widoczny jest w badaniach wielu autorów (Chiofalo i inni, 2007; Kihl i Sarkani, 1997; Park i Miki, 2007; Xiao i Yamada, 2004).

Do celów niniejszej pracy należy przedstawienie wyników badań przeprowadzonych dla elementów spawanych w postaci płyty stalowej z przyspawanymi dwoma poprzecznymi żebrami. Tak wykonane próbki poddano obciążeniom cyklicznym o charakterze wahadłowego rozciągania-ściskania. Przeprowadzone badania pozwoliły na otrzymanie charakterystyki zmęczeniowej i porównanie jej z dotychczas opublikowanymi wynikami badań zmęczeniowych przeprowadzonych dla złączy o zbliżonej geometrii, ale różniących się wymiarami. Porównanie umożliwiło zaobserwowanie wpływu efektu skali na trwałość zmęczeniową w przypadku elementów spawanych z żebrami poprzecznymi.

### 2. PRÓBKI WYKORZYSTANE DO BADAŃ

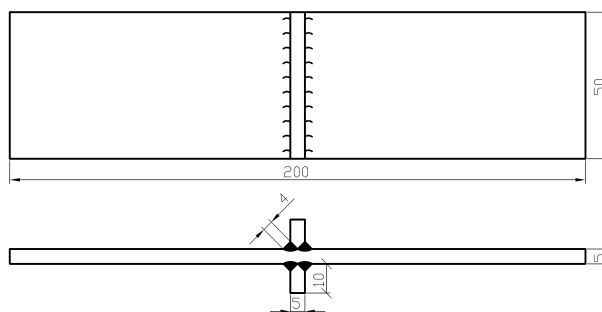
#### 2.1. Wykonanie próbek

Badane próbki wykonane zostały ze stali S355J2 w stanie normalizowanym o składzie chemicznym przedstawionym w tabeli 1 przez wstępne cięcie plazmowe płyty

(wzdłuż kierunku walcowania) o grubości 5 mm na długość 1300 mm i szerokość 60 mm a następnie cięte na wymaganą długość. Kształt i wymiary próbki przedstawiono na Rys. 1. Spawanie wykonano metodą MAG w osłonie mieszanki Ar (92%) i CO<sub>2</sub> (8%), przez jedną osobę, w jednym procesie. Po spawaniu powierzchnie boczne poddano frezowaniu na wymiar 50 mm. Złącze spawane charakteryzowało się pełnym przetopem żeber. Do badań wykorzystano próbki bez obróbki ujednorodniającej. Kształt próbki oraz materiał rodzimy dobrano identycznie jak próbki zastosowane w badaniach Sonsino (Sonsino i inni, 1999).

Tab. 1. Skład chemiczny stali S355J2 (EN 10025-2: 2004)

Pierwiastek chem.:	C	Si	Mn	P	S	Cu
Maks. zawartość, %:	0,22	0,55	1,60	0,03	0,03	0,55

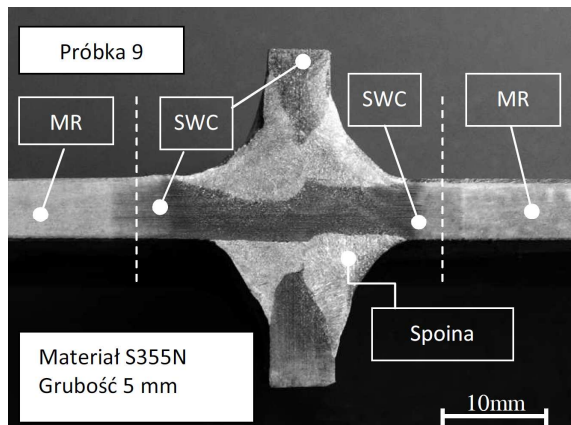


Rys. 1. Kształt i wymiary badanych próbek

#### 2.2. Badania strukturalne

Dla wybranej próbki przeprowadzono metalograficzne badania makro- oraz mikroskopowe, a także określono

rozkład umocnienia złącza przy pomocy pomiarów mikro-twardości w strefie wpływu ciepła (SWC), w złączu oraz materiale rodzimym (MR).



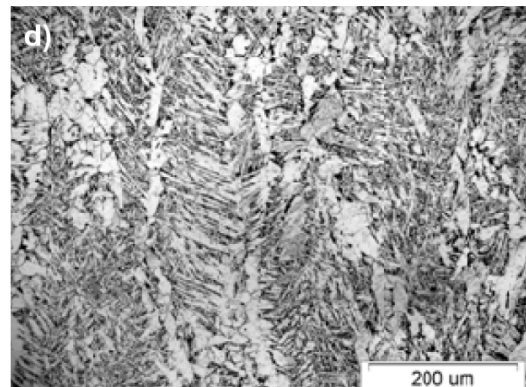
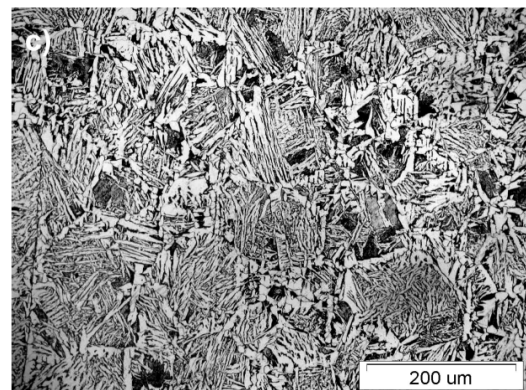
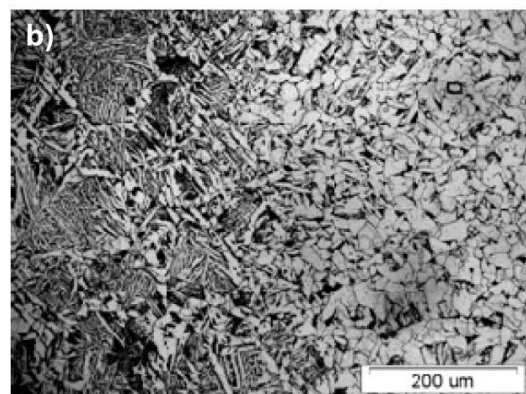
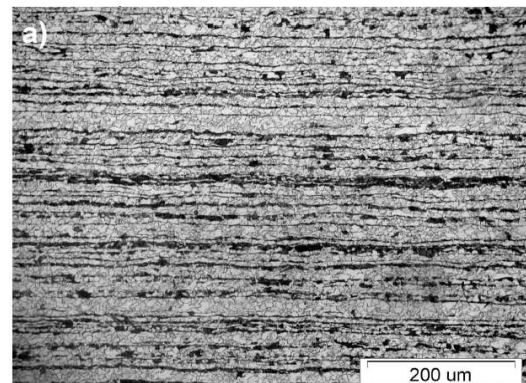
Rys. 2. Makrostruktura materiałowa w otoczeniu spoiny, gdzie: MR – materiał rodzimy, SWC – strefa wpływu ciepła

Na Rys. 2 przedstawiono makrostrukturę złącza, uwiidocznioną po trawieniu odczynnikami Adlera. Na rysunku zaznaczono zakres występowania strefy wpływu ciepła i materiału o niezmienionej strukturze, a tym samym i właściwościach. W złączu nie ujawniono wad w skali makro, a w grani uzyskano pełny przetop. Ze względu na niewielką grubość spawanego materiału strefa wpływu ciepła obserwowana jest na całym przekroju spawanej blachy.

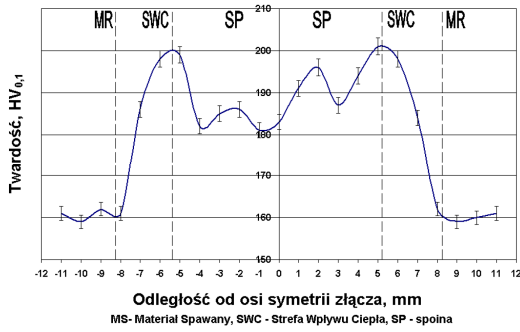
Ocenę wewnętrznej budowy złącza na podstawie badań makroskopowych przeprowadzono zgodnie z normą PN-EN 1321. Badania mikrostrukturalne złącza prowadzono na mikroskopie optycznym Olympus IX70. Obserwacje obejmowały zarówno strefę wylwu ciepła jak i materiał rodzimy oraz spoinę, co przedstawiono na Rys. 3. Spawany materiał to stal niskowęglowa o strukturze ferrytyczno-perlitycznej z charakterystycznym pasmowym ułożeniem dla obróbki plastycznej na zimno (Rys. 3a). Dla złącza wykonanego z takiego materiału w strefie wpływu ciepła wystąpiły typowe obszary tj. strefa rekrytalizacji ( $500^{\circ}\text{C}-\text{Ac}_1$ ), strefa normalizowania ( $\text{Ac}_1-\text{Ac}_3$ ), strefa przegrzania (powyżej  $1100^{\circ}\text{C}$ ) oraz strefa wtopienia. W obszarze przegrzania nastąpił znaczny rozrost ziarna. Obszar ten posiada budowę w układzie Widmannstättena z iglastymi wydzieleniami ferrytu (Rys. 3c). Spoina ze względu na ułożenie w jednym przejściu posiada budowę grubokryształiczną – dendrytyczną (Rys. 3d). Przejście ze strefy normalizowania do strefy przegrzania oraz proporcje zmiany wielkości ziaren przedstawiono na Rys. 3b.

Pomiary umocnienia złącza wykonano przy zastosowaniu metody Vickersa na mikrotwardościomierzu Leco AHT 2100 przy obciążeniu 100g. Badania mikrotwardości przeprowadzono zgodnie z normą PN-EN ISO 6507-1. Zbadany rozkład umocnienia złącza pokrywa się z obserwacjami struktury. Największy wzrost twardości występuje w obszarze przegrzaniem, a jej wartość wynosi ponad  $200\text{HV}_{0,1}$  i jest znacznie większa niż materiału rodzimego, dla którego twardość wynosi  $160\text{HV}_{0,1}$ . Twardość spoiny jest niejednorodna a jej wartość waha się w granicach od  $181\text{HV}_{0,1}$  do  $196\text{HV}_{0,1}$  co jest charakterystyczne dla materiałów lanych nie poddanych obróbce cieplnej

i również potwierdzone obserwacjami mikrostruktury. Strefa rekrytalizacji nie wykazała znacznego spadku umocnienia materiału rodzimego spowodowanego obróbką plastyczną na zimno i jej twardość była zbliżona do wartości dla materiału rodzimego.



Rys. 3. Mikrostruktura złącza, mikroskop optyczny pow. 200x, a) materiał rodzimy w układzie pasmowym ferrytu i perlitu, b) SWC – obszar normalizowania i przegrzania, c) strefa przegrzania ze strukturą Widmannstättena, d) spoina o strukturze dendrytycznej



**Rys. 4.** Rozkład mikrotwardości (umocnienia) złącza na przekroju poprzecznym złącza. Metoda Vickersa, obciążenie węgelnika 100g

### 2.3. Promień zaokrąglenia w linii wtopienia

Obecność spoiny w danej konstrukcji jest źródłem koncentracji naprężeń wynikającej między innymi z jej złożonego kształtu, w szczególności promienia zaokrąglenia  $\rho$  w linii wtopienia oraz kąta przejścia  $\alpha$ . Ze względu na technikę spawania, wartości promienia  $\rho$  cechują się pewnym rozrzutem statystycznym. W niniejszej pracy promień  $\rho$  oraz kąt  $\alpha$  zawarty między linią styczną do lica spoiny a linią styczną do powierzchni blachy wyznaczono przy zastosowaniu metod analizy obrazu cyfrowego. Skrócony tok postępowania dla oszacowania parametrów  $\rho$  i  $\alpha$  był następujący:

1. wykonanie odlewu lica spoiny przy zastosowaniu kleju silikonowego;
2. pocięcie odlewu w płaszczyznach prostopadłych do linii wtopienia (podziałka cięcia  $\sim 1$ mm);
3. skanowanie uzyskanych fragmentów w odcieniach szarości (0-255), z rozdzielczością 4800 dpi co daje maksymalną dokładność: 0,0053 mm/piksel;
4. filtracja obrazu w celu uzyskania krawędzi spoiny (Rys. 5);
5. identyfikacja linii stycznych do lica spoiny i blachy na podstawie regresji liniowej skrajnych 400 punktów obrazu (Rys. 5);
6. poszukiwanie okręgu stycznego do uzyskanych linii metodą najmniejszych kwadratów na podstawie estymatora  $E_r$ :

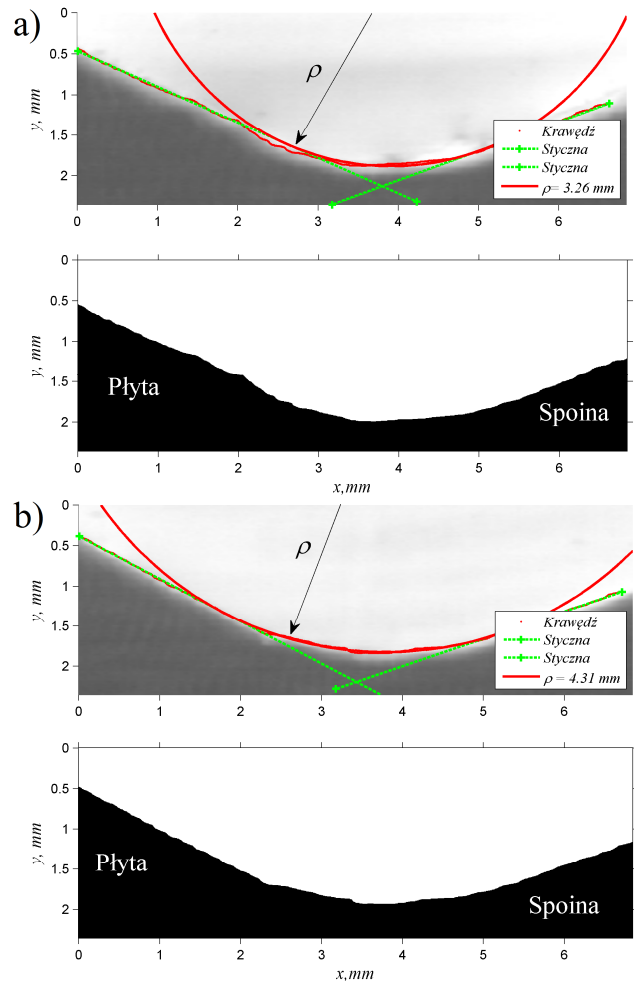
$$E_r = \sum_{i=1}^n (y_i^r - y_i^e)^2, \quad (1)$$

gdzie:  $y_i^r$  – zmierzona współrzędna  $y$  dla  $i$ -tego punktu,  $y_i^e$  – estymowana współrzędna  $y$  okręgu dla  $i$ -tego punktu,  $n$  – liczba punktów;

7. obliczenie promienia  $\rho$  oraz kąta  $\alpha$  zawartego między liniami stycznymi;
8. wyznaczenie estymatora jakości  $P$  średniego dopasowania według zależności;

$$P = \sqrt{\frac{E_r}{n}}, \quad (2)$$

9. obliczenie wartości średniej dla parametrów  $R$ ,  $\alpha$ ,  $P$  wraz z rozrzutem liczonym, jako jednokrotność odchylenia standardowego.



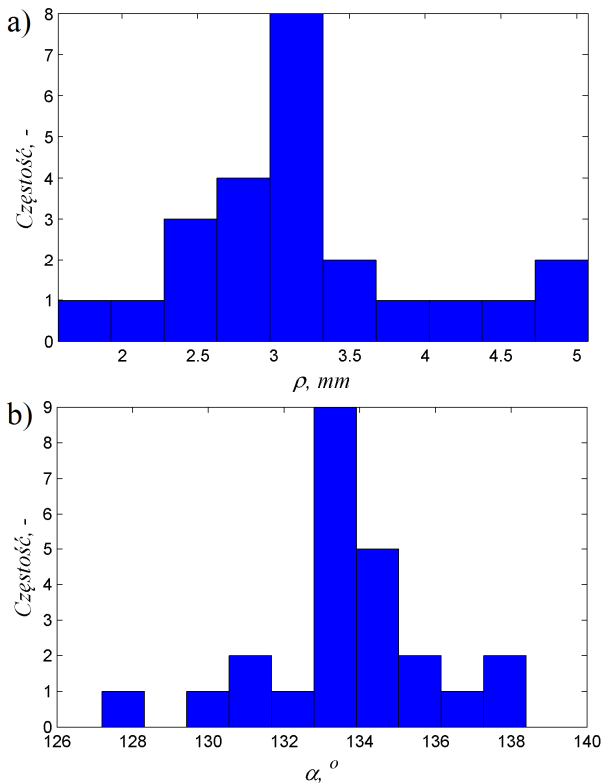
**Rys. 5.** Przykładowe zidentyfikowane zarysy krawędzi wokół linii wtopienia: a)  $\rho=3,26$  mm, b)  $\rho=4,31$  mm

**Tab. 2.** Wyniki pomiarów kształtu linii wtopienia spoin, gdzie:  $\rho_{min}$  – minimalna wartość promienia  $\rho$

$\bar{\rho}$ , mm	$\rho_{min}$ , mm	$\bar{\alpha}$ , °	$\bar{P}$ , mm	Liczba pomiarów
$3,2 \pm 0,82$	1,6	$133,5 \pm 2,3$	$0,026 \pm 0,015$	24

Wyniki pomiarów zamieszczono w Tab. 2. Przykładowe obrazy cyfrowe wraz z ustalonymi krawędziami zarysu linii wtopienia przedstawiono na Rys. 5.

W celu oszacowania błędu pomiaru z otrzymanych odlewów wycięto trzy prostopadłościennne płytki. Wymiary płytek zmierzono suwmiarką z dokładnością 0,02 mm. Następnie, przeprowadzono podobną analizę jak dla odlewów linii wtopienia spoiny. Na podstawie porównania otrzymanych wyników ustalono, że błąd bezwzględny pomiarów metodą analizy obrazu liczony jako pierwiastek z wartości średniokwadratowej odchyień wynosi 0,10 mm.



Rys. 6. Histogramy: (a) promienia zaokrąglenia  $\rho$ , (b) kąta  $\alpha$

### 3. BADANIA EKSPERYMENTALNE

#### 3.1. Opis badań

Badania zostały przeprowadzone na próbkach wykonanych ze stali S355J2, znajdującej szerokie zastosowanie we wszelkich konstrukcjach spawanych pracujących w ośrodkach atmosferycznych. Geometria próbek została przedstawiona na Rys. 1. Tego typu elementy spawane z zębem wzmacniającym spotkać można w literaturze anglojęzycznej pod nazwą "transverse stiffener".

Opisywane badania przeprowadzono z wykorzystaniem zmęczeniowej maszyny wytrzymałościowej SHM 250 produkcji VEB Leipzig, pracującej pod kontrolą systemu mechatronicznego zaprojektowanego na Politechnice Opolskiej (Kasprzyczak i Macha, 2007). Do każdej z badanych próbek przyłożono cykliczne obciążenie osiowe o wartości amplitudy naprężeń nominalnych  $\sigma_{an}$  niezmiennej przez cały okres trwania testów zmęczeniowych. Przyłożone obciążenie charakteryzowało się współczynnikiem asymetrii cyklu  $R$  równym  $-1$  (wahadłowe rozciąganie-ściskanie) i realizowane było na kilku różnych poziomach  $\sigma_{an}$  w celu opracowania charakterystyki zmęczeniowej. Przebiegi te miały wartość  $\sigma_{an}$  równą 80, 100 oraz 150 MPa przy częstotliwości  $f$  równej 20 Hz, za wyjątkiem poziomu  $\sigma_{an} = 80$  MPa; w tym przypadku  $f = 25$  Hz.

#### 3.2. Wyniki badań

Inicjacja pęknięcia zmęczeniowego wystąpiła na brzegu spoiny w strefie wpływu ciepła (Rys. 7). Propagacja pęknięcia miała miejsce wzdłuż brzegu spoiny, aż do osiągnię-

cia długości krytycznej i uzyskania przełomu doraźnego (Rys. 7).

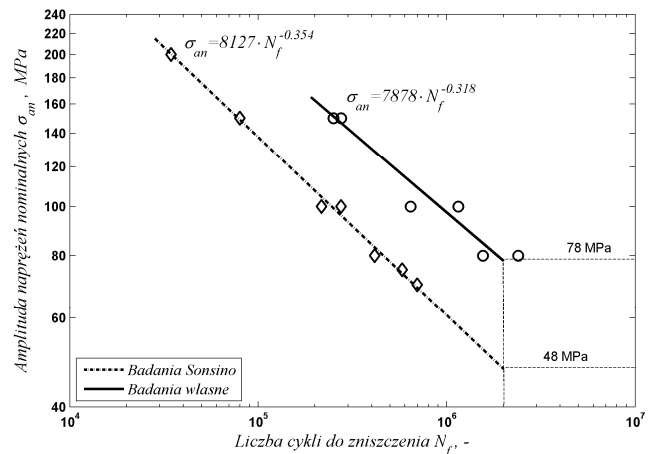
Lokalizacja pęknięcia jest uzasadniona ze względu na wysokie wartości rzeczywistego współczynnika koncentracji naprężeń (opisanego od strony teoretycznej między innymi przez Xiao i Yamadę, 2004), wyznaczonego między innymi przez Sonsino i innych (1999).



Rys. 7. Zdjęcia przełomu zmęczeniowego

Tab. 3. Wyniki badań zmęczeniowych

Nr próbki	$\sigma_{an}$ , MPa	$f$ , Hz	$N_f$ , cykli
1	80	25	2395820
2	80	25	1557420
3	100	20	1150270
4	100	20	644170
5	150	20	275410
6	150	20	250450



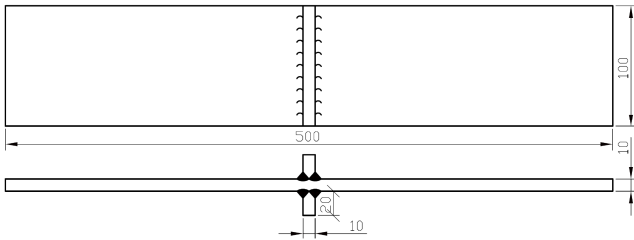
Rys. 8. Wyniki badań własnych oraz badań zespołu Sonsino (Sonsino i inni, 1999)

Eksperymentalne wartości liczby cykli do zniszczenia  $N_f$  przy danej wartości  $\sigma_{an}$  zamieszczone zostały w Tab. 3. Dane eksperymentalne (Tab. 3) zostały użyte do wyznaczenia parametrów charakterystyki zmęczeniowej typu:

$$\sigma_{an} = C \cdot N_f^b \tag{3}$$

gdzie:  $\sigma_{an}$  – amplituda naprężeń nominalnych,  $C$ ,  $b$  – parametry złącza. Otrzymaną charakterystykę zmęczeniową  $N_f - \sigma_{an}$  przedstawiono na Rys. 8. Otrzymana amplituda naprężenia  $\sigma_{an}$  dla  $2 \cdot 10^6$  cykli jest wartością obliczeniową

wyznaczoną w oparciu o równanie (3) i wynosi 78 MPa. Wyznaczone parametry  $C$  i  $b$  metodą najmniejszych kwadratów wynoszą odpowiednio:  $C = 7878$  MPa;  $b = -0,318$ .



Rys. 9. Kształt i wymiary próbek badanych przez zespół Sonsino (Sonsino i inni, 1999)

Wartości eksperymentalne będące wynikiem badań własnych zostały porównane do wyników badań Sonsino (Sonsino i inni, 1999), przeprowadzonych na próbkach różniących się wymiarami w stosunku do próbek z Rys. 1. Wymiary tych próbek przedstawiono na Rys. 9. Stałe równania (3) dla badań złączy o 4-krotnie większej objętości wynoszą odpowiednio:  $C = 8127$  MPa;  $b = -0,354$ . Amplituda naprężenia  $\sigma_{an}$  dla  $2 \cdot 10^6$  cykli wynosi 48 MPa (Rys. 8).

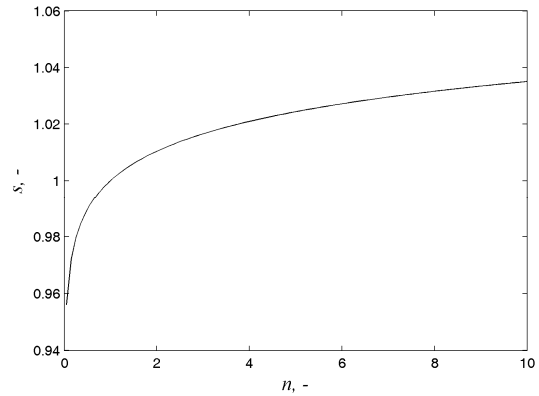
#### 4. WNIOSKI

Wyznaczone parametry  $b$  nachylenia charakterystyk zmęczeniowych (3) dla analizowanych wyników badań różniących się wielkością elementu są do siebie zbliżone. Pozwala to na wyznaczenie parametru wpływu efektu skali zaproponowanego w pracy (Karolczuk i Blacha, 2011):  $p = \log n / \log s$ , gdzie  $n=8$  (8-krotna większa objętość materiału złącza);  $s = \log(N(V)) / \log(N(n \cdot V))$  – iloraz logarytmów trwałości zmęczeniowej  $N$  dla tej samej amplitudy naprężenia  $\sigma_{an}$  ale elementów o różnej objętości. Postać zastosowanej charakterystyki zmęczeniowej (3) pozwala na wyznaczenie parametru  $s$  w postaci  $s = C(n \cdot V) / C(V)$ ; gdzie:  $C(n \cdot V)$  – parametr  $C$  równania (3) dla złącza o objętości  $n \cdot V$ ;  $C(V)$  – parametr  $C$  równania (3) dla złącza o objętości  $V$ . W analizowanym przypadku  $s = 1,0316$ , a parametr  $p = 66,82$  (Rys. 10). Wyznaczona wartość parametru  $p$  pozwoli na oszacowanie parametrów  $C_f$ ,  $m_f$  materiału zastępczego (Karolczuk i Blacha, 2011) – korzystając ze znanych charakterystyk zmęczeniowych uszeregowanych w tzw. klasach FAT. Po identyfikacji wszystkich parametrów rozkładu prawdopodobieństwa przetrwania  $P_s$  elementów spawanych możliwe jest będzie zastosowanie koncepcji najstabszego ogniwa do oceny trwałości  $N$  złączy spawanych dla dowolnego poziomu prawdopodobieństwa zniszczenia  $P_z$  według

$$P_z(N) = 1 - P_s(N) = 1 - e^{-\int_V \left( \frac{\log N}{\log C_f - m_f \log \Delta \sigma(x, y, z)} \right)^p dV} \quad (4)$$

gdzie:  $\Delta \sigma$  - zakres naprężenia,  $V$  - objętość.

Zastosowanie analizy obrazu do wyznaczania promienia zaokrąglenia  $\rho$  linii wtopienia oraz kąta przejścia  $\alpha$  jest efektywną metodą określania parametrów geometrycznych złącza.



Rys. 10. Symulacja efektu skali dla  $p = 66,82$

#### LITERATURA

1. **Chiofalo G., Crupi V., Guglielmino E., Scibilia L.** (2007), Critical analysis of current codes on fatigue design of welded joints, *2<sup>nd</sup> International Conference on Marine Research and Transportation 2007*, Ischia, Naples.
2. **Karolczuk A., Blacha Ł.**, (2011), Koncepcja najstabszego ogniwa w modelowaniu trwałości zmęczeniowej złączy spawanych, *VI Międzynarodowe Sympozjum Mechaniki Materiałów i Konstrukcji*, Augustów 2011.
3. **Kasprzyczak L., Macha E.** (2007) Cyfrowe układy sterowania maszyn wytrzymałościowych, *Problemy Maszyn Robotycznych*, z. 29, 53-62.
4. **Kihl D. P., Sarkani S.** (1997), Thickness effects on the fatigue strength of welded steel cruciforms, *International Journal of Fatigue*, Vol. 19, 311-316.
5. **Kocańda S., Szala J.** (1997), *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
6. **Park W., Miki Ch.** (2007), Fatigue assessment of large-size welded joints based on the effective notch stress approach, *International Journal of Fatigue*, Vol. 30, 1556-1568.
7. **Sonsino C. M., Kaufmann H., Demofonti G., Rificuli S., Sedlacek G., Müller C., Hanus F., Wegmann H. G.** (1999), *High-Strength steels in welded state for light-weight constructions under high and variable stress peaks*, ESCC Steel Research Programme, CSM – Roma, LBF – Darmstadt, Published by the European Commission, Brussels.
8. **Xiao Z.-G., Yamada K.** (2004), A method of determining geometric stress for fatigue strength evaluation of steel welded joints, *International Journal of Fatigue*, No 26, 1277-1293.

#### EXPERIMENTAL STUDY OF FATIGUE LIFE OF CRUCIFORM WELDED JOINTS WITH REFERENCE TO SCALE EFFECT

**Abstract:** The paper presents results of fatigue tests carried on transverse stiffener welded joints submitted to fully reverse axial loading. Based on the derived results, S-N curve was obtained and compared to published results for specimens differing in dimensions. Purpose of this comparison is analyzing the volume effect in fatigue of welded joints.

Praca współfinansowana ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego



KAPITAŁ LUDZKI  
 NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
 EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY





# ZASTOSOWANIE TEORII SMAROWANIA ELASTOHYDRODYNAMICZNEGO DO OCENY WARUNKÓW SMAROWANIA W ENDOPROTEZIE STAWU BIODROWEGO Z POROWATĄ PANEWKĄ

Kira CHIŻNIAK\*, Małgorzata GRĄDZKA-DAHLKE\*\*

\*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Politechnika Białostocka, Białystok  
\*\*Zakład Inżynierii Materiałowej i Biomedycznej, Politechnika Białostocka, Białystok

[kira\\_chizniak@vp.pl](mailto:kira_chizniak@vp.pl), [dahlke@pb.edu.pl](mailto:dahlke@pb.edu.pl)

**Streszczenie:** Duże zapotrzebowanie na sztuczne zamienniki chorych stawów prowadzą do szybkiego rozwoju endoprotezo-plastyki. Najczęściej spotykane problemy w tej dziedzinie są związane z ograniczoną czasową funkcjonalnością endoprotezy na skutek zużycia materiałowego elementów wężła tarcioowego. W celu rozwiązania tych problemów może się okazać teoria smarowania elastohydrodynamicznego, która pozwala określić warunki smarowania w sztucznym stawie. W pracy porównano różne rozwiązania materiałowe stosowane na elementy par trących endoprotez, a także porowate spieki metaliczne.

## 1. WSTĘP

Choroba zwyrodnieniowa stawów (artroza) jest najpowszechniejszą przyczyną dotkliwych dolegliwości bólowych, ograniczenia funkcjonalności układu ruchu i pogorszenia jakości życia człowieka. Zużycie stawu jest zależne od uwarunkowań genetycznych, wieku pacjenta, przebytych chorób zapalnych, uszkodzeń stawu, trybu życia i nasila się wraz z wiekiem. Zmiany artretyczne mogą dotknąć każdy staw, w tym także staw biodrowy, co wywołuje konieczność wykonania alloplastyki. Stopień zaawansowania stanu chorobowego, wiek i stan pacjenta (zwłaszcza jakość kości) decydują o wyborze protezy, sposobie jej mocowania i rodzaju przeprowadzonej operacji (endoprotezoplastyka bezcementowa, cementowa, hybrydowa, całkowita, częściowa Birmingham Hip Resurfacing).

Znaczące coroczne zapotrzebowanie na endoprotezy stawu biodrowego na świecie i postęp technologiczny spowodowały dynamiczny rozwój endoprotezoplastyki, głównie pod kątem podwyższenia jakości produkowanych implantów (budowy endoprotez i materiałów implantacyjnych), ulepszania technik operacyjnych oraz rehabilitacji pooperacyjnej.

Różne kombinacje połączeń materiałowych w węzle tarciowym: polietylenu z ze stopami metali, metali z metalami, materiałów ceramicznych z metalami, generują różne poziomy zużycia, zależne do właściwości materiałów. Stopy kobaltu, chromu i molibdenu mają bardzo dobrą odporność na zużycie i wykazują najmniejszy poziom produktów zużycia w parze z panewką z UHMWPE (Davidson, 1993). Materiały ceramiczne również cechują się znakomitą odpornością na zużycie, jednak ich największą wadą jest podatność na pękanie (Buford i Goswami, 2004). Najczęściej używane są kombinacje polietylenowej panewki w głowę endoprotezy ze stopów metali lub ceramicznych. Ze względu na znaczne zużycie polietylenu i ograniczoną czasową

funkcjonalność protezy prowadzone są badania nad połączeniem powierzchni trących typu metal-metal. We wczesnych projektach para trąca metal-metal nie odniosła sukcesu ze względu na niedopracowanie technologiczne i projektowe (Liu i inni, 2007).

Nowym kierunkiem badawczym jest projektowanie endoprotezy zapewniającej smarowanie płynne poprzez naśladowanie budowy naturalnego stawu. Powierzchnie stawu pokryte są chrząstką stawową, która umożliwia równomierne przemieszczanie z minimalnymi oporami ruchu powierzchni stawowych względem siebie. Chrząstka jest elastyczna, ma strukturę porowatą, jej brzegi są pokryte mikronie równościami, co umożliwia stały dostęp płynu synowialnego do strefy tarcia. Maż stawowa, produkowana przez wewnętrzną błonę śluzową, może swobodnie cyrkulować pomiędzy porami chrząstki w jamie stawowej. Zapewnia ona smarowanie płynne powierzchni trących w warunkach przenoszenia przez staw zmiennych obciążeń, całkowicie oddzielając powierzchnie graniczne i dzięki temu zapobiega zużyciu stawu.

Pomimo znaczących osiągnięć w dziedzinie alloplastyki, wszystkie współcześnie stosowane rozwiązania sztucznych stawów nie zapewniają odpowiedniej trwałości endoprotez. Średni czas eksploatacji szacowany jest na 10 – 15 lat (Unsworth, 1995). Prowadzone są poszukiwania materiałowe i konstrukcyjne, głównie związane z węzłem tarciowym w sztucznych stawach pod kątem zwiększenia jego trwałości. Jednym z proponowanych rozwiązań jest zastosowanie samosmarnej panewki z materiału porowatego.

Zastosowanie materiału porowatego do budowy panewki endoprotezy stawu biodrowego jest nowym, obiecującym rozwiązaniem (Grądzka-Dahlke, 2010). Metaliczny spiek porowaty ma niższy moduł Younga w porównaniu do litych stopów metali, bardziej zbliżony do modułu Younga tkanki kostnej (Becker i Bolton, 1995). Jest to korzystne z punktu widzenia warunków eksploatacyjnych sztucznego stawu. Projekt samosmarnej panewki porowatej zakłada

3-warstwową strukturę. Warstwa wewnętrzna wykonana jest z porowatego spieku ze stali 316L. Porowatość panewki ma zapewniać cyrkulację środka smarnego z porów do strefy tarcia, co minimalizuje opory ruchu i zużycie materiałowe współpracujących elementów węzła tarcowego (Grądzka-Dahlke, 2010).

Celem prezentowanej pracy było określenie warunków smarowania w parze tarcowej z panewką porowatą na podstawie teorii smarowania elastohydrodynamicznego (EHL - Elastohydrodynamic lubrication).

## 2. OCENA WARUNKÓW SMAROWANIA W RÓŻNYCH PARACH TARCOWYCH SZTUCZNYCH STAWÓW

Jednym z czynników, które spowodowały ponowne zainteresowanie połączeniem metal-metal jest zmniejszenie zużycia powierzchni trących. Jak wykazują liczne badania eksperymentalne i teoretyczne, endoprotezy ze stopów metali w warunkach tarcia mogą pracować w szerokim zakresie smarowania mieszanego (Dowson i inni, 2004; Rieker i inni, 2004; 2005). Poprawa warunków smarowania znacząco redukuje zużycie materiałowe. Wykazano, że głowa endoprotezy o dużej średnicy oraz niewielka przestrzeń wolna między głową a panewką może stwarzać warunki do smarowania płynnego (Dowson i inni, 2004; Rieker i inni, 2005). Jednak zbyt mały luz w połączeniu z niedokładnością sferycznego kształtu pogarsza warunki smarowania i powoduje wzrost zużycia materiałowego i obniżenie mechanicznej żywotności endoprotezy (Farrar i Schmidt, 1997).

Warunki tarcia oraz poziom zużycia materiałowego można kontrolować przy pomocy warstwy smarującej pomiędzy parą trącą endoprotezy. Wyróżnia się trzy rodzaje smarowania w elementach trących: płynne, graniczne oraz mieszane. Najlepszym sposobem minimalizacji ujemnych skutków zużycia jest zapewnienie smarowania płynnego. Należy zaznaczyć, że taki sposób smarowania nie może występować w stawie cały czas. Najtrudniejsze warunki smarowania występują podczas rozpoczęcia i zatrzymania ruchu kończyny. Inne czynniki wpływające na zmniejszenie okresu żywotności endoprotezy, nawet przy całkowitym rozdzieleniu powierzchni, to m.in. erozja i zużycie zmęczeniowe materiału (Jin i inni, 2005).

Ważna jest umiejętność przewidywania mechanizmu smarowania w endoprotezach, gdyż może to być pomocne w optymalnym dopracowaniu powierzchni trących oraz wyborze materiałów. W tym celu stosowane są standardowe metody inżynierskie poprzez obliczenia teoretyczne oraz praktyczną weryfikację wyników (Jin i inni, 2005).

Przewidywania teoretyczne bazowane są najczęściej na teorii EHL (Elastohydrodynamic lubrication). Na bazie założeń tej teorii istotny jest parametr  $\lambda$ , który odzwierciedla warunki smarowania w sztucznym stawie. Parametr ten zaadaptowany został z zagadnień dotyczących elementów maszyn pracujących pod dużymi obciążeniami. W zadaniach tych zwrócono uwagę na ważną rolę chropowatości powierzchni w procesie rozdzielenia powierzchni trących za pomocą środka smarnego w warunkach smarowania elastohydrodynamicznego. Początkowo posługiwano

się parametrem  $D$ , zdefiniowanym jako stosunek całkowitej początkowej chropowatości powierzchni do grubości filmu smarnego, liczonego dla smarowania elastohydrodynamicznego. Małe wartości parametru  $D$ , oscylujące w granicach 0,1, wskazywały na brak kontaktu współpracujących powierzchni i brak procesów zużycia. Jak widać z wyżej wspomnianej zależności, żywotność silnie obciążonych elementów maszyn można przedłużyć poprzez zmniejszenie chropowatości powierzchni lub zwiększenie grubości środka smarnego (Dowson, 1995).

Obecnie najczęściej stosuje się współczynnik  $\lambda$ , który jest odwrotnością parametru  $D$ . Definiowany jest on następująco (Dowson, 2001):

$$\lambda = \frac{h_{\min}}{R_a} = \frac{h_{\min}}{\left[ (R_{a1})^2 + (R_{a2})^2 \right]^{1/2}} \quad (1)$$

Kluczową sprawą w teoretycznych rozważaniach na temat przewidywanego trybu smarowania jest dokładny pomiar chropowatości powierzchni pary trącej endoprotezy ( $R_{a1}$  – chropowatość powierzchni głowy,  $R_{a2}$  – chropowatość powierzchni panewki) oraz oszacowanie minimalnej przewidywanej grubości filmu smarnego ( $h_{\min}$ ) (Jin i inni, 2005). Grubość środka smarnego zależy od właściwości mechanicznych materiałów użytych na elementy węzła tarcowego oraz od warunków pracy – prędkości, obciążenia oraz rodzaju środka smarnego. Parametr ten może być obliczony ze wzoru (Scholes i inni, 2000):

$$\frac{h_{\min}}{R} = 2,798 \left( \frac{\eta u}{E' R} \right)^{0,65} \left( \frac{L}{E' R^2} \right)^{-0,21} \quad (2)$$

Parametr  $\eta$  jest lepkością środka smarnego,  $u$  to prędkość liniowa (określona na podstawie prędkości kątowej głowy endoprotezy),  $L$  – obciążenie. Promień równoważny ( $R$ ) zależy od wartości promienia głowy endoprotezy ( $d$ ) oraz przestrzeni wolnej między głową a panewką ( $c_d$ ). Zależność ta ma postać (Jin i inni, 2005):

$$R = \frac{d(d + c_d)}{2c_d} = \frac{d}{2} \left( 1 + \frac{d}{c_d} \right) \quad (3)$$

Parametr  $E'$  wymieniowy w równaniu (2) parametrów to równoważny moduł Younga, obliczony ze wzoru (Jin i inni, 2005):

$$E' = \frac{2}{\left[ \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right]}, \quad (4)$$

gdzie  $E_1$  to moduł sprężystości materiału głowy endoprotezy,  $E_2$  – moduł sprężystości materiału panewki,  $\nu_1$  i  $\nu_2$  – moduły Poissona odpowiednio głowy i panewki.

Najkorzystniejszym oczekiwanym rezultatem obliczeń jest wartość parametru  $\lambda > 3$ , która wskazuje na smarowanie płynne w sztucznym stawie (Scholes i inni, 2000). Przyjęto, że wartości  $\lambda$  znajdujące się w przedziale od 1 do 3 oznaczają smarowanie mieszane (Scholes i inni, 2000). Natomiast wartości  $\lambda$  poniżej 1, sugerują smarowanie graniczne w węzle tarcowym (Jin i inni, 2005).

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki obliczeń dla różnych par materiałów, w tym także dla węzła tarcowego z udziałem porowatego spieku metalicznego. Przyjęto

następujące skojarzenia materiałowe: głowa endoprotezy: metal – stal 316L; panewka: metal – stal 316L, UHMWPE, spiek porowaty ze stali 316L o porowatościach 26%, 33% i 41%. Założono, że parametry geometryczne głowy i panewki endoprotezy oraz warunki pracy węzła tarcowego (lepkość środka smarnego, prędkość, obciążenie) są jednakowe dla wszystkich par tarcowych. Wartości parametrów przyjęte do obliczeń zawarto w Tab. 1 i 2. Celem zestawienia jest teoretyczne porównanie przewidywanych warunków smarowania w różnych materiałowo parach trących stosowanych w sztucznych stawach.

**Tab. 1.** Zestawienie parametrów geometrycznych oraz warunków tarcia przyjętych do obliczeń

Średnica panewki D [mm]	Średnica głowy d [mm]	Luz $c_a$ [mm]	Lepkość cieczy smarowej $\eta$ [Pas]	Prędkość ślizgania u [m/s]	Obciążenie L [kN]
30,162	30	0,162	0,01	0,018	1

**Tab. 2.** Zestawienie parametrów materiałowych oraz teoretyczne przewidywania trybu smarowania przy różnych parach trących w sztucznym stawie

Materiałowe pary powierzchni trących głowa/panewka	Parametry przyjęte do obliczeń						Parametry obliczone	
	Głowa			Panewka			$h_{min}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\lambda$
	$E_1$ [GPa]	$\nu_1$	$R_{a1}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$E_2$ [GPa]	$\nu_2$	$R_{a2}$ [ $\mu\text{m}$ ]		
Metal-metal	210	0,3	0,008	210	0,3	0,06	0,053	0,9
Metal-UHMWPE	210	0,3	0,008	1,400	0,4	2,5	0,345	0,3
Metal-spiek porowaty: porowatość 26%	210	0,3	0,008	41,469	0,3	0,06	0,087	1,4
Metal-spiek porowaty: porowatość 33%	210	0,3	0,008	25,478	0,3	0,06	0,104	1,7
Metal-spiek porowaty: porowatość 41%	210	0,3	0,008	22,340	0,3	0,06	0,110	1,8

W Tab. 2 przedstawiono charakterystyki materiałowe, przyjęte do obliczeń oraz zawarto zestawienie wyników. Wartości chropowatości powierzchni metalowej głowy a także panewki wykonanej z litego stopu implantacyjnego oraz z polietylenu przyjęto, jako typowe dla wyrobów handlowych (Jin i inni, 2005). Chropowatość powierzchni panewek ze spieków porowatych mierzono za pomocą profilometru optycznego Veeco NT9300 (Grądzka-Dahlke, 2010). Największą minimalną grubość warstwy smarnej odnotowano dla pary trącej metal-UHMWPE (0,345  $\mu\text{m}$ ), co jest wynikiem niskiego modułu Younga panewki. Jak widać z zestawienia, zastosowanie materiału porowatego pozwala uzyskać większą grubość  $h_{min}$  niż w przypadku kontaktu litych stali, co także można uzasadnić różnicami w wartościach modułu Younga.

Natomiast przy ocenie parametru  $\lambda$ , który jest odpowiedzialny za warunki smarowania w sztucznym stawie, a w rezultacie związany jest z maksymalną trwałością węzła tarcowego endoprotezy, duże znaczenie ma chropowatość powierzchni elementów trących. Dla par typu metal-metal i metal-UHMWPE otrzymano wartość  $\lambda < 1$ , co wskazuje na smarowanie graniczne w tych węzłach tarcowych. Jest to najbardziej niekorzystna sytuacja ze wszystkich kombinacji materiałowych powierzchni trących. W przypadku polietylenowej panewki kluczowe znaczenie ma jej relatywnie duża chropowatość. Dla węzłów tarcowych z samosmarną panewką porowatą odnotowano smarowanie

mieszane ( $1 < \lambda < 3$ ). Najbardziej korzystne smarowanie występuje w przypadku materiału porowatego o największej procentowej porowatości (41%) i najniższym z materiałów porowatych module Younga (22,340 GPa).

### 3. PODSUMOWANIE

Kluczowym zagadnieniem, związanym z ograniczeniem zużycia materiałowego, a tym samym z wydłużeniem żywotności endoprotezy stawu biodrowego, jest zapewnienie odpowiednich warunków smarowania w węzle tarcowym. Jedną z najczęściej stosowanych metod obliczeniowych jest koncepcja oparta na teorii smarowania elastohydrodynamicznego. Pozwala ona na teoretyczne określenie warunków smarowania w węzle tarcowym sztucznego stawu poprzez uwzględnienie czynników wpływających na pracę par powierzchni trących, a w rezultacie na dobór odpowiednich materiałów. Na podstawie wykonanych obliczeń dla różnych par materiałów można stwierdzić, że korzystne wartości minimalnego filmu smarnego zapewniają materiały o mniejszej sztywności. Decydujący wpływ na warunki smarowania ma chropowatość współpracujących powierzchni. W świetle uzyskanych wyników wydają się, że pod kątem wydłużenia funkcjonalności endoprotezy, obiecującymi materiałami są porowate spieki metaliczne.

## LITERATURA

1. **Becker B. S., Bolton J. D.** (1995), Production of porous sintered Co-Cr-Mo alloys for possible surgical implant applications, Part 1: Corrosion behavior, *Powder Metallurgy*, 38, No. 4, 305-313
2. **Buford A., Goswami T.** (2004), Review of wear mechanisms in hip implants: Paper I – General, Elsevier Ltd, *Materials and Design*, 25, 386.
3. **Davidson J.** (1993), Characteristics of metal and ceramic total hip bearing surfaces and their effect on long-term ultra high molecular weight polyethylene wear, *Clin Orthop Rel Res*; 294:361-78.
4. **Dowson D.** (1995), *Elastohydrodynamic and micro-elastohydrodynamic lubrication*, Elsevier Science S.A.
5. **Dowson D.** (2001), New joints for Millennium: wear control in total replacement hip joints, *Proc. Inst. Mech. Eng. J. Eng. Med.*, 215 (4): 335.
6. **Dowson D., Hardaker C., Flett M., Isaac G. H.** (2004), A hip joint simulator study of performance of metal-on-metal joints, Part II: design, *The Journal of Arthroplasty*, 19 (8, Suppl. 1), 124-130.
7. **Farrar R., Schmidt M. B.** (1997), The effect of diametral mismatch on wear between head and cup for metal-on-metal articulation, *Transaction, 43<sup>rd</sup> Annual Meeting, ORS*, No. 71.
8. **Grądzka-Dahlke M.** (2010), *Właściwości eksploatacyjne nowych panewek endoprotezy stawu biodrowego*, Oficyna Wyd. PB, Białystok, 2010
9. **Jin Z. M., Stone M., Ingham E., Fisher J.** (2005), Biotribology, *Elsevier Ltd. Mini-Symposium: Biomechanics for the FRCS Exam*, 35-36.
10. **Liu F., Jin Zh., Roberts P., Grigoris P.** (2007), Effect of bearing geometry and structure support on transient elastohydrodynamic lubrication of metal-on-metal hip implants, *Elsevier Ltd. Journal of Biomechanics*, 40, 1340.
11. **Rieker C. B., Schon R., Konrad R., Liebentritt G., Gnepf P., Shen M., Roberts P., Grigoris P.** (2005), Influence of the clearance on in-vitro tribology of large diameter metal-on-metal articulations pertaining to resurfacing hip implants, *Orthopedic Clinics of North America*, 36 (2), 135-142.
12. **Rieker C. B., Schon R., Kottig P.** (2004), Development and validation of a second-generation metal-on-metal bearing: laboratory studies and analysis of retrievals, *The Journal of Arthroplasty*, 19 (8, Suppl. 1), 5-11.
13. **Scholes S.C., Unsworth A., Hall R., M., Scott R.** (2000), *The effects of material combination and lubricant on the friction of total hip prostheses*, Elsevier Science S.A. Wear 24.
14. **Unsworth A.** (1995), Recent developments in the tribology of artificial joints, *Elsevier Science Ltd. Tribology International*, Vol. 28. No. 7, 486.

## APPLICATION OF THE THEORY OF ELASTOHYDRODYNAMIC LUBRICATION TO THE EVALUATION OF THE LUBRICATION CONDITIONS IN HIP-JOINT ENDOPROSTHESES WITH A POROUS ACETABULUM

**Abstract:** The great demand for artificial replacements of diseased joints has lead to a rapid development of endoprosthetics. The most common problems in that area have to do with the limited lifespan of endoprostheses due to the wear of friction pair elements. In order to resolve these problems, the theory of elastohydrodynamic lubrication can be applied. It allows determining the lubrication conditions in an artificial joint. In this work, different solutions for the materials of friction pairs of endoprostheses, such as the use of porous sintered metals, are compared.

## MODELOWANIE POWIERZCHNI GRANICZNYCH POPURZECZNIE IZOTROPOWEGO KOMPOZYTU SCS-6/Ti-15-3

Artur GANCZARSKI\*, Jacek SKRZYPEK\*

\*Instytut Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska, Al. Jana Pawła II 37, 31-864 Kraków

[Artur.Ganczarski@pk.edu.pl](mailto:Artur.Ganczarski@pk.edu.pl), [Jacek.Skrzypek@pk.edu.pl](mailto:Jacek.Skrzypek@pk.edu.pl)

**Streszczenie:** Praca dotyczy opisu powierzchni granicznych dla jednokierunkowo zbrojonego kompozytu SCS-6/Ti-15-3 z uwzględnieniem zmiany właściwości materiałowych oraz naprężeń resztkowych, odpowiadających procesom wytwarzania i schładzania materiału. W stanie początkowym zastosowano aproksymację opartą na modelu jednolitej gładkiej powierzchni granicznej typu Hilla oraz ogólniejszym modelu Misesa. W celu uzyskania poprawnego opisu kolejnych powierzchni granicznych, odpowiadających stanowi po schłodzeniu materiału, wykorzystano model wielopłatowej powierzchni typu Hill-Tsai-Wu. Dla każdego ze stanów, początkowego i końcowego, przeprowadzona została szczegółowa analiza związana z identyfikacją współczynników materiałowych a następnie porównaniem uzyskanych wyników z danymi eksperymentalnymi Herkovich-Aboudi dla dwóch prób rozciągania, wzdłuż oraz poprzecznie do kierunku zbrojenia, oraz jednej próby ścinania.

### 1. WPROWADZENIE – SFORMUŁOWANIE CELU PRACY

Materiały kompozytowe powstają w wyniku skomplikowanych procesów technologicznych, prowadzących do zbudowania z dwóch, lub większej liczby materiałów, nowego materiału o złożonej mikrostrukturze i zmodyfikowanych właściwościach mechanicznych, termicznych i innych. Najczęściej mamy do czynienia z materiałami kompozytowymi zbudowanymi na bazie (matrycy) polikrystalicznych metali (MMC), materiałów na osnowie ceramicznej (CMC), lub polimerowej (PMC). Tradycyjne polikrystaliczne materiały metaliczne, takie jak: stale węglowe, stale nierdzewne, stopy na bazie aluminium, niklu lub tytanu i inne, charakteryzują się, na ogół, dobrymi właściwościami mechanicznymi, takimi jak: wysoka lub umiarkowana ciągliwość, wysoka wytrzymałość na rozciąganie, dobra odporność na uszkodzenie i pękanie. Z kolei różnorodne materiały ceramiczne, takie jak: tlenki metali, np.  $Al_2O_3$ ,  $ZrO_2$ ,  $TiO_2$ ; węgliki, np.  $SiC$ ,  $B_4C$ ,  $TiC$ ,  $Ti_2C$ ; azotki, np.  $TiN$ ,  $CrN$ ,  $Cr_2N$ ,  $WN$ ,  $MoN$ ,  $ZrN$  i wiele innych, charakteryzują się głównie bardzo wysoką twardością, wysoką wytrzymałością na ściskanie, odpornością na zużycie powierzchniowe, wysoką odpornością na podwyższoną temperaturę, dobrą izolacyjnością termiczną (niski współczynnik przewodnictwa cieplnego), relatywnie niskim współczynnikiem rozszerzalności termicznej, dobrą odpornością na utlenianie, niską gęstością masy.

Równocześnie, do wad konwencjonalnych materiałów metalicznych należy zaliczyć: ograniczoną odporność na bardzo wysokie temperatury (np. rzędu 2000-3000 K), niską odporność na pełzanie, relatywnie małą odporność na zużycie powierzchniowe (zwłaszcza w podwyższonych temperaturach), złą izolacyjność termiczną (wysoki współczynnik przewodnictwa cieplnego), stosunkowo dużą rozszerzalność termiczną (relatywnie wysoki współczynnik

rozszerzalności termicznej), małą odporność na wpływ środowiska (korozja) i utlenianie, wysoką gęstość masy.

Z drugiej strony, wśród wad materiałów ceramicznych można wymienić znikomą wytrzymałość na rozciąganie (wielokrotnie niższą niż wytrzymałość na ściskanie), kruchość czyli niską odporność na pękanie (brak ciągliwości), porowatość.

Przykładowe właściwości komponentów składających się na materiał kompozytowy zbrojony jednokierunkowo przytaczamy za Aboudi i inni (1993).

**Tab. 1.** Właściwości termo-mechaniczne włókien oraz osnowy materiałów kompozytowych w temperaturze pokojowej wg. Aboudi i innych (1993)

	SCS-6	Ti-15Al-3V	T50 Gr	Al2024-T4
$E_a$ [GPa]	414	91	388.2	72.4
$E_t$ [GPa]	414	91	7.6	72.4
$G_a$ [GPa]	165.5	33.3	14.9	27.22
$\nu_a$	0.25	0.25	0.41	0.33
$\nu_t$	0.25	0.25	0.45	0.33
$\alpha_a$ [ $10^{-6}/^{\circ}C$ ]	4.86	9.44	-0.68	22.5
$\alpha_t$ [ $10^{-6}/^{\circ}C$ ]	4.86	9.44	9.74	22.5
$Y$ [MPa]	—	900	—	290

Materiałami włóknistymi opisanymi w Tab. 1 są: węgiel krzemu (SCS-6) lub włókno węglowe (T50 Gr). Natomiast materiałami osnowy są stopy na bazie tytanu (Ti-15Al-3V) lub na bazie aluminium (Al2024-T4). Należy podkreślić, że oba materiały matrycy mają cechy izotropii, natomiast w przypadku materiałów włókien, jedynie włókno węglowe wykazuje cechy izotropii, w przeciwieństwie do włókna grafitowego, które wykazuje cechy silnej ortotropii, zarówno stałych mechanicznych  $E_a \gg E_t$ , jak i termicznych  $\alpha_a < 0$ ,  $\alpha_t > 0$ ,  $|\alpha_a| \ll \alpha_t$ . Podkreślimy jednakże, że na-

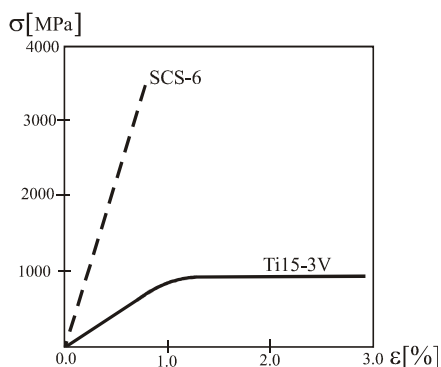
wet w przypadku gdy oba składniki kompozytu są izotropowe, to zbudowany z nich kompozyt jednokierunkowy, wykazuje cechy materiału ortotropowego, zwykle poprzecznie izotropowego. Zawężając dalej rozważania do kompozytu jednokierunkowego SCS-6/Ti-15Al-3V uśrednione bądź efektywne właściwości, mechaniczne i termiczne zestawiono w Tab. 2 za Herakovich i Aboudi (1999).

**Tab. 2.** Typowe właściwości termo-mechaniczne jednokierunkowych wg. Herakovich i Aboudi (1999)

	SCS-6/ Ti15-3V
gęstość $\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	3.86
osiowy moduł Younga $E_a$ [GPa]	221
poprzeczny moduł Younga $E_t$ [GPa]	145
osiowy współczynnik Poissona $\nu_a$	0.27
poprzeczny współczynnik Poissona $\nu_t$	0.40
moduł Kirchhoffa $G_a$ [GPa]	53.2
moduł Kirchhoffa $G_t$ [GPa]	51.7
osiowa wytrzymałość na rozciąganie $\sigma_a^u$ [MPa]	1517
poprzeczna wytrzymałość na rozciąganie $\sigma_t^u$ [MPa]	317
współczynnik rozszerzalności termicznej $\alpha_a$ [ $10^{-6}/^\circ\text{C}$ ]	6.15
współczynnik rozszerzalności termicznej $\alpha_t$ [ $10^{-6}/^\circ\text{C}$ ]	7.90

Zwróćmy uwagę, że moduły anizotropii sprężystej kompozytu pozostają w stosunku  $E_a/E_t \approx 1.52$ , w przeciwieństwie do o wiele wyższej wartości wytrzymałości osiowej  $\sigma_a^u/\sigma_t^u \approx 4.78$ .

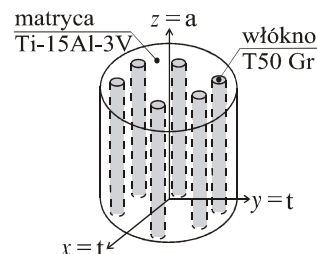
Rys. 1 przedstawia zestawienie cech mechanicznych włókna SCS-6 i matrycy Ti15-3V za Herakovich i Aboudi (1999), Herakovich i inni (1991). Cechy plastyczne materiału matrycy są wyraźnie widoczne, w przeciwieństwie do kruchego zachowania włókna.



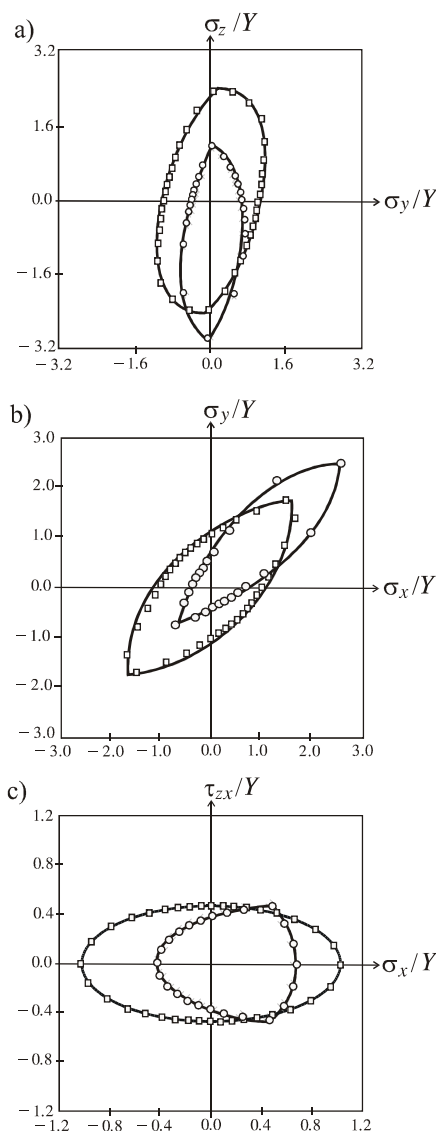
**Rys. 1.** Charakterystyki mechaniczne na rozciąganie dla włókna SCS-6 oraz matrycy Ti-15-3 wg. Herakovich i Aboudi (1999), Herakovich i inni (1991)

Podczas procesu wytwarzania kompozytu, konieczne jest schłodzenie kompozytu od podwyższonej temperatury (rzędu kilkuset  $^\circ\text{C}$ ) do temperatury eksploatacji (z reguły temperatury pokojowej). Przyjmując dla uproszczenia, że proces schładzania odbywa się czysto sprężysto z uwagi na duże różnice pomiędzy  $E_a^f, \alpha_a^f$  oraz  $E_a^m, \alpha_a^m$ , w wyniku schłodzenia powstają naprężenia resztkowe, rozciągające w matrycy, w przeciwieństwie do ściskających we włóknie.

W istocie jednak, możliwe jest wystąpienie uplastycznienia materiału matrycy już w trakcie schłodzenia, bez żadnych dodatkowych obciążeń mechanicznych. Efekt ten zależy od udziału objętościowego materiału włókien  $V_f$ . W przykładzie analizowanym przez Herakovich i Aboudi (1999), dla  $V_f = 0.4$ , schłodzenie o  $\Delta T = -555^\circ\text{C}$  odpowiada wystąpieniu uplastycznienia matrycy (bez obciążeń mechanicznych).



**Rys. 2.** Poprzeczna izotropia kompozytu SCS-6/Ti-15Al-3V (w płaszczyźnie  $x, y$ ), kierunek  $z$  pokrywa się z kierunkiem włókien zbrojenia



**Rys. 3.** Początkowe powierzchnie plastyczności jednokierunkowego kompozytu SCS-6/Ti15Al3V:  $\square$  –  $\Delta T = 0^\circ\text{C}$ ,  $\circ$  –  $\Delta T = -555^\circ\text{C}$ , wg. Herakovich i Aboudi (1999)

Celem obecnej pracy jest próba opisanie zmiany początkowej powierzchni granicznej kompozytu SCS-6/Ti-15Al-3V w wyniku rozwoju naprężeń reszkowych spowodowanych schłodzeniem.

Punktem wyjścia dalszych rozważań są, za Herkovich i Aboudi (1999), złożone powierzchnie graniczne kompozytu SiC/Ti dla różnych dwuosiowych stanów naprężeń mechanicznych: stan złożony naprężenia normalnego  $\sigma_z$  i poprzecznego  $\sigma_y$  (w płaszczyźnie ortotropii), stan złożony dwóch naprężeń poprzecznych  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$  (w płaszczyźnie poprzecznej izotropii) oraz stan złożony ścinania w płaszczyźnie ortotropii  $\tau_{zx}$  i naprężenia normalnego poprzecznego  $\sigma_x$  (w płaszczyźnie izotropii), Rys. 2.

Są to dwie rodziny powierzchni (Rys. 3), które odpowiadają stanowi początkowemu ( $\Delta T=0^\circ\text{C}$ ) oraz stanowi reszkowemu, po schłodzeniu ( $\Delta T=-555^\circ\text{C}$ ). Przedstawione wyniki, Herakovich i Aboudi (1999), sugerują możliwość zastosowania jednolitego opisu powierzchni wyjściowych ( $\Delta T=0^\circ\text{C}$ ), natomiast w odniesieniu do powierzchni po schłodzeniu ( $\Delta T=-555^\circ\text{C}$ ) opis jednolitym równaniem zawodzi, z uwagi na widoczne naroża, jak również, przesunięcie środka powierzchni granicznej względem początku układu. W związku z tym, do opisu powierzchni po schłodzeniu, obarczonych różnym stanem naprężeń reszkowych w obu komponentach, będziemy poszukiwać aproksymacji opartej na zastosowaniu dwóch rodzin powierzchni wzajemnie przenikających się, których część wspólna jest poszukiwaną powierzchnią graniczną.

## 2. OPIS POCZĄTKOWEJ POWIERZCHNI GRANICZNEJ JEDNOLITYM RÓWNIANIEM TYPU HILLA

Przyjmujemy, że powierzchnie początkowe ( $\Delta T=0^\circ\text{C}$ ) charakteryzują kompozyt w stanie wolnym od naprężeń reszkowych. W ślad za tym założeniem, do analizy powierzchni początkowej będziemy stosować równanie jednolitej powierzchni granicznej typu Hilla (Hill, 1948)

$$F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2M\tau_{zy}^2 + 2N\tau_{yx}^2 + 2L\tau_{zx}^2 - 1 = 0, \quad (1)$$

W rozpatrywanym kompozycie jednokierunkowym można uprościć powyższy warunek do postaci odpowiadającej materiałowi poprzecznie izotropowemu. Wówczas musi obowiązywać  $F=G$  i  $L=M$ , a dodatkowo  $\tau_{xy}=0$ , bowiem w rozpatrywanym przypadku stanu naprężenia nie ma ścinania w płaszczyźnie izotropii. Ponadto w eksperymencie przeprowadzono próbę ścinania wyłącznie w jednej z dwóch płaszczyzn ortotropii, mianowicie ( $zx$ ).

$$F[(\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L(\tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2) - 1 = 0 \quad (2)$$

Warunek ten więc zawiera trzy niezależne stałe materiałowe  $F$ ,  $H$  i  $L$ , których wartości zostaną określone w dwóch próbach jednoosiowego rozciągania kolejno w kierunkach osi izotropii np.  $x$ , i osi ortotropii  $z$ , oraz próby ścinania w płaszczyźnie ( $zx$ )

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_{0x} \quad \sigma_y = \sigma_z = \tau_{zx} = 0 &\rightarrow F + H = \frac{1}{\sigma_{0x}^2} \\ \sigma_z = \sigma_{0z} \quad \sigma_x = \sigma_y = \tau_{zx} = 0 &\rightarrow F = \frac{1}{2\sigma_{0z}^2} \\ \tau_{zx} = \tau_{0zx} \quad \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0 &\rightarrow 2L = \frac{1}{\tau_{0zx}^2} \end{aligned} \quad (3)$$

Po wprowadzeniu wartości stałych materiałowych (3) do warunku (2) otrzymujemy powierzchnię graniczną określoną równaniem

$$\frac{(\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}{2\sigma_{0z}^2} + \left(\frac{1}{\sigma_{0x}^2} - \frac{1}{2\sigma_{0z}^2}\right)(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \left(\frac{\tau_{zx}}{\tau_{0zx}}\right)^2 = 1 \quad (4)$$

Następnie wykonujemy odpowiednie przekroje powierzchni (4):

- przekrój płaszczyzną izotropii ( $\sigma_x, \sigma_y$ ) przy zidentyfikowanych wartościach granic plastyczności  $\sigma_{0x}=Y$  i  $\sigma_{0z}=2.3Y$  (Rys. 4a)

$$\bar{\sigma}_x^2 - 1.811\bar{\sigma}_x\bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_y^2 = 1 \quad (5)$$

- przekrój płaszczyzną ortotropii ( $\sigma_y, \sigma_z$ ) przy zidentyfikowanych wartościach granic plastyczności  $\sigma_{0y}=Y$  i  $\sigma_{0z}=2.3Y$  (Rys. 4b)

$$\bar{\sigma}_y^2 - 0.189\bar{\sigma}_y\bar{\sigma}_z + 0.189\bar{\sigma}_z^2 = 1 \quad (6)$$

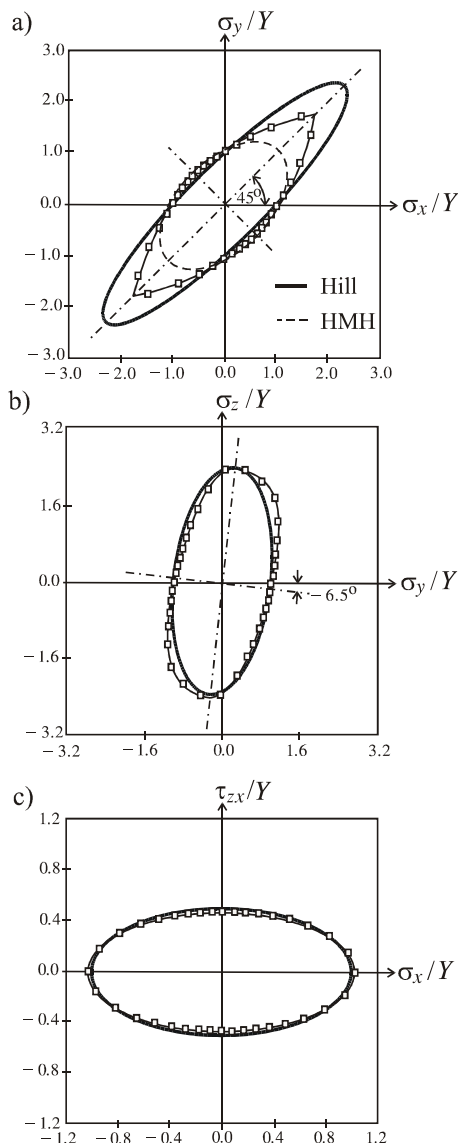
- przekrój w płaszczyźnie poprzecznej do izotropii ( $\sigma_x, \tau_{zx}$ ) przy zidentyfikowanej wartości granicy plastyczności na ścinanie  $\tau_{0zx}=0.5Y$  i  $\sigma_{0x}=Y$  (Rys. 4c)

$$\bar{\sigma}_x^2 + 4\bar{\tau}_{zx}^2 = 1 \quad (7)$$

w których użyto bezwymiarowych wartości naprężenia  $\bar{\sigma}_i = \sigma_i/Y$ ,  $i = x, y, z$  oraz  $\bar{\tau}_{zx} = \tau_{zx}/Y$ . Powyżej opisaną aproksymację (5, 6, 7) przedstawiono na Rys. 4.

Pomimo dobrego odwzorowania w płaszczyźnie ( $\sigma_z, \sigma_y$ ) oraz ( $\tau_{zx}, \sigma_x$ ), aproksymacja w płaszczyźnie izotropii ( $\sigma_x, \sigma_y$ ) daleko obiega od wyników Herkovich i Aboudi (1999). Z uwagi na to, że rozpatrywany materiał kompozytowy wykazuje cechy izotropii wyłącznie płaskiej (w płaszczyźnie  $(xy)$ ), zatem w równaniu (4), a co za tym idzie w równaniu (5) dla przekroju płaszczyzną izotropii ( $xy$ ), występuje silny wpływ wartości granicy plastyczności w kierunku ortotropii  $\sigma_{0z}$ . W efekcie, dłuższa półoś elipsy Hilla, w płaszczyźnie izotropii (Rys. 4a), znacznie przekracza wartości uzyskane przez Herakovich i Aboudi (przeszacowanie).

Z kolei, przy pominięciu wpływu ortotropii, mianowicie przyjmując w równaniu (4)  $\sigma_{0z} = \sigma_{0x} = \sigma_{0y}$ , dochodzimy do powierzchni typu Hubera-Misesa-Hencky'ego, a odpowiedni przekrój płaszczyzną izotropii prowadzi do oszacowania dolnego wartości rzeczywistych (Rys. 4a, linia przerywana). W celu lepszego dopasowania aproksymacji w płaszczyźnie izotropii ( $xy$ ), należy dodatkowo zażądać warunków zgodności w dwóch próbach dwuosiowych:  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_{0(xy)}$  i  $\sigma_x = \sigma_{0x}$  oraz  $\sigma_z = \sigma_{0z}$ . Nawiązuje to do analogicznego warunku w przypadku powierzchni typu Hubera-Misesa-Hencky'ego (Rys. 5). Wymaga to jednak odstąpienia od warunku dewiatorowego Hilla (4) i zastosowania bardziej ogólnego warunku typu Misesa (von Mises, 1928).



**Rys. 4.** Przekroje powierzchni zniszczenia dla kompozytu SCS-6/Ti-15-3; krzywe cienie punktowe – wyniki eksperymentalne Herakovich i Aboudi (1993) krzywe pogrubione – aproksymacja modelem typu Hill (Hill, 1948)

### 3. OPIS POCZĄTKOWEJ POWIERZCHNI GRANICZNEJ JEDNOLITYM RÓWNANIEM TYPU MISESA Z WARUNKAMI TYPU HUBERINA

W przypadku ogólnym warunek Misesa (von Mises, 1928) zawiera 21 stałych.

$$\begin{aligned}
 & M_{11}\sigma_x^2 + M_{22}\sigma_y^2 + M_{33}\sigma_z^2 + M_{12}\sigma_x\sigma_y + M_{13}\sigma_x\sigma_z \\
 & + M_{23}\sigma_z\sigma_y + M_{44}\tau_{zy}^2 + M_{55}\tau_{zx}^2 + M_{66}\tau_{xy}^2 \\
 & + M_{14}\sigma_x\tau_{zy} + M_{15}\sigma_x\tau_{zx} + M_{16}\sigma_x\tau_{xy} + M_{24}\sigma_y\tau_{zy} \\
 & + M_{25}\sigma_y\tau_{zx} + M_{26}\sigma_y\tau_{xy} + M_{34}\sigma_z\tau_{zy} + M_{35}\sigma_z\tau_{zx} \\
 & + M_{36}\sigma_z\tau_{xy} + M_{45}\tau_{zy}\tau_{zx} + M_{46}\tau_{zy}\tau_{xy} + M_{56}\tau_{zx}\tau_{xy} = 1
 \end{aligned} \tag{8}$$

Zakładając jednak nadal, że osie tensora naprężenia  $x, y, z$  pokrywają się z kierunkami głównymi anizotropii, liczba stałych redukuje się do 9 (Malinin i Rżysko, 1981). Zatem warunek Misesa przyjmuje wówczas uproszczoną postać

$$\begin{aligned}
 & M_{11}\sigma_x^2 + M_{22}\sigma_y^2 + M_{33}\sigma_z^2 \\
 & + M_{12}\sigma_x\sigma_y + M_{13}\sigma_x\sigma_z + M_{23}\sigma_z\sigma_y \\
 & + M_{44}\tau_{zy}^2 + M_{55}\tau_{zx}^2 + M_{66}\tau_{xy}^2 = 1
 \end{aligned} \tag{9}$$

Dla materiału typu Misesa poprzecznie izotropowego w płaszczyźnie  $(xy)$  zachodzi  $M_{11}=M_{22}$ ,  $M_{13}=M_{23}$ ,  $M_{44}=M_{55}$  oraz  $M_{66}=2M_{11}-M_{12}$  zatem warunek (9) przyjmuje postać

$$\begin{aligned}
 & M_{11}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2) + M_{33}\sigma_z^2 \\
 & + M_{12}\sigma_x\sigma_y + M_{13}(\sigma_x\sigma_z + \sigma_z\sigma_y) \\
 & + M_{44}(\tau_{zy}^2 + \tau_{zx}^2) + (2M_{11} - M_{12})\tau_{xy}^2 = 1
 \end{aligned} \tag{10}$$

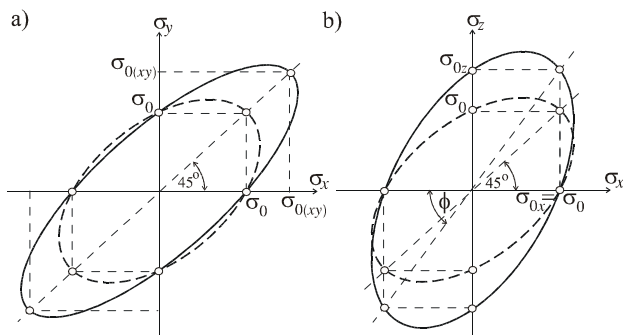
zawierającą 5 niezależnych parametrów materiałowych,

Warunek Misesa w postaci (10) jest znacznie ogólniejszy niż poprzednio rozważany warunek Hilla (2). Zawiera on bowiem wyrazy przedstawiające iloczyny naprężeń normalnych z niezależnymi stałymi materiałowymi ( $M_{12}$ ,  $M_{13}$ ), w przeciwieństwie do dewiatorowego warunku Hilla. Pozwala to na uwzględnienie dodatkowych warunków zgodności w próbach dwuosiowych, typu uogólnionego warunku Hu-Marina.

W oryginalnej koncepcji Hu-Marina (1956) uogólniono warunek izotropowy Hubera-Misesa-Hencky'go na warunek ortotropowy, pod założeniem płaskiego stanu naprężenia, oraz przy założeniu współosiowości kierunków głównych naprężenia i materiałowej ortotropii.

$$\left( \frac{\sigma_1}{\sigma_{01}} \right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_{01}\sigma_{02}} + \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_{02}} \right)^2 = 1 \tag{11}$$

Ostatecznie zatem pięć niezależnych stałych materiałowych w równaniu (10) zostanie określonych w: dwóch próbach jednoosiowego rozciągania wzdłuż osi leżących kolejno w płaszczyźnie poprzecznej izotropii  $x$  i osi ortotropii  $z$ , dwóch próbach dwuosiowych w płaszczyznach  $(xy)$  oraz  $(yz)$  Rys. 5 i jednej próbie ścinania z płaszczyzny poprzecznej izotropii



**Rys. 5.** Warunki zgodności w próbach dwu-osiowych: a) w płaszczyźnie poprzecznej izotropii, b) w płaszczyźnie ortotropii, krzywe ciągłe – warunek Misesa, krzywe przerywane – warunek Hubera-Misesa-Hencky'ego



$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} \sigma_x = \sigma_{0x} \\ \sigma_y = \sigma_z \\ = \tau_{zx} = 0 \end{aligned} \right\} & M_{11} = \frac{1}{\sigma_{0x}^2} \\
 \left. \begin{aligned} \sigma_z = \sigma_{0z} \\ \sigma_x = \sigma_y \\ = \tau_{zx} = 0 \end{aligned} \right\} & M_{33} = \frac{1}{\sigma_{0z}^2} \\
 \left. \begin{aligned} \tau_{zx} = \tau_{0zx} \\ \sigma_x = \sigma_y \\ = \sigma_z = 0 \end{aligned} \right\} & M_{44} = \frac{1}{\tau_{0zx}^2} \\
 \left. \begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y \\ = \sigma_{0(xy)} \end{aligned} \right\} & \sigma_z = \tau_{zx} = 0 \quad M_{12} = \frac{1}{\sigma_{0(xy)}^2} - \frac{2}{\sigma_{0x}^2} \\
 \left. \begin{aligned} \sigma_x = \sigma_{0x} \\ \sigma_z = \sigma_{0z} \end{aligned} \right\} & \sigma_y = \tau_{zx} = 0 \quad M_{23} = -\frac{1}{\sigma_{0x}\sigma_{0z}}
 \end{aligned} \tag{12}$$

Takie podejście nawiązuje do sformułowania typu Hu-Marina (11), wprowadzonego oryginalnie w przypadku płaskiego stanu naprężenia (Hu i Marin, 1956). Natomiast w obecnej aproksymacji typu Mises-Hu-Marin, warunki zgodności w próbach dwuosiowych zostały założone zarówno w płaszczyźnie izotropii poprzecznej, jak i w płaszczyźnie ortotropii. Po wprowadzeniu wartości modułów materiałowych (11) do warunku (10) otrzymujemy powierzchnię graniczną określoną równaniem

$$\begin{aligned}
 \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{\sigma_{0x}^2} + \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{0z}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sigma_{0(xy)}^2} - \frac{2}{\sigma_{0x}^2}\right)\sigma_x\sigma_y \\
 - \frac{(\sigma_x + \sigma_y)\sigma_z}{\sigma_{0x}\sigma_{0z}} + \left(\frac{\tau_{zx}}{\tau_{0zx}}\right)^2 = 1
 \end{aligned} \tag{13}$$

Stanowi on uogólnienie klasycznego równania Hu-Marina (11). Przyjmując mianowicie  $y=1, z=2$ , oraz zakładając  $\sigma_x = \tau_{zx} = 0$  równanie (13) sprowadza się do klasycznego równania (11).

Następnie wykonujemy kolejne przekroje powierzchni (13):

- przekrój płaszczyzną izotropii ( $\sigma_x, \sigma_y$ ) przy zidentyfikowanych wartościach granic plastyczności  $\sigma_{0x}=Y$  i  $\sigma_{0(xy)}=1.7Y$  (Rys.6a)

$$\bar{\sigma}_x^2 - 1.654\bar{\sigma}_x\bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_y^2 = 1 \tag{14}$$

- przekrój płaszczyzną ortotropii ( $\sigma_x, \sigma_z$ ) przy zidentyfikowanych wartościach granic plastyczności  $\sigma_{0y}=Y$  i  $\sigma_{0z}=2.3Y$  (Rys.6b)

$$\bar{\sigma}_y^2 - 0.434\bar{\sigma}_y\bar{\sigma}_z + 0.189\bar{\sigma}_z^2 = 1 \tag{15}$$

- przekrój w płaszczyźnie ścinania ( $\sigma_x, \tau_{zx}$ ) przy zidentyfikowanej wartości granicy plastyczności na ścinanie  $\tau_{0zx}=0.5Y$  i  $\sigma_{0x}=Y$  (Rys.6c)

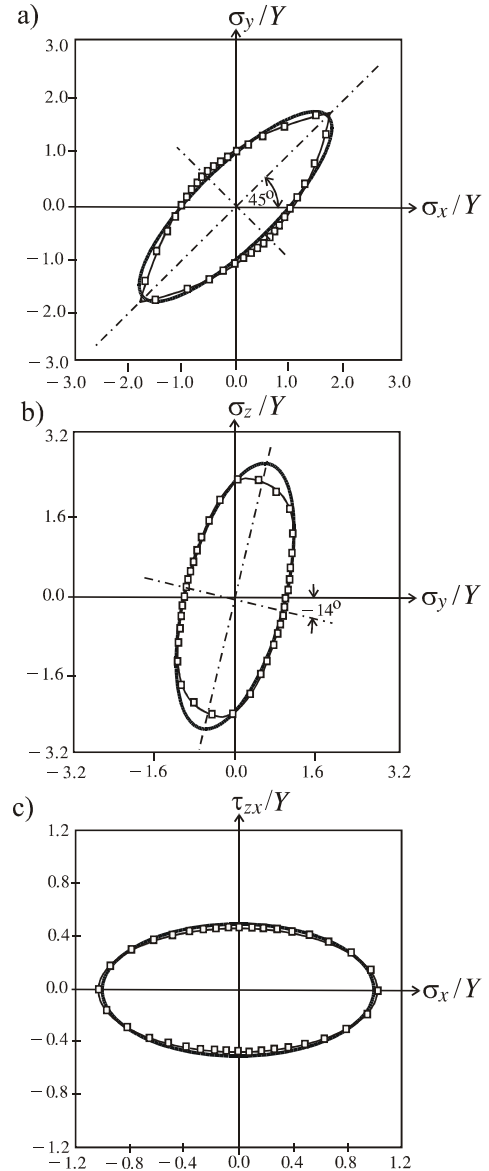
$$\bar{\sigma}_x^2 + 4\bar{\tau}_{zx}^2 = 1 \tag{16}$$

w których użyto bezwymiarowych wartości naprężenia  $\bar{\sigma}_i = \sigma_i/Y, i = x, y, z$  oraz  $\bar{\tau}_{zx} = \tau_{zx}/Y$ .

Pozwoliło to na znacznie lepsze dopasowanie w płaszczyźnie poprzecznej izotropii (Rys. 6a) z jednoczesnym nieznacznym pogorszeniem dopasowania w płaszczyźnie ortotropii (Rys. 6b). Jest to możliwe dzięki przyjęciu niezależnych warunków zgodności w próbach dwuosiowych, zarówno w płaszczyźnie izotropii jak i ortotropii.

Zaprezentowany jednolity opis (jedna powierzchnia) zachowuje wszystkie warunki symetrii uzyskanych wyni-

ków, jednakże gubi efekty naroży widoczne w wynikach Herkovich. Aby je uwzględnić konieczne będzie w dalszej kolejności odejście od koncepcji powierzchni jednolitej na rzecz modelowania płatami powierzchni.



Rys. 6. Przekroje powierzchni zniszczenia dla kompozytu SCS-6/Ti-15-3: krzywe cienkie punktowe – wyniki eksperymentalne Herakovich i Aboudi (1993), krzywe pogrubione – aproksymacja modelem typu Misesa (12)

#### 4. MODELOWANIE KOLEJNYCH POWIERZCHNI GRANICZNYCH ZA POMOCĄ PŁATÓW OPISANYCH WARUNKAMI TYPU HILL-TSAI-WU

Opis jednolitej początkowej powierzchni granicznej kompozytu jednokierunkowego typu SCS-6/Ti-15Al-3V  $\Delta T=0^\circ\text{C}$  (punkt 3) zawodzi w przypadku kolejnych powierzchni odpowiadających temperaturze schłodzenia kompozytu, mianowicie  $\Delta T=-555^\circ\text{C}$ .

Powierzchnia graniczna kompozytu włóknistego SCS-6/Ti-15Al-3V wykazuje wówczas zarówno przesunięcie środka powierzchni względem początku układu współrzed-

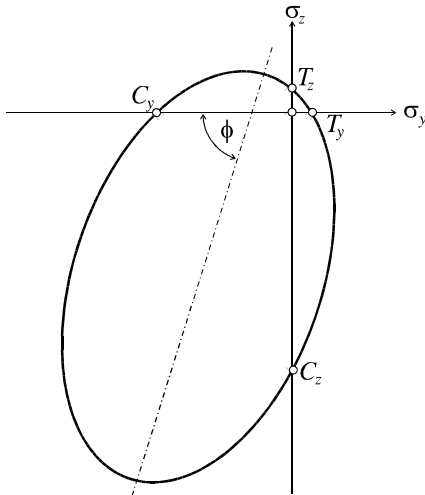
nych, jak również efekty dystorsyjne. Powierzchnie zniszczenia muszą bowiem uwzględniać wpływ naprężeń resztowych, powstałych w wyniku schłodzenia, różnych w materiale matrycy (Ti-metal) i włókna (SiC). W efekcie, przekroje poprzeczne nie są już jednolitymi elipsami, lecz częścią wspólną par elips (różnych dla obu komponentów). W związku z powyższym próba jej opisu jednym uniwersalnym równaniem staje się praktycznie niemożliwa i zostanie ona aproksymowana płatem powierzchni przecinającymi się wzdłuż pewnych linii, analogicznie jak to ma miejsce w przypadku warunku plastyczności typu Tresca-Guesta. Zakładając mianowicie, że każdy z płatów powierzchni aproksymującej jest opisany 9-parametrowym równaniem typu Hill-Tsai-Wu (Tsai i Wu, 1971), oraz przyjmując założenie poprzecznej izotropii rodzina płatów powierzchni opisana jest równaniem 5-parametrowym:

$$F[(\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2(F + 2H)\tau_{zy}^2 + 2L(\tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2) + P[\sigma_x + \sigma_y] + R\sigma_z = 1 \quad (17)$$

Stosując metodę kalibracji współczynników materiałowych niezależnie w kolejnych przekrojach, np. w płaszczyźnie ortotropii  $(\sigma_y, \sigma_z)$ ,

$$F[(\sigma_y - \sigma_z)^2 + \sigma_z^2] + H\sigma_y^2 + P\sigma_y + R\sigma_z = 1 \quad (18)$$

opartą na czterech próbach: rozciągania  $T_z$  i ściskania  $C_z$  w kierunku ortotropowym oraz rozciągania  $T_y$  i ściskania  $C_y$  w płaszczyźnie poprzecznej izotropii, mających prostą interpretację graficzną pokazaną na Rys. 7



Rys. 7. Przykładowy przekrój powierzchni granicznej typu Hill-Tsai-Wu płaszczyzną  $\sigma_y\sigma_z$

dostajemy

$$\begin{aligned} \sigma_y = T_y &\rightarrow FT_y^2 + PT_y = 1 \\ \sigma_y = -C_y &\rightarrow FC_y^2 - PC_y = 1 \\ \sigma_z = T_z &\rightarrow (2F + H)T_z^2 + RT_z = 1 \\ \sigma_z = -C_z &\rightarrow (2F + H)C_z^2 - RT_z = 1 \end{aligned} \quad (19)$$

Warunki (19) pozwalają ustalić wartości współczynników materiałowych w postaci

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2T_z C_z} & H &= \frac{1}{T_x C_x} - \frac{1}{2T_z C_z} \\ P &= \frac{1}{T_x} - \frac{1}{C_x} & R &= \frac{1}{T_z} - \frac{1}{C_z} \end{aligned} \quad (20)$$

Przy wyznaczaniu modułów plastycznych krzywych przekrojowych zastosowano zasadę najlepszego dopasowania krzywych aproksymujących do danych z eksperymentu Herakovich i Aboudi (1993). Dopasowanie takie nie jest, w istocie, jednoznaczne z uwagi na to, że punkty eksperymentalne są zgrupowane na krótkich łukach krzywych. W efekcie są możliwe dopasowania elipsami o różnym układzie osi głównych, spośród których wybieramy leżące w ćwiartkach I i III, przez analogię do warunków plastyczności powierzchni materiałów izotropowych.

Zastosowanie tej procedury zarówno do temperatury początkowej  $\Delta T=0^\circ\text{C}$  jak po schodzeniu  $\Delta T=-555^\circ\text{C}$  pozwoliło uzyskać wierne odwzorowanie obu rodzajów przekrojów:

– przekrój płaszczyzną ortotropii  $\bar{\sigma}_y = \sigma_y/Y$ ,  $\bar{\sigma}_z = \sigma_{xz}/Y$  (Rys. 8a)

$$\begin{aligned} \text{A)} & 0.530\bar{\sigma}_y^2 - 0.251\bar{\sigma}_y\bar{\sigma}_z + 0.184\bar{\sigma}_z^2 + 0.361\bar{\sigma}_y - 8.14 \cdot 10^{-3}\bar{\sigma}_z = 1 \\ \text{B)} & 0.541\bar{\sigma}_y^2 - 0.256\bar{\sigma}_y\bar{\sigma}_z + 0.188\bar{\sigma}_z^2 - 0.435\bar{\sigma}_y + 3.99 \cdot 10^{-2}\bar{\sigma}_z = 1 \\ \text{C)} & 0.805\bar{\sigma}_y^2 - 0.384\bar{\sigma}_y\bar{\sigma}_z + 0.276\bar{\sigma}_z^2 + 0.935\bar{\sigma}_y + 0.492\bar{\sigma}_z = 1 \\ \text{D)} & 0.934\bar{\sigma}_y^2 - 0.445\bar{\sigma}_y\bar{\sigma}_z + 0.320\bar{\sigma}_z^2 - 2.01\bar{\sigma}_y + 0.657\bar{\sigma}_z = 1 \end{aligned} \quad (21)$$

– przekrój płaszczyzną izotropii przy zidentyfikowanych wartościach granic plastyczności  $\bar{\sigma}_x = \sigma_x/Y$  i  $\bar{\sigma}_y = \sigma_y/Y$  (Rys. 8b)

$$\begin{aligned} \text{E)} & 0.404\bar{\sigma}_x^2 - 0.445\bar{\sigma}_x\bar{\sigma}_y + 0.404\bar{\sigma}_y^2 + 0.560\bar{\sigma}_x + 0.505\bar{\sigma}_y = 1 \\ \text{F)} & 0.376\bar{\sigma}_x^2 - 0.414\bar{\sigma}_x\bar{\sigma}_y + 0.376\bar{\sigma}_y^2 - 4.08\bar{\sigma}_x + 0.408\bar{\sigma}_y = 1 \\ \text{G)} & 0.500\bar{\sigma}_x^2 - 0.725\bar{\sigma}_x\bar{\sigma}_y + 0.823\bar{\sigma}_y^2 + 1.000\bar{\sigma}_x - 2.130\bar{\sigma}_y = 1 \\ \text{H)} & 0.912\bar{\sigma}_x^2 - 0.866\bar{\sigma}_x\bar{\sigma}_y + 0.596\bar{\sigma}_y^2 - 2.102\bar{\sigma}_x + 0.921\bar{\sigma}_y = 1 \end{aligned} \quad (22)$$

– przekrój płaszczyzną poprzecznego ścinania  $\bar{\sigma}_x = \sigma_x/Y$ ,  $\bar{\tau}_{zx} = \tau_{zx}/Y$  (Rys. 8c)

$$\begin{aligned} \text{I)} & 0.942\bar{\sigma}_x^2 + 4.527\bar{\tau}_{zx}^2 = 1 \\ \text{J)} & 1.426\bar{\sigma}_x^2 + 6.852\bar{\tau}_{zx}^2 - 1.712\bar{\sigma}_x = 1 \\ \text{K)} & 1.065\bar{\sigma}_x^2 + 1.723\bar{\tau}_{zx}^2 + 0.746\bar{\sigma}_x = 1 \end{aligned} \quad (23)$$

Powierzchnie graniczne wielopłatowe opisane równaniami A, B, E, F, I (dla stanu początkowego  $\Delta T=0^\circ\text{C}$ ), oraz C, D, G, H, J, K (dla stanu końcowego  $\Delta T=-555^\circ\text{C}$ ), charakteryzują się złożonym efektem anizotropowej zmiany rozmiarów półosi oraz ich obrotu, jak również wyraźnym efektem kinematycznym (przesunięcie środków geometrycznych względem początku układu). Są to w istocie dwie rodziny powierzchni przypisanych dwóm składnikom kompozytu

(matryca lub włókno). Oba materiały, Ti-metal lub SCS cechują odmienne właściwości mechaniczne i termiczne (Tab. 1), czego efektem jest odmienne anizotropowe zachowanie powierzchni odpowiadających matrycy lub włókna w procesie wytwarzania kompozytu i jego następnego

ni, w wyniku schłodzenia. Na podkreślenie zasługuje fakt, że omawiany model powierzchni wielopłatowej nie opiera się na koncepcji uniwersalnej powierzchni granicznej uśrednionego kontinuum (patrz punkty 2 i 3), lecz na analizie mikronaprężeń, odmiennych w materiale matrycy i włókien. Innymi słowy, model oparty na materiale o uśrednionych właściwościach zawodzi w przypadku gdy jednemu punktowi kontinuum odpowiadają dwa różne punkty materii (matrycy i włókna).

### 5. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

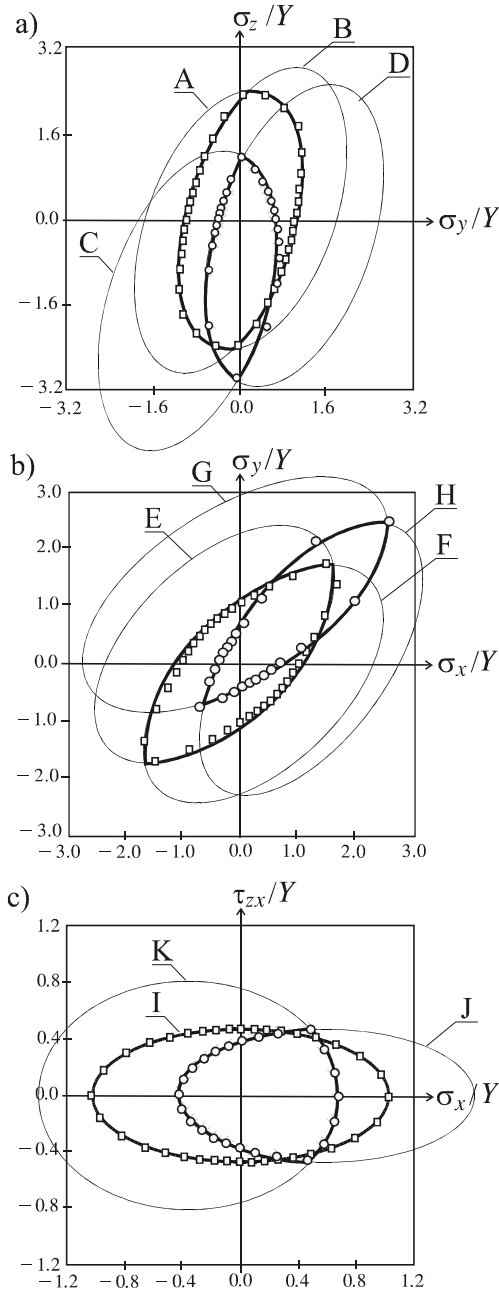
Przedstawiona w obecnej pracy analiza dotyczy opisu powierzchni granicznych w jednokierunkowo zbrojonym materiale kompozytowym z uwzględnieniem zmiany właściwości materiałowych oraz naprężeń resztkowych, powstających w trakcie procesu wytwarzania i schładzania materiału. W stanie wyjściowym udało się zbudować aproksymację opartą na uniwersalnej gładkiej powierzchni granicznej nawiązującej do modelu Hilla, bądź też na ogólniejszym modelu Misesa. W obu przypadkach zastosowano klasy symetrii typu poprzecznej izotropii, dzięki czemu liczba niezależnych parametrów materiałowych wynosiła, odpowiednio 3 (Hill) lub 5 (Mises). Podczas modelowania warunku Hilla użyto do identyfikacji dwóch prób jednoosiowego rozciągania oraz jednej próby ścinania z płaszczyzny izotropii. Doprowadziło to do niezadowolającej zgodności aproksymacji w płaszczyźnie izotropii. Dla poprawy zgodności, w przypadku warunku Misesa posłużono się przy identyfikacji dodatkowo dwoma próbami dwuosiowymi, nawiązującej do koncepcji Hu-Marina, co pozwoliło uzyskać znacznie lepsze dopasowanie aproksymacji w płaszczyźnie poprzecznej izotropii.

Próba opisu kolejnych powierzchni, powstałych w wyniku schłodzenia, za pomocą jednolitej powierzchni granicznej nie powiodła się. Wobec niepełnych informacji o stanie początkowym oraz braku historii procesu schłodzenia, niemożliwe okazało się opisanie ewolucji powierzchni granicznej w trakcie schłodzenia. Dobre wyniki uzyskano natomiast przy zastosowaniu modelu wielopłatowego, zaimplementowanego na poziomie mikronaprężeń. Wykorzystano w tym celu model typu Hill-Tsai-Wu, dla każdego z płatów oddzielnie.

Podczas identyfikacji pojawił się problem niejednoznaczności opisu powierzchni wielopłatowej wynikający z faktu, że dane eksperymentalne Herakovich-Aboudi, są zgrupowane na krótkich łukach, odpowiadających części wspólnej dwóch elips. Przy tak nierównym układzie punktów możliwe jest dopasowanie za pomocą dwóch elips, o dużych półosiach wzajemnie prostopadłych i różniących się znacznie rozmiarem. Spośród tych dwóch możliwości wybrano te, których kierunki dużych półosi niewiele odbiegały od kierunków dużych półosi w modelu jednolitej powierzchni.

W dalszej analizie, należałoby prawdopodobnie zastosować do opisu bardziej złożony warunek graniczny np. typu Goldenblata-Kopnova (Goldenblat i Kopnov, 1966)

$$\begin{aligned} & \left( \prod_{ij}^{m,f} \sigma_{ij}^{m,f} + \left( \prod_{ijkl}^{m,f} \sigma_{ij}^{m,f} \sigma_{kl}^{m,f} \right)^{1/2} \right. \\ & \left. + \left( \prod_{ijklmn}^{m,f} \sigma_{ij}^{m,f} \sigma_{kl}^{m,f} \sigma_{mn}^{m,f} \right)^{1/3} - 1 = 0 \right) \end{aligned} \quad (24)$$



**Rys. 8.** Aproksymacja przekrojów powierzchni niszczenia dla kompozytu SCS-6/Ti-15-3: a) płaszczyzna ortotropii, b) płaszczyzna poprzecznej izotropii, c) płaszczyzna poprzecznego ścinania, □ –  $\Delta T=0^{\circ}\text{C}$ , ○ –  $\Delta T=-555^{\circ}\text{C}$ , wyniki eksperymentalne, Herakovich i Aboudi [1]

schładzania. Obserwowany efekt kinematyczny odpowiada powstawaniu różnych stanów naprężeń resztkowych w matrycy lub włóknie, zależny dodatkowo od udziału objętościowego włókien  $V_f$ . Mówiąc ogólnie, w wyniku schłodzenia powstają naprężenia rozciągające w materiale matrycy, którym towarzyszą, samorzównoważone naprężenia ściskające w materiale włókna. Jest to widoczne w przeciwnym rozsunięciu początkowych powierzch-

zawierający wspólne niezmienniki liniowe, kwadratowe i sześciennie tensorów naprężenia  $\sigma_{ij}$ , oraz anizotropii materiałowej  $\Pi_{ij}$ ,  $\Pi_{ijkl}$ ,  $\Pi_{ijklmn}$ , w zastosowaniu oddzielnie, do materiału matrycy i włókna (górne wskaźniki m bądź f), na poziomie mikronaprężeń. Jednak kalibracja tak złożonego modelu wymagałaby pełnej informacji o procesie wytwarzania i schładzania kompozytu.

#### LITERATURA

1. **Aboudi J., Hidde J. S. and Herakovich C. T.** (1993), Thermo-mechanical response predictions for metal matrix composite laminates, *Sci. Engr. Comp. Mater.*, 2, 151-169.
2. **Goldenblat I. I., Kopnov V. A.** (1966), A generalized theory of plastic flow of anisotropic metals (in Russian), *Stroitel'naya Mekhanika*, 307-319.
3. **Herakovich C. T., Aboudi J.** (1999), Thermal effects in composites, *Thermal Stresses*, R.B. Hetnarski ed., Lastran Corporation Publ. Division, 1-142.
4. **Herakovich C. T., Aboudi J., Beuth J. L.** (1991), A micro-mechanical composite yield model accounting for residual stresses, in *Inelastic deformation of composite material*, G.J. Dvorak ed., Springer-Verlag, 375-387.
5. **Hill R.** (1948), Theory of yielding and plastic flow of anisotropic metals, *Proc. Royal Soc.*, A193, 281-297.
6. **Hu Z. W., Marin J.** (1956), Anisotropic loading functions for combined stresses in the plastic range, *J. Appl. Mech.*, 22, 1.
7. **Malinin N. N., Rżysko J.** (1981), *Mechanika materiałów*, PWN, Warszawa.
8. **Tsai S.T., Wu E. M.** (1971), A general theory of strength for anisotropic materials, *Int. J. Numer. Methods. Engng.*, 38, 2083-2088.
9. **von Mises R.** (1928), Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen, *ZAMM*, 8(13), 161-185.

#### MODELING OF LIMIT SURFACES FOR TRANSVERSELY ISOTROPIC COMPOSITE SCS-6/Ti-15-3

**Abstract:** Present work deals with modeling of limit surfaces for unidirectional reinforced composite SCS-6/Ti-15-3. Analysis comprises changes of material properties and residual stresses, accompanying processes of manufacturing and cooling down. To model initial and state, an approximation based on the model of universal and smooth limit surface of Hill's type and more general Mises' type was applied. In order to adequate modeling of subsequent limit surfaces, corresponding to state after cooling down of material, the multi-surface model of Hill-Tsai-Wu type was used. For each of states, initial and final, the detail analysis comprising an identification of material constants and comparison of obtained results with the experimental data by Herakovich-Aboudi was done for two tension tests, along and transverse to reinforcement directions, as well as one shear test.

# ZASTOSOWANIE PROCEDUR FITNET DO OCENY WYTRZYMAŁOŚCI FRAGMENTÓW RUROCIĄGU ZAWIERAJĄCYCH DEFEKTY POWIERZCHNIOWE

Marcin GRABA\*

\*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach, Al. 1000-lecia PP 7, 25-314 Kielce

[mgraba@eden.tu.kielce.pl](mailto:mgraba@eden.tu.kielce.pl)

**Streszczenie:** W pracy badano wytrzymałość prostoliniowych odcinków rur zawierających wzdłużne powierzchniowe pęknięcia i obciążonych ciśnieniem wewnętrznym. Podczas obciążenia rejestrowano wartości ciśnienia i rozwarście szczeliny. Dla testowanych elementów przeprowadzono analizę na podstawowym poziomie procedury FITNET i wykonano obliczenia numeryczne. Porównano rezultaty analizy FITNET i obliczeń numerycznych z rzeczywistym poziomem zniszczenia elementów. Stwierdzono stosunkowo wysoki konserwatywnizm danych uzyskanych z podstawowego poziomu analizy FITNET w porównaniu do wyników obliczeń numerycznych oraz do danych, odpowiadających zniszczeniu rzeczywistemu. Poziom konserwatywnizmu może być obniżony poprzez przeprowadzenie oceny wytrzymałości na wyższych poziomach analizy.

## 1. WPROWADZENIE

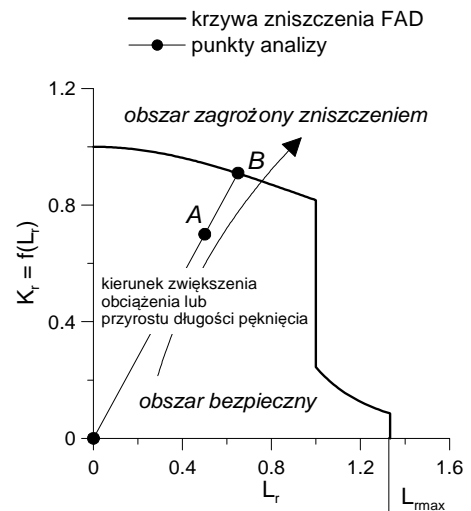
W roku 2006 w krajach członkowskich Unii Europejskiej opracowano i wydano końcową wersję procedury FITNET (2006), które są zunifikowanym podejściem do oceny wytrzymałości elementów konstrukcyjnych, również spawanych, zawierających pęknięcia, w warunkach obciążeń monotonicznych, cyklicznych, a także w zakresie zmiennych temperatur środowiska roboczego – od ujemnych do podwyższonych. Procedury FITNET powstały na bazie wcześniejszych metodyk oceny wytrzymałości elementów konstrukcyjnych zawierających defekty: brytyjskiej normy BS7910 (1999), procedur R6 (2001), amerykańskiego zbioru norm i procedur API (2000) oraz europejskiego zbioru procedur SINTAP (1999).

Podstawowym elementem procedur FITNET są diagramy zniszczenia - Failure Assessment Diagrams, które wykorzystuje się do oceny, czy element konstrukcyjny jest zagrożony zniszczeniem. Diagram zniszczenia FAD (Rys. 1), jest wykresem, w którym na osi odciętych odkłada się znormalizowane obciążenie  $L_r$ , a na osi rzędnych znormalizowaną wartość współczynnika naprężeń  $K_r$ . Następnie, w oparciu o odpowiednie wzory rysuje się krzywą zniszczenia, którą wykorzystuje się do oceny wytrzymałości elementu konstrukcyjnego. Charakter krzywej zniszczenia FAD, oznaczanej często jako  $K_r=f(L_r)$  zależy od wybranego poziomu analizy, o wyborze którego decyduje aktualny stan informacji o badanym elemencie i jego materiale. Procedury FITNET pozwalają przeprowadzić analizę elementów konstrukcyjnych zawierających szczelinę na sześciu poziomach analizy, które można wykorzystać do oceny wytrzymałości konstrukcji wykonanych z jednorodnych materiałów, bądź konstrukcji spawanych.

Podstawowym poziomem analizy jest poziom zerowy (domyślny), którego zastosowanie wymaga jedynie znajomości granicy plastyczności materiału konstrukcji oraz jego udarności. Każdy kolejny poziom analizy wymaga znajomości większej liczby informacji o materiale i konstrukcji.

W przypadku, gdy informacje o materiale nie są wystarczające, można wykorzystać dodatkowe moduły stworzone

w procedurach FITNET, które pozwalają oszacować konserwatywne wartości wytrzymałości na rozciąganie, wykładnika umocnienia, długości przystanku plastyczności, czy nawet wartości odporności na pęknięcie w oparciu o udarność materiału. Więcej informacji na ten temat można znaleźć w dokumencie źródłowym, jakim są procedury FITNET (2006).



Rys. 1. Wykorzystanie FAD do oceny wytrzymałości elementu zawierającego pęknięcie wg procedur FITNET (2006)

Większa liczba danych o materiale badanego elementu konstrukcyjnego pozwala przeprowadzić analizę na wyższym poziomie, dla którego uzyskany wynik jest mniej konserwatywny, niż wynik uzyskany na poziomie niższym.

Zgodnie z zaleceniami procedur FITNET uważa się, że element nie jest zagrożony zniszczeniem, jeśli charakterystyczny punkt o współrzędnych  $(L_r=P/P_0=\sigma/\sigma_0, K_r=K_I/K_{mat})$  znajduje się w obszarze ograniczonym osiami współrzędnych oraz funkcją  $K_r=f(L_r)$ , gdzie:  $P$  i  $\sigma$  oznaczają obciążenie lub naprężenie zewnętrzne;  $P_0$  jest obciążeniem granicznym;  $\sigma_0$  jest granicą plastyczności materiału;  $K_I$  jest współczynnikiem intensywności naprężeń (WIN)

obliczonym dla badanego elementu;  $K_{mat}$  jest odpornością na pękanie materiału, wyznaczoną zgodnie z procedurami FITNET.

W niniejszej pracy, scharakteryzowane krótko procedury FITNET wykorzystano do oceny wytrzymałości prostoliniowych odcinków rurociągu zawierającego szczeliny powierzchniowe, pracującego pod określonym ciśnieniem wewnętrznym. Uzyskane rezultaty analizy FITNET, porównano z obliczeniami numerycznymi oraz z rzeczywistym poziomem zniszczenia elementów. Podejście takie pozwoliło ocenić poziom konserwatywności przeprowadzonej analizy FITNET w stosunku do wyników obliczeń numerycznych oraz do danych, odpowiadających zniszczeniu rzeczywistemu..

## 2. GEOMETRIA I MATERIAŁ BADANYCH ELEMENTÓW, METODYKA BADAŃ

W badaniach doświadczalnych wykorzystano prostoliniowe odcinki rur o długości 300mm wykonane ze stali 10CrMoG10, które są stosowane w kotłach ciepłowniczych średniej mocy, produkowanych przez fabrykę kotłów SEFAKO. Podczas pracy rury te są obciążane ciśnieniem wewnętrznym pary  $p_{wew}=16MPa$ . Zawartość pierwiastków stopowych dla stali 10CrMoG10 podano w Tab. 1, a w Tab. 2 zaprezentowano zgodnie z atestem własności mechaniczne stali 10CrMoG10.

Tab. 1. Zawartość procentowa pierwiastków stopowych w stali 10CrMoG10

pierwiastek	C	Cr	Mn	Mo	Si	P	S
max. zawartość [%]	0.13	2.28	0.43	0.92	0.25	0.016	0.003

Wymiary geometryczne analizowanych prostoliniowych odcinków rur były następujące:

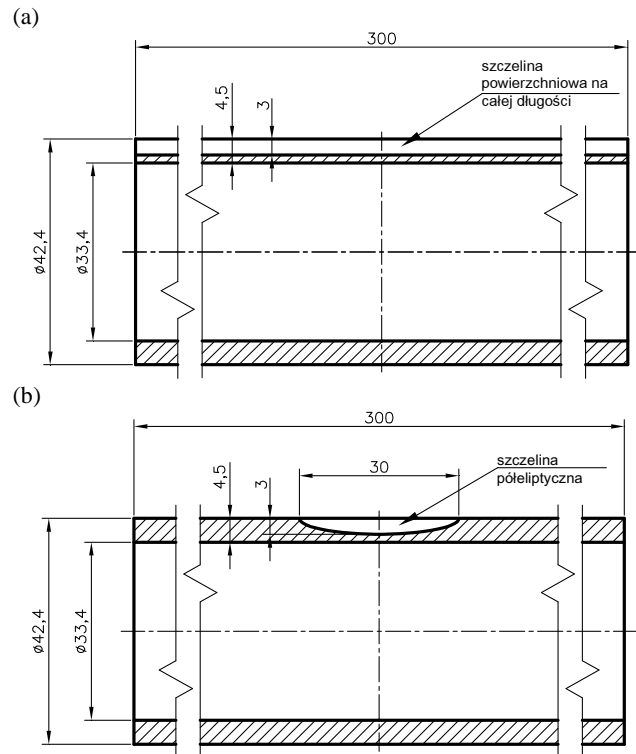
- średnica zewnętrzna rury,  $\phi_z=42.4mm$ ;
- średnica wewnętrzna rury,  $\phi_w=33.4mm$ ;
- grubość ścianki rury,  $B=4.5mm$ ;
- długość rury,  $l=300mm$ .

Tab. 2. Własności mechaniczne stali 10CrMoG10 zgodnie z atestem materiału

granica plastyczności	wytrzymałość na rozciąganie	moduł Young'a	wydłużenie względne	energia Charpy z próby udarności
$\sigma_0 = R_e$ [MPa]	$R_m$ [MPa]	$E$ [MPa]	$A$ [%]	$C_V$ [J]
330	550	206000	25	70

Na zewnętrznej powierzchni rury, w kierunku osi, metodą elektroiskrową wykonano szczelino-podobne nacięcia imitujące pęknięcia zewnętrzne powierzchniowe. Na dwóch próbkach nacięcia wykonano na całej długości próbki ( $l/a=100$ ), a na następnych dwóch jako półeliptyczne ( $l/a=10$ ), przy czym głębokość pęknięcia  $a=3mm$ . We wszystkich próbkach maksymalna głębokość nacięcia wynosiła  $a/B \approx 0.7$ . Rys. 2 prezentuje geometrię rozważanych w pracy fragmentów rur. Próbki obciążano ciśnieniem we-

wnętrznym, a podczas obciążenia rejestrowano rozwarcie powierzchni pęknięcia mierzone w osi naciętej szczeliny oraz poziom ciśnienia wewnętrznego, a przede wszystkim wartość krytyczną, odpowiadającą momentowi zniszczenia rury.



Rys. 2. Poglądowe rysunki prezentujące przekroje analizowanych w pracy rur ze szczelinami: a) osiową zewnętrzną powierzchniową wzdłużną na całej długości; b) osiową zewnętrzną powierzchniową półeliptyczną

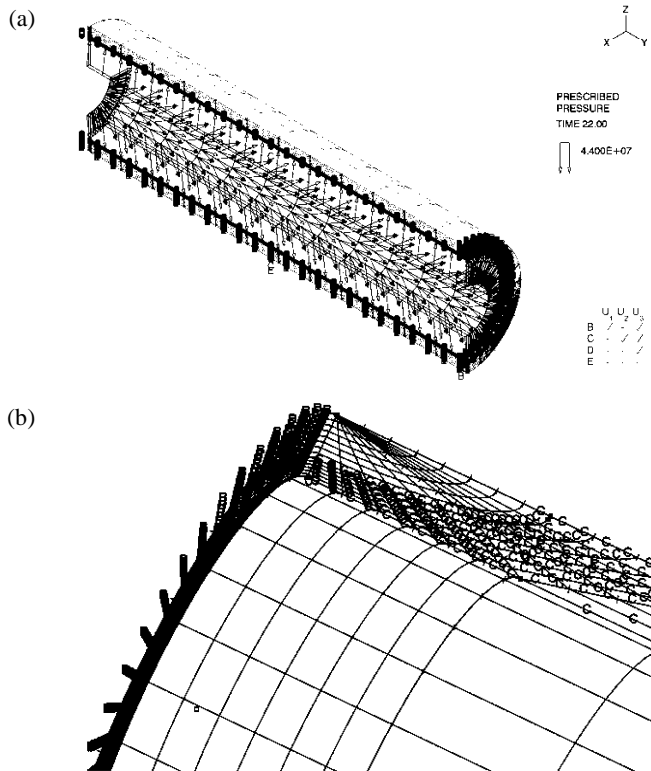
## 3. SZCZEGÓŁY I CEL OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Przeprowadzone w ramach pracy obliczenia numeryczne, miały na celu zweryfikować wyniki uzyskiwane z wykorzystaniem procedur FITNET. Głównym celem prowadzonych obliczeń numerycznych było wyznaczenie wartości obciążeń granicznych, jakie mogą zostać przeniesione przez testowane elementy oraz porównanie wyznaczonych wartości z tymi zarejestrowanymi w trakcie próby oraz z tymi wyznaczonymi w oparciu o procedury FITNET.

Obliczenia numeryczne wykonano z wykorzystaniem programu ADINA SYSTEM 8.4.1 (2006a; Timoschenko i Goodier, 1975). Podstawową zasadą wyznaczania obciążeń granicznych jest założenie w analizie numerycznej sprężysto-doskonale plastycznego modelu materiału. Zarówno dla przypadku rury ze szczeliną wzdłużną, jak i półeliptyczną w analizie wykorzystano trójwymiarowe modele rur. W przypadku obu zagadnień, modelowano ćwiartkę rury, uwzględniając odpowiednie warunki brzegowe. Rurę w kierunku grubości dzielono w zależności od modelu na 5÷12 warstw. Obciążenie przykładano do wewnętrznej ścianki rury, wykorzystując opcję PRESCRIBED PRESSURE, definiując odpowiednią wartość ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}$ .

Model dla rury ze szczeliną wzdłużną składał się z 2304 dwudziestowęzłowych elementów skończonych typu SOLID, co dało model o łącznej liczbie węzłów 10881. Natomiast model rury ze szczeliną półeliptyczną składał się z 2808 dwudziestowęzłowych elementów skończonych typu SOLID, co dało model o łącznej liczbie węzłów 13253.

Rys. 3 prezentuje przykładowe modele numeryczne rury zawierającej defekty powierzchniowe, które zostały wykorzystane w analizie.



Rys. 3. Model numeryczny rury z wzdłużną szczeliną powierzchniową na całej długości (a); Fragment modelu numerycznego rury z półeliptyczną szczeliną powierzchniową (b)

Moment, w którym modelowana konstrukcja osiągnęła poziom obciążenia granicznego oceniano na podstawie zarysów strefy plastycznej, dokonując porównania wartości naprężeń efektywnych, wyznaczanych zgodnie z hipotezą Hubera-Misesa-Henckiego, z granicą plastyczności w punktach całkowania numerycznego. Dla rozważanych przypadków, na jeden element skończony składało się 27 punktów całkowania numerycznego.

#### 4. OCENA WYTRZYMAŁOŚCI RUR Z WYKORZYSTANIEM PODEJŚCIA FAD WG PROCEDUR FITNET – SCHEMAT ANALIZY

Analizę wytrzymałości analizowanych fragmentów rurociągów wykonano zgodnie z zaleceniami procedur FITNET (2006), w oparciu o charakterystyki materiału zawarte w atęście. Ze względu na fakt, że w atęście podane zostały jedynie granica plastyczności i wytrzymałość na rozciąganie oraz energia Charpy z próby uderzeniowej, analizę wytrzymałości można przeprowadzić jedynie

na podstawowym poziomie analizy FAD według procedur FITNET (2006). Procedury FITNET oferują dość szeroki wachlarz wzorów, które można wykorzystać w analizie. Jednakże ze względu na fakt, że stal, z której wykonano rury, jest materiałem ferrytyczno-perlitycznym i posiada wyraźną granicę plastyczności, należy z wielu podanych w procedurach wzorów wybrać właściwą grupę.

W pierwszym kroku analizy, dla rozpatrywanego zagadnienia należy wybrać odpowiednie równania krzywych FAD. Zgodnie z zaleceniami procedur FITNET (2006), krzywą zniszczenia  $f(L_r)$  dla przypadku rozważanych rur opisuje się wzorem postaci:

$$f(L_r) = \left(1 + \frac{L_r^2}{2}\right)^{-0.5} \quad \text{dla} \quad 0 \leq L_r \leq 1. \quad (1)$$

Drugi krok analizy to oszacowanie odporności na pęknięcie  $K_{mat}$  zgodnie z obowiązującymi w procedurach FITNET (2006) zasadami. W przypadku prowadzenia analizy FAD na podstawowym poziomie procedur FITNET, odporność na pęknięcie  $K_{mat}$ , niezbędną do wykreślenia żądanych punktów analizy, należy wyznaczyć na podstawie danych z próby uderzeniowej wykonanej sposobem Charpy  $C_V$ . Wzór transformacyjny pomiędzy energią Charpy  $C_V$ , a odpornością na pęknięcie  $K_{mat}$  wybiera się w zależności od charakteru przełomu próbki, oceniając czy jest on kruchy, mieszany lub plastyczny. Jeśli w próbie Charpy uzyskano całkowicie plastyczny przełom próbki, to charakterystykę odporności na pęknięcie  $K_{mat}$  uzyskuje się stosując jeden z dwóch wzorów podawanych w procedurach FITNET (2006).

Jeden ze wzorów jest dość konserwatywną formułą pozwalającą oszacować odporności na pęknięcie dla znanej energii Charpy, odpowiadającą przyrostowi pęknięcia wynoszącemu  $da=0.2\text{mm}$ :

$$K_{mat} = 11.9 \cdot C_V^{0.545}. \quad (2)$$

W przypadku gdy granica plastyczności materiału spełnia warunek  $R_e < 480\text{MPa}$ , a energia Charpy spełnia warunek  $C_V > 60\text{J}$ , procedury FITNET (2006) sugerują wzór nieco innej postaci:

$$K_{mat} = 0.54 \cdot C_V + 55. \quad (3)$$

Mniej konserwatywne oszacowanie odporności na pęknięcie  $K_{mat}$ , dla przyrostu długości pęknięcia o  $da=0.2\text{mm}$ , w stosunku do formuły opisanej wzorem (2) można uzyskać na podstawie następującej zależności:

$$K_{mat} = \sqrt{\frac{E \cdot (0.53 \cdot C_V^{1.28}) \cdot (0.2^{0.133} \cdot C_V^{0.256})}{1000 \cdot (1 - \nu^2)}}. \quad (4)$$

Bazując na podawanej w atęście materiału rury wartości energii Charpy  $C_V=70\text{J}$ , wykorzystując zależności (2+4), można wyznaczyć odpowiadającą tej energii wartość odporności na pęknięcie w jednostkach współczynnika intensywności naprężeń. Odporność na pęknięcie  $K_{mat}$ , obliczona według wzoru (2) wynosi  $K_{mat}=120.5\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ , według wzoru (3) –  $K_{mat}=92.8\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ , a według wzoru (4) –  $K_{mat}=122\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ .

W celu uzyskania wyższego poziomu konserwatywności w analizie wytrzymałości badanych rur (czyli wyniku bardziej bezpiecznego), do dalszej analizy wybrano mniejszą

z wymienionych powyżej odporności na pęknięcie, czyli wartość  $K_{mat}=92.8\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ .

Trzecim krokiem analizy z wykorzystaniem podejścia FAD według procedur FITNET (2006) jest wyznaczenie współczynnika intensywności naprężeń (WIN) dla zadanego obciążenia zewnętrznego. W tym celu wymagana jest znajomość rozkładów naprężeń w płaszczyźnie występowania defektu. Naprężenia obwodowe w rurze obciążanej ciśnieniem wewnętrznym  $p_{wew}$  wyznacza się ze wzoru Lame (Adina 8.4.1, 2006b):

$$\sigma_{\theta} = \frac{p_{wew} \cdot R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \left( 1 + \frac{R_2^2}{r^2} \right), \quad (5)$$

gdzie  $R_2$  jest promieniem zewnętrznym rury;  $R_1$  jest promieniem wewnętrznym rury;  $r$  jest współrzędną biegunowego układu współrzędnych, zaczepionego w osi rury.

Dla przypadku zewnętrznej osiowej powierzchniowej szczeliny WIN, oznaczany przez  $K_I$ , oblicza się wykorzystując wzór postaci (FITNET, 2006; Neimitz, 1998):

$$K_I = \sqrt{\pi a} \cdot \sum_{i=0}^3 \sigma_i f_i \left( \frac{a}{B}, \frac{2c}{a}, \frac{R_1}{B} \right), \quad (6)$$

gdzie  $a$  jest promieniowym wymiarem charakterystycznym pęknięcia;  $c$  jest wzdłużnym wymiarem charakterystycznym pęknięcia,  $f_i(a/B, 2c/a, R_1/B)$  dla  $(i=0...3)$  są funkcjami kształtu zależnymi od wymiarów geometrycznych rury oraz wymiarów defektów (FITNET, 2006; R6, 2006; Neimitz, 1998);  $\sigma_i (i=0...3)$  są współczynnikami wielomianu trzeciego rzędu, którym opisuje się rozkład naprężeń obwodowych w ścianie cylindra bez szczeliny  $\sigma = \sigma(u)$ :

$$\sigma(u) = \sum_{i=0}^3 \sigma_i \left( \frac{u}{a} \right)^i \quad \text{dla} \quad 0 \leq u \leq a \quad (7)$$

Wartość znormalizowanego obciążenia zewnętrznego  $L_r$  dla zewnętrznej osiowej półeliptycznej szczeliny obliczyć należy wykorzystując wzór zalecany przez autorów procedury FITNET (2006):

$$L_r = \frac{g(\xi) \cdot \frac{\sigma_b}{3} + \sqrt{g^2(\xi) \cdot \frac{\sigma_b^2}{9} + (1-\xi)^2 \cdot \sigma_m^2}}{(1-\xi)^2 \cdot \sigma_0}, \quad (8)$$

gdzie funkcje  $\xi$  oraz  $g(\xi)$  zależą od geometrii rury (grubości ścianki, głębokości pęknięcia, długości pęknięcia):

$$\xi = \frac{a \cdot l}{B \cdot (l + 2 \cdot B)}, \quad (9)$$

$$g(\xi) = 1 - 20 \cdot \xi^3 \cdot \left( \frac{a}{l} \right)^{0.75}. \quad (10)$$

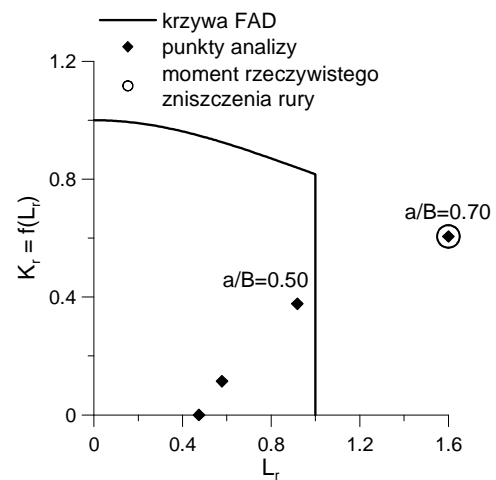
Występujące w zależności (8) symbole  $\sigma_m$  i  $\sigma_b$  oznaczają odpowiednio rozciągającą i zginającą składową rozkładu naprężeń obwodowych w ścianie cylindra, które oblicza się zgodnie ze wzorem:

$$\sigma = \sigma(u) = \sigma_m + \sigma_b \cdot \left( 1 - 2 \cdot \frac{u}{B} \right) \quad \text{dla} \quad 0 \leq u \leq B. \quad (11)$$

## 5. REZULTATY ANALIZY OPARTEJ NA PODEJŚCIU FAD PROCEDUR FITNET

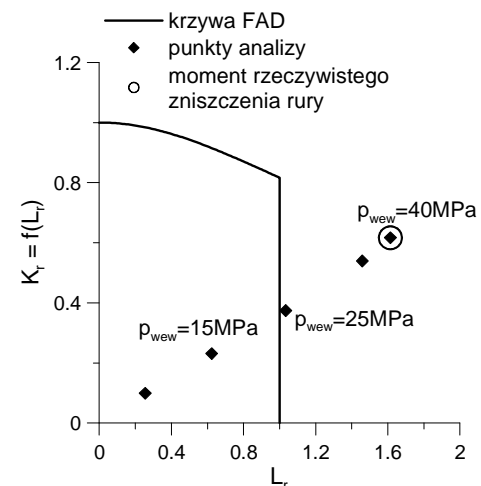
Wykonanie pełnej analizy opartej na podejściu FAD według procedur FITNET (2006) sprowadza się do wyciągnięcia wniosków w oparciu o graficzne rozwiązanie, jakim jest diagram zniszczenia z wrysowaną krzywą FAD i naniesionymi na niego odpowiednimi punktami analizy. Pełny algorytm postępowania został krótko scharakteryzowany w paragrafie 4 niniejszej pracy. Poniżej zostaną zaprezentowane wyniki przeprowadzonej analizy według podejścia FAD.

rura:  $\phi_z=42.4\text{mm}$   $B=4.5\text{mm}$   
 $R_e=330\text{MPa}$   $R_m=550\text{MPa}$   $K_{mat}=93\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$   
 ciśnienie wewnętrzne  $p_{wew}=40\text{MPa}$



Rys. 4. Wykres FAD dla rury zawierającej wzdłużne pęknięcie powierzchniowe o wymiarach  $l/a=100$  sporządzony dla stałego poziomu ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}=40\text{MPa}$  przy zmiennej głębokości pęknięcia

rura:  $\phi_z=42.4\text{mm}$   $B=4.5\text{mm}$   $a/B=0.70$   
 $R_e=330\text{MPa}$   $R_m=550\text{MPa}$   $K_{mat}=93\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$



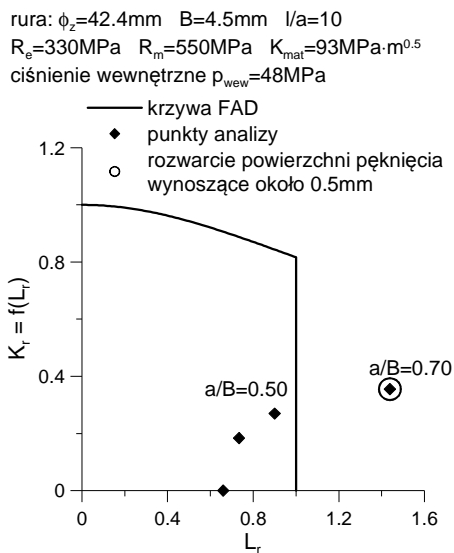
Rys. 5. Wykres FAD dla rury zawierającej wzdłużne pęknięcie powierzchniowe o wymiarach  $l/a=100$  oraz głębokości  $a/B=0.70$  sporządzony dla zmiennego poziomu ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}$



Na Rys. 4 i 5 przedstawiono rezultaty analizy FAD dla rur zawierających szczelinę zewnętrzną powierzchniową wzdłużną o wymiarach spełniających warunek  $l/a = 100$ , która została obciążona ciśnieniem wewnętrznym. Analiza zaprezentowanego diagramu zniszczenia dowodzi, że w elemencie obciążonym stałym poziomem ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}=40\text{MPa}$  krytyczny stan zostanie osiągnięty dla szczeliny o głębokości  $a/B > 0.52$ . Jednak przeprowadzone badania doświadczalne wskazują na fakt, że zniszczenie elementu następuje dla przypadku, gdy względna głębokość pęknięcia wynosi  $a/B=0.70$ .

Analiza diagramu zniszczenia przedstawionego na Rys. 5 wskazuje na fakt, że rura ze szczeliną wzdłużną o głębokości  $a/B=0.70$  krytyczny moment osiąga, gdy poziom ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}$  przekroczy  $25\text{MPa}$ . W rzeczywistości, element ten uległ zniszczeniu przy poziomie ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}=40\text{MPa}$ .

Rys. 6 i 7 prezentują rezultaty analizy FAD dla rur zawierających szczelinę zewnętrzną powierzchniową półeliptyczną o wymiarach  $l/a=10$ , obciążanych ciśnieniem wewnętrznym. Analiza diagramu zniszczenia przedstawionego na rysunku 6 wskazuje na fakt, że dla poziomu ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}=48\text{MPa}$  sytuacja krytyczna następuje, gdy szczelina osiąga głębokość  $a/B \approx 0.60$ . W przypadku testów wykonanych na rurze zawierającej pęknięcie o głębokości  $a/B=0.70$ , badany element nie uległ zniszczeniu przy poziomie ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}=48\text{MPa}$ . W czasie badań zarejestrowano jedynie trwałe odkształcenie czujnika rozwarcia pęknięcia, wynoszące około  $0.5\text{mm}$ , co świadczy o znacznym uplastycznieniu niepękniętego fragmentu przekroju badanego elementu

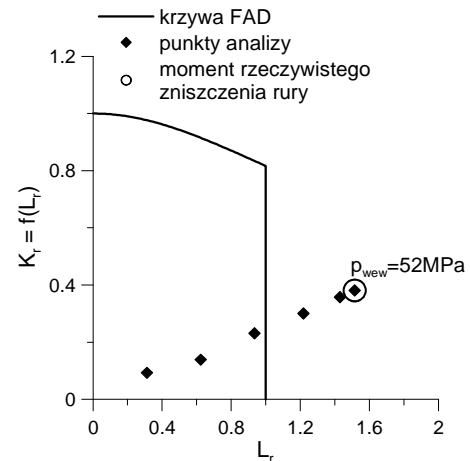


**Rys. 6.** Wykres FAD dla rury zawierającej wzdłużne pęknięcie półeliptyczne o wymiarach  $l/a=10$  sporządzony dla stałego poziomu ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}=48\text{MPa}$  przy zmiennej głębokości pęknięcia

Na Rys. 7 zaprezentowano diagram zniszczenia z naniezionymi punktami analizy dla rury zawierającej szczelinę powierzchniową wzdłużną półeliptyczną o stałych wymiarach:  $2c/a=10$  oraz  $a/B=0.70$ , którą obciążano zmiennym ciśnieniem wewnętrznym  $p_{wew}$ . Analiza przedstawionego diagramu zniszczenia wskazuje, że element jest zagrożony

zniszczeniem przy poziomie ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew} > 38\text{MPa}$ . W rzeczywistości, zniszczenie omawianej rury nastąpiło przy ciśnieniu wewnętrznym równym  $p_{wew}=52\text{MPa}$ .

rura:  $\phi_z=42.4\text{mm}$   $B=4.5\text{mm}$   $a/B=0.70$   $l/a=10$   
 $R_e=330\text{MPa}$   $R_m=550\text{MPa}$   $K_{mat}=93\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$



**Rys. 7.** Wykres FAD dla rury zawierającej wzdłużne pęknięcie półeliptyczne o wymiarach  $l/a=10$  oraz głębokości  $a/B=0.70$  sporządzony dla zmiennego poziomu ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}$

Analiza uzyskanych wyników pozwala stwierdzić, że zastosowanie podejścia FAD zgodnego z procedurami FITNET (2006), pozwalała otrzymać dość zadawalające rezultaty, bowiem punkty odpowiadające rzeczywistemu zniszczeniu analizowanych fragmentów rur znajdują się w obszarze zagrożonym zniszczeniem. Analiza FITNET według podejścia FAD została przeprowadzona jedynie na podstawowym (domyślnym) poziomie analizy, na co wpływ miała liczba posiadanych danych o materiale, a zwłaszcza fakt, że odporność na pęknięcie  $K_{mat}$  wyznaczono z danych udarności Charpy. Wybór jedynie podstawowego poziomu analizy skutkuje tym, że graniczne parametry pęknięcia, względnie obciążenia zewnętrznego w postaci ciśnienia wewnętrznego, które wyznaczono w oparciu o diagramy zniszczenia są znacznie niższe, od tych, przy których odbyło się zniszczenie rzeczywistych elementów konstrukcyjnych poddawanych badaniom doświadczalnym. Można więc stwierdzić, że wybór podstawowego poziomu analizy oznacza wysoki konserwatyzm uzyskiwanych rezultatów.

Konserwatyzm uzyskiwanych wyników może zostać jednak zmniejszony, jeżeli analizę wytrzymałości wykona się w oparciu o jeden z wyższych poziomów analizy. Wybór wyższego poziomu analizy związany jest z koniecznością posiadania odpowiednich stałych materiałowych. Zaznaczyć należy, że prowadząc analizę według podejścia FAD procedur FITNET (2006), niezbędna jest znajomość odporności na pęknięcie  $K_{mat}$  wyznaczonej zgodnie z obowiązującymi normami, pozwalającymi laboratoryjnie wyznaczyć krytyczną wartość całki  $J$  oznaczaną jako  $J_{IC}$  lub krytyczną wartość współczynnika intensywności naprężeń (WIN), oznaczaną jako  $K_{IC}$ . Pozostałymi danymi, które wykorzystuje się w analizie na wyższych poziomach są

obok granicy plastyczności wytrzymałość na rozciąganie (poziom 1 analizy oraz poziom 3 analizy) oraz pełna krzywa rozciągania (poziom 3 analizy) zarejestrowana w trakcie badań doświadczalnych, względnie wyznaczona w oparciu o podawane w procedurach FITNET (2006) wzory.

W celu zobrazowania możliwości obniżenia poziomu konserwatywności uzyskiwanych rezultatów, mimo iż w zbiorze danych o materiale w atencie nie podano odporności na pęknięcie wyznaczonej z wartości krytycznych całki  $J$  lub WIN, w niniejszej pracy przeprowadzona została analiza oceny wytrzymałości rury zawierającej powierzchniowe wzdłużne pęknięcie półeliptyczne a wymiarach  $l/a=10$  oraz  $a/B=0.70$ . Wyznaczenie punktów analizy jest identyczne dla wszystkich poziomów procedur FITNET. Różnice dotyczą przede wszystkim równań stosowanych do wykreślenia krzywych FAD.

Na pierwszym poziomie analizy procedur FITNET, krzywą FAD kreśli się w oparciu o następujące wzory:

$$f(L_r) = \left(1 + \frac{L_r^2}{2}\right)^{-0.5} \quad \text{dla} \quad 0 \leq L_r \leq 1, \quad (12)$$

$$f(L_r) = f(1) \cdot (L_r)^{(N-1)/(2 \cdot N)} \quad \text{dla} \quad 1 \leq L_r \leq L_{r \max}, \quad (13)$$

gdzie  $f(1)$  jest wartością funkcji  $f(L_r)$  dla  $L_r=1$  wyznaczoną według wzoru postaci:

$$f(1) = \left(\lambda + \frac{1}{2 \cdot \lambda}\right)^{-0.5}, \quad (14)$$

przy czym  $\lambda$  jest obliczana jako

$$\lambda = 1 + \frac{E \cdot \Delta \varepsilon}{R_e}, \quad (15)$$

a  $\Delta \varepsilon$  jest odkształceniem odpowiadającym wyraźnej granicy plastyczności i jest obliczane jako:

$$\Delta \varepsilon = 0.0375 \cdot \left(1 - \frac{R_e}{1000}\right). \quad (16)$$

Pojawiająca się we wzorze (13) wielkość  $L_{r \max}$  jest maksymalnym znormalizowanym obciążeniem zewnętrznym, obliczanym jako

$$L_{r \max} = 0.5 \cdot \left(1 + \frac{R_m}{R_e}\right), \quad (17)$$

a  $N$  jest wykładnikiem potęgowym w prawie Ramberga-Osgooda, wyznaczanym zgodnie z procedurami FITNET (2006) według wzoru postaci

$$N = 0.3 \cdot \left(1 - \frac{R_e}{R_m}\right). \quad (18)$$

Trzeci poziom analizy procedur FITNET wymaga znajomości pełnej krzywej rozciągania zarejestrowanej w trakcie badań doświadczalnych, względnie dopuszcza jej aproksymowanie w oparciu o prawo Ramberga-Osgooda (2006). Krzywa FAD dla trzeciego poziomu analizy procedur FITNET kreślona jest w oparciu o następującą zależność:

$$f(L_r) = \left(\frac{E \cdot \varepsilon_r}{\sigma_r} + 0.5 \cdot \frac{(L_r)^2}{(E \cdot \varepsilon_r)/(\sigma_r)}\right)^{-0.5}, \quad (19)$$

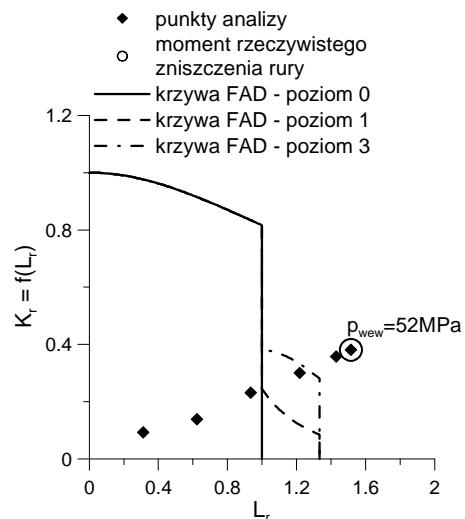
dla całego zakresu znormalizowanego obciążenia zewnętrznego  $L_r$ , spełniającego warunek  $0 \leq L_r \leq L_{r \max}$ , gdzie  $L_{r \max}$  należy obliczyć zgodnie ze wzorem (17). Występujące we wzorze symbole  $\sigma_r$  oraz  $\varepsilon_r$  oznaczają rzeczywiste naprężenie i odkształcenie, przy czym rzeczywiste naprężenie  $\sigma_r$  oblicza się jako

$$\sigma_r = L_r \cdot R_e, \quad (20)$$

a rzeczywiste odkształcenie  $\varepsilon_r$  należy odczytać z wykresu rozciągania dla odpowiadających naprężeń rzeczywistych oznaczanych przez  $\sigma_r$ .

Rys. 8 prezentuje diagram zniszczenia zawierający trzy krzywe FAD, wykreślone dla podstawowego (nazywanego również zerowym poziomem analizy), pierwszego oraz trzeciego poziomu analizy, dla przypadku rury zawierającej wzdłużne powierzchniowe pęknięcie półeliptyczne o wymiarach  $l/a=10$  oraz  $a/B=0.70$ . Na wykresie tym umieszczono punkty analizy, uzyskane wskutek podnoszenia ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}$  w rurze. Daje się zauważyć, że im wyższy poziom analizy, tym większy jest obszar bezpieczny, w którym rozważany element konstrukcyjny nie powinien ulec zniszczeniu. Dla rozważanego przypadku rury zawierającej półeliptyczne pęknięcie powierzchniowe, krzywa FAD wykreślona na trzecim poziomie analizy znacznie rozszerza obszar wyników bezpiecznych, a tym samym w znacząco obniża konserwatywność przeprowadzonej analizy.

rura:  $\phi_z=42.4\text{mm}$   $B=4.5\text{mm}$   $a/B=0.70$   $l/a=10$   
 $R_e=330\text{MPa}$   $R_m=550\text{MPa}$   $K_{mat}=93\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$



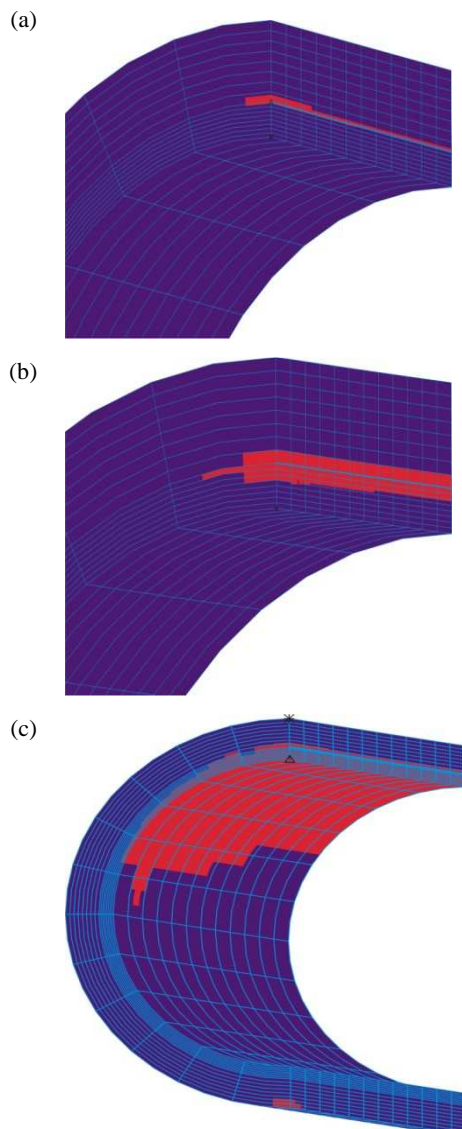
**Rys. 8.** Wykres FAD dla różnych poziomów analizy dla rury zawierającej wzdłużne pęknięcie półeliptyczne o wymiarach  $l/a=10$  oraz głębokości  $a/B=0.70$  sporządzony dla zmiennego poziomu ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}$

Podsumowując można stwierdzić, że Rys. 8 na przykładzie rury ze szczeliną powierzchniową wzdłużną półelip-

tyczną o wymiarach  $l/a=10$  oraz  $a/B=0.70$ , obrazuje jak obniża się konserwatywność oceny wytrzymałości elementu zawierającego pęknięcie wskutek zwiększania poziomu analizy od podstawowego (zerowego) do trzeciego.

## 6. WERYFIKACJA REZULTATÓW UZYSKANYCH WEDŁUG PODEJŚCIA FAD PROCEDUR FITNET POPRZECZ WYKONANE OBLICZENIA NUMERYCZNE

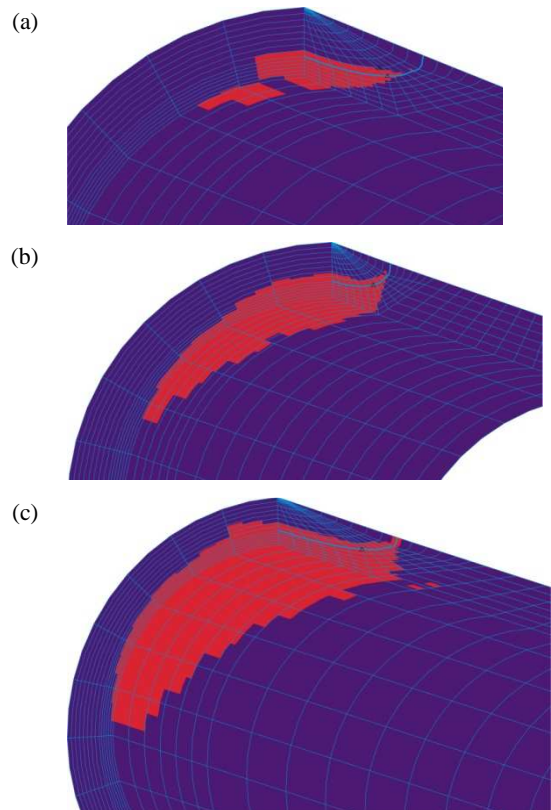
Przeprowadzone w ramach niniejszej pracy obliczenia numeryczne miały na celu zweryfikowanie uzyskiwanych w oparciu o podejście FAD procedur FITNET (2006) rezultaty analizy. Celem obliczeń numerycznych, było określenie wartości obciążeń granicznych, jakie mogą zostać przeniesione przez testowane elementy oraz porównanie wyznaczonych wartości z tymi zarejestrowanymi w trakcie próby oraz z tymi wyznaczonymi w oparciu o procedury FITNET.



**Rys. 9.** Rozwój obszaru plastycznego dla przypadku rury zawierającej wzdłużną szczelinę powierzchniową o wymiarach  $l/a=100$  oraz  $a/B=0.70$  przy ciśnieniu wewnętrznym wynoszącym: a)  $p_{wew}=20\text{MPa}$ ;

b)  $p_{wew}=25\text{MPa}$ ; c)  $p_{wew}=40\text{MPa}$

Rys. 9 prezentuje rozwój obszaru plastycznego dla przypadku rury ze szczeliną powierzchniową wzdłużną, o wymiarach  $l/a=100$  oraz głębokości  $a/B=0.70$ . Obliczenia numeryczne dla tej rury wykazały, że przy poziomie ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}=25\text{MPa}$  (Rys. 9b), który odpowiada osiągnięciu stanu krytycznego zgodnie z podejściem FAD według procedur FITNET (Rys. 5), uplastycznienie niepękniętego przekroju jeszcze nie jest całkowite. Rozwinięty obszar plastyczny (Rys. 9c), który w całości penetruje niepęknięty przekrój i rozprzestrzenia się do  $75^\circ$  na boczne ścianki rury, po obwodzie jest obserwowany przy poziomie ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}=40\text{MPa}$ , które odpowiada rzeczywistemu zniszczeniu rury w trakcie badań doświadczalnych.



**Rys. 10.** Rozwój obszaru plastycznego dla przypadku rury zawierającej wzdłużną powierzchniową szczelinę półeliptyczną o wymiarach  $l/a=10$  oraz  $a/B=0.70$  przy ciśnieniu wewnętrznym wynoszącym: a)  $p_{wew}=38\text{MPa}$ ; b)  $p_{wew}=48\text{MPa}$ ; c)  $p_{wew}=52\text{MPa}$

Rys. 10 prezentuje rozwój obszaru plastycznego dla przypadku rury ze szczeliną powierzchniową półeliptyczną, o wymiarach  $l/a=10$  oraz głębokości  $a/B=0.70$ . Obliczenia numeryczne dla tej rury wykazały, że przy poziomie ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}=38\text{MPa}$  (Rys. 10a), który odpowiada osiągnięciu stanu krytycznego według podejścia FAD procedur FITNET (Rys. 7), strefa uplastycznienia penetruje niepęknięty materiał przed frontem szczeliny, jednak uplastycznienie jeszcze nie jest całkowite wzdłuż konturu szczeliny. Obszar plastyczny, który odpowiada ciśnieniu wewnętrznemu  $p_{wew}=48\text{MPa}$  (Rys. 10b), jest mocno rozwinięty, jednakże w rurze nie można mówić

o osiągnięciu pełnego uplastycznienia wzdłuż konturu szczeliny. Dopiero przy poziomie ciśnienia wewnętrznego  $p_{wew}=52\text{MPa}$  (Rys. 10c), który odpowiada rzeczywistemu zniszczeniu próbki, uplastycznienie niepękniętego przekroju jest całkowite.

## 7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE

Wyniki oceny wytrzymałości elementów konstrukcyjnych, za jakie można uznać rury z wzdłużnymi defektami powierzchniowymi, uzyskane w oparciu o zastosowane podejście FAD procedur FITNET (2006), zostały zaprezentowane na Rys. 4 – 7. Analiza przedstawionych diagramów zniszczenia wskazuje na stosunkowo wysoki poziom konserwatywności oceny wytrzymałości, który uzyskano na podstawowym (zerowym) poziomie analizy FAD według procedur FITNET. Zaznaczyć należy, że konserwatywne założenia dotyczą krzywej zniszczenia  $f(L_r)$ , odporności na pęknięcie  $K_{mat}$  obliczonej z wartości udarności Charpy oraz znormalizowanej wartości obciążenia granicznego  $L_r$ . Obniżenie zachowawczości procedury FITNET można uzyskać wykonując analizę testowanego elementu na wyższych poziomach analizy, o czym mowa w (2006). Przykładem może tu być Rys. 8, na którym pokazano, jak obniża się konserwatywność oceny wytrzymałości elementu konstrukcyjnego zawierającego pęknięcie, przy zwiększeniu poziomu analizy z podstawowego do trzeciego.

Obniżenie konserwatywności uzyskiwanych rezultatów analizy można uzyskać również wprowadzając do analizy wartości odporności na pęknięcie  $K_{mat}$  i obciążenia granicznego  $P_0$ , wyznaczonych według dokładniejszych metodyk. Określenie odporności na pęknięcie  $K_{mat}$  na podstawie charakterystyk krytycznych wartości odporności na pęknięcie wyznaczanych według obowiązujących dokumentów normatywnych, takich jak  $K_{IC}$ ,  $J_{IC}$  oraz  $\delta_{IC}$ , mogą znacząco wpłynąć na obniżenie poziomu konserwatywności. Porównując wartości obciążenia granicznego  $P_0$ , uzyskane według wzorów sugerowanych przez FITNET (patrz wzory (8-10)), z rezultatami obliczeń numerycznych (patrz Rys. 9 oraz Rys. 10), daje się zauważyć, że wartości obciążenia granicznego  $P_0$  obliczone według wzorów (8-11) odpowiadają lokalnemu uplastycznieniu niepękniętego przekroju. Ewentualne wprowadzenie do analizy dokładniej określonych wartości obciążenia granicznego  $P_0$ , przykładowo wyznaczonego w oparciu o metodę elementów skończonych, spowoduje zmniejszenie poziomu konserwatywności uzyskiwanych rezultatów.

## LITERATURA

1. **ADINA 8.4.1** (2006a), ADINA: User Interface Command Reference Manual - Volume I: ADINA Solids & Structures Model Definition, *Report ARD 06-2*, ADINA R&D, Inc.
2. **ADINA 8.4.1** (2006b), ADINA: Theory and Modeling Guide – Volume I: ADINA, *Report ARD 06-7*, ADINA R&D, Inc.
3. **American Petroleum Institute, API 579** (2000), *Recommended practice for fitness-for-service*, Washington.
4. **Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects, R6** (2001), Gloucester: British Energy Generation Ltd, UK.
5. **British Standard BS7910** (1999), *Guide on methods for assessing the acceptability of flaws in fusion welded structures*, British Standards Institutions, London .
6. **Dzioba I., Graba M.** (2007), Wytrzymałość prostoliniowych odcinków rur ze szczeliną wzdłużną powierzchniową wg procedur FITNET, *IV MSMZMiK – Augustów 2007*, materiały konferencyjne, 85-88.
7. **FITNET Fitness for Service Procedure – Final Draft** (2006), Edited by M. Koçak, S. Webster, J.J. Janosh, R.A. Ainsworth, R. Koers.
8. **Neimitz A.** (1998), *Mechanika pęknięcia*, PWN.
9. **SINTAP: Structural Integrity Assessment Procedure for European Industry** (1999.) Project No Be95-1426, British Steel.
10. **Timoshenko S. P., Goodier J. N.** (1975) *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill, N.Y. 1970 (translated in Russian, “Science”).

### APPLICATION OF THE FITNET PROCEDURES FOR EVALUATION OF THE STRENGTH FRAGMENTS PIPELINE WITH SURFACE DEFECTS

**Abstract:** The straight segments of the pipeline with an axial external crack was loaded by internal pressure. The pressure load range and crack opening were recorded during the test. The FITNET analysis has been performed at the base option of the FITNET procedure for these components. The numerical calculation was performed also. The results of the FITNET analysis and numerical calculations were compared with the real range of the components failure. The results which were obtained by FITNET analysis are conservative. The level of conservatism can be reduced by using higher levels of the FITNET procedure.

Pracę wykonano w ramach pracy statutowej realizowanej w Politechnice Świętokrzyskiej na WMiBM – nr 1.22 / 7.14.

## DOŚWIADCZALNO – NUMERYCZNA ANALIZA PROCESU PĘKANIA STALI FERRYTYCZNEJ 13HMF

Marcin GRABA\*

\*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach, Al. 1000-lecia PP 7, 25-314 Kielce

[mgraba@eden.tu.kielce.pl](mailto:mgraba@eden.tu.kielce.pl)

**Streszczenie:** W pracy zostanie przedstawiona analiza procesu pęknięcia stali ferrytycznej 13HMF, oparta na szeregu badań doświadczalnych, które wzbogacona szeregiem obliczeń numerycznych. Analiza dotyczyć będzie elementów konstrukcyjnych badanych w warunkach niskich temperatur. Zaprezentowane zostaną zmiany własności mechanicznych, odporności na pęknięcie, zdjęcia pękniętych przełomów, jak również szereg wyników numerycznych, w postaci rozwijających się stref plastycznych oraz rozkładów naprężeń rozwierających powierzchnie pęknięcia.

### 1. WPROWADZENIE

W modelu Ritchie-Knott-Rice (RKR) (Ritchie i inni, 1973) założono, że pęknięcie łupliwe wymaga, aby naprężenia normalne, prostopadłe do powierzchni szczeliny, przekroczyły pewną krytyczną wartość, charakterystyczną dla materiału w pewnej odległości przed frontem pęknięcia.

W rzeczywistym materiale sprężysto-plastycznym wierzchołek pęknięcia, początkowo ostry, ulega stępieniu w wyniku odkształceń plastycznych. Ten proces wymaga modyfikacji rozwiązania HRR (Hutchinson, 1968; Rice i Rosengren, 1968) przed frontem pęknięcia, uzyskane dla małych odkształceń. Zamiast osobliwego pola naprężeń w wierzchołku pęknięcia naprężenia otwierające obniżają swą wartość przy zbliżaniu się do wierzchołka stępionej szczeliny po osiągnięciu maksimum w znormalizowanej odległości od wierzchołka, wynoszącej

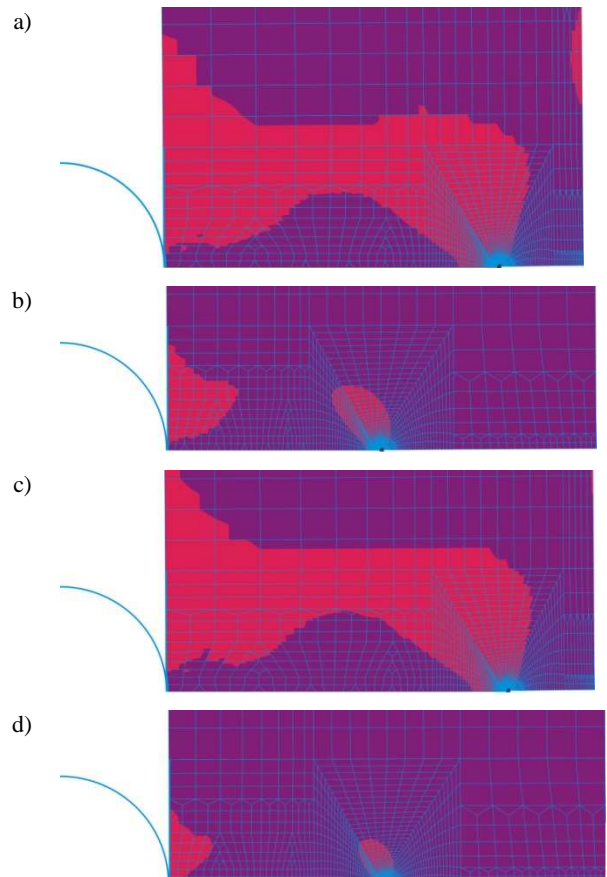
$$r = \psi \cdot \frac{J}{\sigma_0} \quad (1)$$

We wzorze tym  $J$  jest całką  $J$ ,  $\sigma_0$  jest granicą plastyczności natomiast  $\psi$  jest funkcją zależną od poziomu więzów geometrycznych (wyrażonych naprężeniami  $Q$  zdefiniowanymi przez O'Dowda i Shiha (1991, 1992)) i wykładnika potęgowego  $n$  w prawie Ramberga-Osgooda (R-O) przy danym obciążeniu zewnętrznym.

Zmiana charakteru naprężeń od osobliwych do skończonych wynika z założenia skończonych odkształceń. Założenie to jest rozsądne i odzwierciedla poziom odkształceń w wierzchołku rzeczywistego pęknięcia. Duże odkształcenia plastyczne są często niezbędne do inicjacji pęknięcia łupliwego (Borden i inni, 2005). Często w analizie dopuszcza się znaczny rozwój strefy plastycznej, gdyż, jak będzie to pokazane w niniejszej pracy, towarzyszy ona pękaniu łupliwemu w niektórych materiałach konstrukcyjnych.

Przykładowymi materiałami konstrukcyjnymi, które ulegają zniszczeniu na skutek pęknięcia kruchego poprzedzonego znacznym rozwojem stref plastycznych są stale ferrytyczne. Pęknięcie elementów konstrukcyjnych wykonanych ze stali ferrytycznych, pracujących zwłaszcza w ener-

getyce od wielu lat budzi zainteresowanie świata nauki. Zagadnieniu temu poświęcono wiele prac, głównie z powodu, że stal ta ma tendencję do kruchego pęknięcia nawet przy obecności dużych odkształceń plastycznych (Sumpter i Forbes, 1992).



**Rys. 1.** Orientacyjna wielkość stref plastycznych dla próbek SEN(B) wykonanych ze stali 13HMF, badanych w obniżonych temperaturach: a) temp.  $-80^{\circ}\text{C}$ ,  $a/W=0.20$ ,  $J=66.7\text{kN/m}$ ; b) temp.  $-80^{\circ}\text{C}$ ,  $a/W=0.50$ ,  $J=16\text{kN/m}$ ; c) temp.  $-100^{\circ}\text{C}$ ,  $a/W=0.20$ ,  $J=52.2\text{kN/m}$ ; d) temp.  $-100^{\circ}\text{C}$ ,  $a/W=0.50$ ,  $J=10.2\text{kN/m}$

W Polsce jedną z wielu ferrytycznych stali stosowanych w energetyce jest stal 13HMF, która poddawana jest różnorodnym rodzajom obróbki cieplnej. Zachowanie się tego materiału w trakcie pracy w wysokich i niskich temperaturach prowadzi często do rozważań, które wymagają uzasadnienia zarówno poprzez prace laboratoryjne, jak i obliczenia numeryczne (Dzioba i Gajewski, 2008; Graba i Neimitz, 2008). Przykładem może być zachowanie się stali 13HMF w temperaturze  $-80^{\circ}\text{C}$ . Wyznaczając odporność na pęknięcie dla tego materiału uzyskano kruchy charakter pęknięcia, jednakże jak pokazują obliczenia numeryczne, procesowi pęknięcia w tej temperaturze towarzyszy prawie pełne lub całkowite uplastycznienie niepękniętego przekroju próbki. Podobne zachowanie się materiału obserwowano w trakcie badań tej stali w temperaturze  $-100^{\circ}\text{C}$ . W przypadku próbek badanych w obu temperaturach, tj.  $-80^{\circ}\text{C}$  oraz  $-100^{\circ}\text{C}$  zawierających krótkie pęknięcia ( $a/W=0.20$ , gdzie  $a$  jest długością pęknięcia, a  $W$  szerokością próbki), w momencie inicjacji pęknięcia obserwuje się pełen uplastycznienie próbek przy poziomie całki  $J$  równym odpowiednio  $66.7\text{kN/m}$  oraz  $52\text{kN/m}$ . Natomiast w przypadku badania próbek normatywnych ( $a/W=0.50$ ) obserwuje się dość duże uplastycznienie próbki, a długość strefy plastycznej przed wierzchołkiem pęknięcia wynosi około 36% grubości próbki ( $r_p=3.6\text{mm}$  czyli  $r_p/B=0.36$  lub  $r_p/W=0.13$ ) – patrz Rys. 1.

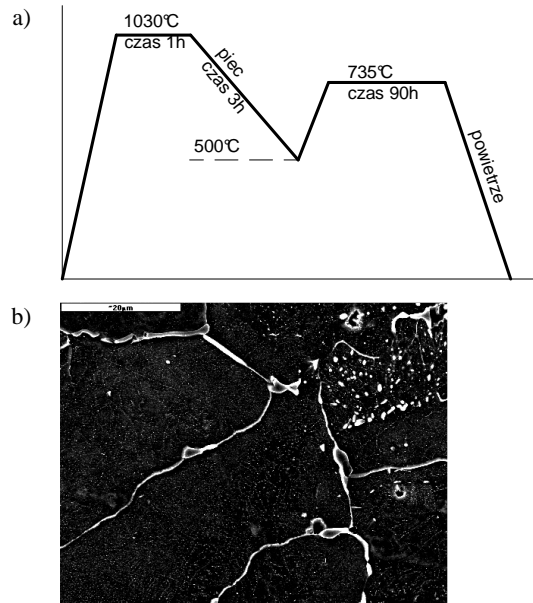
Z tego właśnie powodu, w niniejszej pracy dyskutowane będzie zachowanie się stali 13HMF w trakcie pracy w obniżonych temperaturach. Wyniki prac doświadczalnych będą podstawą do wyciągnięcia wniosków i przeprowadzenia weryfikacji numerycznej.

## 2. BADANIA DOŚWIADCZALNE STALI 13HMF – CHARAKTERYSTYKA I OCENA UZYSKANYCH WYNIKÓW

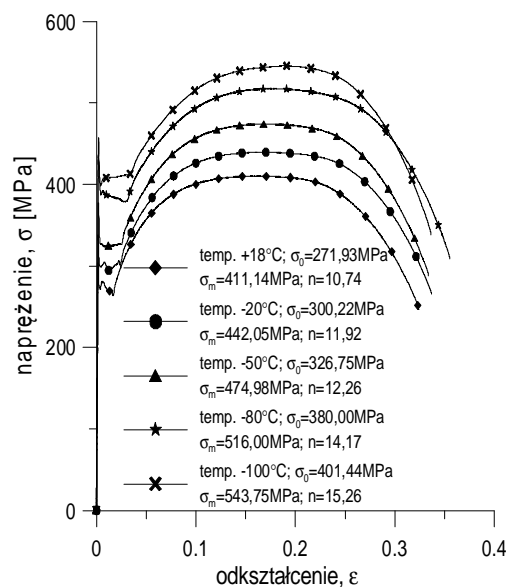
W badaniach wykorzystano stal 13HMF, poddaną obróbce cieplnej zgodnie ze schematem zaprezentowanym na Rys. 2a. Początkowo próbki wykonane z tego materiału były wyżarzane w piecu w temperaturze  $1030^{\circ}\text{C}$  w czasie jednej godziny, następnie studzone razem z nim do temperatury  $500^{\circ}\text{C}$  w czasie trzech godzin, ponownie wyżarzane w temperaturze  $735^{\circ}\text{C}$  w czasie 90 godzin, a na koniec studzone na powietrzu. Zastosowana obróbka cieplna pozwoliła na otrzymanie jednorodnej struktury ferrytycznej ze skoagulowanymi węglkami (Rys. 2b).

Charakteryzując tę strukturę duże ziarna ferrytu mogą sprzyjać powstawaniu dużych mikropęknięć, a materiał w określonych warunkach może ulegać znacznym odkształceniom plastycznym.

Wykonane z materiału próbki podzielono na pięć grup i przeprowadzono szereg badań w różnej temperaturze, poczynając od temperatury otoczenia, aż do temperatury  $-100^{\circ}\text{C}$ . W trakcie prób jednoosiowego rozciągania, sporządzono wykresy rozciągania (Rys. 3) oraz wyznaczono podstawowe własności mechaniczne, które zamieszczono w Tab. 1. Zmianę własności mechanicznych wraz ze zmianą temperatury badania zobrazowano Rys. 4.



Rys. 2. Schemat zastosowanej w badaniach doświadczalnych obróbki cieplnej (a); Zdjęcie fraktograficzne uzyskanej mikrostruktury materiału stali 13HMF (b) (Dzioba i Gajewski, 2008)

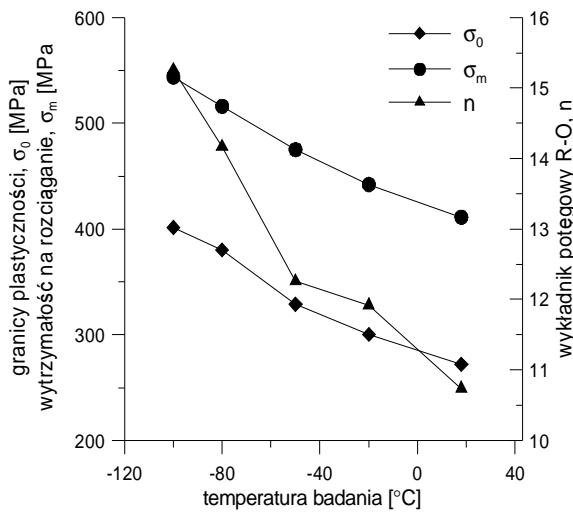


Rys. 3. Inżynierskie wykresy rozciągania uzyskane w trakcie badań doświadczalnych stali 13HMF

W trakcie badania odporności na pęknięcie, wykorzystano próbki trójpunktowo zginane – SEN(B) o szerokości  $W=20\text{mm}$  oraz grubości  $B=10\text{mm}$ . Badania przeprowadzono dla dwóch długości pęknięcia: krótkich szczelin o względnej długości  $a/W=0.20$  oraz szczelin normatywnych o względnej długości  $a/W=0.50$ . Zarejestrowane przebiegi siły obciążającej próbkę w funkcji przemieszczenia ekstensometru przedstawione są na Rys. 5. Po zakończonych badaniach dokonano dokładnego pomiaru długości pęknięcia i przyrostu długości pęknięcia a także wyznaczono wartość całki  $J$  w momencie inicjacji pęknięcia (Tab. 2).

**Tab. 1.** Stałe materiałowe wyznaczone w trakcie badań doświadczalnych

temp. badania	granica plastyczności	wytrzymałość na rozciąganie	wykładnik potęgowy w prawie R-O	wydłużenie względne	przewężenie
[°C]	$\sigma_0$ [MPa]	$\sigma_m$ [MPa]	$n$	$A_5$ [%]	$Z$ [%]
+18	271.93	411.14	10.74	32.39	75.29
-20	300.22	442.05	11.92	33.69	72.43
-50	328.75	474.98	12.26	33.33	72.86
-80	380.00	516.00	14.17	35.35	68.74
-100	401.44	543.75	15.26	33.63	68.86



**Rys. 4.** Wpływ temperatury badania na wartość stałych materiałowych dla stali 13HMF

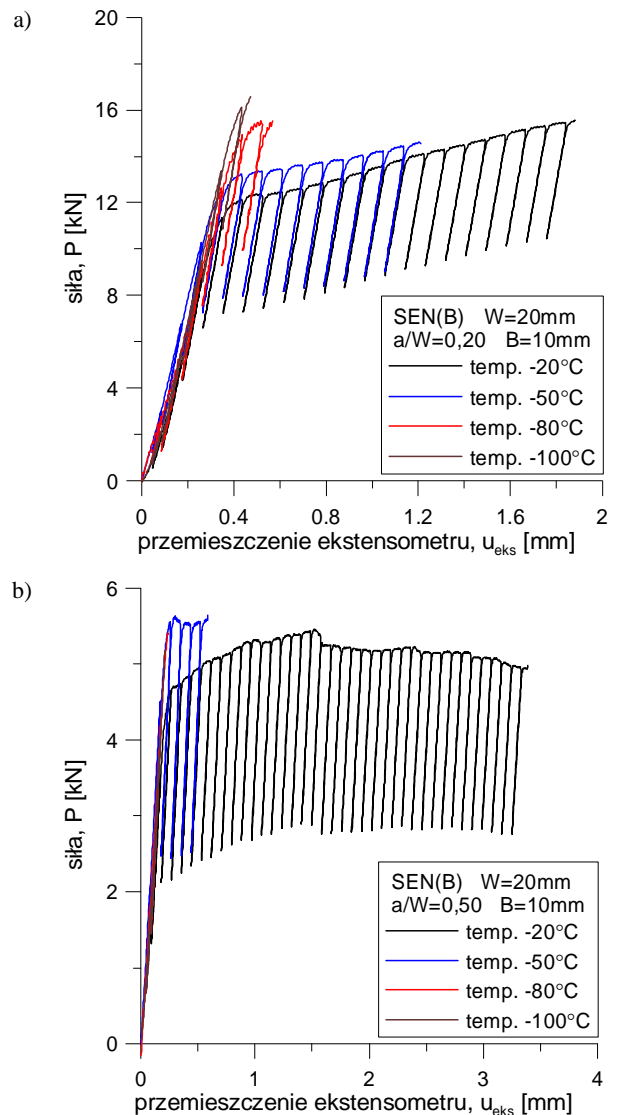
**Tab. 2.** Długości pęknięcia i wartości odporności na pęknięcie dla próbek SEN(B) wykorzystanych w badaniach doświadczalnych

$a/W = 0.20$				
temp. badania [°C]	$a$ [mm]	$da$ [mm]	$K_{Jc}$ [MPa·m <sup>0.5</sup> ]	$J_C$ [kJ/m]
-20	4.192	8.50	239.90	279.38
-50	4.110	1.20	197.10	188.58
-80	3.930	k.p.*	117.18	66.66
-100	4.344	k.p.*	103.70	52.20
$a/W = 0.50$				
temp. badania [°C]	$a$ [mm]	$da$ [mm]	$K_{Jc}$ [MPa·m <sup>0.5</sup> ]	$J_C$ [kJ/m]
-20	10.444	5.80	113.70	62.76
-50	10.212	0.20	105.00	53.52
-80	10.284	k.p.*	55.90	15.17
-100	10.389	k.p.*	45.87	10.21

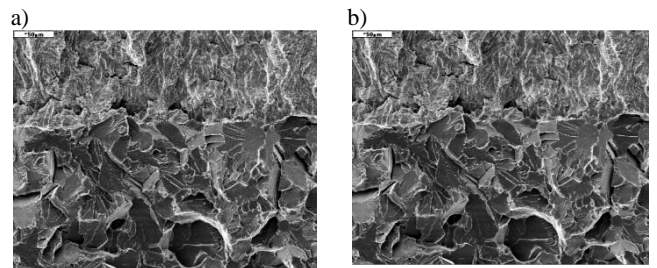
\*k.p. - kruche pęknięcie próbki

Próbki badane w temperaturach -100°C oraz -80°C charakteryzują się kruchym mechanizmem pęknięcia (Rys. 6a i 6b). Wyznaczone zgodnie z normą wartości krytycznego współczynnika intensywności naprężeń dla próbek o długości pęknięcia  $a/W=0.50$  wynoszą odpowiednio

46MPa·m<sup>0.5</sup> dla temperatury -100°C oraz 56MPa·m<sup>0.5</sup> dla temperatury -80°C.



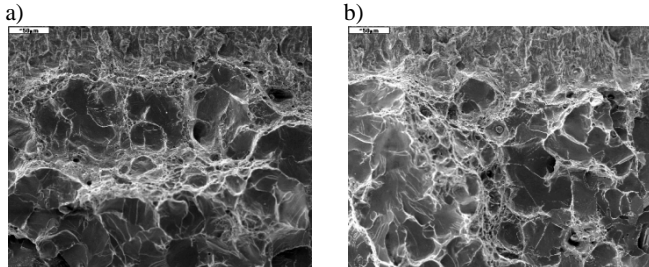
**Rys. 5.** Zarejestrowane wykresy siły w funkcji przemieszczenia ekstensometru dla próbek wykonanych ze stali 13HMF: a) względna długość pęknięcia  $a/W=0.20$ ; b) względna długość pęknięcia  $a/W=0.50$



**Rys. 6.** Przełomy próbek wykorzystanych w badaniach doświadczalnych: a) temp. -100°C,  $a/W=0.50$ ; b) temp. -80°C,  $a/W=0.50$  (Dzioba i Gajewski, 2008; Graba i Neimitz, 2008)

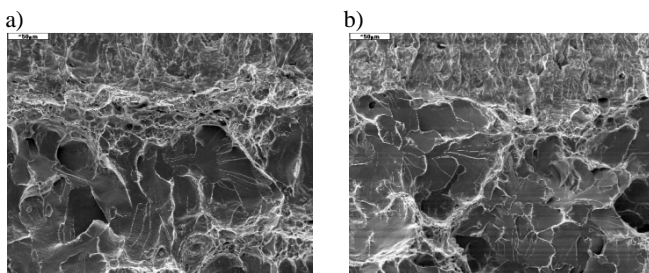
Obserwując przełomy próbek badanych w temperaturze -50°C daje się zauważyć, że za szczeliną zmęczeniową

występuje obszar pęknięcia ciągłego, który łagodnie przechodzi w obszar pęknięcia kruchego z widocznymi lokalnymi pasmami odkształceń plastycznych (Rys. 7a oraz 7b). Zmierzony dla próbek badanych w tej temperaturze hipotetyczny stabilny przyrost długości pęknięcia wynosił odpowiednio 1.2mm dla szczeliny krótkiej ( $a/W=0.20$ ) oraz 0.2mm dla szczeliny normatywnej ( $a/W=0.50$ ).



**Rys. 7.** Przelomy próbek wykorzystanych w badaniach doświadczalnych: a) temp.  $-50^{\circ}\text{C}$ ;  $a/W=0.20$ ; b) temp.  $-50^{\circ}\text{C}$ ,  $a/W=0.50$  (Dzioba i Gajewski, 2008; Graba i Neimitz, 2008)

W przypadku próbek badanych w temperaturze  $-20^{\circ}\text{C}$  przed frontem szczeliny zmęczeniowej widoczny jest większy obszar odkształceń plastycznych, niż obserwowano w przypadku próbek badanych w temp.  $-50^{\circ}\text{C}$ . Następnie obszar ten przechodzi w obszar pęknięcia kruchego, z widocznymi miejscami odkształceń plastycznych (Rys. 8a oraz Rys. 8b). W przypadku normatywnej próbki ( $a/W=0.50$ ), przyrost szczeliny odbywał się gdzieś skokowo, o czym może świadczyć uzyskany wykres siły w funkcji przemieszczenia ekstensometru (Rys. 5b). Podobnie zachowywała się również próbka z krótką szczeliną ( $a/W=0.20$ ). W przypadku tej temperatury (tj.  $-20^{\circ}\text{C}$ ), stabilny przyrost pęknięcia wynosił odpowiednio 8.5mm dla próbki z krótką szczeliną ( $a/W=0.20$ ) oraz 5.8mm dla próbki normatywnej ( $a/W=0.50$ ).



**Rys. 8.** Przelomy próbek wykorzystanych w badaniach doświadczalnych: a) temp.  $-20^{\circ}\text{C}$ ;  $a/W=0.20$ ; b) temp.  $-20^{\circ}\text{C}$ ,  $a/W=0.50$  (Dzioba i Gajewski, 2008; Graba i Neimitz, 2008)

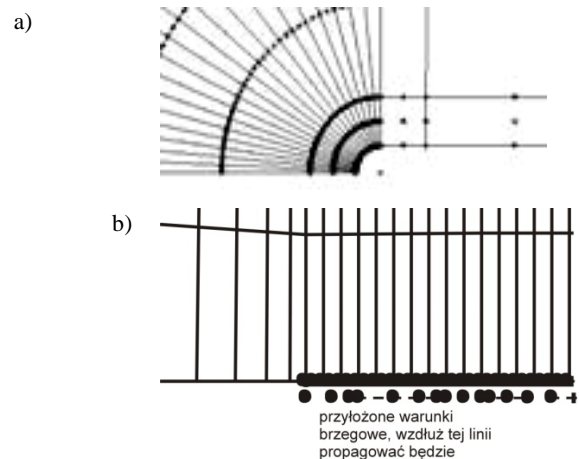
Obserwując przelomy tych próbek można stwierdzić, że mają one strukturę „plastrów miodu”. Widoczne są tam obszary kruchego pęknięcia, oddzielone od siebie fragmentami rozległych odkształceń plastycznych. Takie zachowanie się materiału próbek badanych w temperaturze  $-20^{\circ}\text{C}$  wydaje się być interesujące i zostanie poddane dalszej analizie w oparciu o wyniki obliczeń numerycznych.

### 3. ASPEKTY MODELOWANIA I OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

W obliczeniach numerycznych wykorzystano komercyjny program ADINA SYSTEM 8.4.1 (2006), rozwiązując zagadnienie kontaktowe. Ze względu na symetrię modelowano połowę próbki. W modelowaniu wykorzystano 9-wzłowe elementy typu „PLANE STRAIN”. W obliczeniach skorzystano z modelu materiału jednorodnego, izotropowego z warunkiem plastyczności Hubera–Missesa–Henckyego. Związek konstytutywny, opisujący poddany analizie materiał, opisany jest zależnością:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \begin{cases} \sigma/\sigma_0 & \text{dla } \sigma \leq \sigma_0 \\ \alpha(\sigma/\sigma_0)^n & \text{dla } \sigma > \sigma_0 \end{cases} \quad \text{gdzie stała } \alpha=1. \quad (2)$$

Całkę  $J$  w trakcie obliczeń numerycznych wyznaczano z wykorzystaniem metody wirtualnego przyrostu długości pęknięcia.



**Rys. 9.** Modele wierzchołka pęknięcia wykorzystane w analizie MES do rozwiązania zagadnień stacjonarnych (a) oraz w symulacji wzrostu pęknięcia (b)

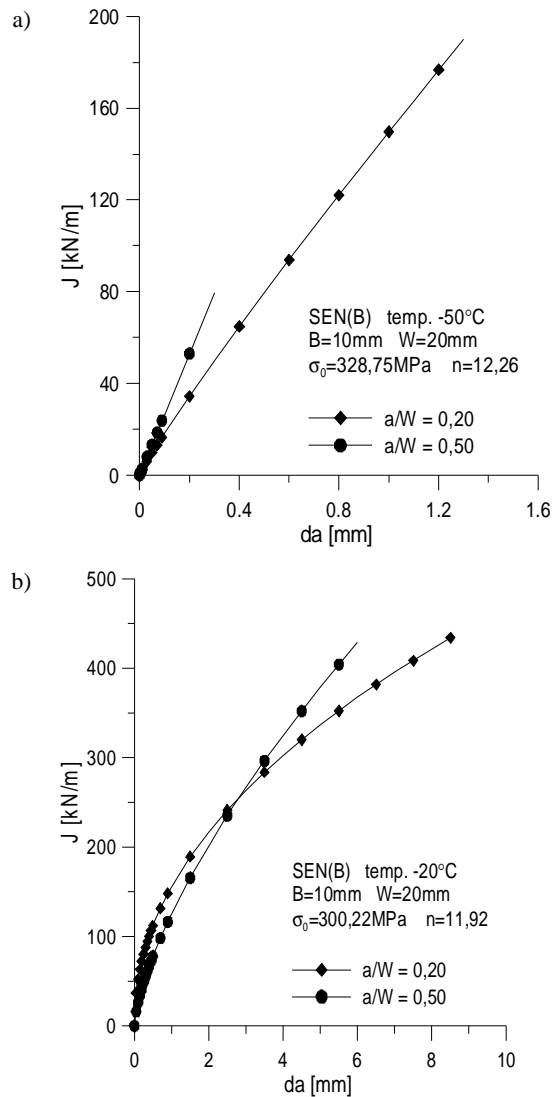
Analizę numeryczną wykonano dla wszystkich próbek wykorzystanych w badaniach doświadczalnych, przeprowadzając:

- obliczenie wartości maksymalnych naprężeń rozwierających powierzchnię pęknięcia oraz położenia maksimum przed wierzchołkiem pęknięcia, modelując zagadnienie stacjonarne (analiza ta miała na celu oszacowania wartości maksymalnych naprężeń i ich położenia dla momentu krytycznego, który określano w oparciu o badania doświadczalne);
- modelowanie ruchu szczeliny w próbce, dla próbek, w których zaobserwowano w trakcie doświadczenia stabilny przyrost pęknięcia, wyznaczając zmiany wartości maksymalnych naprężeń rozwierających powierzchnię szczeliny oraz ich położenie przed wierzchołkiem pęknięcia.

Wybrany do wyznaczenia wartości naprężeń maksymalnych rozwierających powierzchnię pęknięcia dla przypadku zagadnień stacjonarnych, model numeryczny składał się z 11595 węzłów, przy czym obszar przywierzchołkowy



o długości 0.6mm składał się z 72 elementów skończonych (ES). Wierzchołek pęknięcia modelowano w postaci ćwiartki łuku o promieniu od 1 do 5 $\mu$ m, podzielonego na 7÷21 części, w zależności od typu analizowanego zagadnienia. Wielkość pierwszych dziesięciu ES przed wierzchołkiem pęknięcia wynosiła około 1 $\mu$ m. Wielkość pozostałych ES rosła wraz z oddalaniem się od wierzchołka pęknięcia. Wybór podziału siatki ES, ich wielkości oraz promienia zaokrąglenia wierzchołka pęknięcia oparty był na wnioskach zawartych w Graba i Gałkiewicz (2007) oraz Brocks i Scheider (2003). Przykładowy model wierzchołka pęknięcia wykorzystany w analizie zagadnień stacjonarnych przedstawiono na Rys. 9a.



**Rys. 10.** Krzywe  $J$ - $R$  wykorzystywane w symulacji ruchu szczeliny dla przypadku próbek badanych w temperaturze  $-50^\circ\text{C}$  (a) oraz  $-20^\circ\text{C}$  (b)

W przypadku modelu numerycznego stosowanego do symulacji ruchu szczeliny, zastosowano powszechnie używany model z ostrym wierzchołkiem oraz prostokątnymi regularnymi ES przed wierzchołkiem pęknięcia o długości równej od 2 do 10 $\mu$ m (Rys. 9b), w zależności od wielkości przyrostu i rodzaju charakterystyki materiału. Model numeryczny wykorzystany do symulacji wzrostu pęknięcia

składał się z 12562 węzłów (tj. 3050 ES). Parametrami sterującymi wzrostem pęknięcia były w tym wypadku krzywe  $J$ - $R$ , prezentujące zmiany wartości całki  $J$  wraz ze zmianą przyrostu pęknięcia, które wyznaczono na podstawie badań doświadczalnych (Rys. 10). W obliczeniach skorzystano z wbudowanego w program ADINA algorytmu przesuwania i uwalniania węzłów. Kontur całkowania niezbędny do wyznaczenia całki  $J$  poprowadzono zgodnie z regułami przedstawionymi w Graba i Gałkiewicz (2007) oraz Brocks i Scheider (2003), przy czym jego kształt i wielkość zablokowano, by nie zmienił się on wraz ze wzrostem pęknięcia.

#### 4. REZULTATY OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Analiza uzyskanych wyników, opartych na obliczeniach numerycznych, dotyczy będzie oceny wartości maksymalnych rozwierających powierzchni pęknięcia naprężeń oraz ich położenia przed wierzchołkiem pęknięcia. Poruszony zostanie również temat związany z wielkością strefy plastycznej.

**Tab. 3.** Wybrane rezultaty obliczeń numerycznych dla momentu wzrostu pęknięcia dla przypadku obliczeń szczelin stacjonarnych (wyniki podano dla momentu krytycznego)

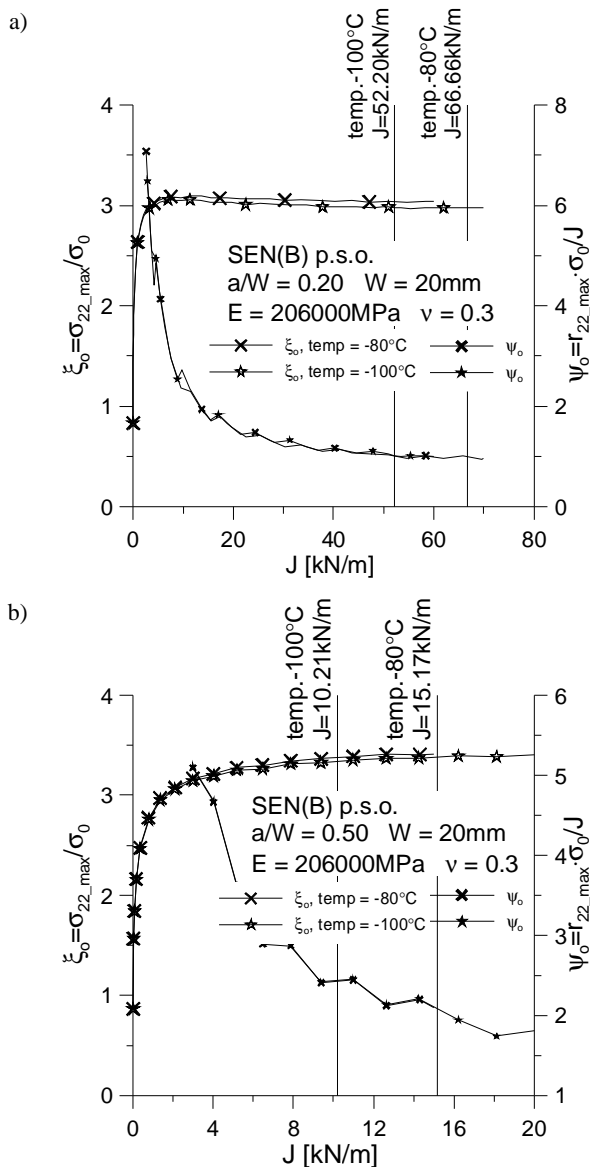
temp. [°C]	$a/W = 0.20$			
	$J_C$ [kN/m]	$\xi_o$	$\psi_o$	$r_{22,max}$ [ $\mu\text{m}$ ]
-20	279.38	3.31	0.78	730
-50	188.58	3.25	0.80	450
-80	66.66	3.03	0.99	160
-100	52.20	2.98	1.01	130
temp. [°C]	$a/W = 0.50$			
	$J_C$ [kN/m]	$\xi_o$	$\psi_o$	$r_{22,max}$ [ $\mu\text{m}$ ]
-20	62.76	3.51	0.98	200
-50	53.52	3.47	1.08	170
-80	15.17	3.43	1.93	80
-100	10.21	3.35	2.45	70

Rys. 11-12 prezentuje zmiany maksimum naprężeń rozwierających powierzchni pęknięcia  $\xi_o = \sigma_{22,max}/\sigma_0$  oraz ich znormalizowanego położenia przed wierzchołkiem pęknięcia  $\psi_o = r_{22,max} \cdot \sigma_0 / J$ , które wyznaczono dla przypadku zagadnień stacjonarnych. Okazuje się, że wraz ze wzrostem obciążenia zewnętrznego, w początkowej fazie, maksimum naprężeń rozwierających wzrasta, by następnie przyjąć wartość nasycenia. W przypadku znormalizowanego położenia maksimum, początkowo jego wartość maleje, by osiągnąć w końcu stałą wartość. Po osiągnięciu wartości nasycenia, maksimum naprężeń rozwierających powierzchni pęknięcia zlokalizowane jest w odległości równej około  $(0.5 \div 1.0) \cdot J / \sigma_0$ . Największe rozwierające naprężenia charakteryzują próbki badane w temperaturze równej około  $-20^\circ\text{C}$ . Im bardziej ujemna temperatura badania, tym mniejsza wartość maksymalnych naprężeń rozwierających powierzchni pęknięcia (patrz Tab. 3).

Pękające krucho próbki badane w temperaturze  $-80^\circ\text{C}$  oraz  $-100^\circ\text{C}$ , charakteryzują się najniższymi wartościami naprężeń maksymalnych rozwierających powierzchni

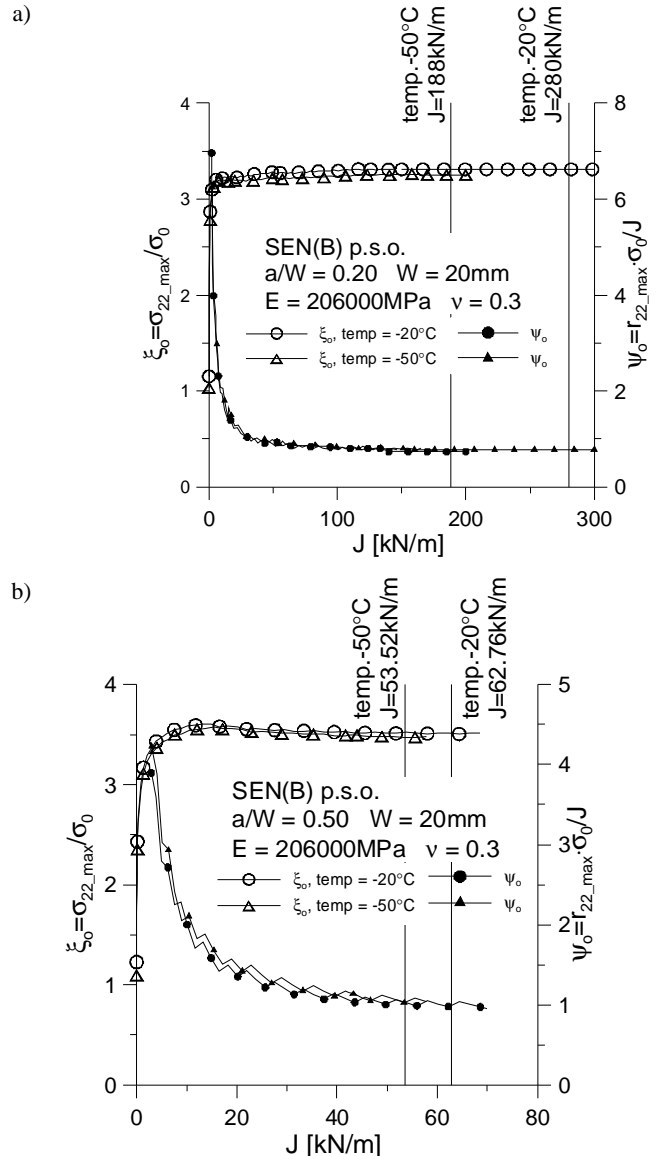
szczeliny, na poziomie około trzech granic plastyczności  $\sigma_0$  dla próbek o długości pęknięcia  $a/W=0.20$  oraz na poziomie około  $3.40 \cdot \sigma_0$  dla próbek o długości pęknięcia  $a/W=0.50$ . Większy poziom maksymalnych naprężeń dla próbek o długości pęknięcia  $a/W=0.50$  świadczy o większej tendencji do kruchego pęknięcia, o czym świadczy też niższa krytyczna wartość całki  $J$ .

kruchego pęknięcia w próbkach badanych w temperaturze równej  $-50^\circ\text{C}$  i kontrolować ten proces. Według tradycyjnych hipotez (Ritchie i inni, 1973; Neimitz i inni, 2007), łupliwy mechanizm pęknięcia jest możliwy, gdy naprężenia przekroczą wartość krytyczną na pewnym obszarze przed frontem szczeliny.



**Rys. 11.** Zmiany maksimum naprężeń rozwierających powierzchni pęknięcia  $\sigma_{22\_max}$  oraz ich znormalizowanego położenia dla próbek SEN(B) badanych w temperaturze  $-80^\circ\text{C}$  oraz  $-100^\circ\text{C}$ : a)  $a/W=0.20$ ; b)  $a/W=0.50$  (wyniki dla zagadnień stacjonarnych)

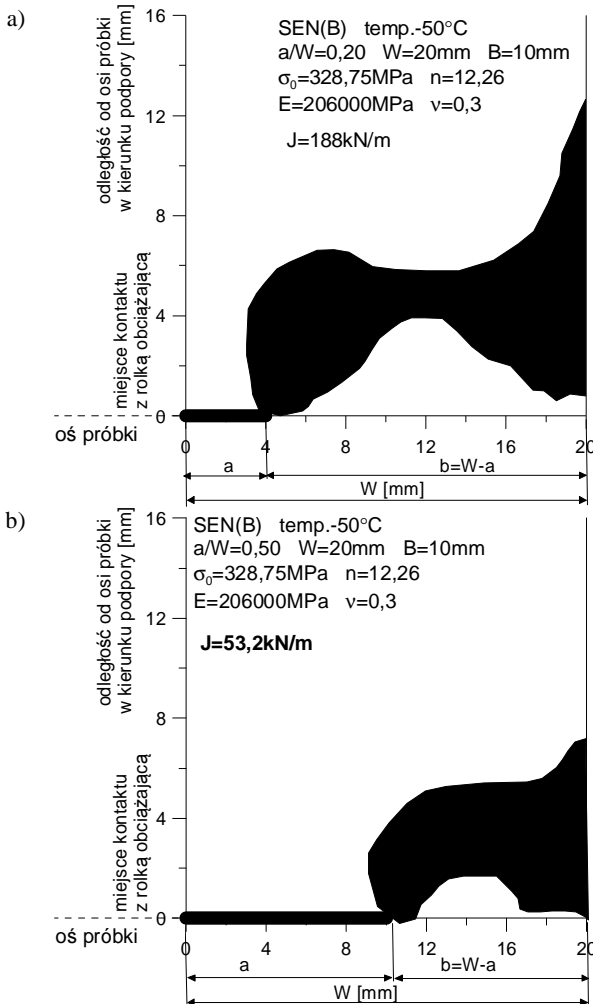
Rys. 13 prezentuje orientacyjną wielkość strefy plastycznej dla próbek badanych w temperaturze  $-50^\circ\text{C}$  dla momentu określonego jako moment inicjacji pęknięcia. Zarówno dla próbki ze szczeliną krótką jak i normatywną, cały odcinek niepęknięty próbki jest uplastyczniony. Dość znaczny poziom maksymalnych naprężeń rozwierających powierzchnię pęknięcia może prowadzić do wystąpienia



**Rys. 12.** Zmiany maksimum naprężeń rozwierających powierzchni pęknięcia  $\sigma_{22\_max}$  oraz ich znormalizowanego położenia dla próbek SEN(B) badanych w temperaturze  $-50^\circ\text{C}$  oraz  $-20^\circ\text{C}$ : a)  $a/W=0.20$ ; b)  $a/W=0.50$  (wyniki dla zagadnień stacjonarnych)

Często stawiana jest hipoteza (Neimitz i inni, 2007; O'Down, 1995), że krytyczne naprężenia nie zależą od temperatury. Przytoczone wyniki sugerują inną hipotezę. Ponieważ wraz z obniżaniem się temperatury tendencja do kruchego pęknięcia wzrasta, a naprężenia maksymalne zmniejszają się, to prawdopodobnie krytyczne naprężenia również winny ulec zmniejszeniu. Nieco wyższe od granicy plastyczności znormalizowane naprężenia efektywne doprowadzą możliwości wystąpienia w materiale ciągliwego

mechanizmu pęknięcia. Obserwowane przełomy mają charakter „plastra miodu”, gdyż łupliwie pękające obszary są rozdzielone ciągłymi mostkami. Trzeba podkreślić wyższe maksymalne naprężenia dla  $a/W=0.50$ . Stąd też większe tendencje tych próbek do pęknięcia kruchego niż dla próbek zawierających krótką szczelinę ( $a/W=0.20$ ).

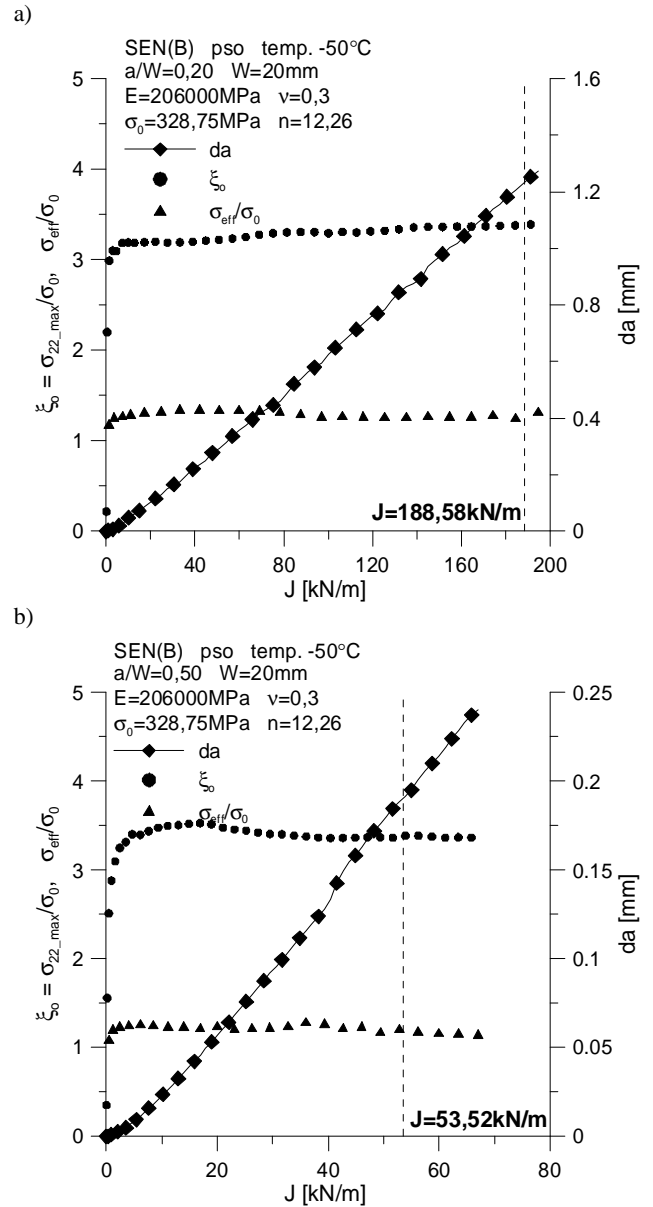


Rys. 13. Orientacyjna wielkość stref plastycznych dla próbek SEN(B) wykorzystanych w analizie numerycznej: a) temp.  $-50^\circ\text{C}$ ,  $a/W=0.20$ ,  $J=188$  kN/m; b) temp.  $-50^\circ\text{C}$ ,  $a/W=0.50$ ,  $J=53.2$  kN/m (wyniki dla zagadnień stacjonarnych - rezultaty dla momentu inicjacji pęknięcia)

Rys. 14 prezentuje wyniki numeryczne uzyskane dla przypadku modelowania w próbkach badanych w temperaturze  $-50^\circ\text{C}$  ruchu szczeliny w oparciu o omówione w paragrafie 3 krzywe  $J-R$ .

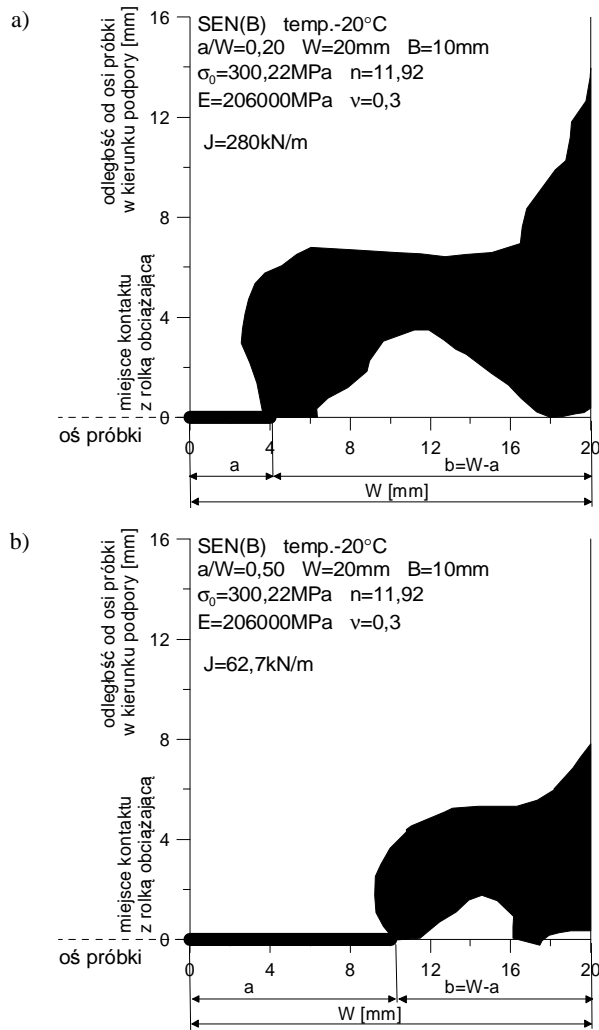
Dla próbek o względnej długości pęknięcia  $a/W=0.20$  (Rys. 14a), obserwuje się wzrost wartości maksymalnych naprężeń rozwierających powierzchnie pęknięcia, wraz z przyrostem długości pęknięcia. Znormalizowana przez granicę plastyczności wartość naprężeń efektywnych w miejscu występowania maksimum naprężeń rozwierających powierzchnie szczeliny, początkowo rośnie i niemalże stabilizuje się na poziomie odpowiadającym około 1.2 granicy plastyczności (Rys. 14a). Natomiast w przypadku próbek charakteryzujących się względną długością pęknięcia  $a/W=0.50$  (Rys. 14b), wartość maksymalnych

rozwierających powierzchnie szczeliny naprężeń początkowo rośnie wraz ze wzrostem przyrostu długości pęknięcia, a następnie nieznacznie spada, by ustabilizować się wartość. Zmierzone w tym samym miejscu przed wierzchołkiem pęknięcia naprężenia efektywne charakteryzują się niemal stałą wartością w trakcie całego przyrostu długości szczeliny (Rys. 14b).



Rys. 14. Wybrane rezultaty numerycznej symulacji wzrostu pęknięcia dla próbek SEN(B): a) temp.  $-50^\circ\text{C}$ ,  $a/W=0.20$ ; b) temp.  $-50^\circ\text{C}$ ,  $a/W=0.50$

W przypadku próbek badanych w temperaturze  $-20^\circ\text{C}$  w momencie inicjacji pęknięcia cały niepęknięty przekrój był również uplastyczniony zarówno dla próbek z krótką ( $a/W=0.20$ ) jak i normatywną ( $a/W=0.50$ ) szczeliną, co pokazano na Rys. 15. Jest to więc sytuacja identyczna jak ta charakteryzująca próbki badane w temperaturze równiejszy  $-50^\circ\text{C}$ .



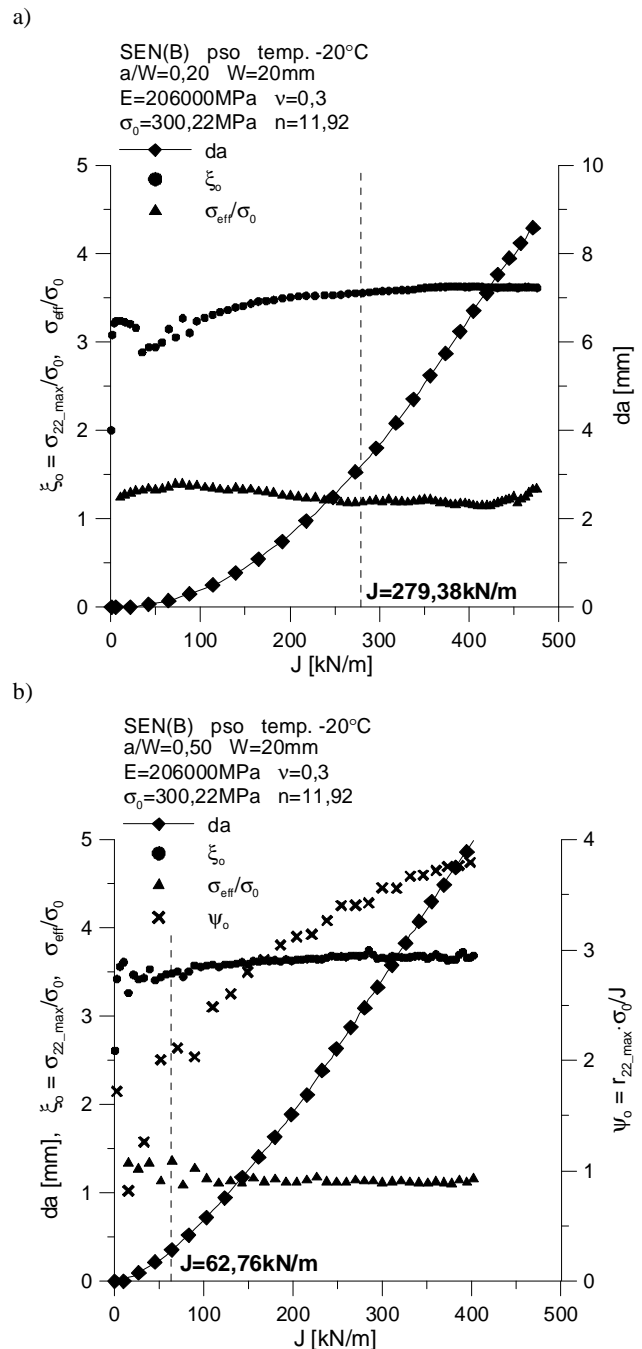
**Rys. 15.** Orientacyjna wielkość stref plastycznych dla próbek SEN(B) wykorzystanych w analizie numerycznej: a) temp. -20°C,  $a/W=0.20$ ,  $J=280\text{kN/m}$ ; b) temp. -20°C,  $a/W=0.50$ ,  $J=62.7\text{kN/m}$  (wyniki dla zagadnień stacjonarnych - rezultaty dla momentu inicjacji pęknięcia)

Analiza wyników numerycznych uzyskanych dla próbek badanych w temperaturze -20°C wskazuje na fakt, że w początkowej fazie wzrostu pęknięcia, obserwuje się wzrost wartości maksymalnych naprężeń rozwierających powierzchnie pęknięcia oraz nieznaczny wzrost naprężeń efektywnych mierzonych w maksimum naprężeń rozwierających powierzchnie szczeliny (Rys. 16).

Większe od granicy plastyczności i początkowo rosnące naprężenia efektywne, mogą świadczyć o pojawianiu się większych odkształceń plastycznych, które odpowiadają za ciągły charakter pierwszej fazy procesu pęknięcia. Natomiast wysoki poziom naprężeń rozwierających powierzchnie szczeliny generuje zjawisko kruchego pęknięcia.

Można zatem stwierdzić, że charakterystyczna dla przełomów próbek badanych w tej temperaturze struktura „plastra miodu”, jest efektem współdziałania mechanizmów pęknięcia kruchego i ciągłego, kontrolowanych odpowiednio przez wysoki poziom naprężeń rozwierających powierzchnie pęknięcia oraz niewiele większe od granicy plastyczności naprężenia efektywne, które są niezbędne do powstania rozległych mostków odkształceń plastycznych. Obserwowany poziom naprężeń normalnych

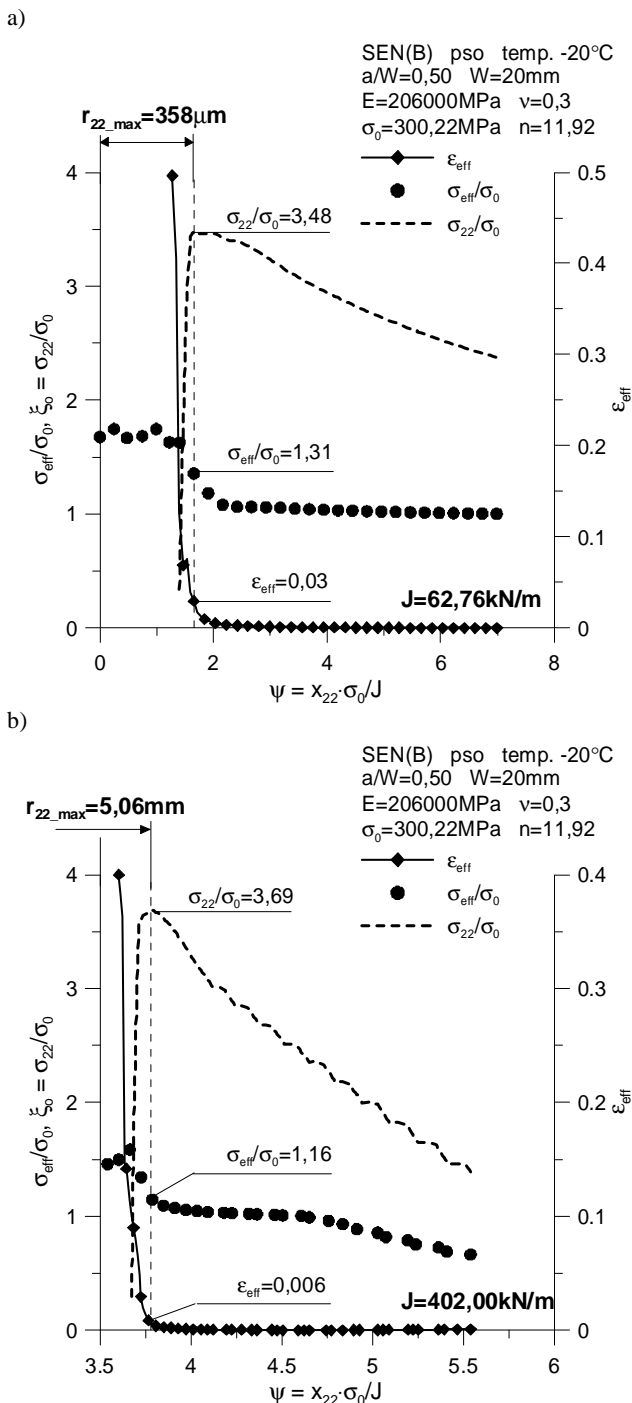
nie jest przesadnie wysoki. W stalach pękających „czysto” według mechanizmu łupliwego, poziom ten przekracza cztery wartości granicy plastyczności.



**Rys. 16.** Wybrane rezultaty numerycznej symulacji wzrostu pęknięcia dla próbek SEN(B): a) temp. -20°C,  $a/W=0.20$ ; b) temp. -20°C,  $a/W=0.50$

Dla próbki normatywnej, o wygodnej długości pęknięcia  $a/W=0.50$ , badanej w temperaturze równej -20°C określono również wartości maksymalnych naprężeń rozwierających powierzchnie szczeliny, ich położenie przed wierzchołkiem pęknięcia oraz poziom odpowiadających temu punktowi naprężeń efektywnych i odkształceń plastycznych dla momentu inicjacji pęknięcia (Rys. 17a) oraz dla mo-

mentu pełnego zniszczenia elementu konstrukcyjnego według czystego mechanizmu łupliwego (Rys. 17b).



Rys. 17. Wybrane rezultaty numerycznej symulacji wzrostu pęknięcia dla próbki SEN(B) o długości pęknięcia  $a/W=0.50$  (b) badanej w temp.  $-20^\circ\text{C}$  dla momentu inicjacji pęknięcia (a) oraz całkowitego zniszczenia elementu konstrukcyjnego (b)

W momencie inicjacji pęknięcia maksimum naprężeń rozwierających wynoszące  $3.48 \cdot \sigma_0$  znajdowało się w odległości  $358\mu\text{m}$ . W punkcie tym naprężenia efektywne wynosiły  $1.31 \cdot \sigma_0$  a odkształcenia plastyczne wynosiły  $0.03$ . Dla momentu odpowiadającego całkowitemu zniszczeniu próbki, dla którego maksimum naprężeń wynosi  $3.69 \cdot \sigma_0$ ,

odpowiadające temu punktowi naprężenia efektywne wynoszą  $1.16 \cdot \sigma_0$  a odkształcenia  $0.006$ . Obserwuje się „wyczerpanie” możliwości materiału do odkształceń plastycznych. Te cechy pól mechanicznych mogą wyjaśniać przyczynę zmieniających się w trakcie propagacji mechanizmów zniszczenia.

## 5. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono analizę procesu pęknięcia stali ferrytycznej 13HMF, badanej w ujemnych temperaturach. Przeprowadzone badania doświadczalne, potwierdzają wystąpienie kruchego mechanizmu pęknięcia w bardzo niskich temperaturach, jednak proces pęknięcia kruchego następuje po dość dużym uplastycznieniu niepękniętego odcinka próbki. Zdjęcia fraktograficzne dowodzą faktu, że obszar charakterystyczny dla przełomu kruchego, jest poprzedzony dość rozległymi obszarami odkształceń plastycznych. W przypadku dwóch temperatur badania,  $-50^\circ\text{C}$  oraz  $-20^\circ\text{C}$ , obserwowano w początkowej fazie obciążenia ciągliwe pęknięcie materiału, które potem przechodziło w skokowe pęknięcie kruche ze zrywaniem licznych mostków plastycznych.

Zachowanie się materiału zilustrowano w pracy obliczeniami numerycznymi, które przeprowadzono zarówno dla przypadku zagadnień stacjonarnych, jak i przypadków, gdy modelowano ruch szczeliny. Analizowano wielkość rozwijających się stref plastycznych, a także zmiany wartości naprężeń maksymalnych rozwierających powierzchnie pęknięcia oraz ich znormalizowane położenie przed wierzchołkiem pęknięcia. Zaznaczyć należy, że im niższa temperatura badania (eksploatacji) próbek (elementów konstrukcyjnych), tym mniejsza wartość maksymalnych naprężeń rozwierających powierzchnie szczeliny dla momentu inicjacji pęknięcia. Wzrostowi temperatury badania próbek towarzyszy wzrost krytycznych wartości całki  $J$  oraz zwiększenie się fizycznej odległości maksymalnych naprężeń rozwierających powierzchnie szczeliny od wierzchołka pęknięcia. Zaznaczyć należy, że znormalizowane położenie maksimum naprężeń przed frontem pęknięcia w miarę wzrostu temperatury badania maleje.

Podsumowując, można stwierdzić, że na podstawie wykonanych badań doświadczalnych oraz przeprowadzonych obliczeniach numerycznych dla próbek SENB, wykonanych ze stali ferrytycznej 13HMF, omówiono zróżnicowany charakter pęknięcia w różnych temperaturach otoczenia, wskazując na olbrzymią rolę maksymalnych naprężeń rozwierających powierzchnie szczeliny, jako parametru kontrolującego proces pęknięcia kruchego.

## LITERATURA

1. **ADINA 8.4.1** (2006), ADINA: Theory and Modeling Guide - Volume I: ADINA, Report ARD 06-7, ADINA R&D, Inc.
2. **ADINA 8.4.1** (2006), ADINA: User Interface Command Reference Manual - Volume I: ADINA Solids & Structures Model Definition, Report ARD 06-2, ADINA R&D, Inc.
3. **Bordet S. R., Karstensen A. D., Knowles D. M., Wiesner C.S.** (2005), A new statistical local criterion for cleavage fracture in steel. Part I: model presentation, *Engineering Fracture Mechanics*, 72, 435-452, „...Part II: application to an offshore structural steel”, 453-474.

4. **Brocks W., Scheider I.** (2003.) *Reliable J-Values. Numerical Aspects of the Path-Dependence of the J-integral in Incremental Plasticity*, Bruchmechanik, GKSS-Forschungszentrum, Geesthacht, Germany, Elsevier, 264-274.
5. **Dzioba I., Gajewski M.** (2008), Wpływ obróbki cieplnej na właściwości stali ferrytycznej 13HMF, *XXII Sympozjum - Zmęczenie i Mechanika Pękania*, Bydgoszcz, 77-84.
6. **Graba M., Gałkiewicz J.** (2007), Influence of the Crack Tip Model on Results of the Finite Element Method, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Warsaw, Vol. 45, No. 2, 225-237.
7. **Graba M., Neimitz A.** (2008), Doświadczalno-numeryczna analiza pękania stali ferrytycznych, *XXII Sympozjum - Zmęczenie i Mechanika Pękania*, Bydgoszcz, 111-120.
8. **Hutchinson J. W.** (1968), Singular Behaviour at the End of a Tensile Crack in a Hardening Material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16, 13-31.
9. **Neimitz A., Graba M., Gałkiewicz J.** (2007), An Alternative Formulation of the Ritchie-Knott-Rice Local Fracture Criterion, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, 1308-1322.
10. **O'Dowd N. P.** (1995), Applications of two parameter approaches in elastic-plastic fracture mechanics, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 52, No. 3, 445-46.
11. **O'Dowd N. P., Shih C.F.** (1991), Family of Crack-Tip Fields Characterized by a Triaxiality Parameter – I. Structure of Fields, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 39, No. 8, 989-1015.
12. **O'Dowd N. P., Shih C. F.** (1992), Family of Crack-Tip Fields Characterized by a Triaxiality Parameter – II. Fracture Applications, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 40, No. 5, 939-963.
13. **Rice J. R., Rosengren G. F.** (1968), Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power-law Hardening Material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16, 1-12.
14. **Ritchie R. O., Knott J. F., Rice J. R.** (1973), On the Relationship Between Tensile Stress and Fracture Toughness in Mild Steels, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 21, 395-410.
15. **Sumpter J. G. D., Forbes A. T.** (1992), Constraint based analysis of shallow cracks in mild steels, *Proceedings of TWI/EWI/IS Int. Conf on Shallow Crack Fracture Mechanics, Toughness Tests and Applications*, Paper 7, Cambridge U.K.

#### EXPERIMENTAL–NUMERICAL ANALYSIS OF THE FRACTURE PROCESS FOR FERRITIC STEEL 13HMF

**Abstract:** In the paper, an analysis of the fracture process for the ferritic steel 13HMF will be presented, which will be based on a series of the experimental studies. To verification of the all experiments, relevant numerical calculations will be done. Both – experimental and numerical analysis will concern the components tested at low temperatures. The changes of the mechanical properties, fracture toughness and numerical results, such as plastic zones or opening stress distributions will be presented.

Autor wyraża podziękowanie prof. A. Neimitzowi za inspirację i dyskusję podczas powstawania niniejszego artykułu, a dr I. Dziobie za dostarczenie zdjęć przelomów i wyników doświadczalnych niezbędnych do wykonania niniejszej pracy.

Pracę wykonano w ramach pracy statutowej realizowanej w Politechnice Świętokrzyskiej na WMiBM – nr 1.22 / 7.14.

# KONCEPCJA NAJSŁABSZEGO OGNIWA W MODELOWANIU TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ZŁĄCZY SPAWANYCH

Aleksander KAROLCZUK\*, Łukasz BLACHA\*

\*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Opolska, ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole,

[a.karolczuk@po.opole.pl](mailto:a.karolczuk@po.opole.pl), [l.blacha@doktorant.po.opole.pl](mailto:l.blacha@doktorant.po.opole.pl)

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono oryginalny model wyznaczania rozkładu prawdopodobieństwa zniszczenia złączy spawanych wykorzystujący koncepcję nejsłabszego ogniwa. Poprzez wprowadzenie charakterystyki zmęczeniowej materiału zastępczego uwzględniono niejednorodność strukturalną oraz naprężenia własne. Procedura identyfikacji właściwości materiału zastępczego wykorzystuje istniejące dane eksperymentalne uszeregowane w tzw. klasach FAT. Proponowany model uwzględnia również efekt skali poprzez jednoznaczne powiązanie parametru kształtu rozkładu z wielkością analizowanego elementu.

## 1. WPROWADZENIE

Spawanie jest często spotykaną metodą łączenia elementów konstrukcyjnych. Stosowanie złączy spawanych wiąże się z pewnymi niedogodnościami. W projektowaniu należy wziąć pod uwagę, że obecność nieobrobionego cieplnie złącza spawanego w danej konstrukcji jest źródłem: (i) koncentracji naprężeń wynikającej ze złożonego kształtu złącza i spoiny; (ii) charakterystycznej niejednorodności mikrostruktury materiału w spoinie i jej otoczeniu; (iii) naprężeń własnych. Złącza spawane bez dalszej obróbki cieplnej, zmniejszającej naprężenia własne, występują w wielu konstrukcjach (Markusik i Łukasik, 2001), fakt ten wynika z ograniczeń narzuconych przez procesy technologiczne. Z obserwacji eksperymentalnych dla tego typu złączy (Blacha i inni, 2011; Sonsino i inni, 1999) płyną następujące spostrzeżenia: (a) w wyniku łączenia elementów metodą spawania w złączu powstaje charakterystyczny obszar (materiał) o nieznanach właściwościach; (b) w złączu występują naprężenia własne, rosnące wraz z wymiarami połączenia; (c) gatunek stali (lub stopu aluminium) jako materiału rodzimego ma drugorzędne znaczenie pod względem wytrzymałości zmęczeniowej – w przypadku stalowego materiału rodzimego wykazują to badania zmęczeniowe opisane w pracach Sonsino i innych (1999) oraz Łagody (2005). Wymienione cechy wskazują na złącza spawane jako miejsce w którym wystąpi inicjacja procesu zniszczenia konstrukcji.

Spośród wielu metod obliczeniowych stosowanych do szacowania trwałości zmęczeniowej elementów spawanych można wyróżnić następujące grupy: (i) metody bazujące na naprężeniach nominalnych; (ii) metody bazujące na tzw. fikcyjnym promieniu zaokrąglenia linii wtopu; (iii) metody bazujące na tzw. naprężeniach strukturalnych „hot spot”, (iv) metody wykorzystujące elementy liniowej mechaniki pękania, (v) inne, np. metoda uwzględniająca objętość materiału zawierającą 90% największych naprężeń (Sonsino, 1995). Celem pracy nie jest ocena, czy też analiza wymienionych metod, ale przedstawienie nowego modelu

wyznaczania zarówno trwałości zmęczeniowej jak również rozkładu prawdopodobieństwa zniszczenia z uwzględnieniem efektu skali. Przy czym efekt skali dotyczy nie tylko wielkości elementu, ale również dużej koncentracji naprężeń w otoczeniu linii wtopu. W pewnym stopniu proponowana koncepcja wiąże się z koncepcją Sonsino (1995), jest jej rozszerzeniem na większy zakres liczby cykli poprzez wprowadzenie zastępczej charakterystyki zmęczeniowej.

## 2. ZAŁOŻENIA DO PROPONOWANEGO MODELU

Opierając się na wynikach badań zmęczeniowych stalowych złączy spawanych (Blacha i inni, 2011; Łagoda, 2005; Sonsino i inni, 1999) sformułowano następujące założenia do proponowanego modelu:

- ze względu na specyfikę łączenia elementów metodą spawania elektrodą topliwą w osłonie gazowej materiał powstały w otoczeniu spoiny ma cechy charakterystyczne takie jak: niejednorodność struktury, obecność stref przegrzania, naprężenia własne; są to właściwości dominujące nad właściwościami materiałów rodzimych, co pozwala założyć, że proponowana charakterystyka zmęczeniowa materiału zastępczego będzie miała uniwersalne zastosowanie w przypadku stalowych złączy spawanych,
- zakłada się, że materiał w miejscu łączenia można wyodrębnić i przypisać mu pewne właściwości zmęczeniowe; tak wyodrębniony materiał nazwano materiałem zastępczym,
- liczbę cykli do zniszczenia wyznacza się na podstawie dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa zniszczenia  $P_z$  o predefiniowanym kształcie wykorzystując koncepcję nejsłabszego ogniwa,
- na rozkład prawdopodobieństwa  $P_z$  wpływa niejednorodne pole naprężeń wokół linii wtopu, wielkość elementu, a także właściwości zmęczeniowe materiału zastępczego,

– pole naprężeń wyznacza się z wykorzystaniem metody elementów skończonych w zakresie liniowo-sprężystym.

Z obserwacji wyników badań eksperymentalnych wynika, że wraz ze wzrostem długości spoiny oraz wymiarów elementu spawanego zaobserwować można spadek wytrzymałości zmęczeniowej. Właściwość tą nazwano efektem skali. Wpływ wielkości elementu można opisać stosując koncepcję zniszczenia najłagodniejszego ognia wzmiankowaną między innymi w pracach Kocańdy i Szali (1997) oraz opisaną przez Karolczuka (2009). Takie podejście wydaje się być obiecujące w odniesieniu do złączy spawanych. Stosując koncepcję najłagodniejszego ognia w objętości materiału (Karolczuk, 2009) dla danego poziomu obciążenia, dystrybuanta zniszczenia  $P_z$  w funkcji liczby cykli do zniszczenia  $N$  jest następująca:

$$P_z(N) = 1 - P_s(N) = 1 - e^{-\frac{1}{V_0} \int \left( \frac{\log N}{H} \right)^p dV}, \quad (1)$$

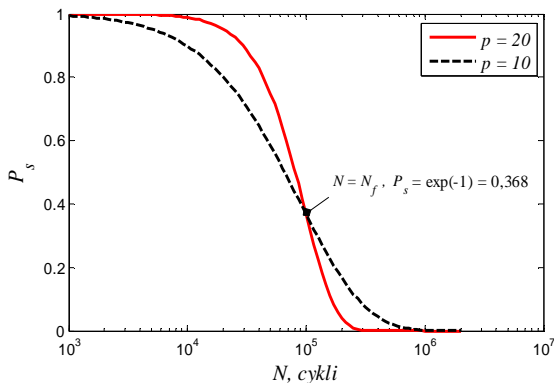
gdzie:  $P_s(N)$  – prawdopodobieństwo przetrwania (*survival probability*) w funkcji liczby cykli  $N$ ,  $V_0$  – objętość referencyjna,  $H$  – współczynnik skali rozkładu,  $p$  – współczynnik kształtu rozkładu.

Rozkład prawdopodobieństwa przetrwania  $P_s(N)$  dla elementu o referencyjnej objętości  $V_0$  i jednorodnym polu naprężeń wyraża się jako

$$P_s(N) = e^{-\left( \frac{\log N}{H} \right)^p}. \quad (2)$$

Parametr skali rozkładu najwygodniej jest przedstawić w formie  $H = \log N_f$ , gdzie  $N_f$  to liczba cykli do zniszczenia materiału zastępczego (opis w następnym paragrafie) dla danej wartości  $P_s$ , czyli

$$P_s(N) = e^{-\left( \frac{\log N}{\log N_f} \right)^p}. \quad (3)$$



**Rys. 1.** Symulacja rozkładów  $P_s$  dla dwóch wartości parametru  $p$  oraz dla  $N_f = 10^5$  cykli

Na Rys. 1 przedstawiono przykładowe rozkłady  $P_s(N)$  dla różnych wartości parametru  $p$ .

Charakterystyka zmęczeniowa materiału zastępczego uwzględnia wszelkie niejednorodności strukturalne oraz

wpływ naprężeń własnych i będzie wyznaczona na podstawie danych eksperymentalnych. Dla uproszczenia zagadnienia przyjęto, że w pewnym zakresie liczby cykli do zniszczenia charakterystyka zmęczeniowa jest następującej postaci

$$\log N_f = \log C_f - m_f \log \Delta\sigma, \quad (4)$$

gdzie:  $N_f$  – liczba cykli do zniszczenia materiału zastępczego dla danego  $P_s$ ,  $C_f$ ,  $m_f$  – parametry materiałowe dla danego  $P_s$ ,  $\Delta\sigma$  – zakres naprężenia.

Po podstawieniu zależności (4) do (3) oraz przy założeniu, że parametr  $p$  nie zależy od zakresu naprężenia  $\Delta\sigma$  to otrzymuje się rozkład  $P_s\text{-}\Delta\sigma\text{-}N$

$$P_s(N, \Delta\sigma) = e^{-\left( \frac{\log N}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma} \right)^p}. \quad (5)$$

Stałość parametru  $p$  jest prawdziwa dla pewnego zakresu trwałości. Dla naprężeń poniżej klasycznej granicy zmęczenia rozrzuty trwałości wzrastają a w związku z tym parametr  $p$  przyjmuje mniejszą wartość (Rys. 1).

Ostatecznie, proponowany rozkład prawdopodobieństwa zniszczenia  $P_z(N)$  w funkcji liczby cykli do zniszczenia  $N$  dla elementów o niejednorodnym polu naprężeń  $\Delta\sigma(x,y,z)$  przyjmuje postać

$$P_z(N) = 1 - P_s(N) = 1 - e^{-\frac{1}{V_0} \int \left( \frac{\log N}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma(x,y,z)} \right)^p dV}. \quad (6)$$

Otrzymana postać charakteryzuje się czterema parametrami:  $V_0$ ,  $p$ ,  $C_f$ ,  $m_f$ , dla których poniżej przedstawiono procedury ich identyfikacji.

### 3. IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW

#### 3.1. Parametr kształtu rozkładu $p$

Prawdopodobieństwo przetrwania elementu o przypisanych właściwościach materiału zastępczego i objętości  $n$ -krotnie większej od elementu opisanego zależnością (5) zapisać można w postaci

$$P_s(n \cdot V) = e^{-n \left( \frac{\log N}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma} \right)^p}. \quad (7)$$

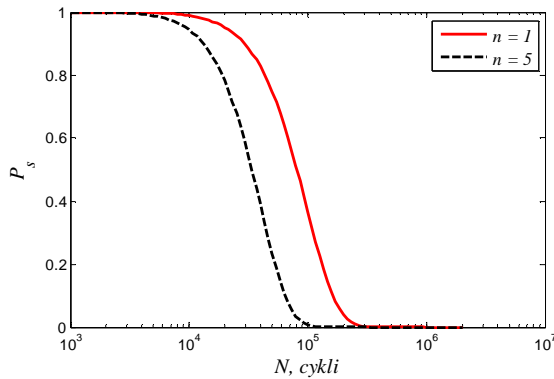
Symulację rozkładów prawdopodobieństwa przetrwania dla różnych wartości  $n$  przedstawiono na Rys. 2.

Dla tej samej wartości  $P_s$ , zakresu naprężeń  $\Delta\sigma$  oraz takich samych wartości stałych  $C_f$ ,  $m_f$  uzyskane trwałości  $N$  różnią się (efekt skali). Przyjmując oznaczenia

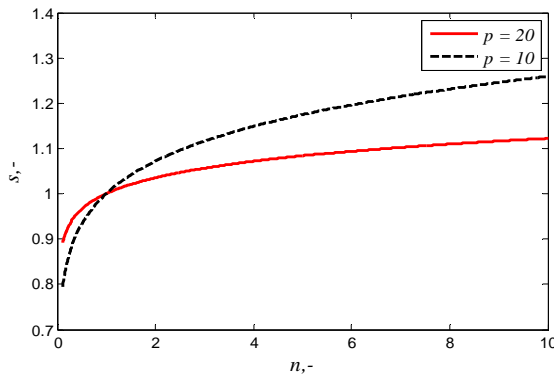
$$\log(N(V)) = s \cdot \log(N(n \cdot V)), \quad (8)$$

gdzie:  $N(V)$ ,  $N(n \cdot V)$  liczba cykli do zniszczenia uzyskana odpowiednio dla objętości  $V$  oraz  $n$ -krotnie większej,  $s$  – parametr opisujący efekt skali (współczynnik proporcjonalności w skali logarytmicznej).





Rys. 2. Symulacja rozkładów  $P_s$  dla dwóch wartości  $n$  przy  $p = 20$  oraz  $N_f = 10^5$  cykli



Rys. 3. Symulacja efektu skali dla dwóch wartości parametru kształtu  $p$

Porównując prawdopodobieństwa  $P_s$  dla objętości  $V$  oraz  $n$ -krotnie większej

$$e^{-\left(\frac{\log N(V)}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma}\right)^p} = e^{-n\left(\frac{\log N(nV)}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma}\right)^p}, \quad (9)$$

podstawiając zależność (8) otrzymujemy

$$e^{-\left(\frac{s \cdot \log N(nV)}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma}\right)^p} = e^{-n\left(\frac{\log N(nV)}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma}\right)^p}. \quad (10)$$

Po przekształceniach

$$\left(\frac{s \cdot \log N(V)}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma}\right)^p = n\left(\frac{\log N(V)}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma}\right)^p, \quad (11)$$

wynika, że

$$s^p = n, \quad (12)$$

Ostatecznie

$$p = \frac{\log n}{\log s}, \quad (13)$$

Uzyskana zależności (13) umożliwia wyznaczenie wartości parametru  $p$  poprzez porównanie trwałości złączy spawanych różniących się wielkością, opisanych za pomocą parametrów  $n$  i  $s$ . Przykładową zależność (12) przedstawiono na Rys. 3. Z symulacji, np. dla  $p = 20$  wynika, że 10-krotne zwiększenie objętości elementu powoduje spadek trwałości, w którym iloraz logarytmów liczby cykli wynosi około 1,26 (zgodnie z równaniem 8).

### 3.2. Parametry $C_f$ i $m_f$

Identyfikowanie parametrów  $C_f$  i  $m_f$  wymaga znajomości liczby cykli do zniszczenia złącza spawanego uzyskanej dla znanej wartości prawdopodobieństwa  $P_s$  oraz kształtu połączenia w celu jego zamodelowania w metodzie elementów skończonych. Idealnie do tego celu nadają się charakterystyki zmęczeniowe uszeregowane w tzw. klasach FAT, znane z zaleceń Międzynarodowego Instytutu Spawalnictwa (Hobbacher, 2007). Liczba FAT oznacza zakres naprężeń  $\Delta\sigma = FAT$ , przy których trwałość złącza wynosi  $2 \cdot 10^6$  cykli. Według IIW (Międzynarodowy Instytut Spawalnictwa (ang. *International Institute of Welding*)) trwałość złącza spawanego wyraża się zależnością

$$N_{FAT} = \left(\frac{FAT}{\Delta\sigma_{nom}}\right)^m \cdot 2 \cdot 10^6, \quad (14)$$

gdzie:  $m$  – współczynnik nachylenia charakterystyki Wöhlera (dla stali  $m = 3$  dla  $N_{FAT} < 10^7$ ),  $\Delta\sigma_{nom}$  - zakres naprężeń nominalnego,  $N_{FAT}$  - liczba cykli do zniszczenia dla  $P_s = 0,95$  według klasy FAT.

Dla wybranego typu złącza oraz klasy FAT należy wyznaczyć pole naprężeń odpowiadające zakresowi naprężeń nominalnego. Kształt złącza i gatunek łączonych stali według proponowanego modelu nie ma wpływu na charakterystykę materiału zastępczego. Według badań eksperymentalnych, wspomnianych we wprowadzeniu, gatunek stali ma drugorzędne znaczenie, a kształt złącza jest uwzględniany poprzez zamodelowanie elementu metodą elementów skończonych. W celu uniknięcia osobliwości pola naprężeń wokół linii wtopu należy zastosować odpowiedni promień zaokrąglenia  $\rho$ . Wielkość promienia  $\rho$  będzie miał wpływ na uzyskane wielkości  $C_f$  i  $m_f$ , ale należy pamiętać, że mamy do czynienia z materiałem zastępczym, którego parametry należy kojarzyć z zastosowanym promieniem zaokrąglenia. Sonsino w pracy Sonsino (1995) zastosował eksperymentalnie wyznaczone wielkości średnie promienia  $\rho$ , który dla złączy nie obrabionych mechanicznie wynosił 0,45 mm. Promień  $\rho$  charakteryzuje się pewnym rozrzutem, co wraz z niejednorodnym polem naprężeń własnych wpływa na rozkład prawdopodobieństwa trwałości zmęczeniowej połączeń spawanych. Obydwie te cechy mają wpływ na efekt skali uwzględniony w proponowanym rozkładzie (6) poprzez parametr  $p$ . Parametry materiału zastępczego ujmują w sobie wpływ niejednorodności struktury materiału wokół spoiny na trwałość zmęczeniową. Należy tutaj zwrócić uwagę, że w tzw. metodzie promienia fikcyjnego sformułowanej przez Radaja (Berto i inni, 2008; Hobbacher, 2007; Morgenstern, 2006; Radaj i inni, 2006), promień zaokrąglenia zależy od współczynnika wieloosiowości oraz od przyjętego kryterium uszkodzenia, co w proponowanym modelu nie ma miejsca. Promień zaokrąglenia nie zależy od rodzaju obciążenia lub przyjętego kryterium uszkodzenia, jest uśrednionym reprezentantem rzeczywistych warunków oraz będzie przypisany do konkretnej charakterystyki materiału zastępczego.

Obliczone składowe zakresów pól naprężeń  $\Delta\sigma_{ij}(x,y,z)$  wokół spoiny należy zredukować stosując wybrane kryterium wieloosiowości zmęczenia. Dla połączeń stalowych nie obrabionych cieplnie proponuje się zastosować kryte-

rium maksymalnego naprężenia normalnego, co w przypadku obciążeń cyklicznych i jednoosiowych sprowadza się do obliczenia maksymalnego naprężenia głównego  $\Delta\sigma_{eq}(x,y,z) = 2\sigma_1(x,y,z)$ . Wyznaczone pole naprężeń zredukowanych  $\Delta\sigma_{eq}(x,y,z)$  należy całkować stosując wyrażenie

$$P_s(N) = e^{-\frac{1}{V_0} \int_V \left( \frac{\log N_{FAT}}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma_{eq}(x,y,z)} \right)^p dV}, \quad (15)$$

przyjmując iteracyjnie różne wartości parametrów  $C_f$  i  $m_f$ . Wielkość  $V_0$  to wielkość referencyjna materiału zastępczego, którą należy przyjąć za równą  $1 \text{ mm}^3$  ze względu na zgodność jednostek. Stosując klasę FAT do identyfikacji otrzymujemy

$$0,95 - e^{-(\log N_{FAT})^p \int_V \left( \frac{1}{\log C_f - m_f \log \Delta\sigma} \right)^p dV} = E(C_f, m_f) \quad (16)$$

gdzie:  $E(C_f, m_f)$  jest estymatorem identyfikacji parametrów materiału zastępczego, którego wartość powinna dążyć do zera.

#### 4. WNIOSKI

W artykule przedstawiono model wykorzystujący koncepcję najsłabszego ogniwa zastosowaną dla połączeń spawanych. Zaproponowany model umożliwia obliczanie rozkładu trwałości zmęczeniowej dla dowolnego połączenia spawanego. Możliwość tą uzyskano poprzez: (i) zastosowanie metody elementów skończonych-dowolny kształt połączenia, (ii) wprowadzenie zastępczej charakterystyki zmęczeniowej materiału występującego wokół spoiny, (iii) symulację efektu skali.

Kluczowym elementem w proponowanym modelu jest identyfikacja parametrów materiału zastępczego oraz efektu skali. Procedura identyfikacji parametrów materiału zastępczego wykorzystuje istniejące dane dotyczące klas FAT zawarte w zaleceniach IIW (Hobbacher, 2007). Natomiast wyznaczenie parametru odpowiadającego za efekt skali wymaga porównania trwałości zmęczeniowej uzyskanej dla tego samego typu złącza, ale o różnych wielkościach. W tym celu rozpoczęto badania eksperymentalne opisane w pracy Blachy i innych (2011).

Proponowany model wymaga weryfikacji przeprowadzonej dla różnych typów złączy spawanych, co będzie przedmiotem dalszych prac.

#### LITERATURA

1. **Berto F., Lazzarin P., Radaj D.** (2008), Fictitious notch rounding concept applied to sharp V-notches: Evaluation of the microstructural support factor for different failure hypotheses. Part I: Basic stress equations, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, 3060-3072.
2. **Blacha Ł., Karolczuk A., Bański R., Stasiuk P.** (2011), Eksperymentalna analiza trwałości zmęczeniowej krzyżowych złączy spawanych w odniesieniu do wielkości elementu, *VI Międzynarodowe Sympozjum Mechaniki Materiałów i Konstrukcji*, Augustów 2011.
3. **Hobbacher A.** (2007), *Recomendations for fatigue design of welded joint and components*, IIW document XIII-2151-07/XV-1254-07, Paris.
4. **Karolczuk A.** (2009), *Nielokalne metody obliczeń zmęczeniowych*, Studia i monografie Politechniki Opolskiej, 239.
5. **Kocańda S., Szala J.** (1997), *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
6. **Łagoda T.** (2005), *Trwałość zmęczeniowa wybranych złączy spawanych*, Studia i monografie Politechniki Opolskiej, z.173.
7. **Markusik S., Łukasik T.** (2001), Naprężenia zmęczeniowe w złączach spawanych konstrukcji stalowych dźwignic obciążonych dynamicznie, *Transport Przemysłowy*, No 4 (6), 5-8.
8. **Morgenstern C., Sonsino C. M., Hobbacher A., Sorbo F.** (2006), Fatigue design of aluminium welded joints by the local stress concept with the fictitious notch radius of  $r_f=1 \text{ mm}$ , *International Journal of Fatigue*, Vol. 28, 881-990.
9. **Radaj D., Sonsino C.M., Fricke W.** (2006), *Fatigue assessment of welded joints by local approaches*, second edition, Woodhead Publishing and CRC Press, Cambridge and Boca Raton.
10. **Sonsino C. M., Kaufmann H., Demofonti G., Rifisculi S., Sedlacek G., Müller C., Hanus F., Wegmann H. G.** (1999), *High-Strength steels in welded state for light-weight constructions under high and variable stress peaks*, ESCC Steel Research Programme, CSM – Roma, LBF – Darmstadt, Published by the European Commission, Brussels.
11. **Sonsino C.M.** (1995), Multiaxial-fatigue of welded joints under in-phase and out-of-phase local strains and stresses, *International Journal of Fatigue*, Vol. 17(1), 55–70.

#### APPLICATION OF THE WEAKEST LINK CONCEPT TO FATIGUE ANALYSIS OF WELDED JOINTS

**Abstract:** The present paper presents an original model for evaluation of failure probability of welded joints. The S-N curve for substitute (equivalent) material is being introduced in order to govern the issue of material inhomogeneity and post-weld stress. Extraction of characteristics for this material is based on existing experimental data, categorized into FAT classes. Among that, the proposed model takes into account also the volume effect.

Praca współfinansowana ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



# OCENA STOPNIA USZKODZENIA EKSPLOATACYJNEGO MATERIAŁU RUROCIĄGU PAROWEGO NA PODSTAWIE ANALIZY ZMIAN WŁAŚCIWOŚCI ZMĘCZENIOWYCH I MIKROSTRUKTURY

Dominik KUKLA\*, Lech DIETRICH\*, Marcin CIESIELSKI\*\*

\*Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, ul. Pawińskiego 5B, 02-106 Warszawa

\*\*Wydział Inżynierii Materiałowej, Politechnika Warszawska, ul. Wołoska 141, 02-507 Warszawa

[dkukla@ippt.gov.pl](mailto:dkukla@ippt.gov.pl), [ldietr@ippt.gov.pl](mailto:ldietr@ippt.gov.pl), [m.ciesielski@inmat.pw.edu.pl](mailto:m.ciesielski@inmat.pw.edu.pl)

**Streszczenie:** W pracy dokonano oceny stopnia uszkodzenia eksploatacyjnego materiału próbek z elementów rurociągów pary wtórnie przegrzanej po 100 000 godzin pracy na podstawie zmian właściwości zmęczeniowych oraz zmian mikrostruktury. Dokonano testów zmęczenia wysoko-cyklowego dla zmiennej amplitudy naprężenia z uwzględnieniem rozwoju odkształceń średnich i niesprężystych. Na tej podstawie opracowano parametry opisujące stopień zniszczenia materiału pod wpływem obciążeń cyklicznych dla próbek w stanie przed i po eksploatacji. Analiza porównawcza wyznaczonych współczynników pozwala oszacować procentowy stopień degradacji materiału próbek eksploatowanych. Wykonano badania metalograficzne z wykorzystaniem Elektronowej Mikroskopii Skaningowej, na podstawie których scharakteryzowano mikrostrukturalne zmiany wynikające z długotrwałej pracy w warunkach eksploatacji rurociągów energetycznych.

## 1. WPROWADZENIE

Bezpieczeństwo pracy elementów instalacji energetycznych pracujących w warunkach wysokiej temperatury oraz ciśnienia wymaga monitorowania rozwoju procesów degradacji mikrostruktury i właściwości mechanicznych. W tym celu opracowywanych jest szereg procedur i metod ilościowego opisu stopnia uszkodzenia na podstawie zmian twardości, wytrzymałości (zmęczeniowej i na pełzanie), właściwości elektrycznych, magnetycznych, wsp. tłumienia fal ultradźwiękowych (Dobrzański i inni, 2007; Paradowski i inni, 2007), itd. Inne techniki opierają się o badania mikrostrukturalne połączone z analizą składu fazowego i chemicznego (Dobrzański, 2003).

Warunki pracy bloków energetycznych eksploatowanych w polskiej energetyce wymagają określonych właściwości, takich jak żarowytrzymałość, jakie od kilku lat z powodzeniem spełniają stale niskostopowe, takie jak 13HM, 15HM czy 10H2M. Parametry pracy jakie panują m. in. w elementach rurociągów pary przegrzanej (temperatura 540 – 560°C przy ciśnieniu 18-25 MPa) istotnie wpływają na dynamikę rozwoju procesów degradacji mikrostruktury i właściwości tych elementów. Dlatego też konieczne jest monitorowanie tych procesów, w celu za-

pewnienia bezpiecznej eksploatacji instalacji energetycznych. W tym obszarze istotnym zagadnieniem jest możliwość ilościowego opisu stopnia uszkodzenia elementu konstrukcji poprzez np. określenie trwałości resztkowej. W niniejszej pracy dokonano oceny rozwoju procesów niszczenia na podstawie zmian właściwości zmęczeniowych oraz zmian mikrostruktury po 100 000 godzin pracy w warunkach pracy pary wtórnie przegrzanej (temp. 540°C). Na tej podstawie wyznaczono współczynniki stopnia uszkodzenia eksploatacyjnego.

## 2. MATERIAŁ I METODYKA BADAŃ

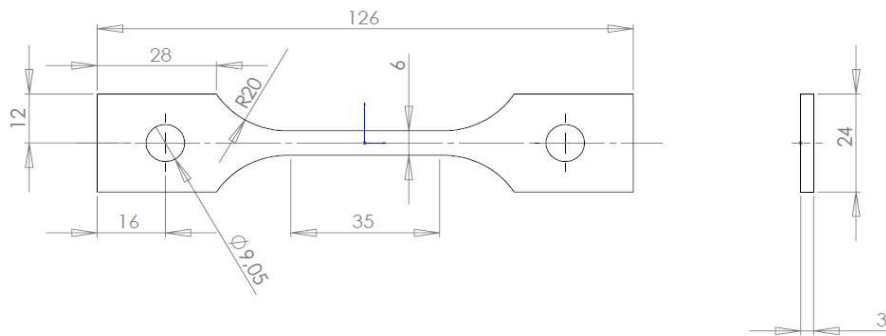
W pracy przeprowadzono badania materiału pobranego z dwóch rurociągów ze stali 13 HMF. Jeden z wycinków pochodził z elementu rurociągu o średnicy 500 mm eksploatowanego w instalacji pary wtórnie przegrzanej (temp. 540°C) w czasie 100 000h. Drugi element pochodził z elementu rurociągu w stanie dostawy, o tej samej średnicy. Wycinki obu elementów poddano badaniom składu chemicznego dla potwierdzenia zgodności ze składem normowym. Wyniki przedstawiono w Tab. 1.

**Tab. 1.** Skład chemiczny badanej stali oraz skład wg. PN

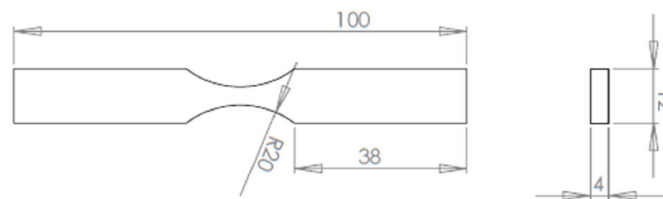
	C	Al	Si	S	P	Mn	Ni	Cr	Mo	Cu	V
Stan 0	---	---	0,26	0,01	0,01	0,51	---	0,38	0,57	---	0,26
Stan 100 000	0,14	---	0,19	0,02	0,01	0,44	---	0,44	0,62	---	0,29
PN-75/H-84024	0,1÷0,18	<0,02	0,15÷0,35	<0,04	<0,04	0,4÷0,7	<0,3	0,3÷0,6	0,5÷0,65	<0,25	0,22÷0,35

## 2.1. Testy wytrzymałościowe i zmęczeniowe

Statyczną próbę rozciągania przeprowadzono w temp. pokojowej przy użyciu statycznej, elektromechanicznej maszyny wytrzymałościowej ZWICK/Roell Z250. Pomiaru odkształceń dokonano przy użyciu elektromechanicznego ekstensometru wysokotemperaturowego firmy MAYTEC. Badania przeprowadzenia na specjalnie zaprojektowanych próbkach, których wymiary i kształt przedstawiono na Rys. 1.



Rys. 1. Kształt i wymiary próbki do statycznej próby rozciągania



Rys. 2. Kształt i wymiary próbki do prób zmęczeniowych

## 2.2. Badania mikrostrukturalne

Badania za pomocą mikroskopu świetlnego oraz skaningowego mikroskopu elektronowego (SEM) wykonano na zglądach metalograficznych trawionych odczynnikiem Nital 4% wg PN CR 12361:2000. Badania mikrostruktury miały charakter jakościowy.

## 3. WYNIKI

Dla próbek po 100 tys. godz. eksploatacji nastąpił niewielki spadek wytrzymałości ( $R_m$ ) przy jednoczesnym zwiększeniu wydłużenia do zerwania ( $A_c$ ) i przewężenia ( $Z$ ). Wyniki wartości średnich z trzech prób zamieszczono w Tab. 2.

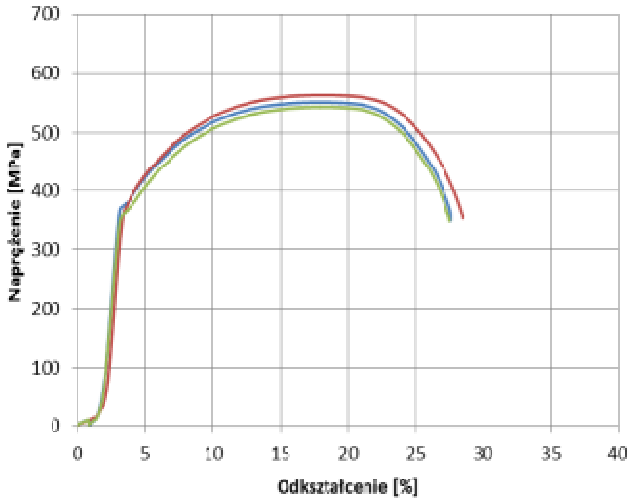
Tab. 2. Wyniki prób wytrzymałościowych w temp. pokojowej

Wycinek rury	Kierunek wycięcia próbek	Próbka	Umowna granica plastyczności i $R_{0,2}$ [MPa]	Umowna granica plastyczności i $R_{eH}$ [MPa]	Umowna granica plastyczności i $R_{eL}$ [MPa]	Wytrzymałość na rozciąganie $R_m$ [MPa]	Odształcenie $A_c$ [%]	Przewężenie $Z$ [%]
Stan 0	Styczny (prostopadły do osi rury)	średnia	-	364	357	552	20,3	62,9
	Osiowy (równoległy do osi rury)	średnia	361	-	-	552	23,3	68,3
Stan 100 000	Styczny (prostopadły do osi rury)	średnia	-	390	347	509	24,6	68,0
	Osiowy (równoległy do osi rury)	średnia	-	373	334	500	26,1	67,5
PN-75/H84024			≥365			490÷690	≥18	≥50

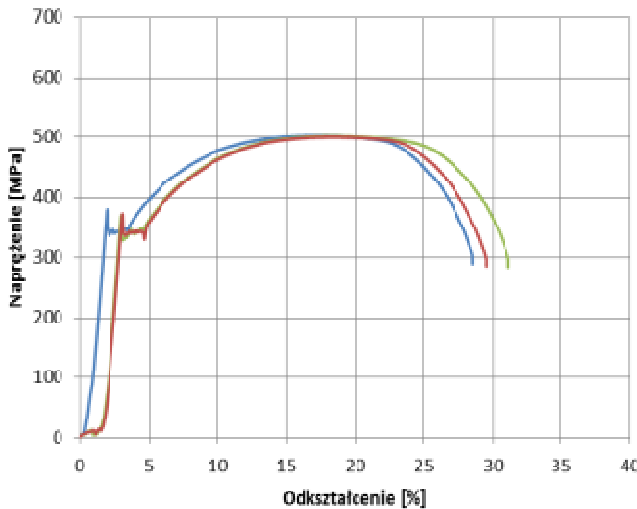
W odniesieniu do wartości wytrzymałościowych rekomendowanych przez normę PN-75 H-84024 wytrzymałość na rozciąganie, wydłużenie do zerwania oraz przewężenie dla obu stanów materiału mieszczą się w zdefiniowanych zakresach.

Wybrane wyniki statycznej próby rozciągania w temp. pokojowej w postaci wykresów wytrzymałości w funkcji odkształcenia przedstawiono na Rys. 3.

a) Stan 0 h



b) Stan 100 000 h

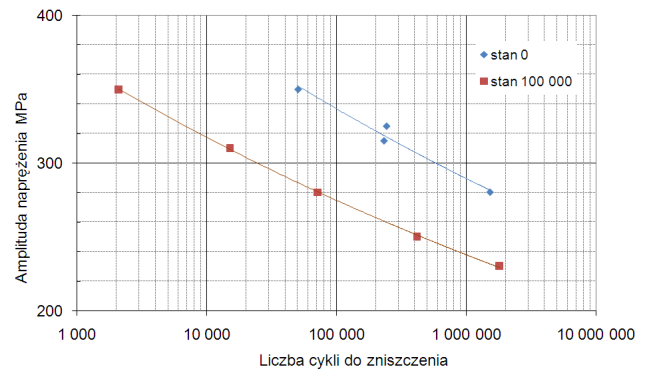


**Rys. 3.** Krzywe rozciągania w statycznej próbie dla próbek: a) w stanie dostawy oraz b) po 100 000 h eksploatacji

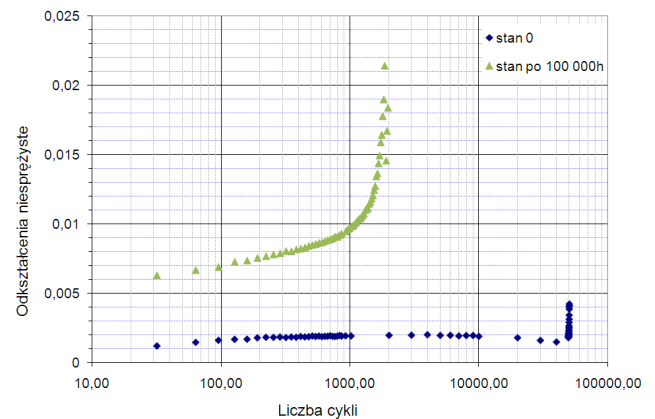
Na podstawie wyznaczonej w próbie rozciągania wartości umownej granicy plastyczności  $R_{0,2}$  określono zakres obciążeń zmęczeniowych. Badania zmęczeniowe przeprowadzono w zakresie amplitudy naprężeń od 230 MPa do 400 MPa. Na podstawie uzyskanych wyników opracowano poglądowe krzywe Wöhlera dla próbek z materiału nieeksploatowanego oraz po 100 000 h eksploatacji. Krzywe pokazano na Rys. 4.

Na podstawie opracowanych krzywych można oszacować znaczne (ok. 20%) obniżenie parametru granicznej wytrzymałości zmęczeniowej w przypadku serii próbek po eksploatacji. Jednak degradacja właściwości opisana za pomocą testów zmęczeniowych widoczna jest nie tylko w przebiegu krzywej Wöhlera, ale także w zmianie charakteru rozwoju odkształceń

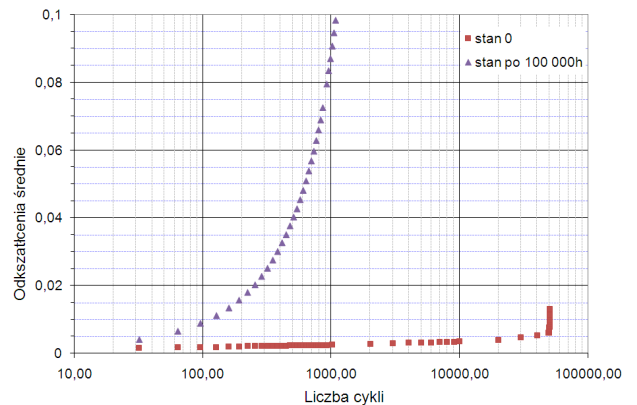
zarówno średnich jak i plastycznych. Dlatego też podjęto próbę sparametryzowania tych zmian.



**Rys. 4.** Krzywa Wöhlera dla próbek ze stali 13 HMF przed (stan 0) i po 105 h eksploatacji (stan 100 000)



**Rys. 5.** Zmiana odkształceń niesprężystych jako funkcja cykli obciążenia w próbkach ze stali 13 HMF przed i po eksploatacji

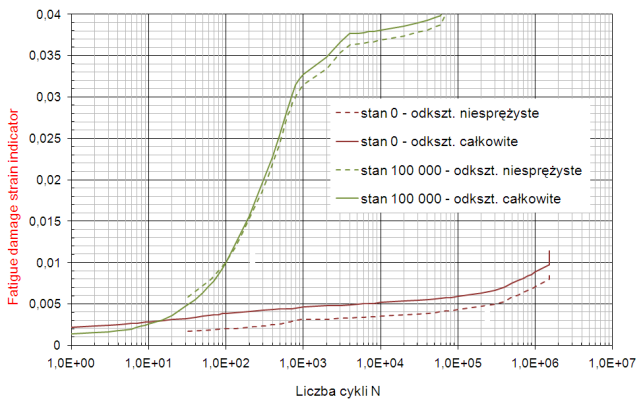


**Rys. 6.** Zmiana odkształceń średnich jako funkcja cykli obciążenia w próbkach ze stali 13 HMF przed i po eksploatacji

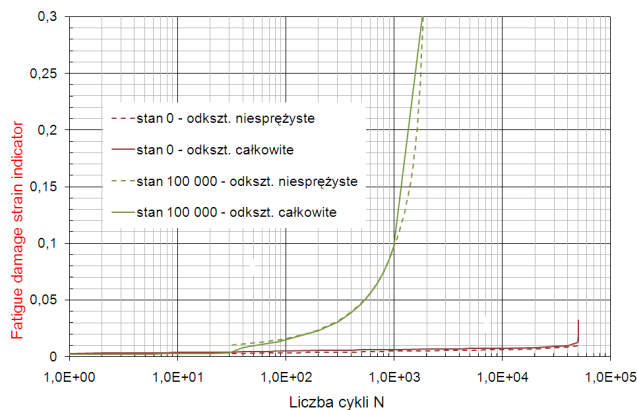
W celu określenia rozwoju uszkodzeń i sformułowania parametru określającego ten rozwój dokonano analizy zmian odpowiedzi materiału w odkształceniach w poszczególnych cyklach na wymuszenia cykliczne zmian naprężania o różnych amplitudach. Zachowanie metali w zakresie zmęczenia wysoko cyklowego, a więc przy amplitudzie naprężenia poniżej granicy plastyczności materiału wiąże się z rozwojem

lokalnych odkształceń niesprężystych (plastycznych) oraz odkształceń średnich, które w uproszczeniu można kojarzyć z narastaniem makroskopowych odkształceń sprężystych w kolejnych cyklach, ale związanych z rozwijającymi się lokalnie (wskutek koncentracji naprężeń) odkształceniami plastycznymi, zwykle wokół pustek, wtrąceń niemetalicznych lub innych defektów mikrostruktury. Aby stwierdzić, który z powyższych mechanizmów ma wpływ na rozwój uszkodzeń zmęczeniowych (jak również eksploatacyjnych) opracowano krzywe zmian obu tych czynników w funkcji czasu wyrażonego liczbą cykli. Na Rys. 5 i 6 pokazano rozwój odkształceń niesprężystych i średnich dla amplitudy 350 MPa.

W większości przebadanych próbek rozwój uszkodzeń zmęczeniowych prowadzi do wzrostu odkształceń średnich, jak i plastycznych, jednak prędkość rozwoju zniszczenia jest znacznie większa w przypadku próbek po eksploatacji. Efekt ten jest uwidoczniiony na zestawieniu rozwoju odkształceń, zarówno plastycznych jak i średnich, dla próbek przed i po eksploatacji. Zmiany prędkości rozwoju tych zmian obrazują Rys. 7 i 8, gdzie przedstawiono je jako rozwój odkształceniowego współczynnika uszkodzenia zmęczeniowego ( $\phi$ ) zdefiniowanego wzorem (1), w funkcji liczby cykli dla dwóch wybranych wartości amplitudy naprężenia: 280 i 350 MPa.



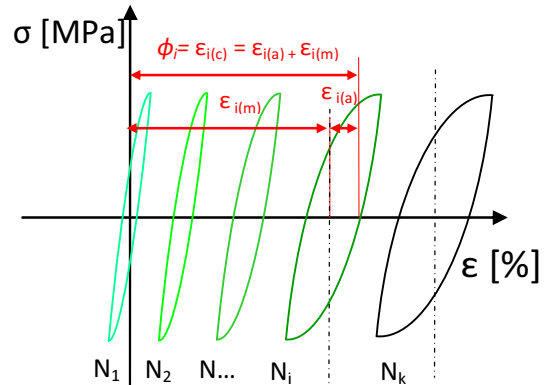
Rys. 7. Zmiany rozwoju odkształceń w czasie zmęczenia próbek ze stali 13 HMF przed i po eksploatacji przy amplitudzie naprężenia 280 MPa



Rys. 8. Zmiany rozwoju odkształceń w czasie zmęczenia próbek ze stali 13 HMF przed i po eksploatacji przy amplitudzie naprężenia 350 MPa

Na Rys. 9 przedstawiono schemat zmian zmęczeniowych pętli histerezy obrazujący zmiany odkształceń śred-

nich i amplitudy odkształceń w kolejnych cyklach zmęczenia próbek ze stali 13 HMF zarówno w stanie dostawy jak i po eksploatacji.



Rys. 9. Schemat zmian zmęczeniowych pętli histerezy

Schemat przedstawia także ideę wyznaczenia współczynnika uszkodzenia zmęczeniowego ( $\phi$ ) zdefiniowanego wzorem

$$\phi_i = \epsilon_{i(m)} + \epsilon_{i(a)} \quad (1)$$

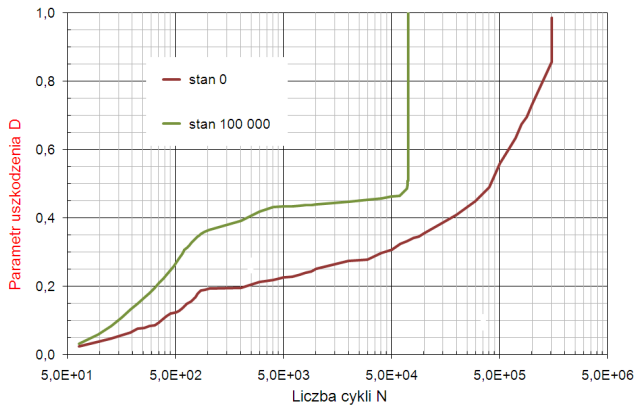
Na podstawie powyższych wykresów widać wyraźną różnicę w zachowaniu pod obciążeniem próbek z materiału eksploatacyjnego. Wysoki poziom odkształceń już w pierwszych cyklach obciążenia pod naprężeniem 280 i 350 MPa wskazuje na znaczące „zmęczenie eksploatacyjne” tego materiału. Doświadczalne wykresy zmian średniego odkształcenia w cyklu i amplitudy odkształcenia kolejnych cykli (plastyczne) dają podstawę oceny rozwoju uszkodzeń zmęczeniowych oraz zdefiniowania parametru uszkodzeń zmęczeniowych. W przypadku badanych próbek ze stali 13 HMF za miarę uszkodzeń zmęczeniowych można przyjąć rozwój odkształceń niesprężystych a parametr uszkodzeń zmęczeniowych (Socha, 2004) zdefiniować zgodnie z zależnością:

$$D = \frac{\epsilon_c - (\epsilon_c)_{\min}}{(\epsilon_c)_{\max} - (\epsilon_c)_{\min}} \quad (2)$$

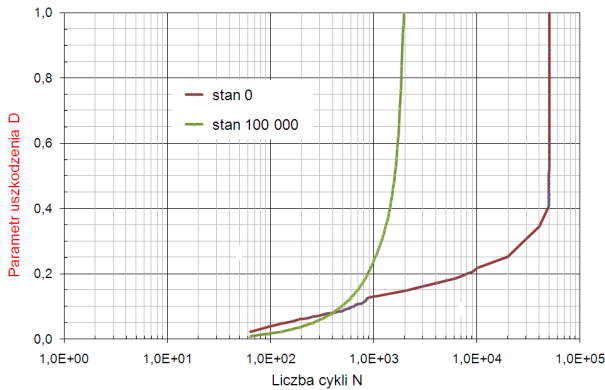
gdzie  $\epsilon_c$  oznacza całkowitą wartość odkształceń w rozpatrywanym cyklu obciążenia,  $(\epsilon_c)_{\min}$  oznacza wartość całkowitą odkształcenia w pierwszym cyklu na początku procesu rozwoju uszkodzeń,  $(\epsilon_c)_{\max}$  oznacza wartość odkształcenia w ostatnim cyklu na końcu procesu rozwoju uszkodzeń. Wartość parametru uszkodzenia dla początku z definicji równa zero, a na końcu równa jedności.

Zmiany parametru uszkodzenia wyliczonego wg przedstawionych powyżej założeń został przedstawione jako funkcja czasu dla dwóch wartości amplitudy naprężeń na Rys. 10-11. Zmiany wyznaczonego parametru zniszczenia w przypadku próbek z materiału eksploatacyjnego wykazują szybszy rozwój (współczynnik kierunkowy krzywej) w porównaniu do próbek w stanie 0. Znacznie szybciej też osiągają krytyczną wartość parametru uszkodzenia określającą powstanie i propagację pęknięcia dominującego. W pewnych warunkach obciążenia, dla których szybkość rozwoju odkształceń jest podobna w pierwszym etapie zmęczenia, można próbować oszacować

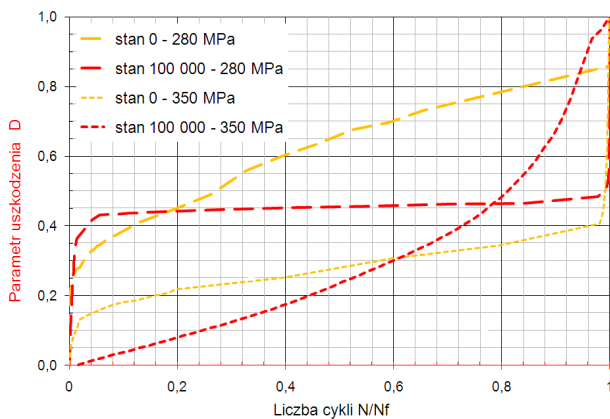
trwałość resztkową (Hernas i Dobrzański, 2003) na podstawie zmian w czasie osiągnięcia krytycznej wartości parametru zniszczenia związanego z propagacją pęknięcia i dekohezją próbki.



Rys. 10. Zmiany rozwoju parametru zniszczenia dla próbek ze stali 13 HMF przed i po eksploatacji przy amplitudzie naprężenia 280 MPa



Rys. 11. Zmiany rozwoju parametru zniszczenia dla próbek ze stali 13 HMF przed i po eksploatacji przy amplitudzie naprężenia 350 MPa



Rys. 12. Rozwój parametru uszkodzenia dla dwóch wartości amplitudy w funkcji liczby cykli do zniszczenia

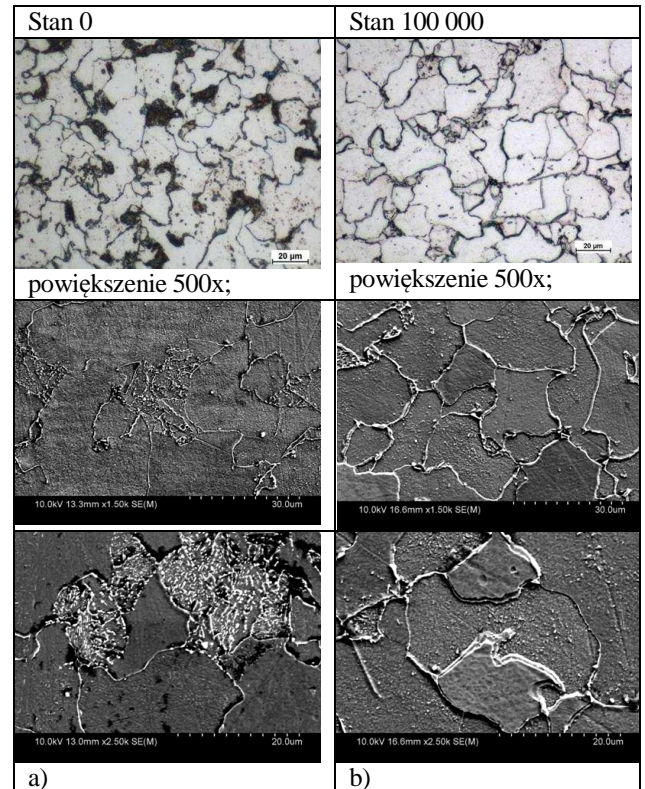
Na Rys. 12 pokazano rozwój parametru D jako funkcję unormowanej liczby cykli wyrażonej stosunkiem  $N/N_f$ , gdzie N oznacza kolejny cykl a  $N_f$  cykl ostatni (zniszczenie próbki).

Na tym wykresie widoczny jest bardzo szybki rozwój uszkodzenia zarówno dla próbki nowej jak eksploatowanej, dla której już w pierwszych cyklach obciążenia zmęczeniowego, parametr D osiąga wartość 40%.

Charakter rozwoju zniszczenia zmęczeniowego pokazany na Rys. 12 wskazuje na konieczność ograniczania liczby zatrzymań (technologicznych i remontowych) instalacji ponieważ determinują one trwałość poszczególnych jej elementów, a ich żywotność będzie największa przy ciągłej stabilnej pracy w warunkach obciążeń o stałej (i możliwie niskiej) amplitudzie.

W przypadku próbek po eksploatacji widać także zwiększony poziom odkształceń niesprężystych już od pierwszych cykli obciążenia (Rys. 3), które dla amplitudy 350 MPa rozwijają się bardzo szybko aż do zerwania próbki.

Wybrane wyniki badań mikrostrukturalnych w formie obrazów z mikroskopu świetlnego oraz SEM pokazano na Rys. 13. Do obserwacji przygotowano próbki pobrane z kilku miejsc każdego elementu.



Rys. 13. Mikrostruktura stali 13 HMF a) przed i b) po 100 000 godzinach eksploatacji

Na zdjęciach próbek ze stali w stanie 0 wykonanych na mikroskopie świetlnym widać strukturę ferrytyczno perlityczną z licznymi, drobnymi wydzieleniami węglowymi wewnątrz ziaren ferrytu. Po eksploatacji nastąpił całkowity rozpad perlitu i skutkiem tego zwiększył się udział węglików zlokalizowanych głównie na granicach ziaren. Nie stwierdzono obecności pustek na granicach, jakie z reguły są generowane pod wpływem eksploatacji w warunkach wysokiej temperatury i obciążeń mechanicznych.

Obserwacje SEM wycinków rur uzyskanych po eksploatacji potwierdziły występowanie istotnych zmian mikrostrukturalnych w stosunku do materiałów wyjściowych. W przypadku

ur po eksploatacji nastąpiła transformacja perlitu poprzez sferoidyzację i koalescencję płytek cementytu. Zaobserwowano również wyraźne wydzielenia węglików na granicach ziaren. Te twarde wtrącenia niemetaliczne, obok innych defektów mikrostruktury, jak pustki, są istotnym czynnikiem procesu rozwoju uszkodzeń zmęczeniowych prowadzących do degradacji właściwości eksploatacyjnych.

#### 4. WNIOSKI

Proces uszkodzenia próbek zarówno w stanie 0, ale przede wszystkim po eksploatacji, przebiega według dwóch mechanizmów. Pierwszym z nich jest mechanizm lokalnych deformacji wokół defektów mikrostruktury prowadzący do ratchetingu, typowego procesu aktywowanego obciążeniami cyklicznymi zachodzącego w metalach i stopach o dostatecznej gęstości wad mikrostrukturalnych powstałych w procesie wytwórczym, niezbędnej do uruchomienia lokalnych mechanizmów odkształceń wokół defektów w postaci pustek i wtrąceń niemetalicznych. Drugi mechanizm opisuje cykliczna plastyczność generowana mikropoślizgami poszczególnych ziaren i lokalnymi pasmami poślizgów. Zwiększanie się odkształceń niesprężystych w kolejnych cyklach jest związane ze zwiększaniem się amplitudy odkształceń i zmniejszaniem się granicy plastyczności w kolejnych cyklach.

Charakter rozwoju zniszczenia zmęczeniowego pokazany na Rys. 11 wskazuje, że największy jego rozwój przypada na początkowy okres procesu eksploatacji. Dlatego też istotne jest ograniczenie liczby zatrzymań instalacji ponieważ jej żywotność będzie największa przy ciągłej stabilnej pracy w warunkach obciążen o stałej (i możliwie niskiej) amplitudzie.

Zmiany mikrostruktury uwidocznione po procesie eksploatacji, które towarzyszą obniżeniu właściwości wytrzymałościowych elementów rurociągu wynikają z oddziaływania zarówno wysokiej temperatury w warunkach eksploatacji aktywującej procesy dyfuzyjne, ale też pod wpływem obciążeń mechanicznych.

#### LITERATURA

1. **Dobrzański J.** (2003), Procesy uszkodzeń wewnętrznych w niskostopowych stalach chromowo-molibdenowych pracujących pow. temp. granicznej, *Mat. X Sem N-T Badania materiałowe na potrzeby elektrowni i przemysłu energetycznego*, Zakopane.
2. **Dobrzański J., Krztoń H., Zieliński A.** (2007), Development of the precipitation processes in low-alloy Cr-Mo type steel for evolution of the material state after exceeding the assessed lifetime, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, Volume 23, Issue 2, 19-22.
3. **Hernas A., Dobrzański J.** (2003), *Trwałość i nieszczenie elementów kotłów i turbin parowych*, Wyd. Pol. Śląskiej.
4. **Paradowski K., Manaj W., Spychalski W. L., Zagórski A., Lublińska K., Kukla D., Płowiec J., Kurzydłowski K. J.** (2007), Research on possibilities of application of non-destructive testing in degradation evaluation of materials used in infrastructure working under the influence of aggressive hydrogen environment, *3rd Int. Conference on Environmental Degradation of Engineering Materials*, Gdańsk-Jastrzębia Góra, 276--283.
5. **Socha G.** (2004), Prediction of the fatigue life on the basis of damage progress rate curves, *International Journal of Fatigue*, Vol. 26, No 4, 339-347.

#### EVALUATION OF STEAM PIPELINE MATERIAL DEGRADATION USING ANALYSIS OF MICROSTRUCTURE AND FATIGUE PROPERTIES CHANGES

**Abstract:** In this work damage evaluation of a steam pipeline material after exploitation was carried out with regard to changes in the material fatigue properties and microstructure. HCF tests were performed in the function of stress amplitude. Dynamic development of deformations were taken into consideration. On these basis, parameters describing the destruction degree of materials undergoing cyclic stress before and after exploitation were developed. Comparing studies of these parameters enable the estimation of percentage degradation degree of a material after exploitation. Based on the results, changes in microstructure caused by long-term exposition to exploitation conditions of energetic pipelines were characterized.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektów badawczych nr N507 3295 36 i N501 0784 35 finansowanych ze środków MNiSW.



# SZACOWANIE TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ W WARUNKACH CYKLICZNEGO OBCIĄŻENIA Z UWZGLĘDNIENIEM NIERÓWNOLEGŁOŚCI CHARAKTERYSTYK

Marta KUREK\*, Tadeusz ŁAGODA\*

\*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Opolska,  
ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole

[m.kurek@doktorant.po.edu.pl](mailto:m.kurek@doktorant.po.edu.pl), [t.lagoda@po.opole.pl](mailto:t.lagoda@po.opole.pl)

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono algorytm wyznaczania trwałości zmęczeniowej dla materiałów, które charakteryzują się brakiem równoległości charakterystyk zmęczeniowych dla czystego zginania i czystego skręcania. Prezentowany model jest oparty na metodzie iteracji a zastosowane kryterium zmęczeniowe jest funkcją stosunku naprężeń normalnych i stycznych pochodzących odpowiednio od zginania i skręcania. Do analiza wykorzystano mosiądz CuZn40Pb2, stal średniostopową 30CrNiMo8 oraz stal wysokostopową 35NCD16. Uzyskane rezultaty są zadowalające.

## 1. WSTĘP

Kryterium zmęczenia przy obciążeniu wieloosiowym to wyrażenie na naprężenie ekwiwalentne, którego zadaniem jest redukcja wieloosiowego stanu naprężenia do stanu jednoosiowego. Wiele kryteriów wieloosiowego zmęczenia uwzględnia w swoich równaniach wartość stosunku:

$$B = \sigma_{af} / \tau_{af} \quad (1)$$

gdzie:  $\sigma_{af}$  – granica zmęczenia dla zginania,  $\tau_{af}$  – granica zmęczenia dla skręcania

Zależnością taką jest kryterium opracowane przez Gougha i Pollarda (1951), których badania zapoczątkowały obszerne prace nad zginaniem i skręcaniem. Kolejne propozycje kryteriów uwzględniających wartość równania (1) przedstawili: Nisihara i Kawamoto (1941), Lee (1985), Findley (1959), Stulen i Cummings (1987) oraz Carpinteri i Spagnoli (2001).

W pracy Kurek i Łagody (2010) przedstawiono zależność (1) dla wybranych materiałów konstrukcyjnych i wyznaczono grupę, dla których zależność ta wykazuje stałość. W takim przypadku obliczenie trwałości zmęczeniowej umożliwia wyżej wymienione hipotezy. W przypadku pozostałych materiałów nie ma spójnego rozwiązania umożliwiającego ocenę trwałości zmęczeniowej, ponieważ należy uwzględnić zmienność stosunku

$$B(N_f) = \sigma_a(N_f) / \tau_a(N_f) \quad (2)$$

w zależności od liczby cykli do zniszczenia zmęczeniowego.

W pracy zaproponowano algorytm szacowania trwałości zmęczeniowej przy proporcjonalnym zginaniu z uwzględnieniem nierównoległości charakterystyk.

## 2. ALGORYTM OCENY TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Na Rys. 1 przedstawiono schemat algorytmu oceny trwałości zmęczeniowej w warunkach obciążeń cyklicznych dla kombinacji zginania ze skręcaniem. We wcze-

śniejszej pracy (Kurek i Łagoda; 2011) proponowano już podobny algorytm dla materiałów charakteryzujących się nierównoległością charakterystyk zmęczeniowych, jednak wyniki przy kombinacji obciążeń były niesatysfakcjonujące. W proponowanym modelu uwzględniono zmianę kąta orientacji płaszczyzny krytycznej, który w dużej mierze wpływa na szukaną trwałość zmęczeniową. Podobnie jak w poprzednim modelu wielkościami stanowiącymi dane wejściowe do procesu wyznaczania trwałości zmęczeniowej są przebiegi składowych tensora stanu naprężenia, zgodnie z równaniami:

$$\sigma_{xx}(t) = \sigma_a \sin(\omega t), \quad (3)$$

$$\tau_{xy}(t) = \tau_a \sin(\omega t - \varphi), \quad (4)$$

gdzie:  $\sigma_a$  – amplituda naprężenia normalnego pochodzącego od zginania,  $\tau_a$  – amplituda naprężenia stycznego pochodzącego od skręcania,  $\omega$  – częstość kątowna,  $\varphi$  – kąt przesunięcia fazowego,  $t$  – czas.

W przedstawionym algorytmie przebieg naprężeń normalnych  $\sigma_{xx}(t)$  odnosi się do naprężeń pochodzących od zginania, natomiast  $\tau_{xy}(t)$  od skręcania.

Kolejnym ważnym krokiem przy wyznaczaniu trwałości jest wyznaczenie kąta orientacji płaszczyzny krytycznej, który odpowiada maksymalnemu wyężeniu materiału. W pracy wyznaczono położenie płaszczyzny krytycznej za pomocą metody kumulacji uszkodzeń, a do wyrażenia na naprężenia normalne i styczne uzupełniono o często stosowaną funkcję poprawkową wykorzystując granice zmęczenia na zginanie i skręcanie (Walat, 2010):

$$\sigma_{\eta}(t) = \sigma_{xx}(t) \cos^2 \alpha + \frac{\sigma_{af}}{2\tau_{af}} \tau_{xy}(t) \sin 2\alpha. \quad (5)$$

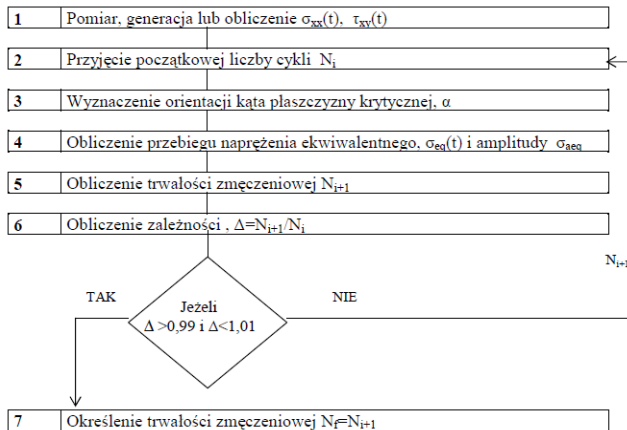
$$\tau_{\eta_s}(t) = -\frac{1}{2} \sigma_{xx}(t) \sin 2\alpha + \frac{\sigma_{af}}{2\tau_{af}} \tau_{xy}(t) \cos 2\alpha. \quad (6)$$

gdzie:  $\sigma_{af}$  – granica zmęczenia dla zginania,  $\tau_{af}$  – granica zmęczenia dla skręcania,  $\alpha$  – orientacja położenia płaszczyzny krytycznej.

Aby uwzględnić zmienność parametru B w zależności od liczby cykli wyprowadzono zależność:

$$\sigma_{\eta}(t) = \sigma_{xx}(t) \cos^2 \alpha + \frac{B(N_f)}{2} \tau_{xy}(t) \sin 2\alpha, \quad (7)$$

$$\tau_{\eta s}(t) = -\frac{1}{2} \sigma_{xx}(t) \sin 2\alpha + \frac{B(N_f)}{2} \tau_{xy}(t) \cos 2\alpha. \quad (8)$$



Rys. 1. Algorytm wyznaczania trwałości zmęczeniowej w warunkach cyklicznego obciążenia

W pracy zastosowano kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych (Ogonowski i Łagoda, 2005), które jest ściśle związane z orientacją kąta płaszczyzny krytycznej, dlatego przebieg naprężenia ekwiwalentnego można zapisać jako:

$$\sigma_{eq}(t) = 2\tau_{\eta s}(t). \quad (9)$$

Jedną z zależności wiążących trwałość zmęczeniową z naprężeniem jest zależność podwójnie logarymiczna S-N według ASTM (1998) w postaci:

$$\log N_f = A_{\sigma} - m_{\sigma} \log \sigma_a, \quad (10)$$

gdzie:  $A_{\sigma}$ ,  $m_{\sigma}$  – współczynniki równania dla zginania oraz

$$\log N_f = A_{\tau} - m_{\tau} \log \tau_a \quad (11)$$

gdzie:  $A_{\tau}$ ,  $m_{\tau}$  – współczynniki równania dla skręcania.

Trwałość zmęczeniową określono zgodnie z równaniem (ASTM 1998) po przekształceniu równania (10):

$$N_f = 10^{A_{\sigma} - m_{\sigma} \log \sigma_a} \quad (12)$$

oraz obliczyć stosunek:

$$\Delta = \frac{N_{i+1}}{N_i}. \quad (13)$$

Procedura ta jest powtarzana, dla kolejnych obliczeniowych trwałości aż do momentu spełnienia warunku:

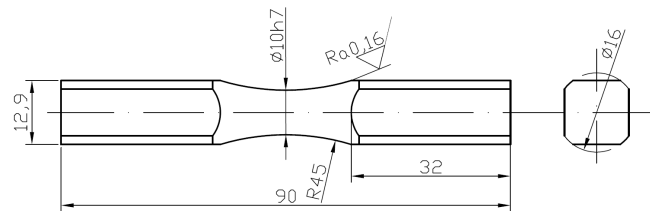
$$0,99 < \Delta < 1,01 \quad (14)$$

czyli założono błąd na poziomie 1%, który jest wystarczający przy obliczeniach zmęczeniowych elementów maszyn i konstrukcji. Jeżeli warunek (14) zostanie spełniony

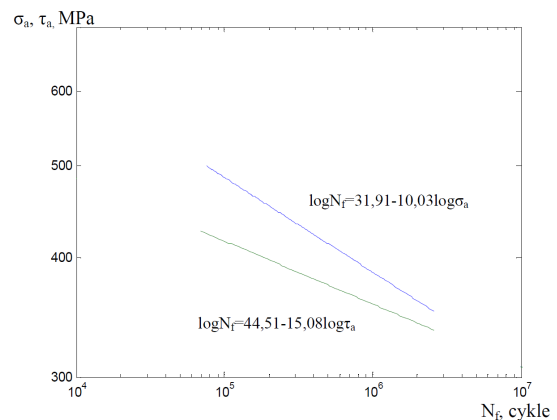
otrzymana trwałość zmęczeniowa ( $N_{cal}$ ) jest wielkością szukaną.

### 3. MATERIAŁ I PRÓBKKI

Do analizy wykorzystano materiały konstrukcyjne: msiądz CuZn40Pb2 (Kohut i Łagoda, 2004), oraz stale wysokostopowe 30CrNiMo8 (Esterts, 1995; Sanetra, 1991) i 35NCD16 (Morel, 1996). Do badań zmęczeniowych wykorzystano próbki gładkie o przekroju okrągłym (Rys. 2). Różne wartości stosunku  $B(N_f)$  powodują niemożność stosowania stałej wartości tego stosunku w kryteriach zmęczeniowych, które ten stosunek uwzględniają. W Tab.1 zestawiono współczynniki równania regresji wybranych materiałów. Na Rys. 3 przedstawiono charakterystyki zmęczeniowe jednego z omawianych materiałów 35NCD16. Wszystkie materiały charakteryzują się nierównoległością charakterystyk zmęczeniowych na zginanie i skręcanie.



Rys. 2. Geometria próbek użytych do badań



Rys. 3. Wykres zmęczeniowy dla czystego zginania i czystego skręcania dla 35NCD16

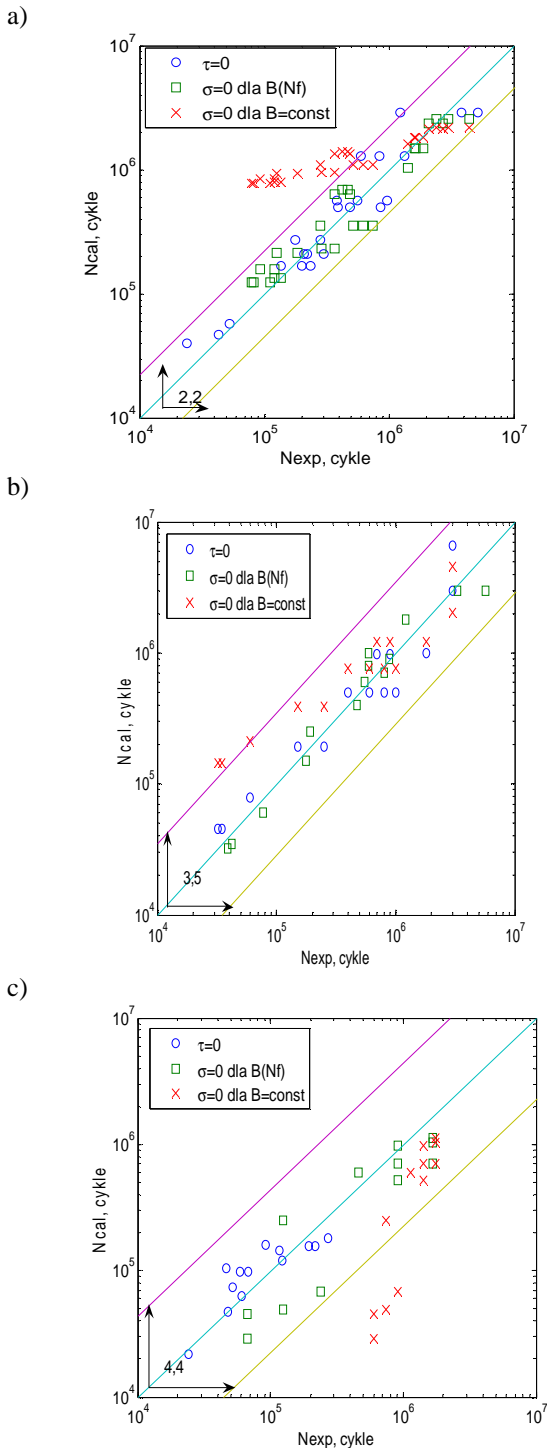
Tab. 1. Współczynniki równania regresji wybranych materiałów

Materiał	Zginanie		Skręcanie	
	$A_{\sigma}$	$m_{\sigma}$	$A_{\tau}$	$m_{\tau}$
CuZn40Pb2	19,99	5,86	45,31	17,17
30CrNiMo8	27,54	8,05	69,58	24,62
35NCD16	31,95	10,03	44,51	15,08

### 4. PORÓWNANIE TRWAŁOŚCI OBLICZENIOWYCH Z EKSPERYMENTALNYMI

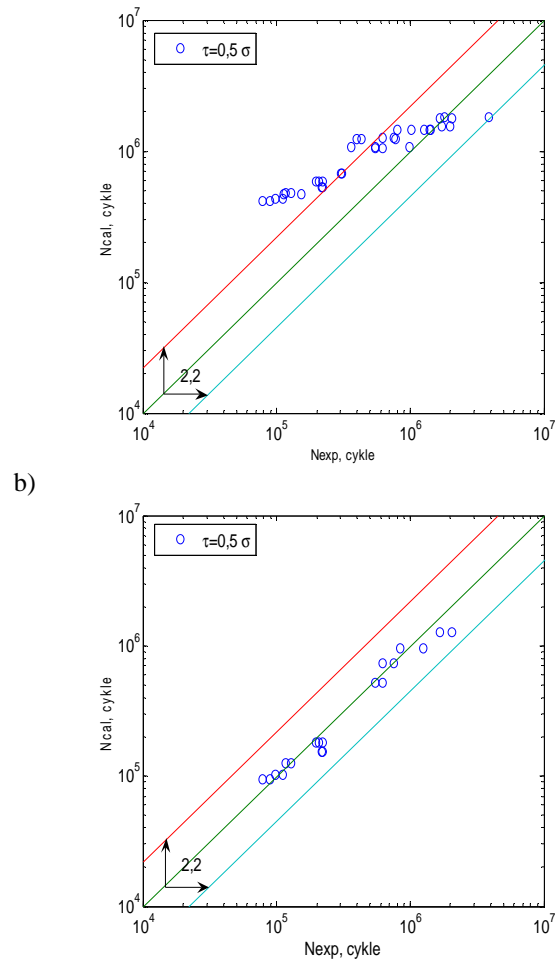
W pracy zweryfikowano wyniki badań eksperymentalnych trzech materiałów konstrukcyjnych, których charakte-

rystyki zmęczeniowe wykazują brak wzajemnej równoległości. Na Rys. 4. przedstawiono zestawienie trwałości obliczeniowych ( $N_{cal}$ ) z eksperymentalnymi ( $N_{exp}$ ) dla msiadzu CuZn40Pb2, stali 35NCD16 oraz 30CrNiMo8. Na wykresie uwzględniono również sytuację, gdy parametr  $B=const$ . W takim przypadku uzyskane wyniki są niesatysfakcjonujące i większość z nich nie mieści się w paśmie rozrzutu o współczynniku 2,2 wyznaczonym dla czystego zginania.



**Rys. 4.** Zestawienie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla czystego zginania i czystego skręcania a) CuZn40Pb2, b) 35NCD16, c) 30CrNiMo8

Zestawienie uzyskanych trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi przy kombinacji zginania ze skręcaniem dla wybranych materiałów przedstawiono na Rys. 5. a)



**Rys. 5.** Zestawienie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla  $\tau_a = 0,5\sigma_a$  dla CuZn40Pb2 a)  $B=const$ , b)  $B(N_f)$

W przypadku kombinacji zginania ze skręcaniem (Rys. 5) przy uwzględnieniu zmienności współczynnika  $B(N_f)$  wszystkie wyniki mieszczą się w paśmie rozrzutu o współczynniku 2,2. W przypadku, gdy  $B$  jest stałe rozrzuty są większe.

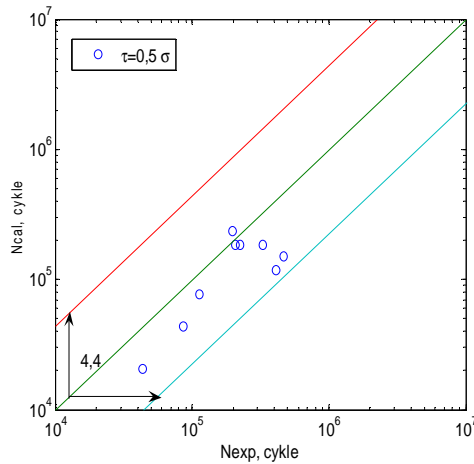
Na Rys. 6. przedstawiono zestawienie uzyskanych trwałości obliczeniowych z eksperymentalnymi przy kombinacji zginania ze skręcaniem dla 30CrNiMo8. Można zauważyć, że lepszą zgodność wyników prezentuje wykres 6b, gdy wartość stosunku  $\sigma_a/\tau_a$  jest uzależniona od liczby cykli, wtedy rozrzuty są mniejsze.

## 5. WNIOSKI

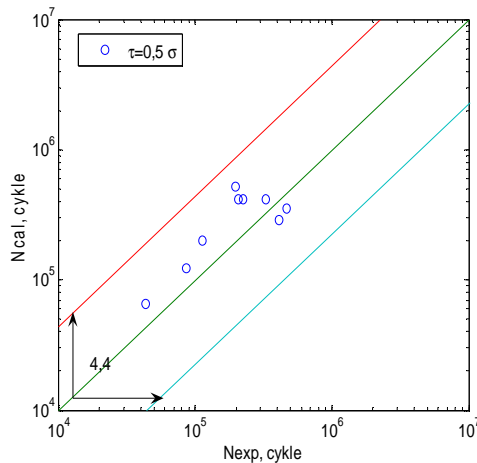
Po analizie wyników porównania trwałości obliczeniowej z eksperymentalną można stwierdzić, że zaproponowany algorytm szacowania trwałości zmęczeniowej daje zadowalające wyniki. Model może być zastosowany do obliczeń trwałości dla materiałów charakteryzujących się brakiem wzajemnej równoległości charakterystyk zmęczeniowych przy obciążeniach proporcjonalnych. W przy-

szłości zostanie opracowany algorytm wyznaczania trwałości zmęczeniowej przy obciążeniach nieproporcjonalnych i losowych.

a)



b)



**Rys. 6.** Zestawienie trwałości obliczeniowej  $N_{cal}$  według kryterium w płaszczyźnie maksymalnych naprężeń stycznych z trwałością eksperymentalną  $N_{exp}$  dla  $\tau_a = 0,5\sigma_a$  dla 30CrNiMo8 a)  $B=const$ , b)  $B(N_f)$

## LITERATURA

1. **ASTM E 739-91** (1998), Standard practice for statistical analysis of linearized stress–life (S–N) and strain life ( $\epsilon$ –N) fatigue data, *Annual Book of ASTM Standards*, Vol. 03.01, Philadelphia, 614–620.
2. **Carpinteri A., Spagnoli A.** (2001), Multiaxial high–cycle fatigue criterion for hard metals, *Int J Fatigue*, 23, 2001, 135–145.
3. **Esderts A.** (1995), *Betriebsfestigkeit bei mehrachsiger Biege – und Torsionsbeanspruchung*, Fakultät für Bergbau, Huttenwesen und Maschinenwesen der Technischen Universität Clausthal.
4. **Findley W. N.** (1959), A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending, *Journal of Engineering for Industry*, 301–306.
5. **Gough H. J.** (1951), *Some Experiments on the Resistance of Metals to Fatigue under Combined Stresses*, London: His Majesty's Stationery Office.

6. **Kohut M., Łagoda T.** (2004), Badania zmęczeniowe mosiądzu MO58 w warunkach proporcjonalnego zginania ze skręcaniem, *III Symposium Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji*, Augustów, ss.159-162.
7. **Kurek M., Łagoda T.** (2010), Comparison of fatigue characteristics for some selected constructional materials under bending and torsion, *6th International Conference Mechatronic Systems and Materials*, Opole, 117-118.
8. **Kurek M., Łagoda T.** (2011), Algorytm oceny trwałości zmęczeniowej dla materiałów cechujących się nierównoległością charakterystyk zmęczeniowych w warunkach cyklicznego obciążenia, *XXIV Konferencja Naukowa Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych*, Zakopane, streszczenie referatów, Politechnika Śląska, ss. 47-48.
9. **Łagoda T., Ogonowski P.** (2005), Criteria of multiaxial random fatigue based on stress, strain and energy parameters of damage in the critical plane, *Mat.-wiss. u. Werkstofftech*, Vol.36, No 9, 429-437.
10. **Lee S. B.** (1985), A criterion for fully reversed out–of–phase torsion and bending, *Multiaxial fatigue ASTM STP 853*, Philadelphia, 553–568.
11. **McDiarmid D. L.** (1987) Fatigue under out–of–phase bending and torsion, *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, Vol. 9, No. 6, 457–475.
12. **Morel F.** (1996), *Fatigue Multiaxiale Sous Chargement D'amplitude Variable*, Praca doktorska, Futuruscope.
13. **Nishihara T., Kawamoto M.** (1941), *The strength of Metals under Combined Alternating Bending and Torsion with Phase Difference*, Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, Vol. X, No. 6, pp.85-112
14. **Sanetra C.** (1991), *Untersuchungen zum Festigkeitsverhalten bei mehrachsiger Randombeanspruchung unter Biegung und Torsion*, Dissertation, Technischen Universität Clausthal.
15. **Walat K.** (2010), *Wpływ kowariancji naprężeń w płaszczyźnie krytycznej na trwałość zmęczeniową elementów maszyn*, Rozprawa doktorska, Politechnika Opolska, Opole.

## FATIGUE LIFE ASSESSMENT FOR THE MATERIALS WITH OUT-OF PARALLEL FATIGUE CHARACTERISTICS UNDER CYCLIC LOADING

**Abstract:** The paper presents an algorithm of fatigue life assessment for the materials with non parallel fatigue characteristics under pure bending and pure torsion. Brass CuZn40Pb2, medium-alloy steel 30CrNiMo8 and high-alloy steel 35NCD16 are the examples of such materials.

## BADANIA LABORATORYJNE WŁASNOŚCI MECHANICZNYCH PRÓBEK KOMPOZYTÓW POLIMEROWO-METALOWYCH IPMC

Janusz KWAŚNIEWSKI\*, Ireneusz DOMINIK\*

\*Katedra Automatykacji Procesów, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Akademia Górniczo-Hutnicza, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

[kwa\\_j@agh.edu.pl](mailto:kwa_j@agh.edu.pl), [dominik@agh.edu.pl](mailto:dominik@agh.edu.pl)

**Streszczenie:** Polimery elektroaktywne to polimery, które pod wpływem napięcia elektrycznego zmieniają swój rozmiar lub kształt. Pojawiły się w latach '90 XX wieku i szybko okazały się przydatnymi w wielu dziedzinach techniki. Polimery elektroaktywne cieszą się bardzo dużym zainteresowaniem środowiska naukowego w Europie i na świecie. Liczba członków organizacji ESNAM zwiększyła się niemal dwukrotnie. W Polsce jedyną placówką na liście jest Politechnika Warszawska. Nie zajmuje się ona jednak polimerami IPMC – Ionic Polymer-Metal Composite, czyli materiałem kompozytowym złożonym z polimeru przewodzącego jony, pokrytego warstwą metalu szlachetnego. W artykule przedstawiono badania podstawowe nad próbkami kompozytów polimerowo-metalowych IPMC, ze szczególnym uwzględnieniem charakterystyk statycznych, dynamicznych, czasowych oraz częstotliwościowych wraz z ich opisem matematycznym.

### 1. WSTĘP – JONOWE POLIMERY PRZEWODZĄCE

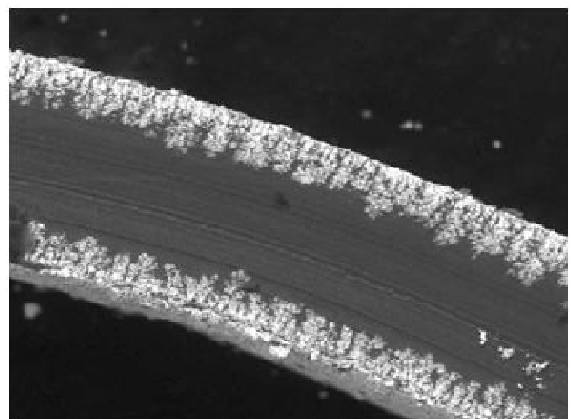
Polimery (z gr. *πολυ* – wiele, *μέρος* – część) są to związki wielkocząsteczkowe składające się z powtarzających się elementów zwanych merami. Daje to polimerom unikalne właściwości, np. zanik ostrych przejść fazowych. Budowa usieciowana sprawia, że materiał jest nietopliwy i nierozpuszczalny, oraz bardziej wytrzymały mechanicznie i odporny na działanie związków chemicznych (Farinholt, 2005).

Polimery elektroaktywne to polimery, które pod wpływem napięcia elektrycznego zmieniają swój rozmiar lub kształt. Pojawiły się w latach '90 XX wieku i szybko okazały się przydatnymi w wielu dziedzinach techniki. Organizacja ESNAM (*European Scientific Network for Artificial Muscles*) dzieli polimery elektroaktywne (EAC – *ElectroActive Polymers*) następująco: jonowe EAC (polimery przewodzące, żele polielektrolityczne, IPMC, nanorurki węglowe) oraz elektroniczne EAC (elastomery dielektryczne, polimery piezoelektryczne, polimery elektrostrycyjne, elastomery ciekłokrystaliczne).

Polimery elektroaktywne cieszą się bardzo dużym zainteresowaniem środowiska naukowego w Europie i na świecie. Liczba członków organizacji ESNAM w której prowadzi się m.in. badania nad polimerami, zwiększyła się niemal dwukrotnie. W Polsce jedyną placówką na liście jest Politechnika Warszawska. Nie zajmuje się ona jednak polimerami IPMC – *Ionic Polymer-Metal Composite*, czyli materiałem kompozytowym złożonym z polimeru przewodzącego jony, pokrytego warstwą metalu szlachetnego. W artykule przedstawiono badania podstawowe nad próbkami kompozytów polimerowo-metalowych IPMC, ze szczególnym uwzględnieniem charakterystyk statycznych, dynamicznych, czasowych oraz częstotliwościowych wraz z ich opisem matematycznym.

### 1.1. Budowa i zasada działania kompozytów IPMC

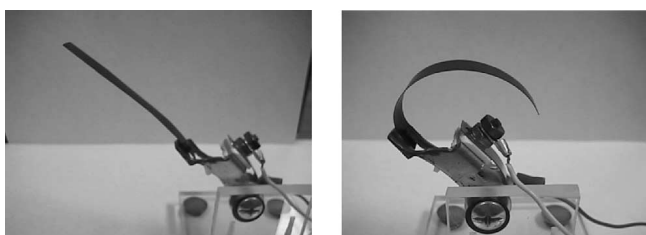
Idea przetwornika jonomerowego zaczęła się pojawiać w latach '30 XX w. Samo określenie „jonomer” (ang. *ionomer*) pojawiło się w 1965 roku, a ścisła definicja powstała w 1990 roku, brzmiąc „polimer, którego własności zależą od oddziaływań pomiędzy jonami wewnątrz materiału. W 1949 roku zauważono, że pewien rodzaj żelu polimerowego (*copolymerized methacrylic acid* – kopolimer kwasu metakrylowego) ulega deformacji mechanicznej, jeśli zmieni się pH w jego wnętrzu, czyniąc z niego przetwornik energii chemicznej w mechaniczną. W 1992 r. Oguro odkrył, że cienka membrana z polimeru przewodzącego jony nowo pokryta metalem wykazuje duże odkształcenia pod wpływem niskiego napięcia.



**Rys. 1.** Widok IPMC w przekroju. Widoczna jest dendrytyczna penetracja membrany przez metal – wynik wielokrotnego powtarzania reakcji redukcji jonów (Nemat-Nasser, 2003)

Przekrój przez kompozyt IPMC jest przedstawiony na Rys. 1. Składa się z membrany i pokrywających ją z obu stron warstw metalu szlachetnego. Jako membrana wymieniająca jony może być zastosowany opisany wyżej polimer perfluorowanego kwasu sulfonowego, polimery kwasu karboksylowego. Najpopularniejszym materiałem stosowanym na membrany jonomerowe jest Nafion (nazwa jest zastrzeżonym znakiem towarowym firmy DuPont, producenta m.in. teflonu). Materiał ten był także pierwszym jonomerem dostępnym komercyjnie.

IPMC są standardowo produkowane w formie folii o grubości  $0,2 \div 0,3$  mm, którą można pociąć na odpowiednie fragmenty. Zwykle do badań używa się prostokątnych próbek o wymiarach kilka na kilkadziesiąt milimetrów. Przykładowy ruch aktuatora IPMC przedstawiono na Rys. 2, a jego własności w Tab. 1.



**Rys. 2.** Wygięcie paska o wymiarach 10x80x0,34mm pod wpływem napięcia 4V (Richardson i inni, 2003)

**Tab. 1.** Własności kompozytów polimerowo-metalowych wg danych z: Byungkyu (2002), Bańś (2003), Norgen i inni (2000)

Moduł Younga E	100÷1500 MPa, w zależności od obecności rozpuszczalnika, pod wpływem napięcia następuje zwiększenie E
Moduł Kirchoffa G	50÷750 MPa
Współczynnik Poissona $\nu$	0,3÷0,4
Gęstość energii	1,5÷1500 J/kg
Maksymalna siła	Próbki o wymiarach 20x5x0,2mm utwierdzone z jednej strony, generują siłę ok. 40 razy większą od masy próbki
Maksymalne przemieszczenie	Maksymalne wydłużenie względne liniowe $\epsilon=4\%$ W postaci utwierdzonej belki następuje zginanie, powodujące przemieszczenie wolnej końcówki bliskie długości całej belki
Charakterystyka częstotliwościowa	Charakter filtra dolnoprzepustowego, generowane wibracje do 1000Hz, w działaniu jako czujnik do kilku kHz
Rozdzielczość	Możliwość sterowania przemieszczeniem do $\mu\text{m}$ , częstotliwością do mHz, materiał może pracować jednocześnie, jako napęd i czujnik pozycji do sprzężenia zwrotnego
Sprawność (termodynamiczna)	Jako napęd: 25% Jako czujnik: 90% (obie wielkości zależne od częstotliwości)
Gęstość	1,9÷2,3 g/cm <sup>3</sup>
Inne cechy	Zwłoka czasowa podczas pracy jako czujnik rzędu $\mu\text{s}$ . Koszt produkcji: ok. 1USD/cm <sup>2</sup> Duża żywotność.

## 2. BADANIA LABORATORYJNE PRÓBEK

Celem badań laboratoryjnych jest wstępne określenie własności mechanicznych i elektrycznych próbek kompozytu polimerowo-metalowego IPMC. Przedmiotem badań jest 8 próbek, dostarczonych przez firmę Environmental Robots Inc. Wymiary próbek to: długość: 20mm  $\pm$ 1mm; szerokość: 3mm; grubość:  $0,2 \div 0,3$ mm

Do badań niewymagających dużej dokładności otrzymanych wyników ani dużej częstotliwości odczytywania wyników wykorzystano prosty system wizyjny, którego głównym elementem jest Panasonic Lumix FZ18. Wykorzystano możliwość rejestracji filmów w jakości VGA (rozdzielczość 640x480 pikseli) z prędkością 10 fps. Wynikający z tego czas między klatkami filmu to 100 ms. Badania z użyciem systemu wizyjnego, a także bezpośredni odczyt pozycji końcówki próbki do wyznaczenia charakterystyk statycznych odbywa się po zamocowaniu jej na tle papieru milimetrowego. Płaszczyzna ruchu próbki jest równoległa do płaszczyzny papieru. Odległość próbki od papieru równa ok. 1 mm oraz jej ustawienie krawędzią do obserwatora eliminuje błąd paralaksy. Do dokładniejszych badań charakterystyk czasowych i częstotliwościowych został użyty czujnik laserowy przemieszczenia LG5B65PI firmy Banner. Czujnik jest wyposażony w analogowe wyjście prądowe o zakresie  $4 \div 20$  mA. Mierzony był spadek napięcia na rezystorze 470  $\Omega$ , co zgodnie z prawem Ohma daje zakres napięć 1,88 V do 9,4 V. Z powodu tolerancji rezystora wynoszącej 5% i innych niepewności pomiarowych dodatkowo została wyznaczona zmiana napięcia na wyjściu czujnika pod wpływem przemieszczenia 1 mm w stronę czujnika. Zmiana napięcia wynosi 0,53 V, co daje czułość przetwornika  $S=0,53$  V/mm. Z powodu ciemnej barwy materiału do próbki został przyklejony fragment białego papieru, aby polepszyć parametry odbić (Rys. 3).

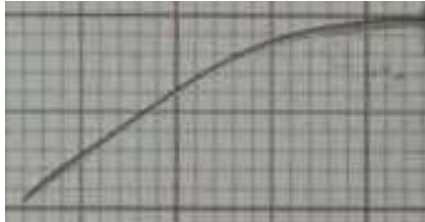


**Rys. 3.** Próbka IPMC przystosowana do badań czujnikiem laserowym

### 2.1. Obserwacje makroskopowe

Po przyłożeniu napięcia 3 V, bez opóźnienia następuje wygięcie próbki w stronę katody przez ok. 10 s. Maksymalne przemieszczenie końcówki wynosi ok. 10mm. Po kilku sekundach następuje relaksacja i próbka zaczyna ruch powrotny. Po ok. 30s znajduje się w odległości 3 mm od punktu początkowego, zaś po 60s osiąga punkt początkowy i przekracza jego pozycję. Najlepsza odpowiedź jest generowana przy napięciu ok. 4 V. Pobór prądu w początkowej fazie ruchu wynosi wtedy ok. 60 mA, następnie stopniowo maleje.

Próbka po wygięciu pod wpływem przyłożonego napięcia ma nieregularny kształt, często pojawiają się zagięcia, co skutkuje różnym promieniem krzywizny w zależności od badanego punktu na próbce. Pomimo tych problemów kształt wygiętej próbki został przebadany za pomocą *Image Acquisition Toolbox* i *Curve Fitting Toolbox* programu Matlab.

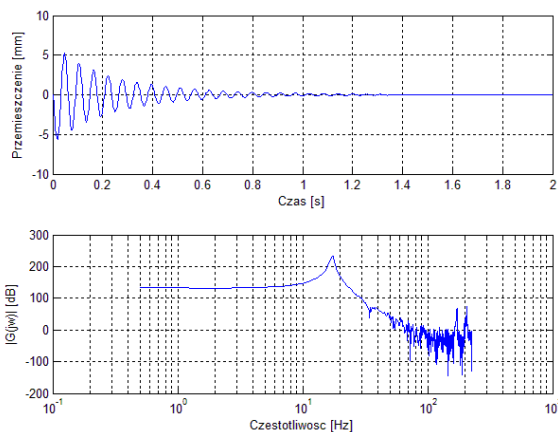


Rys. 4. Obraz poddany analizie w programie Matlab

Za pomocą poniższego kodu otrzymano przebieg jak na Rys. 4.

```

RGB = imread('P1130247.jpg'); %załadowanie pliku z obrazem
I = rgb2gray(RGB); %przetworzenie obrazu do skali szarości
threshold = 0.37; %ustalenie progu binaryzacji
BW = im2bw(I,threshold); %binaryzacja
imshow(BW) %wyświetlenie obrazu po binaryzacji
[yksz,xksz,wart] = find(BW<1); %odczytanie współrzędnych wartości 0
xksz0 = (xksz - max(xksz))*-1; %modyfikacja krzywej, aby zaczynała się w (0,0)
yksz0 = yksz - min(yksz);
plot(xksz0,yksz0)
    
```



Rys. 5. Przebieg czasowy i widmo sygnału – odpowiedź na wymuszenie mechaniczne impulsem Diraca

Następnie użyto interpolacji funkcją kwadratową. Krzywa utworzona przez belkę jest opisana równaniem (1) z dokładnością 96%.

$$y = 0,002923x^2 - 0,01163x + 2,25 \quad (1)$$

Kształt belki jest łatwo rozpoznawany przez narzędzia programu Matlab, dopasowanie nie jest obciążone dużym błędem, więc proces ten można przeprowadzić w pełni

automatycznie, uzyskując np. przebieg zmienności kształtu belki na podstawie analizy klatek filmu. Po przyłożeniu napięcia zwiększa się zauważalnie sztywność materiału IPMC. Może to mieć wpływ np. na częstotliwość rezonansową próbki przy różnych wartościach sygnału sterującego, a także na zmianę amplitudy wychylenia w zależności od czasu pracy.

## 2.2. Własności mechaniczne

Za pomocą czujnika laserowego zmierzono odpowiedź próbki zamocowanej, jako belka utwierdzona. Odległość między punktem zamocowania a punktem pomiaru  $h_0=25$  mm. Zarejestrowana została odpowiedź na mechaniczne wymuszenie impulsem Diraca.

Ruch punktu na belce, w którym dokonuje się pomiaru czujnikiem laserowym opisuje równanie (2).

$$x(t) = Ae^{-\alpha t} \sin \omega t \quad (2)$$

gdzie:  $x$  – przemieszczenie,  $t$  – czas,  $A, \alpha$  – współczynniki linii obrysu,  $\omega$  – częstość oscylacji.

Po identyfikacji obrysu przebiegu czasowego za pomocą toolboxa *Curve fitting* programu Matlab uzyskano następujące wartości współczynników:  $A = 6,379$  i  $\alpha = -4,358$ . Z charakterystyki częstotliwościowej na rysunku 5 odczytano częstość oscylacji równą  $f_{osc} = 17,5$  Hz. Wartość  $\omega$  oblicza się wg wzoru (3).

$$\omega = 2\pi f_{osc} \quad (3)$$

gdzie:  $\omega = 109,96$  rad/s

Wartości te po podstawieniu do równania (2) dają postać ruchu (4).

$$x(t) = 6,379e^{-4,358t} \sin 109,96t \quad (4)$$

Transmitancja odpowiedzi mechanicznej  $D(s)$  występuje w modelu Kanno-Tadokoro. Jest to transmitancja układu oscylacyjnego postaci (5). Zbadana odpowiedź impulsowa ze współczynnikami niezbędnymi do zapisania tej transmitancji ma postać (6).

$$G(s) = \frac{K}{T^2s^2 + 2\zeta Ts + 1} \quad (5)$$

$$x(t) = \frac{1}{T\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \frac{t}{T}} \sin t \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{T} \quad (6)$$

gdzie:  $T$  – stała czasowa,  $\zeta$  – współczynnik tłumienia,  $K$  – wzmacnienie.

Wartości  $T$  i  $\zeta$  wylicza się ze wzorów (7) i (8).

$$\zeta = \sqrt{\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2}} \quad (7)$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}} \quad (8)$$

Wartości liczbowe to:  $\zeta = 0,0396$  i  $T = 0,0091$ .

Transmitancja wyliczona tą metodą ma postać (9)

$$G(s) = \frac{1}{82,81 \cdot 10^{-6}s^2 + 720,72 \cdot 10^{-6}s + 1} \quad (9)$$

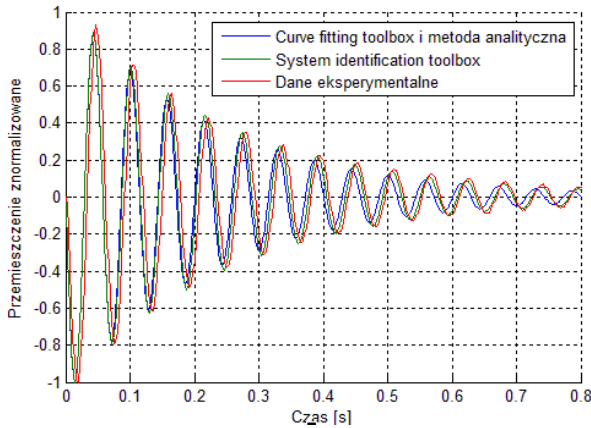
Te same współczynniki transmitancji (3.6) określono za pomocą *System Identification Toolbox* programu Matlab – metodą estymacji *Process models*. Dokładność wyniosła

91,88%. Otrzymane wartości współczynników to:  $\zeta = 0,036824$  i  $T = 0,0092148$

Końcową postać transmitancji przedstawia wzór (10).

$$G(s) = \frac{1}{84,91 \cdot 10^{-6} s^2 + 678,65 \cdot 10^{-6} s + 1} \quad (10)$$

W obu przypadkach przyjęto  $K=1$ , ponieważ niemożliwe jest jego wyznaczenie z charakterystyki impulsowej.

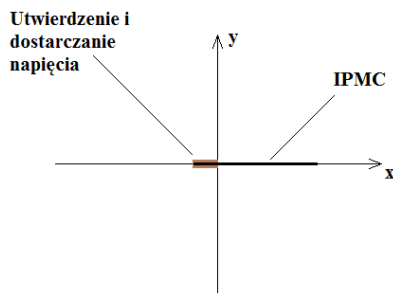


**Rys. 6.** Porównanie odpowiedzi impulsowej obliczonych modeli z danymi z eksperymentu

Z powodu pominięcia wzmocnienia  $K$  przemieszczenie zostało znormalizowane – amplituda pierwszego okresu oscylacji jest równa -1. Najlepsze dopasowanie do danych eksperymentalnych wykazuje wynik uzyskany za pomocą *System Identification Toolbox*. Transmitancja opisana wzorem (10) może być wykorzystana w przyszłym modelowaniu próbek IPMC.

### 2.3. Charakterystyki statyczne

Poniżej przedstawiono analizę zachowania próbek IPMC pod wpływem napięć stałych. Próbka została zamocowana w sposób pokazany na Rys. 7.



**Rys. 7.** Mocowanie IPMC – badane są współrzędne końca próbki

Badania zostały przeprowadzone następująco:

- odczytanie współrzędnych położenia wyjściowego;
- przyłożenie napięcia zasilającego;
- odczytanie współrzędnych maksymalnego wychylenia,
- odczekanie na pełną relaksację z przyłożonym napięciem zasilającym;
- odczytanie współrzędnych po relaksacji z przyłożonym napięciem zasilającym;

- odłączenie napięcia zasilającego;
- odczytanie współrzędnych po relaksacji bez napięcia zasilającego.

Kroki b-g były powtarzane dla napięć zasilających  $0,5 \div 4V$  z krokiem co  $0,5V$ .

Przemieszczenie na charakterystykach statycznych jest całkowitym przemieszczeniem względnym, wyliczanym według wzoru (11).

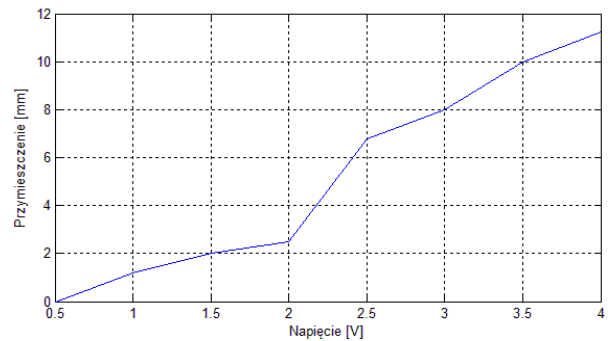
$$\Delta s = \sqrt{(x_U - x_0)^2 + (y_U - y_0)^2} \quad (11)$$

gdzie:  $\Delta s$  – całkowite przemieszczenie względne,  $x_U, y_U$  – współrzędne po przyłożeniu napięcia zasilającego,  $x_0, y_0$  – współrzędne przed przyłożeniem napięcia zasilającego.

Przebadano trzy konfiguracje przyłożonego napięcia zasilającego, aby zbadać wpływ symetryczności napięcia na próbkę:

- **Napięcie symetryczne (polegające na dostarczeniu takiego samego napięcia z obydwu stron elektrody zgodnie z Rys. 7)**

Otrzymano charakterystykę statyczną jak na Rys. 8.



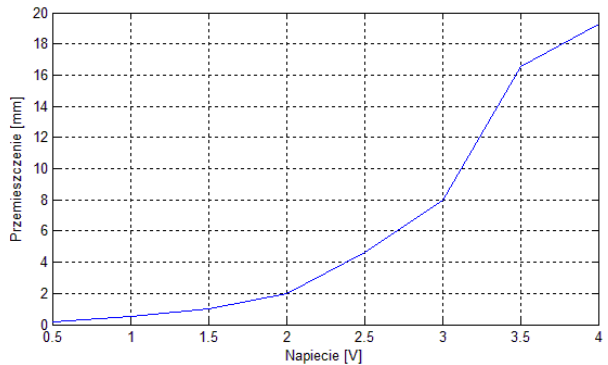
**Rys. 8.** Charakterystyka statyczna próbki IPMC

Funkcja linearyzująca charakterystykę:

$$s = 3,5U - 2,6 \quad (12)$$

Wyliczony błąd nieliniowości wyniósł  $\delta_l = 0,210$ .

- **Napięcie niesymetryczne dodatnie (napięcie górniej warstwy elektrody jest większe od napięcia warstwy spodniej) (Rys. 9)**



**Rys. 9.** Charakterystyka statyczna przy napięciu niesymetrycznym dodatnim

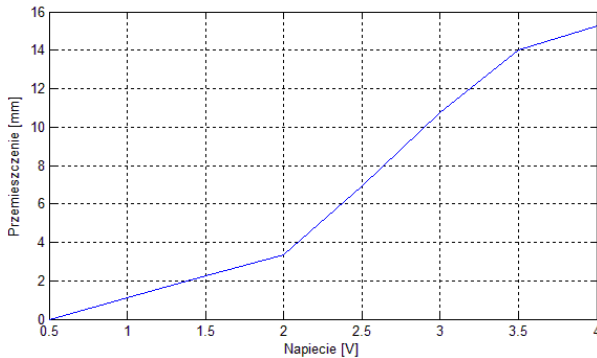
Funkcja linearyzująca charakterystykę:

$$s = 5,6U - 6,2 \quad (13)$$



Wyliczony błąd nieliniowości wyniósł  $\delta_l = 0,410$

- **Napięcie niesymetryczne ujemne (napięcie górnej warstwy elektrody jest mniejsze od napięcia warstwy spodniej) (Rys. 10)**



Rys. 10. Charakterystyka statyczna dla napięcia niesymetrycznego ujemnego

Funkcja linearyzująca charakterystykę:

$$s = 4,8U - 4 \quad (14)$$

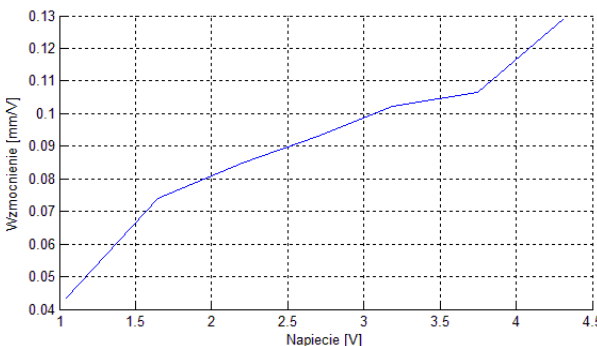
Wyliczony błąd nieliniowości wyniósł  $\delta_l = 0,221$

Jak widać symetryczność przyłożonego napięcia nie ma wpływu na odpowiedź próbki. Natomiast występujące różnice w charakterystykach mogą być spowodowane wieloma czynnikami wpływającymi na pracę IPMC, jak np. wstępne naprężenie, niepełna relaksacja, która trwa po przyłożeniu napięcia zasilającego, nierównomierne lub niewystarczające nawilżenie próbki, czy też pojawienie się korozji na płaszczyźnie kontaktu miedź-platyna – zjawisko szczególnie groźnie przy dłuższym oddziaływaniu napięcia stałego.

- **Pomiar wzmocnienia dla różnych amplitud sygnału wejściowego**

Z powodu relaksacji próbek IPMC typu Nafion/Li<sup>+</sup> pod wpływem napięcia stałego, jako metodę badania wzmocnienia użyto sygnału sinusoidalnego o częstotliwości 0,25Hz.

$\Delta U$  – amplituda sygnału wejściowego,  $\Delta x$  – amplituda sygnału wyjściowego,  $K = \Delta x / \Delta U$  – wzmocnienie.

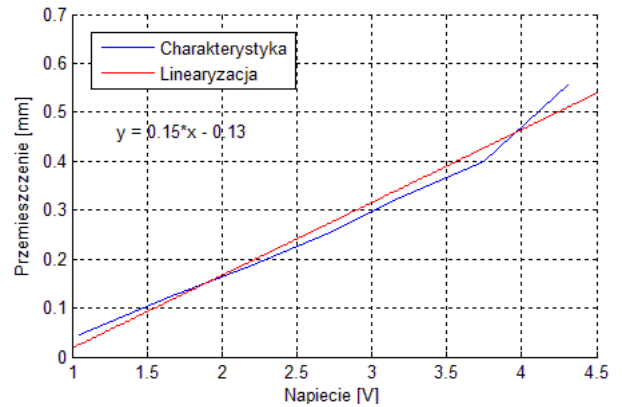


Rys. 11. Zależność  $K = f(\Delta U)$

- **Nieliniowość**

Na Rys. 12 widoczny jest nieliniowy charakter kompozytu polimerowo metalowego.

Za pomocą narzędzia *Basic Fitting* programu Matlab dokonano linearyzacji charakterystyki.



Rys. 12. Linearyzacja charakterystyki statycznej IPMC

Charakterystyka została zaprosymowana funkcją liniową:

$$x = 0,15U - 0,13 \quad (15)$$

Za pomocą narzędzia *Basic Fitting* została określona norma Euklidesowa bezwzględnych odchyleń charakterystyki od linii prostej:

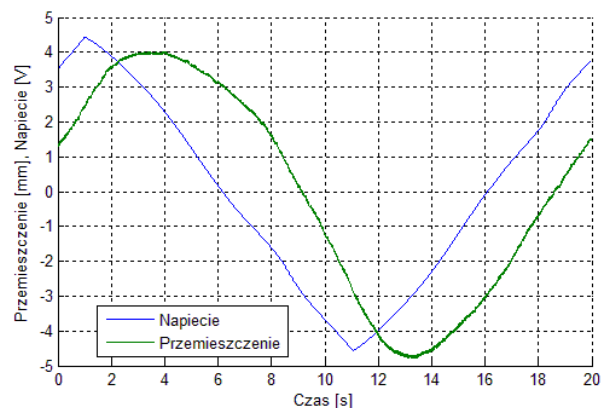
$$\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^7 \Delta x_i^2} = 0,064745 \quad (16)$$

$$\delta_l = \frac{\|x\|}{x_{max} - x_{min}} = 0,0198 \quad (17)$$

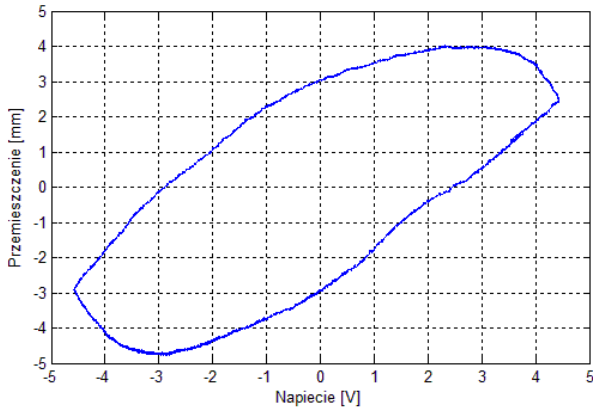
Wzorem (17) opisano błąd nieliniowości kompozytu polimerowo metalowego. Nieliniowość dla zmiennego napięcia (ok. 2%) jest dużo mniejsza niż w przypadku napięć statycznych (od 20 do 40%). Jest to kolejny argument za stosowaniem napięcia zmiennego.

- **Histeresa**

Aby przebadać histerezę odpowiedzi próbka została przebadana sygnałem o przebiegu trójkątnym o okresie 20 s (0,05 Hz) i amplitudzie 4,44V (Rys. 13-14).



Rys. 13. Przebiegi czasowe do badania histerezy



**Rys. 14.** Charakterystyka obrazująca pętlę histerezy

Wartość błędu niejednoznaczności wylicza się ze wzoru:

$$\delta_h = \frac{|y_1 - y_2|}{y_{max} - y_{min}} \quad (18)$$

gdzie:  $\delta_h$  – błąd niejednoznaczności,  $y_1$  – wartość przemieszczenia dla 0V przy zwiększaniu napięcia zasilania,  $y_2$  – wartość przemieszczenia dla 0V przy zmniejszaniu napięcia zasilania,  $y_{max}$ ,  $y_{min}$  – wartość maksymalna i minimalna przemieszczenia.

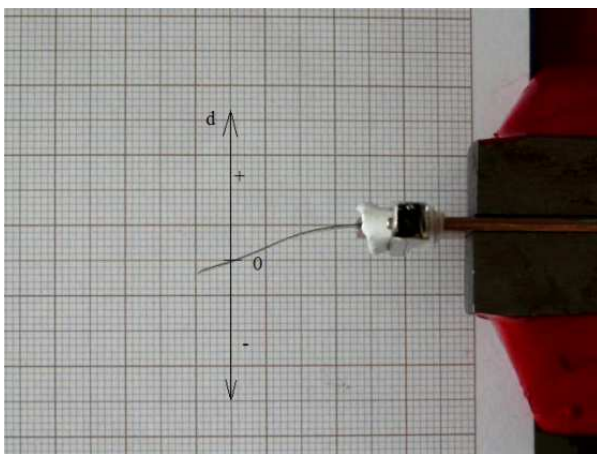
Wartości odczytane z wykresu za pomocą narzędzia *Data cursor*:  $y_1 = -2,942$  mm;  $y_2 = 3,039$  mm;  $y_{max} = 4,022$  mm;  $y_{min} = -4,777$  mm.

Wartość liczbowa błędu po wyliczeniu ze wzoru (18) wynosi  $\delta_h = 0,6797$ .

Odpowiedź IPMC jest obciążona dużym błędem histerezy, jednak jest to błąd powtarzalny dla danej częstotliwości, więc można ująć go w modelu.

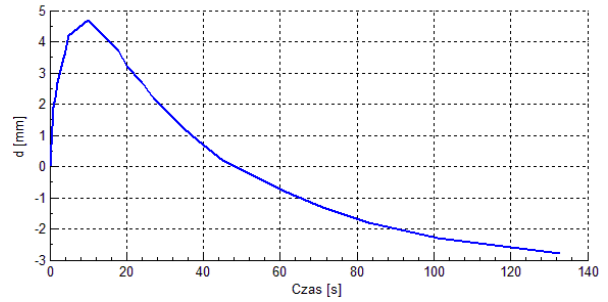
## 2.4. Charakterystyki czasowe

### – Odpowiedź skokowa próbki (Rys. 17)



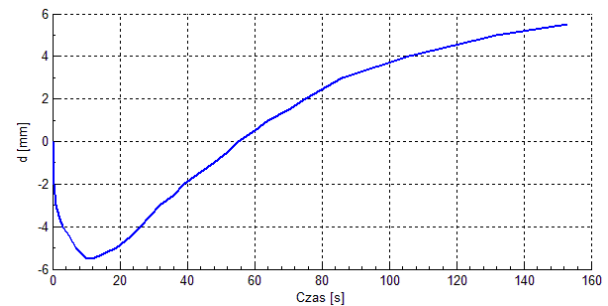
**Rys. 15.** Mocowanie próbki i umiejscowienie wartości d

Czas i wartość  $d$  odczytano analizując film klatka po klatce w programie VirtualDub 1.9.8 (Rys. 15).



**Rys. 16.** Odpowiedź na wymuszenie skokowe napięciem 2,9V

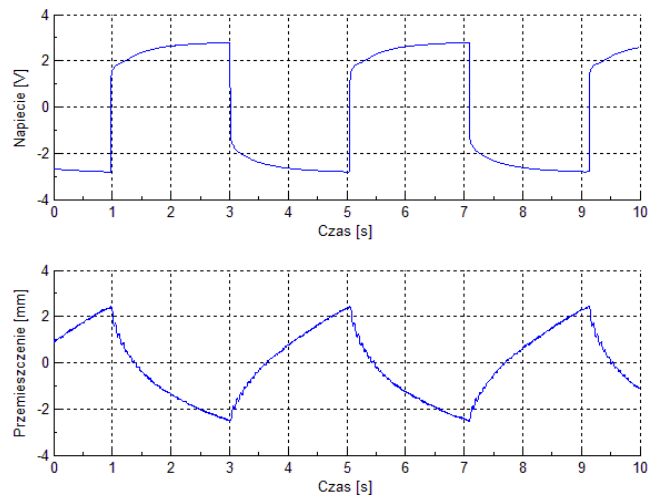
Po odłączeniu napięcia i złączeniu elektrod pozostawiono próbkę na ok. 1h w celu pełnej relaksacji. Następnie przyłożono napięcie -2,9 V.



**Rys. 17.** Odpowiedź na wymuszenie skokowe napięciem -2,9V

Odpowiedź skokowa próbki jest niezależna od kierunku przyłożenia napięcia. Wartość maksymalnego wychylenia zależy od strony, w którą była wygięta próbka przed jego przyłożeniem.

### – Odpowiedź na sygnał o przebiegu prostokątnym



**Rys. 18.** Odpowiedź na sygnał o przebiegu prostokątnym o częstotliwości 0,25 Hz i amplitudzie 3 V

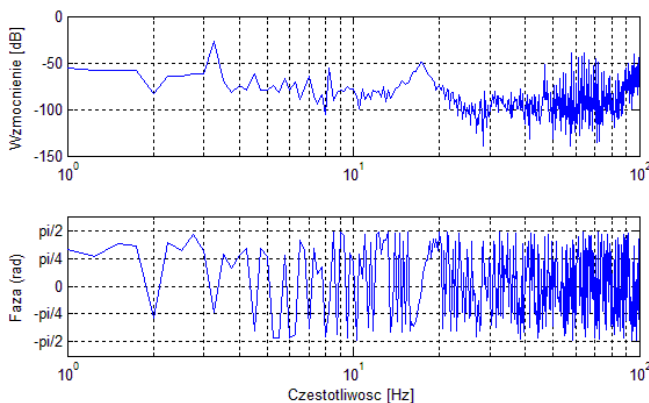
## 2.5. Charakterystyki częstotliwościowe

Charakterystyki czasowe przetwornika IPMC zostały wyznaczone w oparciu o odpowiedź próbki na podany

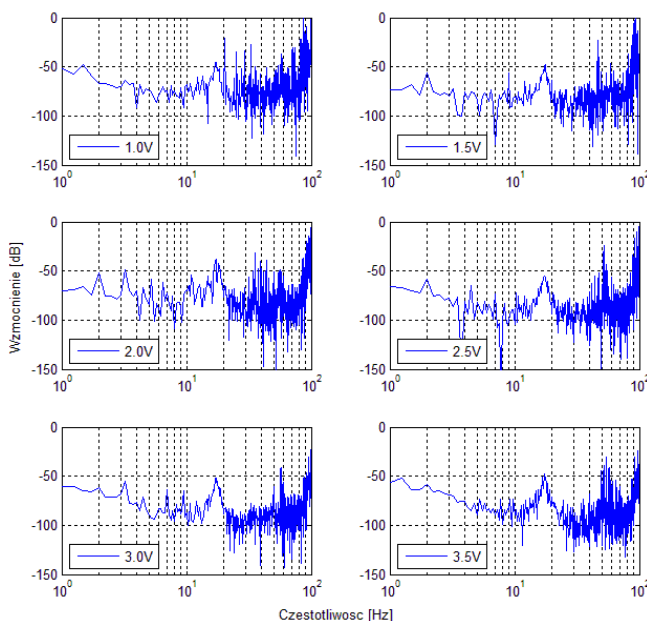
sygnał sinusoidalny o zmiennej częstotliwości typu *chirp*. Zakres częstotliwości wyniósł od 1 Hz do 100 Hz, czas trwania przebiegu – 2,4s (Rys. 19). Badanie zostało powtórzone dla różnych amplitud, aby określić zależność wzmocnienia od częstotliwości i amplitudy sygnału wymuszenia. Charakterystyki zostały wyznaczone korzystając z przekształcenia Fouriera (Rys. 20).

Dysponując przebiegami czasowymi napięcia wejściowego i przemieszczenia wyjściowego, można określić przebieg charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej i fazowo-częstotliwościowej przetwornika, jakim jest IPMC.

Na podstawie charakterystyk z Rys. 19 i 20 można oszacować, jakim obiektem jest belka z kompozytu polimerowo-metalowego. Można zauważyć częstotliwość rezonansową równą ok. 17,5 Hz, wynikającą z własności mechanicznych belki. Inną cechą jest większe wzmocnienie dla częstotliwości mniejszych niż rezonansowa, mniejsze dla większych.



**Rys. 19.** Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowa i fazowo-częstotliwościowa dla amplitudy wymuszenia 4V. Zakres częstotliwości 1÷100Hz



**Rys. 20.** Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe dla różnych amplitud napięcia wymuszającego

Powyżej ok. 50 Hz sygnał wynikający z przemieszczenia belki zrównuje się z poziomem szumów, co utrudnia analizę, należy się jednak spodziewać, że jest to granica pasma częstotliwościowego przenoszenia belki.

### 3. WNIOSKI

Kompozyty polimerowo-metalowe są nowymi materiałami, mało znanymi poza wyspecjalizowanymi laboratoriami. Zjawiskiem, którego nie udało się wyjaśnić jest np. widoczna przy pierwszym kontakcie z próbkami relaksacja kompozytu Nafion/Li<sup>+</sup>. To zjawisko relaksacji praktycznie wyklucza sterowanie próbek za pomocą napięcia stałego. Relaksacja jest zjawiskiem zachodzącym w próbce przez około 5 minut, jest dominująca przy próbie sterowania innym napięciem. W przypadku sygnałów zmiennych w czasie, kompozyt IPMC zachowuje się zadowalająco. Wyniki zaczynają być powtarzalne, gdyż zmieniająca się biegunowość eliminuje relaksację materiału. Dla osiągnięcia większej precyzji ruchów konieczne jest zastosowanie pętli sprzężenia zwrotnego do sterowania kompozytem IPMC. Opublikowane badania (Kamamichi i inni 2003, Lee i inni, 2007, Bar-Cohen, 1998) wykazują, że za pomocą podstawowej wersji regulatora PID można uzyskać kilkukrotne skrócenie czasu regulacji i utrzymywać stałą pozycję. Najważniejszą wadą kompozytów jest ich znikoma siła, spowodowana głównie rozmiarami badanych próbek. Należy się jednak spodziewać, że próbki o większych wymiarach, ulepszone za pomocą środków chemicznych czy metod takich jak powlekanie platynowej elektrody złotem, będą osiągały większą siłę, umożliwiając ich zastosowanie techniczne.

Czynnikiem blokującym szersze badania i zastosowania IPMC jest ich cena – 100 USD/cm<sup>2</sup>. Potrzebny jest rozwój technologii produkcji tego typu materiałów, aby stworzyć konkurencję gwarantującą spadek ceny.

Kompozyty polimerowo-metalowe są materiałem, który wymagają kolejnych badań, jednak po rozwiązaniu niektórych problemów stanie się możliwe ich szersze zastosowanie w produkcji masowej.

W trakcie badania próbek IPMC zwrócono uwagę na liczne trudności w ich wykorzystaniu, takie jak:

- niewielkie wymiary i miękki, delikatny materiał wymuszają szczególną ostrożność przy pracy z próbkami;
- próbki muszą być przechowywane w wilgotnym środowisku, przed użyciem zaś należy je osuszyć z pozostałej na nich wody;
- niemożliwość lutowania bezpośrednio do próbki wymusza stosowanie elektrod dostarczających napięcie zasilające do próbek, służących jednocześnie za utwierdzenie belki;
- w miejscu mocowania próbki należy dodatkowo ścisnąć elektrody, aby zapewnić pełny kontakt powierzchniowy, równocześnie nie powodując zwarcia;
- w miejscu kontaktu miedzi (elektroda) z platyną (IPMC) występuje korozja kontaktowa, zwiększona przepływem napięcia – miedź pokrywa się warstwą tlenków zmniejszając przewodność połączenia;
- praca pod wodą potęguje korozję w miejscu mocowania próbki, a także powoduje nagrzewanie się elektrod z powodu reakcji elektrolizy między nimi;

- pod wpływem stałego napięcia próbki wyginają się w jedną stronę, oraz kontynuują ruch po odłączeniu napięcia, co uniemożliwia kontrolowanie pozycji bez sprzężenia zwrotnego;
- po podłączeniu napięcia zmiennego należy odczekać kilka minut, zanim próbka się wyprostuje;
- próbki wykazują różne zachowania dla napięcia stałego i zmiennego, co utrudnia stworzenie spójnego modelu;
- próbki wykazują różne zachowania dla różnych przebiegów napięcia;
- charakterystyki próbek zależą w dużym stopniu od ich wymiarów geometrycznych, dzięki czemu można je w prosty sposób modyfikować stosownie do potrzeb;
- relaksacja nie występuje dla przebiegów wolnozmiennych już od częstotliwości 0,25 Hz.

#### LITERATURA

1. **Banaś W., SolarSKI W.** (2003), *Chemia dla inżynierów*, Kraków, Wydawnictwo Akademii Górniczo-Hutniczej.
2. **Bar-Cohen Y. et al.** (1998), Low mass muscle actuators using electroactive polymers (EAP) red., *Proceedings of SPIE's 5th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*, 1-5 March, San Diego, CA, p. 3324-32
3. **Byungkyu Kim et al.** (2002), *Analysis of mechanical characteristics of the ionic polymer metal composite (IPMC) actuator using cast ion-exchange film*, *Proceedings of SPIE* (2002) Volume: 4695, Publisher: Spie, p. 486-495.
4. **Farinholt K. M.** (2005), *Modeling and Characterization of Ionic Polymer Transducers for Sensing and Actuation*, Blacksburg, PhD Thesis. Blacksburg, Virginia
5. **Kamamichi N., Kaneda Y., Yamakita M., Asaka K., Luo Z. W.** (2003), Biped Walking of Passive Dynamic Walker with IPMC Linear Actuator, *SICE Annual Conference in Fukui*, 4-6.08, p. 123 - 128
6. **Lee J. S., Gutta S., Yim W.** (2007), Open-loop Control of Ionic Polymer Metal Composite (IPMC) Based Underwater Actuator using a Network of Neural Oscillator, *Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, CA, USA, Oct 29-Nov 2, p. 2132-2137.
7. **Nemat-Nasser S.**, (2003), *Ionic Polymer-Metal Composites*, *Journal of Applied Physics*, 92, 2899.
8. **Norgen B., Krutmeijer E.** (2000) *The Nobel Prize in Chemistry 2000: Conductive polymers* (Advanced information), [http://my.ece.ucsb.edu/mhwong/documents/nobel\\_organic\\_review.pdf](http://my.ece.ucsb.edu/mhwong/documents/nobel_organic_review.pdf)
9. **Richardson R., Levesley L., Brown M., Hawkes J., Watterson K., Walker P.** (2003), Control of Ionic Polymer Metal Composites, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 8, No. 2, p. 245-253.

#### LABORATORY RESEARCH ON MECHANICAL FEATURES OF IONIC POLYMER METAL COMPOSITE IPMC

**Abstract:** Electroactive polymers (EAP) are polymers, which under the voltage applying change its volume or shape. The first discovers begin in 90's previous century and quickly were adopted into many areas of techniques. Electroactive polymers attract attention scientist not only in Europe but all over the world. The number of ESNAM organization (European Scientific Network for Artificial Muscles) which is using also EAP polymers, has increased twice recently. In Poland the only research center which is the organization member is Warsaw Polytechnic. However, it does not work on EAP polymers. In the article the basic research on the samples of ionic polymer metal composite (IPMC) which are part of EAP polymers is presented. The emphasis was put on collecting the data for the static, dynamic and frequency characteristics. On the basis of characteristics a few mathematical models of IPMC composite were proposed.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr NN501208140 finansowanego ze środków Komitetu Badań Naukowych.

# PRZESŁANKI KOMPLEKSOWEJ PARAMETRYCZNEJ OCENY STANU REGULACJI TURBINOWEGO SILNIKA ODRZUTOWEGO

Paweł LINDSTEDT\*, Karol GOLAK\*\*

\*Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka,  
ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

\*\*doktorant, Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka,  
ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

[p.lindstedt@pb.edu.pl](mailto:p.lindstedt@pb.edu.pl), [karolgolak@gmail.com](mailto:karolgolak@gmail.com)

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono podstawy nowej metody oceny stanu technicznego silników odrzutowych. Model w postaci czterech transmitancji został zredukowany do jednego kompleksowego modelu o takiej pożądanej właściwości, że jakość działania silnika wyznaczona podczas prób naziemnych będzie też dostarczać wymaganą wiedzę o jego jakości w locie. Model ten wiąże w sposób syntetyczny wejście silnika (sygnały  $p_2$  i  $m_p$ ) z wyjściem silnika ( $n$  i  $p_4$ ). Można wyznaczyć teoretyczne wzorcowe modele silnika i ich parametry, a następnie porównywać parametry modelu wzorcowego z parametrami modelu eksperymentu (próby naziemnej) i w ten sposób badać zmiany występujące w silniku podczas jego eksploatacji.

## 1. WPROWADZENIE

Prawidłowe wyregulowanie silników lotniczych (układów technicznych, maszyn, urządzeń, instalacji hydraulicznych, pneumatycznych, itp.) jest podstawowym warunkiem determinującym dopuszczenie silnika i każdego innego obiektu do użytkowania, które musi być bezpieczne i niezawodne (np. maksymalna prędkość obrotowa turbinowego silnika odrzutowego bezwzględnie musi wynosić  $100 \pm 0,2\%$ , a jej przekroczenie np. o  $0,5\%$  prowadzi do szybkiego zużycia silnika i do sytuacji, że użytkowanie takiego silnika staje się niebezpieczne i zawodne). Obecnie w procesie oceny stanu działania silnika lotniczego bada się przebiegi sygnałów i założone wartości wskaźników jakości tych przebiegów w ściśle określonych chwilach zdeteminowanych programem prób naziemnych silnika. Ten sposób oceny jakości działania silnika jest bardzo pracochłonny, materiałochłonny i często zawodny ze względu na możliwość łatwego popełnienia błędu wynikającego z innego otoczenia (temperatura, ciśnienie) działającego na silnik podczas próby na ziemi w stosunku do otoczenia działającego w locie. Jednak przede wszystkim popełniany błąd wynika z faktu, że mechanik wykonujący próbę silnika ma jedynie możliwość wprowadzenia do regulatora za pomocą DSS (dźwigni sterowania silnika) różnych wartości zadanych dla podstawowych sygnałów użytkowych ( $n$  i  $p_4$ ), a nie ma możliwości wprowadzenia różnych i nieznanych zakłóceń działających na silnik podczas lotu samolotu. Z tego względu badania silnika podczas prób naziemnych są niepełne i mogą być zawodne bo prawidłowo wyregulowany podczas prób naziemnych silnik może mieć niewystarczającą wartość użytkową w locie (Gosiewski i Paszkowski, 1995; Lindstedt, 2009). Stąd wynika potrzeba poszukiwania nowych metod określania stanu działania silnika. Jedną z tych metod jest kompleksowa (jednoczesna

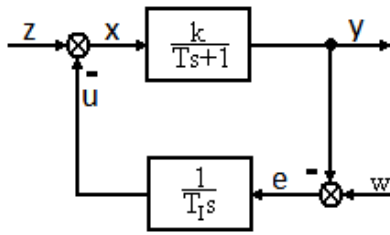
analiza 4 podstawowych sygnałów wynikających z działania silnika), parametryczna (stan działania jest wyrażony parametrami specjalnego modelu silnika bazującego na 4 sygnałach silnika) metoda oceny stanu działania silnika podczas jego prób naziemnych dająca także możliwość oceny jego wartości użytkowej w locie.

## 2. TEORETYCZNE PODSTAWY DO PARAMETRYCZNEJ OCENY STANU REGULACJI SILNIKA LOTNICZEGO

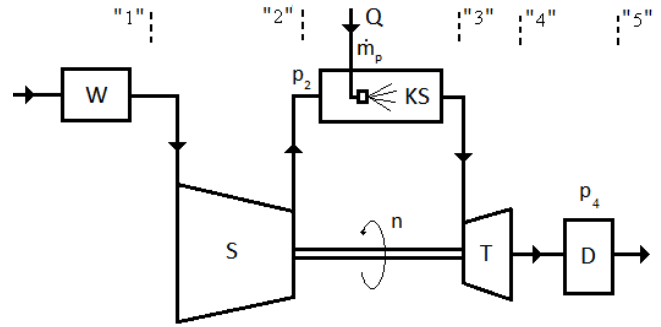
Obecnie ocena stanu regulacji silnika lotniczego przeprowadzana jest na podstawie wskaźników jakości przebiegów sygnałów automatyki silnika wyznaczonych podczas prób naziemnych. Metoda ta nie jest uniwersalna. Okazuje się bowiem, że wskaźniki wyznaczone podczas prób naziemnych nie zawsze pokrywają się ze wskaźnikami jakości jakie mogą zaistnieć w locie. Stąd powstała potrzeba uzupełniania wyznaczonych wskaźników jakości przebiegów sygnałów dodatkowym parametrem – potencjałem regulacyjnym wyznaczonym z równania stanu, które wiąże stan jakości działania układu z jego stanem technicznym (Baliczki i Szczeciński, 2001; Gosiewski i Paszkowski, 1995; Lindstedt, 2002, 2009).

Dostrzeżono, że trudności te mogą być rozwiązane przez odpowiednie przetworzenie sygnałów automatyki (wejściowych i wyjściowych) na parametry układu (współczynniki wzmocnienia i stałe czasowe modelu matematycznego silnika). Wyznaczone parametry mają tę szczególną własność, że wyznaczane są podczas prób naziemnych, a pozwalają ocenić wartość innych parametrów jakie wystąpią podczas lotu samolotu.

Na Rys. 1 przedstawiono uproszczony schemat układu regulacji prędkości obrotowej silnika.



**Rys. 1.** Uproszczony schemat układu regulacji silnika lotniczego;  $k$  – współczynnik wzmocnienia obiektu,  $T, T_I$  – stała czasowa silnika, stała czasowa całkowania regulatora,  $w$  – nastawiana wartość sygnału użytkowego,  $u$  – sygnał oddziaływania regulatora na obiekt,  $z$  – zakłócenie,  $y$  – sygnał użytkowy,  $x$  – sygnał pobudzający obiekt,  $e$  – sygnał uchybu,  $s$  – zmienna zespolona



**Rys. 2.** Schemat regulacji silnika (gdzie  $W$  – wlot,  $S$  – sprężarka,  $KS$  – komora spalania,  $T$  – turbina,  $D$  – dysza, wylot, 1,2,3,4,5 – charakterystyczne przekroje)

Do oceny jakości działania silnika wyznaczana się transmitancje (Lindstedt, 2002; Staniszewski, 1998; Szevjakow, 1970):

– układu otwartego od wartości zadanej ( $H_o$ ):

$$H_o = \frac{u}{z} = \frac{k}{T_I s(Ts + 1)} \quad (1)$$

– układu zamkniętego od wartości zadanej (próby naziemne)  $H_w$ :

$$H_w = \frac{y}{w} = \frac{\frac{k}{T T_I}}{s^2 + \frac{1}{T} s + \frac{k}{T T_I}} \quad (2)$$

– układu zamkniętego od zakłóceń (praca w locie)  $H_z$ :

$$H_z = \frac{y}{z} = \frac{\frac{k}{T}}{s^2 + \frac{1}{T} s + \frac{k}{T T_I}} \quad (3)$$

Parametr  $k/T$  występujący w transmitancji  $H_z$  opisującej silnik podczas pracy w locie może być łatwo wyznaczony z transmitancji  $H_w$  której parametry wyznaczane są podczas prób naziemnych. Wystarczy bowiem współczynnik wzmocnienia układu z próby naziemnej pomnożyć przez aktualną dla danej próby nastawę regulatora  $T_I$ :

$$\frac{k}{T} = \frac{k}{T T_I} T_I \quad (4)$$

Ta możliwość daje przewagę parametrycznym metodom oceny stanu regulacji nad dotychczasowymi metodami bazującymi na wskaźnikach jakości przebiegów sygnałów (Lindstedt, 2002, 2009).

### 3. TEORETYCZNE PODSTAWY DO KOMPLEKSOWANIA MODELI OCENY STANU REGULACJI SILNIKA

W procesie oceny stanu regulacji silnika (Rys. 2) rozpatrywane są 4 podstawowe sygnały  $n$  – prędkość obrotowa,  $p_2$  – ciśnienie za sprężarką,  $\dot{m}_p$  – masowe natężenie przepływu paliwa,  $p_4$  – ciśnienie w dyszy silnika (Balicki i Szczeciński, 2001; Lindstedt, 2009; Staniszewski, 1998; Szczeciński, 1965; Szevjakow, 1970).

Do oceny jakości działania silnika bada się wszystkie relacje między głównymi sygnałami, które są opisywane następującymi transmitancjami (Balicki i Szczeciński, 2001; Lindstedt, 2002; Szevjakow, 1970):

$$G_{1\dot{m}_p} = \frac{\Delta n}{\Delta \dot{m}_p} \quad (5)$$

$$G_{1p_2} = \frac{\Delta n}{\Delta p_2} \quad (6)$$

$$G_{2\dot{m}_p} = \frac{\Delta p_4}{\Delta \dot{m}_p} \quad (7)$$

$$G_{2p_2} = \frac{\Delta p_4}{\Delta p_2} \quad (8)$$

Zakłada się, że istnieje możliwość sprowadzenia modelu w postaci czterech transmitancji do jednego kompleksowego modelu o takiej pożądanej właściwości, że jakość działania silnika wyznaczona podczas prób naziemnych będzie też dostarczać wymaganą wiedzę o jego jakości w locie.

W pierwszym kroku dokonuje się rugowania sygnałów wyjściowych  $\Delta n$  i  $\Delta p_4$ , wtedy z równań 5÷8 otrzymuje się:

$$G_{1\dot{m}_p p_2} = \frac{\Delta p_2}{\Delta \dot{m}_p} \quad (9)$$

$$G_{2\dot{m}_p p_2} = \frac{\Delta p_2}{\Delta \dot{m}_p} \quad (10)$$

W drugim kroku dokonuje się rugowania sygnałów wejściowych  $\Delta \dot{m}_p$  i  $\Delta p_2$  wtedy także z równań 5÷8 otrzymuje się:

$$G_{1np_4} = \frac{\Delta n}{\Delta p_4} \quad (11)$$

$$G_{2np_4} = \frac{\Delta n}{\Delta p_4} \quad (12)$$

Ostatecznie tworzy się model w postaci ilorazu stosunku transformat sygnałów wyjściowych do stosunku transformat sygnałów wejściowych:

$$G_{kompleks}(s) = \frac{G_{1np_4}}{G_{1\dot{m}_p p_2}} = \frac{G_{2np_4}}{G_{2\dot{m}_p p_2}} \quad (13)$$

Po uwzględnieniu zależności (10) i (12) otrzymuje się:

$$G_{kompleks}(s) = \frac{\frac{\Delta n}{\Delta p_4}}{\frac{\Delta p_2}{\Delta \dot{m}_p}} = \frac{\Delta n \Delta \dot{m}_p}{\Delta p_4 \Delta p_2} \quad (14)$$

Po zastosowaniu odwrotnego przekształcenia Laplace'a wyznacza się (Osowski, 1981; Szabatin, 2000):

$$g_{kompleks}(t) * \Delta p_4 * \Delta p_2 = \Delta n * \Delta \dot{m}_p \quad (15)$$

Z zależności (14, 15) wynika, że istnieje kompleksowy (jeden) model silnika odpowiadający 4 modelom klasycznym stosowanym dotychczas w procesie oceny stanu regulacji silnika. Model ten jest zależnością splotu przebiegów  $p_4$  i  $p_2$  z odpowiedzią impulsową  $g_{kompleks}(t)$  od splotu przebiegów  $n$  i  $\dot{m}_p$ .

Analizując kompleksowe modele  $G_{kompleks}(s)$  i  $g_{kompleks}(t)$  dochodzi się do wniosku, że przestrzeń zmiennej zespolonej „ $s$ ” i przestrzeń czasu „ $t$ ” nie są dostatecznie podatne do jednoczesnego rozwiązywania relacji zachodzących między 4 sygnałami. Dlatego też zgodnie z zasadami automatyki z przestrzeni zmiennej „ $s$ ” przechodzi się do przestrzeni częstotliwości „ $\omega$ ” przez co uzyskuje się możliwość analizy sygnałów i pojedynczego sygnału na podstawie gęstości mocy wzajemnej i własnej sygnałów rejestrowanych podczas próby silnika.

Z zależności (14) otrzymuje się:

$$G_{kompleks}(j\omega) = \frac{\frac{\Delta n(j\omega)}{\Delta p_4(j\omega)}}{\frac{\Delta p_2(j\omega)}{\Delta \dot{m}_p(j\omega)}} = \frac{\frac{S_{np_4}}{S_{p_4 p_4}}}{\frac{S_{p_2 \dot{m}_p}}{S_{\dot{m}_p \dot{m}_p}}} \quad (16)$$

gdzie:  $S_{np_4}$  – gęstość widmowa mocy wzajemnej sygnałów  $n$  i  $p_4$ ,  $S_{p_4 p_4}$  – gęstość widmowa mocy własnej sygnału  $p_4$ ,  $S_{p_2 \dot{m}_p}$  – gęstość widmowa mocy wzajemnej sygnałów  $p_2$  i  $\dot{m}_p$ ,  $S_{\dot{m}_p \dot{m}_p}$  – gęstość widmowa mocy własnej sygnału  $\dot{m}_p$ .

Następnie można wyznaczyć kwadrat modułu i argument transmitancji  $G_{kompleks}(j\omega)$ :

$$|G_{kompleks}(j\omega)|^2 = \frac{\frac{S_{nn}}{S_{p_4 p_4}}}{\frac{S_{p_2 p_2}}{S_{\dot{m}_p \dot{m}_p}}} = \frac{\Delta n \Delta \dot{m}_p}{\Delta p_4 \Delta p_2} = \frac{A_{np_4 p_4}^2(\omega)}{A_{p_2 \dot{m}_p \dot{m}_p}^2(\omega)} \quad (17)$$

$$Arg G_{kompleks}(j\omega) = \Delta \varphi_{np_4 p_2} = \Delta \varphi_{np_4} - \Delta \varphi_{p_2 \dot{m}_p} = Arg \frac{\frac{S_{np_4}}{S_{p_4 p_4}}}{\frac{S_{p_2 \dot{m}_p}}{S_{\dot{m}_p \dot{m}_p}}} \quad (18)$$

gdzie:  $S_{nn}$  – gęstość widmowa mocy własnej sygnału  $n$ ,  $S_{p_2 p_2}$  – gęstość widmowa mocy własnej sygnału  $p_2$ ,  $A_{np_4 p_4}^2(\omega)$  – kwadrat wzmocnienia amplitudowego sygna-

łów wyjściowych  $n$  i  $p_4$ ,  $A_{p_2 \dot{m}_p \dot{m}_p}^2(\omega)$  – kwadrat wzmocnienia amplitudowego sygnałów wejściowych  $p_2$  i  $\dot{m}_p$ .

Funkcję gęstości widmowej mocy  $S$  sygnałów wyznacza się na podstawie ich funkcji korelacji względem których stosuje się przekształcenia Fouriera. Zatem gdy znane są przebiegi  $n(t)$ ,  $p_4(t)$ ,  $p_2(t)$  i  $\dot{m}_p(t)$  to dla tych przebiegów można bez trudności wyznaczyć funkcje korelacji własnej i wzajemnej, a następnie ich gęstości mocy własne i wzajemne. Ostatecznie można wyznaczyć kwadrat wzmocnienia amplitudowego sygnałów wejściowych  $A_{p_2 \dot{m}_p \dot{m}_p}^2(\omega)$  i kwadrat wzmocnienia amplitudowego sygnałów wyjściowych  $A_{np_4 p_4}^2(\omega)$ , których iloraz jest poszukiwanym kompleksowym modelem silnika, z którego wyznacza się fizycznie interpretowalne wzmocnienie amplitudowe  $|G_{kompleks}(j\omega)|^2$  i powiązane z nim przesunięcie fazowe  $\Delta \varphi_{np_4 p_2 \dot{m}_p}$  (Osowski, 1981; Szabatin, 2000).

#### 4. KOMPLEKSOWA PARAMETRYCZNA ANALIZA STANU REGULACJI SILNIKA NA PODSTAWIE EKSPLOATACYJNYCH BADAŃ SILNIKA K-15

Zarejestrowane sygnały automatyki lotniczego silnika odrzutowego (K-15) przedstawiono na Rys. 3 (Pawlak i inni, 1996).

Przedziały do wyznaczenia wartości wzmocnienia amplitudowego  $|G_{kompleks}(j\omega)|^2$ , a także przesunięcia fazowego  $\Delta \varphi_{nt_4 p_2 \dot{m}_p}$  wyznaczono zaczynając od końca wartości ustalonej sygnału  $N$  i kończąc na początku kolejnej wartości ustalonej sygnału jak przedstawiono na Rys. 4.

Dodatkowo zakłada się że przebieg  $DProb$  odpowiada przebiegowi sygnału  $\dot{m}_p$ , sygnał  $P4$  – sygnałowi  $p_4$ , sygnał  $N$  sygnałowi  $n$  i  $P2$  sygnałowi  $p_2$ .

Zarejestrowane przebiegi sygnałów przebiegi  $n(t)$ ,  $p_4(t)$ ,  $p_2(t)$  i  $\dot{m}_p(t)$  dla każdego z przedziałów zostały przemnożone przez okno Hanninga, następnie obliczona została ich autokorelacja. Otrzymane wykresy autokorelacji i korelacji wzajemnej został przybliżone z dokładnością  $R^2 > 0,995$  opisaną współczynnikiem determinacji za pomocą wielomianu o ogólnej postaci:

$$R_{yy}(\tau) = z_1 \tau^5 + z_2 \tau^4 + z_3 \tau^3 + z_4 \tau^2 + z_5 \tau + z_6 \quad (19)$$

W celu wyznaczenia mocy widmowej funkcji z uzyskanych funkcji autokorelacji i korelacji wzajemnej stosuje się dwustronną transformatę Fouriera:

$$F\{R_{yy}\} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (20)$$

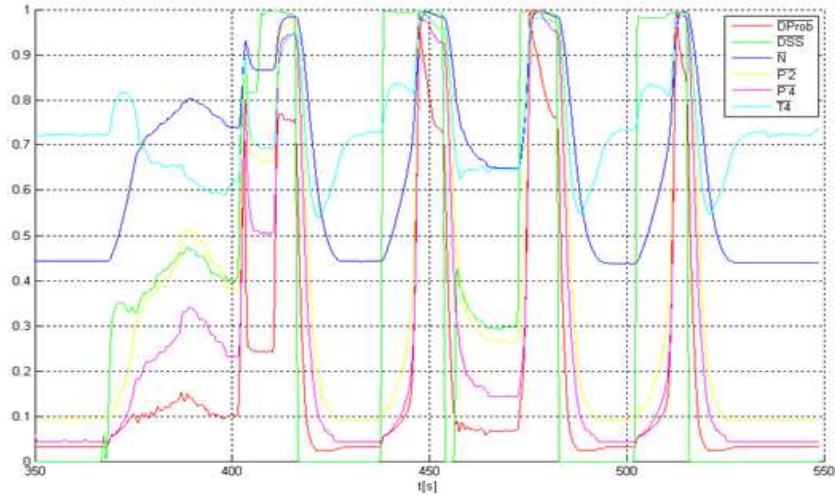
Transformata Fouriera wielomianu (19) po przejściu z przestrzeni „ $\tau$ ” w przestrzeń zmiennej „ $s$ ” przedstawia się następująco:

$$F\{R_{yy}\} = h_1 \frac{120}{s^6} + h_2 \frac{24}{s^5} + h_3 \frac{6}{s^4} + h_4 \frac{2}{s^3} + h_5 \frac{1}{s^2} + h_6 \frac{1}{s} \quad (21)$$

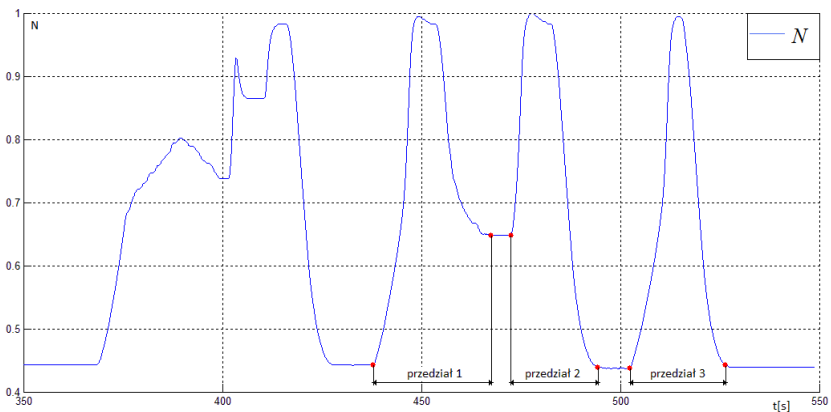
Po podstawieniu parametrów i wzoru (21) do (16) i (17) otrzymujemy modele silnika w postaci wzmocnienia amplitudowego  $|G_{kompleks}(j\omega)|^2$ , a także przesunięcia fazowego  $\Delta \varphi_{nt_4 p_2 \dot{m}_p}$  w ogólnej postaci:

$$|G_{kompleks}(j\omega)|_i^2 = k_i \frac{a_{i10} \cdot s^{10} + a_{i9} \cdot s^9 + a_{i8} \cdot s^8 + a_{i7} \cdot s^7 + a_{i6} \cdot s^6 + a_{i5} \cdot s^5 + a_{i4} \cdot s^4 + a_{i3} \cdot s^3 + a_{i2} \cdot s^2 + a_{i1} \cdot s + 1}{b_{i10} \cdot s^{10} + b_{i9} \cdot s^9 + b_{i8} \cdot s^8 + b_{i7} \cdot s^7 + b_{i6} \cdot s^6 + b_{i5} \cdot s^5 + b_{i4} \cdot s^4 + b_{i3} \cdot s^3 + b_{i2} \cdot s^2 + b_{i1} \cdot s + 1} \quad (22)$$

$$\Delta\varphi_{ni_4 p_2 m_p} |_i = \text{Arg} \left( l_i \frac{c_{i10} \cdot s^{10} + c_{i9} \cdot s^9 + c_{i8} \cdot s^8 + c_{i7} \cdot s^7 + c_{i6} \cdot s^6 + c_{i5} \cdot s^5 + c_{i4} \cdot s^4 + c_{i3} \cdot s^3 + c_{i2} \cdot s^2 + c_{i1} \cdot s + 1}{d_{i10} \cdot s^{10} + d_{i9} \cdot s^9 + d_{i8} \cdot s^8 + d_{i7} \cdot s^7 + d_{i6} \cdot s^6 + d_{i5} \cdot s^5 + d_{i4} \cdot s^4 + d_{i3} \cdot s^3 + d_{i2} \cdot s^2 + d_{i1} \cdot s + 1} \right) \quad (23)$$



Rys. 3. Przebiegi sygnałów silnika (czas obserwacji sygnałów 350 – 550 s)



Rys. 4. Sposób ustalenia badanych przedziałów

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymujemy parametry wzmocnienia amplitudowego i przesunięcia fazowego dla każdego z trzech przedziałów:

Tab. 1. Parametry wzmocnienia amplitudowego dla trzech przedziałów

	$ G_{kompleks}(j\omega) _1^2$	$ G_{kompleks}(j\omega) _2^2$	$ G_{kompleks}(j\omega) _3^2$
$k_i$	0,81141	0,72796	0,96588
$a_{i1}$	3,9862E-03	6,6288E-03	4,5788E-03
$a_{i2}$	-5,2525E-06	-8,6997E-06	-9,1119E-06
$a_{i3}$	1,6995E-08	3,2189E-08	4,1263E-08
$a_{i4}$	6,2177E-13	6,1254E-11	-7,7287E-11
$a_{i5}$	-3,9497E-14	-2,9376E-13	6,0545E-14
$a_{i6}$	5,7619E-17	4,7114E-16	-1,2053E-18
$a_{i7}$	-4,1227E-20	-4,1074E-19	-3,5107E-20

$a_{i8}$	1,6583E-23	2,0762E-22	2,7768E-23
$a_{i9}$	-3,6002E-27	-5,7419E-26	-9,3717E-27
$a_{i10}$	3,2982E-31	6,7493E-30	1,2298E-30
$b_{i1}$	-1,1641E-03	-1,4642E-04	-3,9570E-03
$b_{i2}$	-9,5139E-06	-2,1199E-05	-6,6991E-06
$b_{i3}$	1,8746E-08	3,3850E-08	3,6473E-08
$b_{i4}$	8,8534E-12	9,6322E-11	-3,6255E-11
$b_{i5}$	-6,7994E-14	-4,2540E-13	-5,6903E-14
$b_{i6}$	9,7978E-17	6,9988E-16	1,7949E-16
$b_{i7}$	-7,2800E-20	-6,3732E-19	-1,9961E-19
$b_{i8}$	3,0836E-23	3,3909E-22	1,1666E-22
$b_{i9}$	-7,0881E-27	-9,9150E-26	-3,5783E-26
$b_{i10}$	6,8910E-31	1,2360E-29	4,5596E-30



Tab. 2. Parametry przesunięcia fazowego dla trzech przedziałów

	$\Delta\varphi_{np_4 p_2 \dot{m}_p}  _1$	$\Delta\varphi_{np_4 p_2 \dot{m}_p}  _2$	$\Delta\varphi_{np_4 p_2 \dot{m}_p}  _3$
$k_i$	0,8952	0,86102	0,96276
$c_{i1}$	-6,8518E-04	1,2764E-03	-3,5371E-03
$c_{i2}$	-9,7378E-06	-2,2363E-05	-5,4492E-06
$c_{i3}$	2,0330E-08	2,6688E-08	4,7823E-08
$c_{i4}$	2,2938E-12	1,1678E-10	-9,9003E-11
$c_{i5}$	-5,3163E-14	-4,2551E-13	8,8068E-14
$c_{i6}$	7,8658E-17	6,3572E-16	-1,1811E-17
$c_{i7}$	-5,7787E-20	-5,3239E-19	-4,4905E-20
$c_{i8}$	2,3946E-23	2,6099E-22	4,0564E-23
$c_{i9}$	-5,3618E-27	-7,0222E-26	-1,4826E-26
$c_{i10}$	5,0684E-31	8,0341E-30	2,0763E-30
$d_{i1}$	-5,3372E-05	2,2339E-03	-2,5223E-03
$d_{i2}$	-1,2022E-05	-2,6916E-05	-9,8093E-06
$d_{i3}$	1,9626E-08	2,3007E-08	4,4242E-08
$d_{i4}$	2,0334E-11	1,9178E-10	-3,8188E-11
$d_{i5}$	-9,6728E-14	-6,6053E-13	-8,4225E-14
$d_{i6}$	1,3192E-16	1,0134E-15	2,4058E-16
$d_{i7}$	-9,6032E-20	-8,8961E-19	-2,6358E-19
$d_{i8}$	4,0277E-23	4,6199E-22	1,5369E-22
$d_{i9}$	-9,2103E-27	-1,3267E-25	-4,7222E-26
$d_{i10}$	8,9303E-31	1,6300E-29	6,0366E-30

Stan silnika wyrażony jest za pomocą 42 parametrów o konkretnej wartości. Dla różnych przebiegów otrzymuje się różne wartości parametrów. Podczas kolejnych prób wg. identycznego programu parametry te powinny zachować stałą wartość.

## 5. PODSUMOWANIE

Otrzymany zostały kompleksowy model do oceny stanu regulacji silnika odrzutowego. Model ten pozwala na obliczenie wzmocnienia amplitudowego  $|G_{kompleks}(j\omega)|^2$  i przesunięcia fazowego  $\Delta\varphi_{nt_4 p_2 \dot{m}_p}$ , które mogą być interpretowane fizycznie. Stan silnika wyrażony jest za pomocą 42 parametrów o konkretnej wartości, przyjmujących różne wartości dla różnych przebiegów. Parametry modelu teoretycznego można porównać z parametrami eksperymentalnym uzyskanymi podczas prób naziemnych.

## LITERATURA

1. **Balicki W., Szczeciński S.** (2001), *Diagnozowanie lotniczych silników odrzutowych*, Wyd. Nauk Instytutu Lotnictwa, Warszawa.
2. **Bendat J. S., Piersol A. G.** (1976), *Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych*, PWN, Warszawa 1976.
3. **Gosiewski Z., Paszkowski M.** (1995), Globalny wskaźnik diagnostyczny turbinowego silnika odrzutowego, *III Krajowa Konferencja Diagnostyka techniczna urzędzeń i systemów*, 328/95, Wyd. ITWL, Warszawa.
4. **Lindstedt P.** (2002), *Praktyczna diagnostyka maszyn i jej teoretyczne podstawy*, Wyd. Nauk. ASKON, Warszawa.
5. **Lindstedt P.** (2009), Possibilities of assessment of the potential of Aircraft Engines, *Solid State Phenomena*, Vols 147-149/2009, Trans Tech Publications, Switzerland.
6. **Osiowski J.** (1981), *Zarys rachunku operatorowego*, WNT, Warszawa.
7. **Pawlak W. I., Wiklik K., Morawski J. M.** (1996), *Synteza i badanie układów sterowania lotniczych silników turbinowych metodami symulacji komputerowej*, Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, Warszawa.
8. **Pelczewski W.** (1980), *Teoria sterowania*, WNT, Warszawa.
9. **Piety K. R.** (1998), *Method for determining rotational speed from machine vibration data*, United States Patent no. 5, 744,723, US.
10. **Staniszewski R.** (1998), *Sterowanie zespołów napędowych*, WKŁ, Warszawa.
11. **Szabatin J.** (2000), *Podstawy teorii sygnałów*, WKŁ, Warszawa.
12. **Szczeciński S.** (1965), *Lotnicze silniki turbinowe*, MON, Warszawa.
13. **Szevjakow** (1970), *Awtomatika awiacionnych i rakietychnych siłowych ustanowok*, Maszynostrojenije, Moskwa.

## RATIONALE FOR A COMPREHENSIVE PARAMETRIC ASSESSMENT OF TURBOJET ENGINE ADJUSTMENT

**Abstract:** The article presents the basis of a new method of evaluation of technical condition of turbojet engine. The model in the form of four transmittances has been reduced to a single comprehensive model with that properties, that the operating quality of the engine determined during ground testing will also provide the required knowledge about its quality in flight. This model involves in a synthetic way the engine input (signals  $p_2$  and  $\dot{m}_p$ ) with the output of the engine ( $n$  and  $p_4$ ). The theoretical models of the engine and their parameters can be designated, and then compared with the parameters of the model obtained during the experiment (ground tests) and thus allows to explore the changes occurring in the engine during its operation.

Praca współfinansowana ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



## WPŁYW ZMIANY OTOCZENIA REPREZENTOWANEGO PRZEZ PRĘDKOŚĆ OBROTOWĄ NA ZMIANY PARAMETERÓW MODELI DIAGNOZOWANIA ŁOPATKI PRACUJĄCEJ MASZINY WIRNIKOWEJ Z ELIMINACJĄ JEJ NIEMIERZALNEGO OTOCZENIA

Paweł LINDSTEDT\*, Rafał GRĄDZKI\*\*

Katedra Automatyki i Robotyki, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka,  
ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

Zakład Inżynierii Produkcji, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka,  
ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

[p.lindstedt@pb.edu.pl](mailto:p.lindstedt@pb.edu.pl), [r.gradzki@pb.edu.pl](mailto:r.gradzki@pb.edu.pl)

**Abstract:** W artykule przedstawiono wpływ zmiany otoczenia (prędkości obrotowej) na zmianę parametrów modeli  $A_{T12,T01}^2$  i  $\varphi_{T12,T01}$  wykorzystywanych w nowej metody monitorowania stanu technicznego łopatek maszyn wirnikowych podczas ich użytkowania. Metoda wykorzystuje specjalne modele diagnostyczne w postaci ilorazu wzmocnienia amplitudowego sygnału diagnostycznego  $y(t)$  wynikającego z działania łopatki i sygnału  $x(t)$  jej otoczenia podczas zbliżania się wierzchołka łopatki do czujnika ( $A_{T01}^2$ ) i wzmocnienia amplitudowego tych sygnałów podczas oddalania się wierzchołka łopatki od czujnika ( $A_{T12}^2$ ) oraz różnicy przesunięcia fazowego tychże sygnałów podczas oddalania się łopatki od czujnika i zbliżania się wierzchołka łopatki do czujnika ( $\varphi_{T12} - \varphi_{T01}$ ). Przyjęte modele diagnostyczne pośrednio uwzględniają aktualne otoczenie łopatki  $x(t)$  bez konieczności jego pomiaru. Zatem metody te są mało wrażliwe na zmianę otoczenia, a czule tylko na zmiany stanu technicznego łopatki. Proponowana metoda może odegrać istotną rolę w diagnostyce łopatek wirnikowych podczas użytkowania maszyn wirnikowych (sprężarek, turbin itp.).

### 1. WSTĘP

Jednym z podstawowych elementów odpowiedzialnych za niezawodną i bezpieczną pracę maszyny wirnikowej jest łopatka, której uszkodzenie może prowadzić do uszkodzenia maszyny, a w szczególnych przypadkach (urwanie fragmentu lub całej łopatki) do całkowitego zniszczenia maszyny wirnikowej a to w konsekwencji przeważnie prowadzi do tragicznych w skutkach katastrof. Stąd w procesie obsługi tych maszyn bardzo dużo uwagi poświęca się problemom niezawodności i diagnostyki łopatek maszyn wirnikowych.

Obecnie stosuje się wiele metod diagnozowania stanu technicznego łopatek podczas pracy maszyny wirnikowej (metoda prądów wirowych, metoda ultradźwiękowa, metoda radiograficzna, metoda defektoskopii kolorowej i luminescencyjnej oraz metoda wibroakustyczna).

Badania diagnostyczne metodą wibroakustyczną bazują na tzw. „bezdotykowym” pomiarze wartości bieżących przemieszczeń wierzchołka łopatki w krótkich chwilach, gdy znajduje się ona w strefie pod specjalizowanym czujnikiem. Opracowano i wdrożono wiele „bezdotykowych” systemów pomiarowych. Są to powszechnie znane i stosowane systemy pomiarowe wykonane przez firmy: Hood, Aqilis, Prat & Whi-they (USA), Rolls Royce (UK), Turbocharges (Szwajcaria), MTU (Niemcy), a także firmy rosyjskie, chińskie i indyjskie (Bovishanskii, 2000; Duan i inni., 2005; Von Flotow i Mercadal, 2000; High Cycle Fatigue

S & program 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002; Klein, 2004; Roberts, 2007; Zieliński i Ziller, 2005).

Znane i stosowane są także polskie bezdotkowe układy pomiarowe szczególnie te zaprojektowane, wykonane i wdrożone przez Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych (ITWL) – Warszawa.

Wśród układów bezdotkowego pomiaru przemieszczeń łopatki wykonanych przez ITWL wymienia się (Lindstedt i inni, 2009; Szczepanik i Przsowa, 2004; Szczepanik, 1999):

- sygnalizator pęknięć łopatek: SPŁ – 29;
- sygnalizator nadmiernych drgań łopatek: SNDŁ – 2b;
- czujniki mikrofalowe: MUH, PIT.

Z dużym powodzeniem pracują one na konkretnych eksploatowanych obiektach technicznych (silniki SO-3).

Wnioskowanie diagnostyczne stosowane w dotychczasowych metodach oceny stanu technicznego łopatek bazują tylko na przetwarzaniu zmierzonych podczas badań diagnostycznych, sygnałów wynikających z działania łopatki bez wystarczającego (zdaniem autorów) uwzględnienia sygnałów (o znacznej mocy) jej zmiennego otoczenia.

Pomiary sygnałów otoczenia łopatki podczas pracy maszyny wirnikowej są trudne a często niemożliwe i właśnie, dlatego są w niewystarczającym stopniu uwzględniane w diagnostyce łopatek.

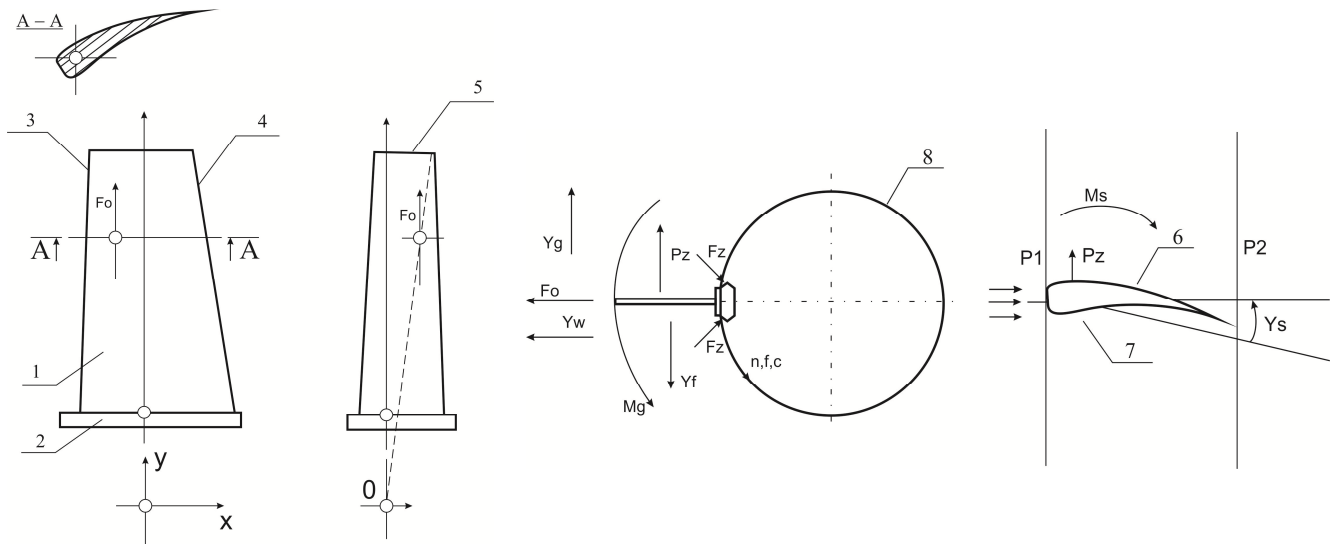
Dlatego można stwierdzić, że dotychczasowe metody oceny stanu technicznego łopatek podczas pracy maszyn wirnikowych nie w pełni realizują podstawową zasadę diagnostyki technicznej nakazującej badanie i analizę stanu

technicznego obiektu w otoczeniu (PN-90/N-04002) i stąd nie są odpowiednio dokładne i wiarygodne.

Stąd pojawiła się potrzeba opracowania nowej metody diagnozowania stanu technicznego łopatkę podczas pracy maszyny wirnikowej z uwzględnieniem otoczenia, ale (jeśli to możliwe) bez konieczności wykorzystywania pomiaru niedostępnych często trudno mierzalnych sygnałów otoczenia. Problem ten rozwiązuje metoda diagnozowania łopatkę bazująca na specjalnym modelu diagnostycznym pozwalającym specjalnymi zabiegami eliminować jej realnie istniejące otoczenie.

## 2. DZIAŁANIE ŁOPATKI W NIEMIERZALNYM OTOCZENIU

Łopatkę, jej budowa i działanie, podczas pracy w zmiennym otoczeniu (Lindstedt i inni, 2009; Skubaczewskij, 1974) przedstawiono na Rys. 1.



Rys. 1. Łopatkę maszyny wirnikowej w zmiennym otoczeniu

1 – pióro łopatkę; 2 – zamek łopatkę; 3 – krawędź spływu; 4 – krawędź natarcia; 5 – wierzchołek łopatkę; 6 – grzbiet łopatkę; 7 – koryto łopatkę; 8 – bęben wirnika;  $F_0$  – siła odśrodkowa;  $F_z$  – siła zacisku zamka;  $n$  – prędkość obrotowa;  $P_z$  – aerodynamiczna siła nośna łopatkę;  $P_x$  – siła oporu;  $M_s$  – moment skręcający;  $M_g$  – moment zginający;  $P_1$  – ciśnienie gazu na wejściu wieńca wirnika;  $P_2$  – ciśnienie gazu na wyjściu wieńca wirnika;  $Y_g$  – ugięcie łopatkę;  $Y_s$  – kąt skręcania łopatkę;  $Y_w$  – przemieszczenie wzdłużne łopatkę;  $Y_f$  – sygnał różnych postaci drgań (zginające, skręcające, wzdłużne);  $Y_c$  – odkształcenie cieplne;  $f$  – sygnał drgań;  $f_{ob}$  – sygnał drgań obudowy;  $c$  – sygnał rozkładu temperatury;

Odształcenia te pochodzą od otoczenia i wywołane są wieloma przyczynami, którymi są:

- obciążenia od sił odśrodkowych  $F_0$  zależnych od prędkości obrotowej wywołujących odkształcenia wzdłużne i zginające (Rys. 1) –  $Y_w, Y_g$
- obciążenia gazodynamiczne  $P_z$  i  $P_x$  od strumienia powietrza (gazu) zależne też od prędkości i wysokości lotu (Rys. 1) –  $Y_s$  (gdy maszyną wirnikową jest sprężarka lub turbiną silnika)
- obciążenia spowodowane lotem samolotu po torach krzywoliniowych (Rys. 1) –  $Y_g, Y_s$
- obciążenia dynamiczne towarzyszące drganiom mechanicznym (zwłaszcza w zakresie rezonansowym) od pulsacji ciśnienia  $P_1$  i  $P_2$ , wahań obrotów itp. (Rys. 2) –  $Y_f$
- drgania łopatkę i obudowy  $f, f_{ob}$  (Rys. 1) i stąd  $Y_g, Y_s$

Łopatkę składa się z dwóch części: roboczej zwanej również profilową – 1 (pióro łopatkę) i części mocującej – 2 (zamka). Dodatkowo w części roboczej wyróżnia się krawędź spływu – 3, krawędź natarcia – 4, wierzchołek – 5, grzbiet – 6, koryto – 7.

Łopatkę wirnika zamocowane są w tarczy przy pomocy zamków trapezowych zwanych „jaskółczym ogonem”, a szczeliny między zamkami łopatek a wycięciami tarcz wypełnione są żywicą poliestrową. Dla zwiększenia odporności na korozję łopatkę pokryte są emalią epoksydową.

Podczas użytkowania łopatkę zmienia się jej stan techniczny aż do pojawienia się bardzo różnych uszkodzeń (pęknięć, odkształceń, wżerów, urwania fragmentu pióra). (Skubaczewskij, 1974).

Z Rys. 1 i 2 widać, że łopatkę (sprężarki, turbiny) jest obiektem technicznym, o złożonym sposobie działania, który musi być opisany wielowymiarowym stanem odkształcenia łopatkę.

- obciążenia cieplne  $c$  od nierównomiernego rozkładu temperatur (Rys. 2 – odkształcenie złożone np. I – 6) –  $Y_c$ .

Kompleksowo problem ujmując stan działania łopatkę w otoczeniu może być opisany sygnałem przemieszczenia wierzchołka łopatkę  $y(t)$ , który jest wypadkową sygnałów  $Y_w, Y_g, Y_s, Y_f, Y_c$ , (Rys. 1 i Rys. 2):

$$y(t) = f(Y_w, Y_g, Y_s, Y_f, Y_c) \quad (1)$$

oraz sygnałem otoczenia,  $x(t)$  który jest wypadkową sygnałów:  $n, F_0, P_z, P_x, P_1, P_2, f, f_{ob}, c$  (Rys. 1 i Rys. 2):

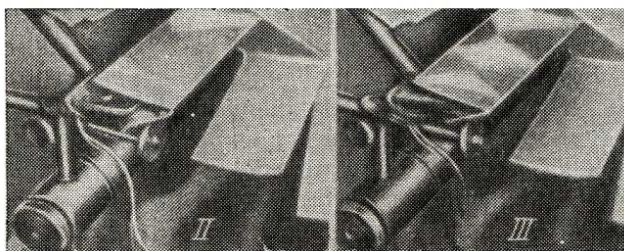
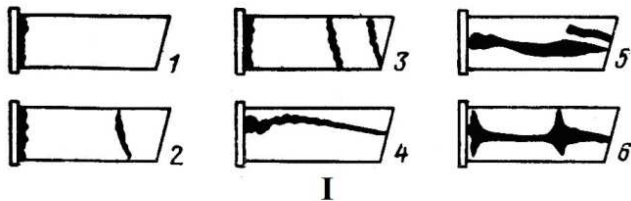
$$x(t) = f(n, F_0, P_z, P_x, P_1, P_2, f, f_{ob}, c) \quad (2)$$

Stan techniczny łopatkę  $S_T(\theta)$  zgodnie z zasadami diagnostyki wynika z relacji między sygnałem działania  $y(t)$

i sygnałem otoczenia  $x(t)$  w chwili aktualnego diagnozowania  $\theta_1$  i chwili początkowego (wzorcowego) diagnozowania  $\theta_0$  (przy czym  $\theta$  to czas przemiany stanu technicznego – ewolucji).

Zatem można zapisać:

$$S_T(\theta) = f(y(t)_{\theta_0}, x(t)_{\theta_0}, y(t)_{\theta_1}, x(t)_{\theta_1}, \theta, t) \quad (3)$$



**Rys. 2.** Formy drgań i linie określające ślady węzłów drgań Schemat I: 1, 2, 3 – pierwsza, druga i trzecia forma drgań zginających; 4 – drgania skręcające pierwszego rodzaju; 5 – drgania skręcające drugiego rodzaju; 6 – złożone drgania zginająco – skręcające. Schemat II: Fotografie śladów węzłów przy drugiej formie drgań zginających. Schemat III: Fotografie śladów węzłów przy trzeciej formie drgań zginających

Praktyka eksploatacyjna wielokrotnie potwierdziła, że istnieją realne trudności w procesie pomiaru sygnałów: zarówno dla  $y(t)$ , a szczególnie  $x(t)$ , a stąd i w ocenie ich stanu technicznego łopatki podczas pracy maszyny. (Kotowski and Lindstedt, 2007; Lindstedt and Kotowski, 2004; Lindstedt et al., 2009).

### 3. PODSTAWY TEORETYCZNE METODY DIAGNOZOWANIA ŁOPATEK PODCZAS PRACY MASZyny WIRNIKOWEJ

Problem diagnozowania łopatki podczas pracy maszyny wirnikowej jest bardzo złożony gdyż do zrealizowania procesu diagnozowania łopatki dysponuje się tylko jednym mierzalnym i dodatkowo zakłóconym sygnałem  $y(t)$  oraz praktycznie niemierzalnym (oprócz sygnału  $n$  i  $t$  bez  $\Delta n$ ) sygnałem otoczenia  $x(t)$ .

Wstępnie zakłada się, że sygnały  $x(t)$  i  $y(t)$  są przebiegami czasowymi, stochastycznymi i zakłóconymi. W tej sytuacji rozsądnym przedsięwzięciem jest przejście z przestrzeni czasu „ $t$ ” sygnałów  $x(t)$  i  $y(t)$  do przestrzeni czasu „ $\tau$ ” funkcji korelacji  $R_{xx}(\tau), R_{yy}(\tau)$  i  $R_{xy}(\tau)$ .

Efektom takiego podejścia jest:

- odłożenie sygnałów i możliwość ich wzmocnienia
- możliwość prostego wyrażenia sygnałów  $R_{xx}(\tau), R_{yy}(\tau)$  i  $R_{xy}(\tau)$  w postaci funkcji analitycznych, co stwarza sze-

rookie możliwości dalszego przetwarzania tych funkcji na nowe (o szczególnych własnościach) funkcje w przestrzeni częstotliwości ( $\omega$ ), którymi są funkcje gęstości mocy własnej sygnałów  $S_{xx}(\omega)$  i  $S_{yy}(\omega)$  i wzajemnej  $S_{xy}(\omega)$ . Czas obserwacji  $T_{02}$  wierzchołka łopatki dzieli się na dwa podokresy – podokres  $T_{01}$  zbliżania się łopatki do czujnika i podokres  $T_{12}$  oddalania się łopatki od czujnika, chwila  $T_1$  to moment, gdy łopatka znajduje się dokładnie pod czujnikiem.

Wyrażenie funkcji  $x(t)$  i  $y(t)$  w postaci funkcji  $S_{xx}(\omega), S_{yy}(\omega)$  i  $S_{xy}(\omega)$  pozwoli w bardzo prosty sposób uwzględnić relacje między sygnałami diagnostycznymi  $y(t)$  i sygnałami otoczenia  $x(t)$  dla poszczególnych okresów obserwacji sygnału.

Można, bowiem zapisać:

$$A_{T_{01}}^2 = \frac{S_{yy}^{T_{01}}}{S_{xx}^{T_{01}}} \quad \varphi_{T_{01}} = \text{Arg} \frac{S_{xy}^{T_{01}}}{S_{xx}^{T_{01}}} \quad (4)$$

$$A_{T_{12}}^2 = \frac{S_{yy}^{T_{12}}}{S_{xx}^{T_{12}}} \quad \varphi_{T_{12}} = \text{Arg} \frac{S_{xy}^{T_{12}}}{S_{xx}^{T_{12}}} \quad (5)$$

gdzie:  $A_{T_{01}}^2, \varphi_{T_{01}}^2$  – wzmocnienie amplitudowe i przesunięcie fazowe sygnałów  $x$  i  $y$  w czasie zbliżania się łopatki do czujnika  $T_{01}$ ,  $A_{T_{12}}^2, \varphi_{T_{12}}^2$  – wzmocnienie amplitudowe i przesunięcie fazowe sygnałów  $x$  i  $y$  w czasie oddalania się łopatki od czujnika  $T_{12}$ .

Dalej można założyć, że okres obserwacji sygnałów  $T_{12}$  następuje bardzo krótko (ms) po czasie obserwacji sygnałów  $T_{01}$ .

W takim wypadku można założyć, że:

$$S_{xx}^{T_{12}} = S_{xx}^{T_{01}} \quad (6)$$

Wtedy bazując na wzorach 4, 5 i 6 można otrzymać nową abstrakcyjną ale fizycznie interpretowalną wielkość w postaci ilorazu wzmocnień amplitudowych  $A_{T_{01}}^2$  i  $A_{T_{12}}^2$  oraz przesunięć fazowych  $\varphi_{T_{01}}$  i  $\varphi_{T_{12}}$ :

$$A_{T_{12}, T_{01}}^2 = \frac{A_{T_{12}}^2}{A_{T_{01}}^2} = \frac{\frac{S_{yy}^{T_{12}}}{S_{xx}^{T_{12}}}}{\frac{S_{yy}^{T_{01}}}{S_{xx}^{T_{01}}}} \xrightarrow{S_{xx}^{T_{12}} = S_{xx}^{T_{01}}} \frac{S_{yy}^{T_{12}}}{S_{yy}^{T_{01}}} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{T_{12}, T_{01}} &= \varphi_{T_{12}} - \varphi_{T_{01}} = \text{Arg} \frac{\frac{S_{xy}^{T_{12}}}{S_{xx}^{T_{12}}}}{\frac{S_{xy}^{T_{01}}}{S_{xx}^{T_{01}}}} = \text{Arg} \frac{A_{T_{12}} e^{-j\varphi_{T_{12}}}}{A_{T_{01}} e^{-j\varphi_{T_{01}}}} = \\ &= \text{Arg} A_{T_{12}, T_{01}} e^{-j(\varphi_{T_{12}} - \varphi_{T_{01}})} \xrightarrow{S_{xx}^{T_{12}} = S_{xx}^{T_{01}}} \text{Arg} \frac{S_{xy}^{T_{12}}}{S_{xy}^{T_{01}}} \end{aligned} \quad (8)$$

Wyrażenie  $A_{T_{12}, T_{01}}^2$  (7) wiąże sygnały diagnostyczne  $y(t)$  z sygnałami otoczenia  $x(t)$ , zatem jest modelem diagnostycznym. Cechą charakterystyczną tego modelu jest to, że jest wyznaczany tylko na podstawie mierzalnego sygnału  $y(t)$  w krótko po sobie następujących czasach obserwacji

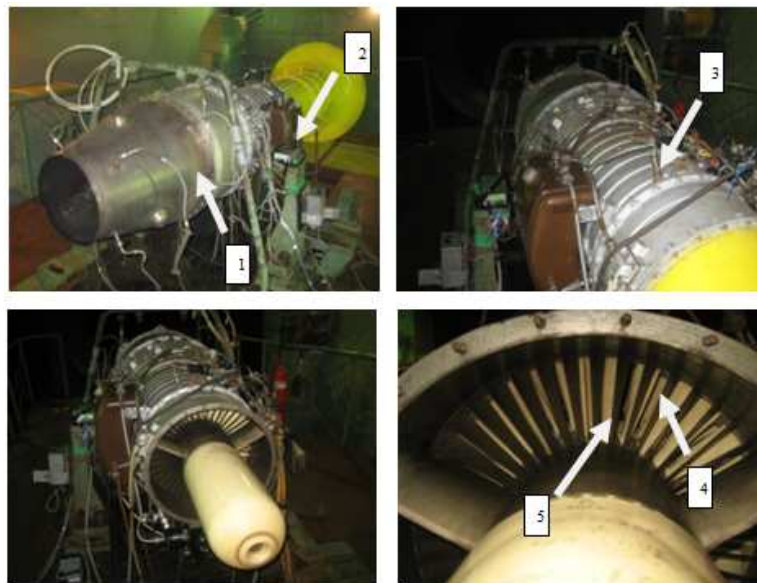
$T_{01}$  i  $T_{12}$  oraz to (co jest najważniejsze), że uwzględnia on otoczenie  $x(t)$  bez konieczności jego pomiaru, a także że sygnał  $y(t)$  został wystarczająco odkłócony (Kotowski i Lindstedt, 2007; Lindstedt i Kotowski, 2004; Lindstedt i inni, 2009).

Wyrażenie  $\varphi_{T_{12},T_{01}}$  (8) wiąże sygnały diagnostyczne  $y(t)$  z sygnałami otoczenia  $x(t)$ , zatem jest kolejnym modelem diagnostycznym. Jest on tak jak w przypadku modelu  $A^2_{T_{12},T_{01}}$  wyznaczany bez konieczności pomiaru rzeczywistego sygnału otoczenia  $x(t)$ . Do wyznaczenia sygnałów  $S^{T_{12}}_{xy}$ ,  $S^{T_{01}}_{xy}$  należy wykorzystać dystrybucję w postaci funkcji  $\delta(t, \hat{t})$ . Stąd można łatwo udowodnić, że iloraz funkcji gęstości mocy wzajemnej sygnału  $y$  i sygnału  $x$  jest niewrażliwy na sygnały otoczenia  $x$ , zatem w dostatecznym stopniu eliminuje rzeczywiste otoczenie z modelu  $\varphi_{T_{12},T_{01}}$  (Bendat i Piersol, 1976; Lindstedt i inni., 2009; Niederliński, 1985; Szabat, 2000).

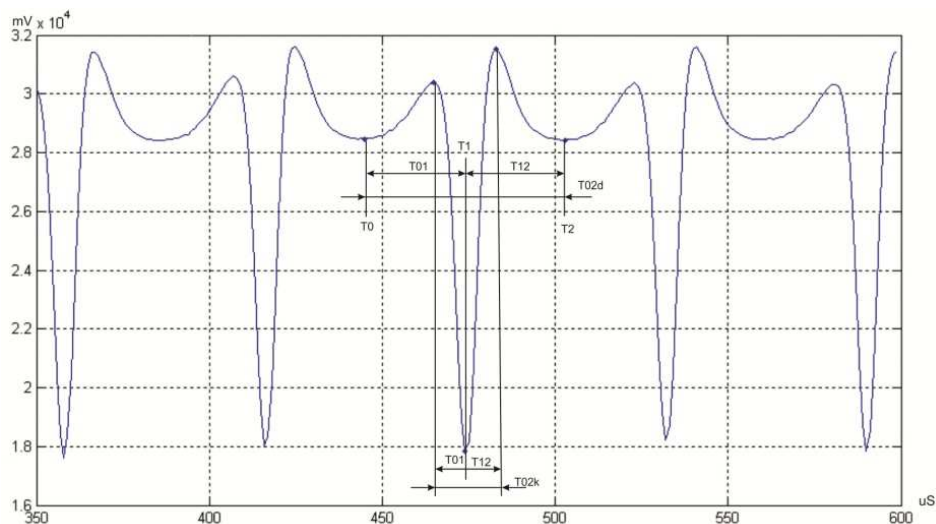
#### 4. SCHEMAT STANOWISKA POMIAROWEGO

Przeprowadzenie badań łopatki zrealizowano na hamowni silników turbinowych w Instytucie Technicznym Wojsk Lotniczych w Warszawie. Przedmiotem badań są łopatki I stopnia sprężarki osiowej silnika SO-3.

W kadłubie silnika turbinowego montuje się na stałe bezdotkowy czujnik indukcyjny (lub innego typu) (Rys.3) do pomiaru chwilowego położenia wierzchołków łopatek sprężarki w czasie pracy. Sygnał z czujnika rejestrowany jest za pomocą specjalistycznej aparatury i zapisywany w komputerze. Przeprowadzone badania zostały wykonane dla trzech prędkości obrotowych minimalnej wynoszącej 6900 obr/min, normalnej 12600 obr/min i maksymalnej 15600 obr/min.



Rys. 3. Stanowisko pomiarowe: 1 – silnik turbinowy SO-3, 2 – urządzenie pomiarowe, 3 – bezdotkowy czujnik indukcyjny, 4 – łopatki sprężarki, 5 – łopatki kierownicze



Rys. 4. Sygnał z czujnika indukcyjnego

$T_{02d}$ ,  $T_{02k}$  – odpowiednio – długi i krótki okres obserwacji przebywania wierzchołka łopatki w strefie czujnika,  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  – charakterystyczne chwile obserwacji wierzchołka łopatki pod czujnikiem,  $T_{01}$ ,  $T_{12}$  – podokresy obserwacji wierzchołka łopatki odpowiednio dla  $T_d$  i  $T_k$ , mV – sygnał przemieszczania wierzchołka łopatki, uS – czas przemieszczania łopatki

**5. METODA OCENY BIEŻĄCEGO STANU TECHNICZNEGO ŁOPATKI NA PODSTAWIE OBSERWACJI PARAMETRÓW MODELU  $A^2_{T_{12},T_{01}}$  I  $\Phi_{T_{12},T_{01}}$ .**

Metoda bieżącej oceny zmian stanu technicznego łopatki maszyny wirnikowej bazująca na obserwacji zmian parametrów modelu  $A^2_{T_{12},T_{01}}$  i  $\Phi_{T_{12},T_{01}}$  wymaga odpowiednich badań diagnostycznych. Zarejestrowany sygnał przemieszczania się wierzchołka łopatki pod czujnikiem przedstawiono na Rys. 4.

Ich zmienną cechą jest to, że ustalony czas obserwacji  $T_{02}$  (o wartości  $T_{02d}$  lub  $T_{02k}$ ), przemieszczania się łopatki  $y(t)$  pod czujnikiem jest odpowiednio dzielony na dwa okresy: zbliżania się łopatki do czujnika  $T_{01}$  i oddalania wierzchołka od czujnika  $T_{12}$  (chwila  $T_1$  odpowiada sytuacji, gdy wierzchołek łopatki znajduje się dokładnie pod czujnikiem – rys.4). Przyjęcie długiego  $T_{02d}$  lub krótkiego  $T_{02k}$  czasu obserwacji łopatki (Rys. 4) wynika z konieczności spełnienia równości (6).

Następnie dla przemieszczenia  $y(t)$  w założonych przedziałach obserwacji  $T_{01}$  i  $T_{12}$  wyznacza się estymaty funkcji autokorelacji  $R^{*T_{01}}_{yy}$  i  $R^{*T_{12}}_{yy}$ , a następnie dopasowuje do nich odpowiednie wyrażenia analityczne (Bendat i Piersol, 1976; Kotowski i Lindstedt, 2007; Kurowski, 1994; Lindstedt i Kotowski, 2004; Lindstedt i inni, 2009; Niederliński, 1985).

Zarejestrowane przebiegi sygnałów zostały przemnożone przez okno Hanninga, następnie obliczona została ich autokorelacja. Otrzymane wykresy autokorelacji zostały przybliżone wielomianem piątego rzędu z dokładnością  $R^2 > 0,997$  opisaną współczynnikiem determinacji.

$$R_{yy}(\tau) = a_1\tau^5 + a_2\tau^4 + a_3\tau^3 + a_4\tau^2 + a_5\tau + a_6 \quad (9)$$

Następnie z otrzymanych analitycznych postaci funkcji korelacji własnych  $R^{T_{01}}_{yy}$  i  $R^{T_{12}}_{yy}$  wyznacza się odpowiadające im funkcje gęstości widmowej mocy  $S^{T_{01}}_{yy}(\omega)$  i  $S^{T_{12}}_{yy}(\omega)$  wykorzystując przekształcenie Fouriera:

$$F\{R_{yy}\} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (10)$$

$$S^{T_{01}}_{yy}(\omega) = F(R^{T_{01}}_{yy}(\tau)) \quad (11)$$

$$S^{T_{12}}_{yy}(\omega) = F(R^{T_{12}}_{yy}(\tau)) \quad (12)$$

Ostatecznie można wyznaczyć nowy abstrakcyjny model diagnostyczny (kwadrat modułu), którego parametry niosą informację o stanie technicznym diagnozowanej łopatki:

$$A^2_{T_{12},T_{01}} = \frac{S^{T_{12}}_{yy}}{S^{T_{01}}_{yy}} = \frac{M_0 + M_1s + M_2s^2 + \dots + M_ns^n}{1 + L_1s + L_2s^2 + \dots + L_ns^n} \quad (13)$$

– różnicę stanu technicznego kolejnych łopatek wyznacza się na podstawie względnych zmian parametrów

$$\Delta\bar{L}_i = \frac{L_{i1} - L_{sr}}{L_{sr}}; i = 1, \dots, n \quad (14)$$

gdzie:  $L_{sr}$  – średnia wartość parametru (wartość wzorcowa, początkowa)

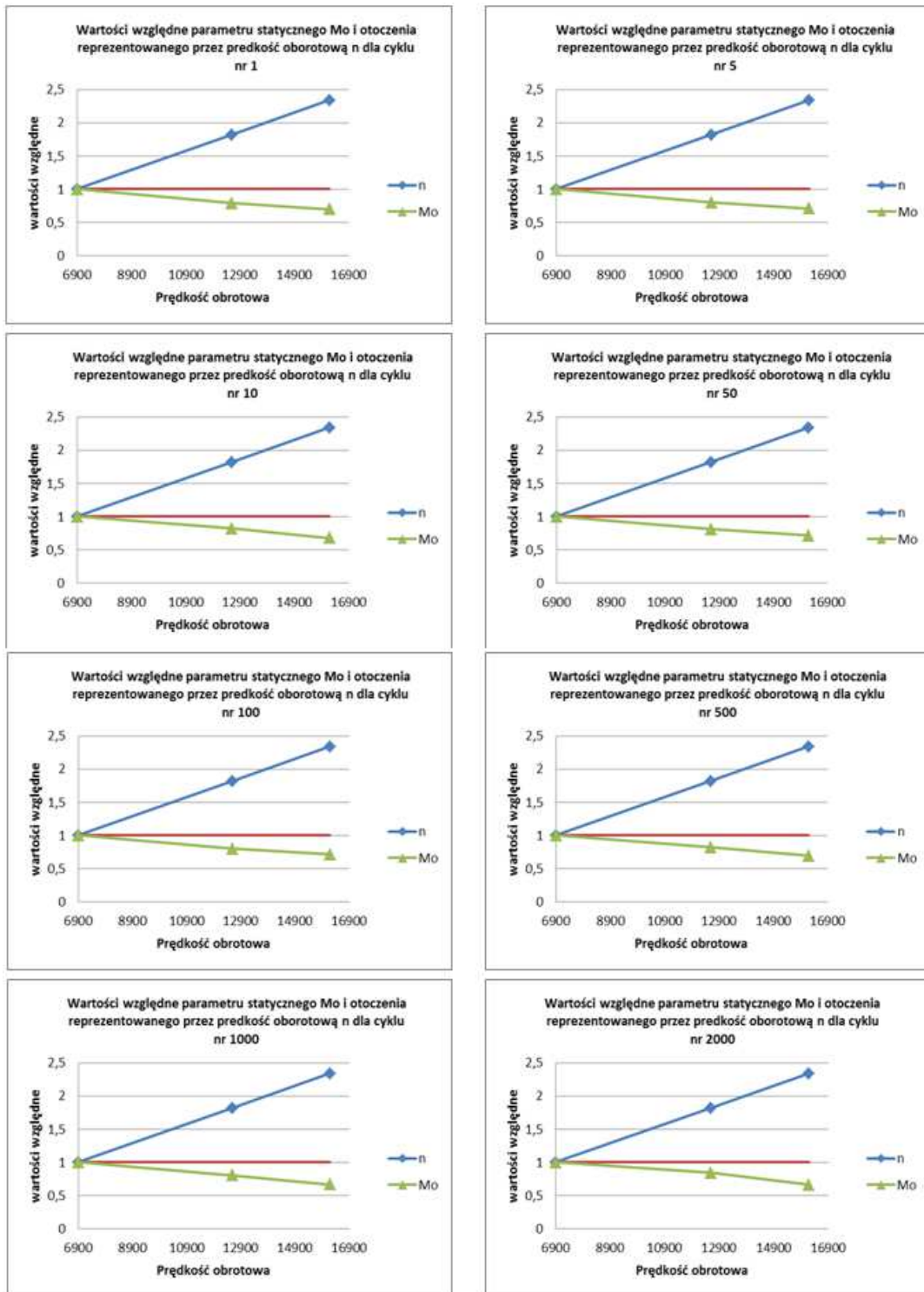
$$\Delta\bar{M}_i = \frac{M_{i1} - M_{sr}}{M_{sr}}; i = 1, \dots, m \quad (15)$$

gdzie:  $M_{sr}$  – średnia wartość parametru (wartość wzorcowa, początkowa)

**Tab. 1.** Wartości średnie i względne parametru statycznego  $M_0$  dla modelu A

Model A – wartości średnie parametru statycznego $M_0$			
	prędkość minimalna	prędkość normalna	prędkość maksymalna
<b>c1</b>	0.8610	0.6813	0.6029
<b>c5</b>	0.8633	0.6899	0.6137
<b>c10</b>	0.8632	0.7099	0.5840
<b>c50</b>	0.8534	0.6902	0.6126
<b>c100</b>	0.8707	0.6953	0.6243
<b>c500</b>	0.8475	0.6963	0.5863
<b>c1000</b>	0.8618	0.6952	0.5756
<b>c2000</b>	0.8610	0.7278	0.5697

Model A – wartości względne parametru statycznego $M_0$			
	prędkość minimalna	prędkość normalna	prędkość maksymalna
<b>c1</b>	1	0.7913	0.7003
<b>c5</b>	1	0.7992	0.7109
<b>c10</b>	1	0.8225	0.6766
<b>c50</b>	1	0.8087	0.7178
<b>c100</b>	1	0.7986	0.7170
<b>c500</b>	1	0.8217	0.6918
<b>c1000</b>	1	0.8067	0.6679
<b>c2000</b>	1	0.8454	0.6617



Rys. 5. Wartości względne parametru statycznego  $M_0$  i otoczenia reprezentowanego przez prędkość obrotową dla różnych cykli dla modelu A

Analogicznie obliczenia przeprowadza się dla modelu  $\varphi_{T12,T01}$  (Lindstedt i Grądzki, 2010), z tym że zakłada się, że otoczenie jest np. szumem  $\delta(t, \hat{t})$  o dużej mocy i że może on być skorelowany z sygnałem  $y(t)$ . W ten sposób otrzymujemy nowy abstrakcyjny model diagnostyczny (różnicy przesunięć fazowych) którego parametry niosą informację o stanie technicznym diagnozowanej łopatką:

$$\varphi_{T12,T01} = \text{Arg} \frac{S_{xy}^{T12}}{S_{xy}^{T01}} = \text{Arg} \frac{B_0 + B_1s + B_2s^2 + \dots + B_ns^n}{1 + A_1s + A_2s^2 + \dots + A_ns^n} \quad (16)$$

– zmianę stanu technicznego wyznacza się na podstawie względnych zmian parametrów

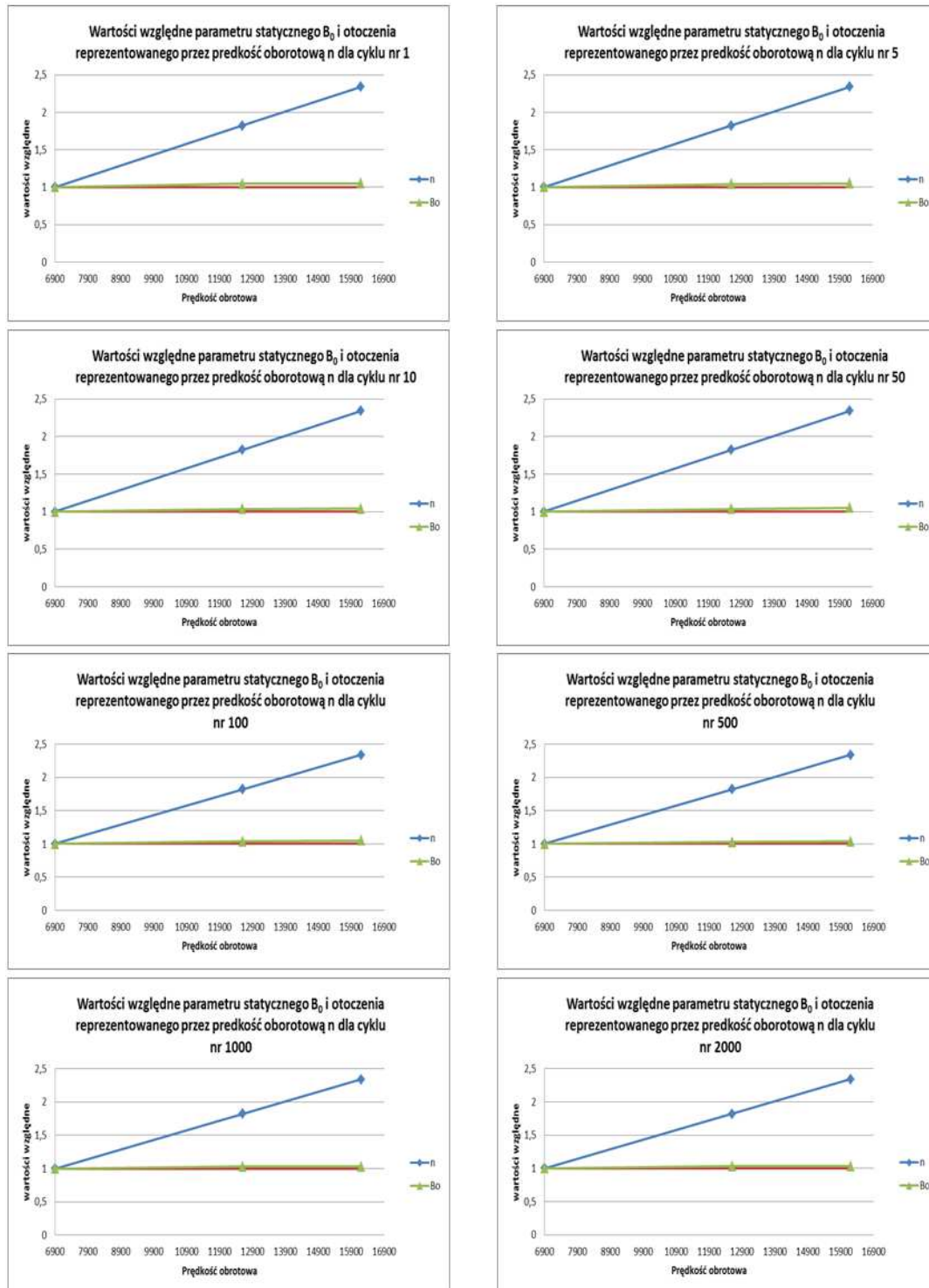
$$\Delta \bar{B}_i = \frac{B_{i1} - B_{sr}}{B_{sr}}; i = 1, \dots, n \quad (17)$$

gdzie:  $B_{sr}$  – średnia wartość parametru (wartość wzorcowa, początkowa)

$$\Delta \bar{A}_i = \frac{A_{i1} - A_{sr}}{A_{sr}}; i = 1, \dots, m \quad (18)$$

gdzie:  $A_{sr}$  – średnia wartość parametru (wartość wzorcowa, początkowa)

Z obu modeli diagnostycznych  $A_{T12, T01}^2$  i  $\varphi_{T12, T01}$  do dalszych wstępnych analiz brana jest pod uwagę wartość średnia parametru statycznego  $M_0$  i  $B_0$  (nawiązującego do odpowiednich charakterystyk statycznych) dla różnych cykli przy różnych prędkościach obrotowych (Tab. 1 i 2). Wartości względne otrzymuje się przyjmując za wartość odniesienia wartość prędkości minimalnej i wartość parametru dla prędkości minimalnej.



**Rys. 6.** Wartości względne parametru statycznego  $B_0$  i otoczenia reprezentowanego przez prędkość obrotową dla różnych cykli dla modelu  $\varphi$



Tab. 2. Wartości średnie i względne parametru statycznego  $B_0$  dla modelu  $\varphi$ 

Model $\varphi$ – wartości średnie parametru statycznego $B_0$			
	prędkość minimalna	prędkość normalna	prędkość maksymalna
<b>c1</b>	1.0208	1.0538	1.0703
<b>c5</b>	1.0216	1.0563	1.0739
<b>c10</b>	1.0215	1.0637	1.0636
<b>c50</b>	1.0179	1.0567	1.0735
<b>c100</b>	1.0233	1.0584	1.0776
<b>c500</b>	1.0132	1.0583	1.0657
<b>c1000</b>	1.0158	1.0573	1.0616
<b>c2000</b>	1.0144	1.0676	1.0616

Model $\varphi$ – wartości względne parametru statycznego $B_0$			
	prędkość minimalna	prędkość normalna	prędkość maksymalna
<b>c1</b>	1	1.0324	1.0485
<b>c5</b>	1	1.0340	1.0513
<b>c10</b>	1	1.0414	1.0413
<b>c50</b>	1	1.0381	1.0546
<b>c100</b>	1	1.0343	1.0531
<b>c500</b>	1	1.0445	1.0518
<b>c1000</b>	1	1.0408	1.0451
<b>c2000</b>	1	1.0524	1.0465

Na podstawie analizy wykresów przedstawionych na Rys. 5 stwierdza się, że dla dużej zmiany prędkości obrotowej (otoczenia) od wartości  $1 \div 2,34$  zaistniała mała zmiana statycznego parametru diagnostycznego  $M_0$  od wartości  $1 \div 0,7$ . Zatem parametr diagnostyczny  $M_0$  jest mało wrażliwy na otoczenie.

Na podstawie analizy wykresów przedstawionych na Rys. 6 stwierdza się, że dla dużej zmiany prędkości obrotowej (otoczenia) od wartości  $1 \div 2,34$  zaistniała bardzo mała zmiana statycznego parametru diagnostycznego  $B_0$  od wartości  $1 \div 1,05$ . Zatem parametr diagnostyczny  $B_0$  jest nie wrażliwy na otoczenie.

## 6. WNIOSKI

Metoda monitorowania stanu technicznego łopatkki bazuje na modelach diagnostycznych w postaci ilorazu wzmacnień amplitudowych i różnicy przesunięć fazowych sygnału wyjściowego  $y(t)$  do sygnału otoczenia  $x(t)$  dla czasu obserwacji  $T_{01}$  i  $T_{12}$ . Metoda ta polega na tym, że czas  $T_{02}$  (Rys. 4) przemieszczenia się wierzchołka łopatkki  $y(t)$  w strefie czujnika dzielony jest na dwa przedziały: zbliżanie się wierzchołka łopatkki do czujnika  $T_{01}$  i oddalenie się wierzchołka łopatkki od czujnika  $T_{12}$ .

Okresy  $T_{01}$  i  $T_{12}$  obserwacji sygnału  $y(t)$  są położone względem siebie tak blisko, że otoczenie  $x(t)$  dla tych okresów obserwacji sygnałów  $y(t)$  można uważać za identyczne.

Cechą charakterystyczną modeli  $A^2_{T12,T01}$  i  $\varphi_{T12,T01}$  jest to, że nie wymagają one pomiaru sygnałów otoczenia, chociaż pośrednio jest ono uwzględnione specjalnie zorganizowanymi badaniami diagnostycznymi (dwa okresy obserwacji, wyznaczenie modelu diagnostycznego jako ilorazu modeli diagnostycznych wiążących sygnały diagnostyczne i otoczenia z parametrami stanu technicznego).

Parametry modeli  $A^2_{T12,T01}$  i  $\varphi_{T12,T01}$  są niewrażliwe na zmienne, trudnomierzalne otoczenie zatem nastąpiła jego eliminacja.

## LITERATURA

1. **Bendat J. S., Piersol A. G.** (1976), *Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych*, PWN, Warszawa.
2. **Bovishanskii K. N.** (2000), A method for continuously monitoring the vibrational state of the rotating blades of turbomachines, *Thermal engineering (Teplonegetika)*, Vol 47 No 5, St. Petersburg.
3. **Dołgolienko G. P.** (1984), *Lietczyje ispytaniya spienialnykh ustrojstw i sistiem samolietow i wiertolietow Maszinostrozeniye*, Moskwa.
4. **Duan F., Fang Z., Sun Y., Ye S.** (2005), Real-time vibration measurement technique based on tip-timing for rotating blades, *Opto-Electronic Engineering*, 30 (1) 29-31.
5. **von Flotow A., Mercadal H.** (2000), *Turbine rotor health management with blade-tip sensors*, From Laboratory Tool To Fielded System.
6. **High Cycle Fatigue S & program 1997** Annual Report <http://stimet.dtic.mil>
7. **High Cycle Fatigue S & program 1998** Annual Report <http://stimet.dtic.mil>
8. **High Cycle Fatigue S & program 1999** Annual Report <http://stimet.dtic.mil>
9. **High Cycle Fatigue S & program 2000** Annual Report <http://stimet.dtic.mil>
10. **High Cycle Fatigue S & program 2001** Annual Report <http://stimet.dtic.mil>
11. **High Cycle Fatigue S & program 2002** Annual Report <http://stimet.dtic.mil>
12. **Klein B.** (2004), Non-Contact Vibration measurements Turbocharges Turbine and Compressor Blades, *Proceedings of 1<sup>st</sup> EVI-GTI International Conference on Gas Turbine Instrumentation*, Barcelona.

13. **Kotowski A., Lindstedt P.** (2007), The using of signals of impulse acoustic response in test of rotor blades in stationary conditions, *The International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery ISCORMA 4*, Calgary Alberta Canada.
14. **Kurowski W.** (1994), *Podstawy teoretyczne komputerowego miernictwa systemów mechanicznych*, Wyd. Politechniki Białostockiej, Białystok.
15. **Lindstedt P.** (2002), *Praktyczna diagnostyka maszyn i jej teoretyczne podstaw*, Wyd. Naukowe ASKON, Warszawa.
16. **Lindstedt P., Grądzki R.** (2010), Parametrical models of working rotor machine blade diagnostics with its unmeasurable environment elimination, *Acta Mechanica et Automatica*, 56÷63, Białystok.
17. **Lindstedt P., Kotowski A.** (2004), Basic for innovations in vibroacoustic diagnostics of transport machines rotor blades, *The Archives of Transport*, Vd XVI. No 4.
18. **Lindstedt P., Rokicki E., Borowczyk H., Majewski P.** (2009), Application of the correlation function and Fourier transformation to evaluation of technical condition demonstrated by blade of a rotor machine during the operation process, *Journal of KONES Powertrain and transport*, Vol 16 No 2, Warsaw.
19. **Lindstedt P., Rokicki E., Borowczyk H., Majewski P.** (2009), Rotor blades condition monitoring method based on the elimination of the environment signal, *Research Works of AFIT Issue*, 15÷24, Warsaw.
20. **Niederliński A.** (1985), *Systemy komputerowe automatyki przemysłowej T2 Zastosowania*, WNT, Warszawa.
21. **Roberts J. P.** (2007), Comparison of Tip Timing with strain Gages for rotor blade vibration measurement, *Proceedings of lecture series on Tip Timing and Tip Clearance Problems in Turbomachines von Belgium*.
22. **Skubaczewskij G. S.** (1974), *Авиационные газотурбинные двигатели Maszynostrojenije*, Moskwa.
23. **Szabatın J.** (2000), *Podstawy teorii sygnałów*, WKŁ Warszawa.
24. **Szczepanik R., Przysowa R.** (2004), *Wykonanie badań i pomiarów drgań łopatek metodą bezstykową w odwirowni ALSTOM Power w Elblągu*, Sprawozdanie ITWL nr 36/3/2004 Warszawa.
25. **Szczepanik R.** (1999), *Ocena propagacji pęknięć zmęczeniowych w wirujących łopatkach sprężarki turbinowego silnika lotniczego*, Książka Problemy Badań i Eksploatacji Techniki Lotniczej T4, Wyd. ITWL, Warszawa.
26. **Zieliński M., Ziller G.** (2005), Non-contact Blade Vibration Measurement system for aero engine application, *17<sup>th</sup> International Symposium on Airbreathing Engines*, September 4-9 2005 Munich Germany Paper No ISABE – 2005-1220.

#### CHANGES THE ENVIRONMENT REPRESENTED BY ROTATING SPEED FOR MODELS PARAMETERS IN DIAGNOSE WORKING TURBOMACHINE BLADE WITH ELIMINATION OF ITS DISTRIBUTED ENVIRONMENT

**Abstract:** This paper presents how changing the environment affects changes for models parameters  $A_{T12,T01}^2$  and  $\varphi_{T12,T01}$  which are used in new method of monitoring technical condition of turbomachine blades during their operation. This method utilizes special diagnostic models such as a quotient of amplitude amplification and a phase shift of a diagnostic signal  $y(t)$  which is a result of blade operation as well as a signal  $x(t)$  of blade environment while a blade tip approaches a sensor ( $A_{T01}^2$ ), amplitude amplification and phase shift ( $\varphi_{T12} - \varphi_{T01}$ ) of these signals while the blade tip moves away from the sensor ( $A_{T12}^2$ ). The adopted diagnostic models indirectly take into account the existing environment of a blade, represented by the signal  $x(t)$ , without the need to measure it. Therefore, these methods are not so sensitive to the changes in environment, and practically very sensitive only for changes in technical condition of blades. The suggested method may prove very important role in diagnostics of rotor blades during turbomachines operation (compressors, turbines etc.).

Prace wykonano w ramach realizacji prac własnych: Paweł Lindstedt nr W/WM/4/2009, Rafał Grądzki nr W/WM/10/2011 na Wydziale Mechanicznym Politechniki Białostockiej.

# ANALIZA MODALNA I HARMONICZNA MODELU ZESPOŁU ELEKTROWIBRATORA PRZY RÓŻNEJ KONFIGURACJI CIĘŻARÓW

Jerzy MADEJ\*, Marek SITEK\*\*

\*Katedra Podstaw Budowy Maszyn, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki,  
Akademia Techniczno-Humanistyczna, ul. Willowa 2, 43-300 Bielsko-Biała

\*\*Dział Konstrukcyjny Fabryki Maszyn Elektrycznych INDUKTA S.A., ul. M. Grażyńskiego 22, 43-300 Bielsko-Biała

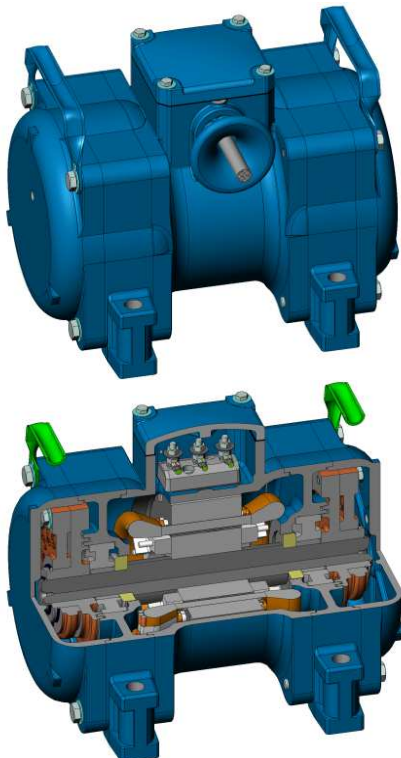
[juma@ath.bielsko.pl](mailto:juma@ath.bielsko.pl), [marek.sitek@cantonigroup.com](mailto:marek.sitek@cantonigroup.com)

**Streszczenie:** W niniejszym opracowaniu przedstawiono analizę częstotliwości drgań własnych i analizę harmoniczną zespołu wirnika wibratora elektrycznego. Otrzymane wyniki posłużą do optymalizacji poszczególnych elementów elektrowibratora, a w szczególności kształtu ciężarków oraz łap elektrowibratora, które często ulegają uszkodzeniu podczas pracy całego urządzenia. Znajomość maksymalnych wartości przemieszczeń ciężarków pozwoli z kolei na optymalizację kształtu osłony elektrowibratora.

## 1. WPROWADZENIE

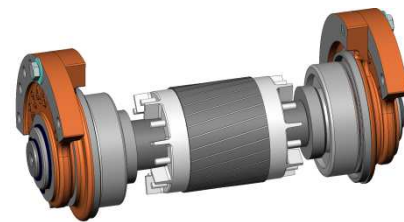
Elektrowibrator stanowi silnik indukcyjny klatkowy trójfazowy. Na czopach końcowych wału silnika zamocowane są mimośrodowo niewyważone masy. W czasie pracy elektrowibratora wirujące masy wywołują drgania całego wibratora. Drgający elektrowibrator wprawia z kolei w drgania elementy, do których jest zamocowany.

Na Rys. 1 przedstawiono poglądowy widok oraz przekrój typowego elektrowibratora.



Rys. 1. Poglądowy widok i przekrój elektrowibratora

Rys. 2 przedstawia widok zespołu wirnika wraz z zamocowanymi na wale ciężarkami.

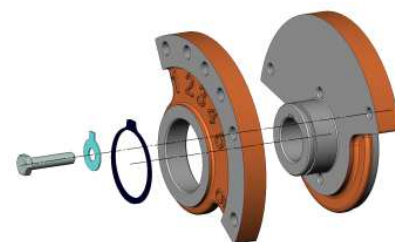


Rys. 2. Widok zespołu wirnika wraz z ciężarkami

Elektrowibratory przeznaczone są do napędu urządzeń wibracyjnych służących do zagęszczania mieszanki betonowej, opróżniania silosów z materiałów sypkich, napędu przenośników wibracyjnych, zagęszczania mas formierskich.

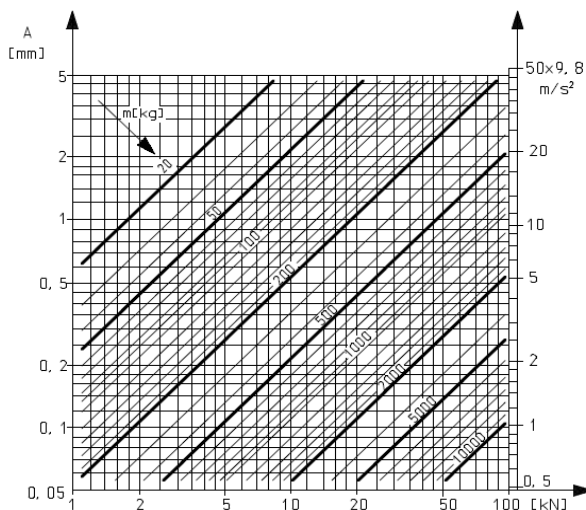
Istotną zaletą nowoczesnych konstrukcji elektrowibratorów jest możliwość skokowej regulacji siły wymuszającej. Uzyskuje się to poprzez obrót ciężarków ruchomych względem ciężarków stałych. Z reguły producent elektrowibratorów wykonuje ciężarki z możliwością sześciu takich konfiguracji (FME INDUKTA, 2008).

Na Rys. 3 przedstawiono ideę skokowej regulacji siły wymuszającej przy pomocy ciężarków stałych i ruchomych.



Rys. 3. Idea skokowej zmiany siły wymuszającej przy pomocy odpowiednich konfiguracji ciężarków

W przypadku urządzeń wibracyjnych o zwartej konstrukcji odpowiednią nastawę ciężarków elektrowibratora dobiera się w oparciu o przygotowany przez producenta wykres przedstawiony na Rys. 4. Zakładając wymaganą amplitudę drgań lub przyspieszenia, dla znanej masy urządzenia drgającego znajduje się siłę, a następnie odpowiadającą jej konfigurację ciężarów (FME INDUKTA, 2008).



Rys. 4. Wykres doboru odpowiedniej konfiguracji ciężarów elektrowibratora

## 2. ANALIZA MODALNA

Jednym ze sposobów opisu i analizy stanu dynamicznego maszyn oraz złożonych układów nieliniowych jest analiza modalna. W wyniku przeprowadzonej analizy modalnej otrzymuje się tzw. „model modalny”, który stanowi uporządkowany zbiór częstotliwości własnych, odpowiadających im współczynników tłumienia oraz postaci drgań własnych. Na podstawie znajomości modelu modalnego można przewidzieć reakcje obiektu na dowolne zaburzenie, zarówno w dziedzinie czasu, jak i częstotliwości (Żółtkowski, 2002).

Znajomość częstotliwości drgań własnych układu jest bardzo istotna z punktu widzenia wytrzymałości całego urządzenia, gdyż wprowadzenie w rezonans układu ma poważne skutki (zwiększone reakcje w łożyskach oraz zwiększone naprężenia w łapach, za pomocą których elektrowibrator przykręcony jest do całego układu wibracyjnego (Podhajecki i inni, 2009; Podhajecki i Szymaniec, 2010).

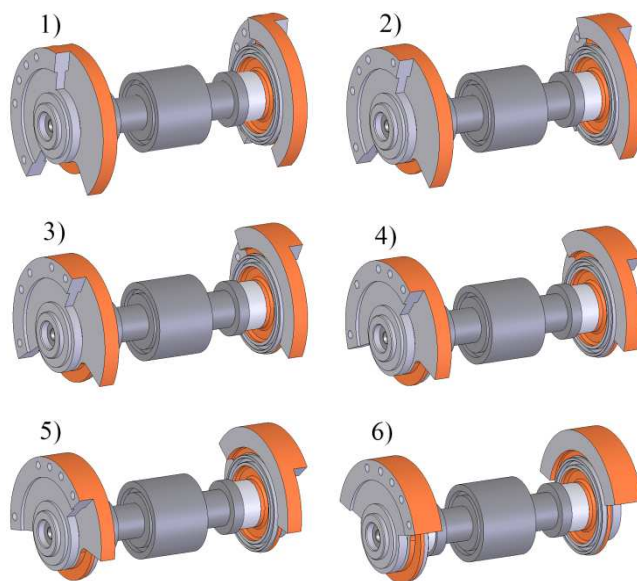
Obserwując postacie drgań własnych układu, wyznaczone w wyniku analizy modalnej, obserwuje się „słabe” obszary konstrukcji, objawiające się dużą podatnością dynamiczną, którą można obniżyć poprzez zmianę parametrów układu.

### 2.1. Przygotowanie modelu 3D do analizy

Modele zespołów 3D wykonane zostały w programie Solid Edge v20 zaś analizę częstości drgań własnych i analizę harmoniczną zespołu wirnika wibratora elektrycznego

przeprowadzono w programie FEMAP v10. Poszczególne elementy zespołu wirnika zostały uproszczone tak, aby skrócić czas obliczeń i zmniejszyć rozmiar generowanych przez program plików. Wyeliminowano liczne zaokrąglenia na ciężarach i podcięcia na wale, nieistotne z punktu widzenia przeprowadzanej analizy.

Pakiet blach wirnika oraz wał zostały zamodelowane w formie jednej bryły obrotowej. Elementy te wykonane są ze stali. Ciężary wykonane z żeliwa i również zamodelowane zostały w formie jednej bryły. Do analizy przyjęto sześć różnych konfiguracji (nastaw) ciężarów, które na Rys. 5 oznaczono numerami od 1 do 6. Ciężarki stałe i ruchome łączono ze sobą zgodnie ze schematem pokazanym na Rys. 3.



Rys. 5. Uproszczone modele zestawu wirnika we wszystkich sześciu konfiguracjach

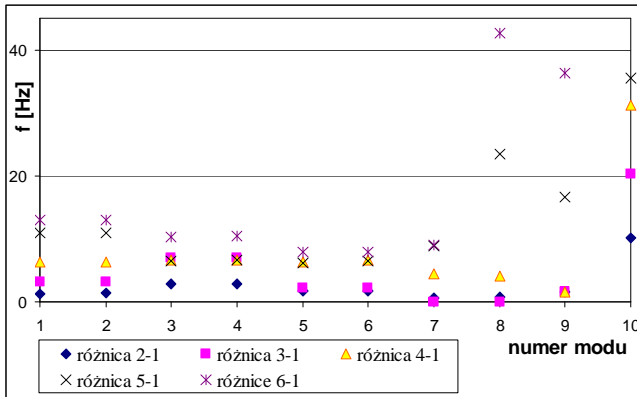
Tab. 1. Zestawienie dziesięciu pierwszych częstotliwości własnych zespołu wirnika dla sześciu konfiguracji ciężarów

Konfiguracje	Częstotliwości własne				
	1	2	3	4	5
1	55,99	56,03	61,94	62,01	67,37
2	57,30	57,40	64,79	64,89	69,15
3	59,18	59,19	68,89	69,02	69,62
4	62,29	62,35	68,65	68,66	73,64
5	66,85	66,95	68,46	68,67	73,55
6	69,97	68,98	72,25	72,53	75,22
Konfiguracje	Częstotliwości własne				
	6	7	8	9	10
1	67,41	74,16	74,56	81,52	81,63
2	69,19	74,81	75,28	83,16	91,77
3	69,67	74,09	74,52	83,11	101,93
4	74,02	78,63	78,72	83,07	112,89
5	73,94	83,06	98,06	98,16	117,18
6	75,40	83,20	117,22	117,74	149,48

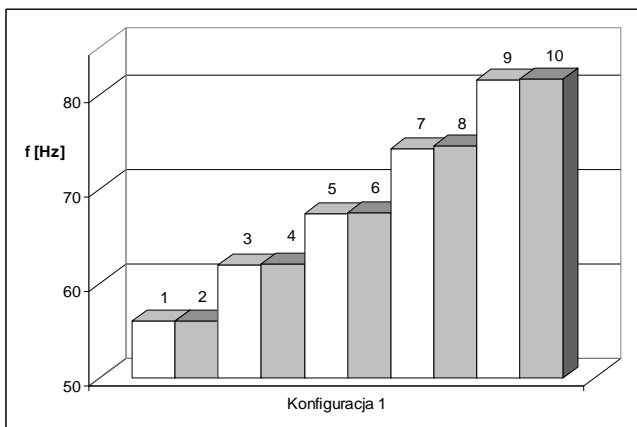
W konfiguracji 1 niewyważenie układu jest najmniejsze, zaś ciężarki zestawione w konfigurację 6 tworzą naj-

większe niewyważenie. Tak przygotowane modele geometryczne poddane zostały analizie modalnej w programie FEMAP. Wyznaczone zostało dziesięć pierwszych częstotliwości drgań własnych zespołu wirnika dla wszystkich sześciu konfiguracji ciężarów. Otrzymane wyniki zestawiono w Tab. 1.

Na Rys. 6 przedstawiono różnice częstotliwości drgań własnych dla poszczególnych konfiguracji ciężarów odniesione do częstotliwości otrzymanych dla konfiguracji 1.



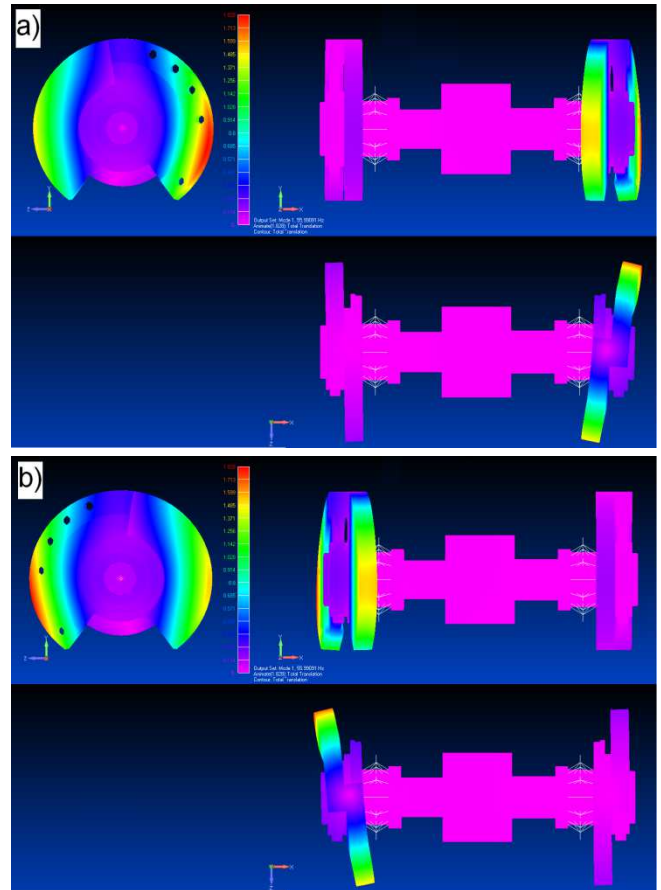
Rys. 6. Wykres różnic częstotliwości drgań własnych odniesionych do częstotliwości otrzymanych dla konfiguracji 1



Rys. 7. Zestawienie częstości własnych zestawu wirnika dla pierwszej konfiguracji ciężarków

Wyniki przedstawione w Tab. 1 pokazują symetryczną postać drgań układu. Porównując przykładowo pierwszą i drugą częstotliwość drgań własnych dla konfiguracji 1 można stwierdzić, iż są one prawie identyczne. Dotyczy to również kolejnych modów w odpowiednich konfiguracjach. Pokazane jest to na Rys. 7, na którym zestawiono ze sobą częstości drgań własnych zestawu wirnika dla pierwszej konfiguracji ciężarów oraz na Rys. 8, na którym pokazane są postaci pierwszej i drugiej częstotliwości drgań własnych układu również dla pierwszej konfiguracji ciężarków.

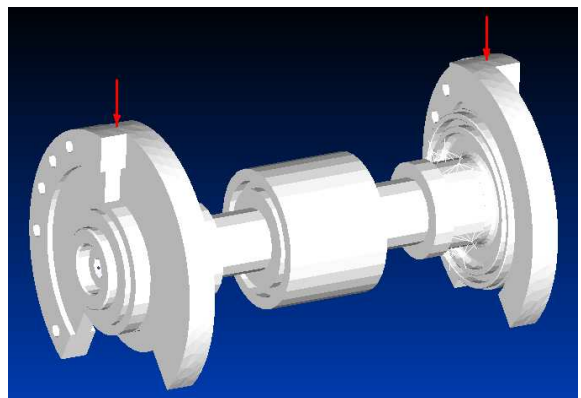
Dla wyższych modów (7 - 10) przy konfiguracji ciężarków 5 i 6, gdzie niewyważenie układu jest największe, odpowiednie częstotliwości nie są już sobie równe.



Rys. 8. Widok a – pierwszej, b – drugiej postaci drgań własnych zestawu wirnika dla pierwszej konfiguracji ciężarków

### 3. ANALIZA HARMONICZNA

W wyniku przeprowadzonej analizy modalnej wyznaczono częstotliwości drgań własnych układu. Aby wyznaczyć wartości przemieszczeń poszczególnych punktów modelu dla drgań o określonych częstotliwościach konieczne jest przeprowadzenie analizy harmonicznego, w wyniku której uzyskuje się wartości przemieszczeń dla określonych częstotliwości drgań wywołanych impulsem wymuszającym. Jako impuls wymuszający zastosowano obciążenia w postaci dwóch sił przyłożonych jak na Rys. 9.



Rys. 9. Sposób rozmieszczenia wymuszającego obciążenia impulsowego

Analiza przemieszczeń prowadzi do spostrzeżenia, że maksymalne przemieszczenia układu występują w kierunku osi X. W kierunkach Y i Z przemieszczenia są znacznie mniejsze. Maksymalne wartości przemieszczeń w kierunku osi X występują dla konfiguracji 4. Największe przemieszczenia w kierunku osi Y występują dla konfiguracji 5 a w kierunku osi Z dla konfiguracji 3. Wszystkie składowe przemieszczeń osiągają wartości maksymalne przy tej samej częstotliwości drgań około 70 Hz.

#### 4. WNIOSKI

W wyniku przeprowadzonej analizy modalnej i harmonicznej wyznaczono częstotliwości i postaci drgań własnych układu oraz wartości przemieszczeń dla określonych częstotliwości drgań uzyskanych w wyniku impulsowego wzbudzenia. Na podstawie otrzymanych wyników stwierdzono, że im większe niewyważenie układu, tym wyższe są odpowiadające mu częstotliwości drgań własnych w poszczególnych konfiguracjach. Porównując skrajne konfiguracje układu (pierwszą i szóstą) różnica pierwszej częstotliwości drgań własnych wynosi 14 Hz. Stanowi to 25% wartości pierwszej częstotliwości drgań pierwszej konfiguracji. Dla wyższych częstotliwości drgań własnych różnica ta jest jeszcze większa i dla dziesiątej częstotliwości własnej wzrost ten wynosi 83%. Istotnym dla pracy układu zakresem częstotliwości drgań wydaje się być zakres z przedziału 60-70 Hz, przy którym wystąpią maksymalne składowe przemieszczeń.

#### LITERATURA

1. **FME INDUKTA**, *Karta katalogowa elektrowibratorów* (2008)
2. **Podhajecki J., Młot A., Korkosz M.** (2009), Analiza drgań stojana BLDC pochodzenia magnetycznego, *Zeszyty Problematyczne – Maszyny Elektryczne*, No 84, 191-196.
3. **Podhajecki J., Szymaniec S.** (2010), Drgania własne stojana silnika indukcyjnego, *Napędy i sterowanie*, No 6, 32-38.
4. **Żótkowski B.** (2002), *Badania dynamiki maszyn*, Wydawnictwo Markar, Bydgosz.

#### MODAL AND FREQUENCY ANALYSIS KIT ELECTROVIBRATOR FOR DIFFERENT CONFIGURATION OF ACTIVATORS

**Abstract:** This paper presents modal analysis and frequency analysis rotor kit of three-phase induction rotating electrovibrator. The received solutions will be use for optimization parts of electrovibrator, especially shape activators and foots of electrovibrator, it's often brake down. The knowledge about maximum translation of activators will be helpful for optimization of iron activator cover.

# ANALIZA WYTRZYMAŁOŚCIOWA GENERATORA DLA TŁUMIKA MAGNETOREOLOGICZNEGO W SAMOZASILAJĄCYM SIĘ UKŁADZIE REDUKCJI DRGAŃ

Krzysztof MICHALCZYK\*, Bogdan SAPIŃSKI\*\*, Zbigniew SZYDŁO\*

\*Katedra Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki,  
Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

\*\*Katedra Automatykacji Procesów, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki,  
Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

[kmichal@agh.edu.pl](mailto:kmichal@agh.edu.pl), [deep@agh.edu.pl](mailto:deep@agh.edu.pl), [zsydlo@agh.edu.pl](mailto:zsydlo@agh.edu.pl)

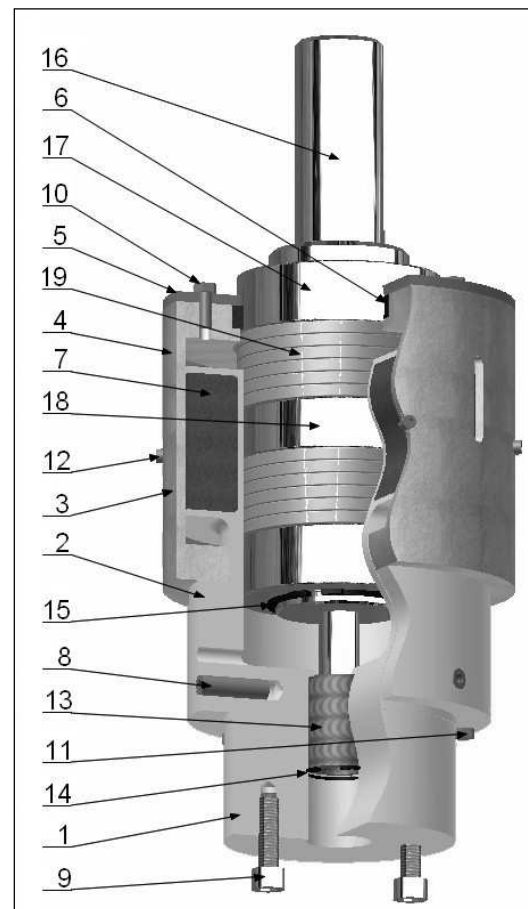
**Streszczenie:** W pracy przedstawiono analizę wyteżenia generatora elektromagnetycznego zasilającego liniowy tłumik magnetoreologiczny (MR). Generator ten współpracuje z tłumikiem MR w układzie równoległym. Elementem generatora, który podlega największym obciążeniom jest jego korpus, gdyż jest on związany ze źródłem drgań. W pracy zaprezentowano wyniki symulacji numerycznych oraz obliczeń wskazujących miejsca najbardziej wyteżone. Podano również wskazówki pozwalające na obniżenie poziomu naprężeń w miejscach ich koncentracji.

## 1. CEL I ZAKRES PRACY

Celem głównym pracy jest analiza stanu wyteżenia generatora zasilającego tłumik MR w samozasilającym się układzie redukcji drgań (Wang i in., 2009, Sapiński 2011). Generator pracuje z tłumikiem MR w układzie równoległym. Budowę generatora przedstawiono na Rys. 1 (Sapiński, 2010), a zestawienie elementów konstrukcji zamieszczono w Tab. 1. Obudowa generatora jest związana ze źródłem drgań, natomiast trzpień jest mocowany po stronie wibroizolowanej. Układ ten może mieć usytuowanie zarówno pionowe jak i poziome. W pierwszym przypadku obciążenia wynikające z pracy układu przy zadanych parametrach drgań przyjmują wartości skrajne, co wynika z sumowania się lub różnicy przyspieszeń wywołanych drganiami i przyspieszenia ziemskiego. W przypadku usytuowania poziomego, obciążenia przyjmują wartości pośrednie, dlatego też tego usytuowania nie rozważano w pracy. Wymuszenia generowane przez wzbudnik w trakcie badań układu redukcji drgań, mają charakter sinusoidalnie zmienny oraz ustalone graniczne wartości amplitud i częstotliwości. Obciążenia działające na zespół trzpienia ze względu na związanie go z obiektem wibroizolowanym są znacznie niższe niż te, które działają na obudowę generatora związanego ze wzbudnikiem drgań. Dla trzpienia maksymalne przyspieszenie wynikające z drgań nie przekracza  $8\text{m/s}^2$ , a w przypadku obudowy przyspieszenie to może osiągać wartość prawie siedmiokrotnie większą. Czynniki te sprawiły, że w analizie wyteżenia generatora pominięto zespół trzpienia magnetycznego. Oddziaływania magnetyczne pomiędzy obudową i trzpieniem powodują wysoką niestabilność współosiowości tych elementów, czemu przeciwdziała pierścień prowadzący (element 6 na Rys. 1) oraz łożysko liniowe rdzenia (element 13 na Rys. 1).

Oddziaływania te oraz wywołane nimi zużycie ścierne współpracujących elementów pominięto. Celem dodatkowym opracowania jest sformułowanie – na podstawie prze-

prowadzonych analiz – zaleceń konstrukcyjnych, pomocnych przy projektowaniu generatorów ze względu na ich wytrzymałość.



Rys. 1. Budowa generatora zasilającego tłumik MR

**Tab. 1.** Elementy konstrukcji generatora

Lp	Nazwa	Ilość szt.	Materiał	Gęstość [kg/m <sup>3</sup> ]	Masa [kg]	R <sub>e</sub> [MPa]	E [MPa]	Liczba Poissona
1.	Korpus	1	PA 6G	1150	0,631	70	3000	0,4
2.	Tuleja pośrednia	1	PA 6G	1150	0,247	70	3000	0,4
3.	Pokrywa dolna	1	S235	7860	1,422	235	205000	0,3
4.	Pokrywa górna	1	S235	7860	1,500	235	205000	0,3
5.	Oprawa pierścienia prowadzącego	1	S235	7860	0,294	235	205000	0,3
6.	Pierścień prowadzący	1	PTFE	2160	0,024	-	-	-
7.	Uzwojenie cewki indukcyjnej	1	Cu/PE	6113	2,117	-	-	-
8.	Kołek walcowy z gwintem wewnętrznym 8u7×28 ISO8735A	3	C45	7860	0,010	410	205000	0,3
9.	Śruba M8 × 28 - 5.8-B PN/M-82302	2	-	7860	0,017	400	205000	0,3
10.	Śruba M5 × 14 - 5.8-B PN/M-82101	3	-	7860	0,004	400	205000	0,3
11.	Śruba M5 × 65 - 5.8-B PN/M-82101	3	-	7860	0,012	400	205000	0,3
12.	Śruba M3 × 5 - 6.6-B PN/M-82302	6	-	7860	0,001	400	205000	0,3
13.	Łożysko liniowe trzpienia	1	-	-	-	-	-	-
14.	Pierścień osadczy sprężynujący W26	1	65G	7860	-	-	-	-
15.	Pierścień osadczy sprężynujący Z50	1	65G	7860	-	-	-	-
16.	Trzpień	1	Al-Cu4MgSi(A)	2790	1,041	145	72500	0,33
17.	Pierścień dystansowy 80 × 50 × 24	2	-	-	-	-	-	-
18.	Pierścień dystansowy 80 × 50 × 20	1	-	-	-	-	-	-
19.	Magnesy neodymowo-borowe	12	-	-	-	-	-	-

## 2. ZAŁOŻENIA DO OBLICZEŃ

Model generatora przyjęty do obliczeń i analiz uwzględnia następujące założenia:

- Obciążenie obudowy generatora jest wynikiem tylko i wyłącznie sił masowych wynikających z jej ruchu posuwisto-zwrotnego, grawitacji oraz więzów wynikających z przymocowania go do pozostałych elementów stanowiska doświadczalnego. Kierunek działania tych sił jest zgodny z kierunkiem osi obudowy.
- Pomija się masę łożyska wzdłużnego, prowadzącego czop swobodny trzpienia oraz masę pierścienia osadczego sprężynującego, ustalającego to łożysko w obudowie generatora.
- Pomija się siły wynikające z oddziaływania trzpienia na cewkę indukcyjną będącą częścią obudowy generatora.
- Pomija się siłę tarcia występującą pomiędzy teflonowym pierścieniem prowadzącym trzpień w obudowie generatora a pierścieniem dystansowym. Luz średnicowy występujący pomiędzy trzpieniem a otworem pierścienia teflonowego wynosi 0,6 mm.
- Przyjmuje się, że obudowa generatora usytuowana jest pionowo tak, że trzpień wsunięty jest w nią od góry.
- Przyspieszenie działające na obudowę generatora wynika z założenia że:
  - ruch obudowy generatora jest sinusoidalny;
  - częstotliwość drgań  $f$  zmienia się w zakresie (2, 20) Hz;
  - maksymalna amplituda drgań wynosi  $A_{max}=3,5$  mm.
- W wyniku przyjęcia tych założeń obliczono maksymalne przyspieszenia działające na obudowę generatora:
  - gdy przyspieszenie wynikające z ruchu i przyspieszenie ziemskie odejmują się – wariant obciążenia I:

$$a_{maxI}=A_{max} \cdot \omega^2 - g = 0,0035 \cdot (20 \cdot 2\pi)^2 - 9,81 = 45,46 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

- gdy przyspieszenie wynikające z ruchu sumuje się z przyspieszeniem ziemskim – wariant obciążenia II:

$$a_{maxII}=A_{max} \cdot \omega^2 + g = 0,0035 \cdot (20 \cdot 2\pi)^2 + 9,81 = 65,08 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

Masa wszystkich części, wchodzących w skład obudowy generatora, z pominięciem łożyska liniowego oraz pierścienia osadczego sprężynującego (elementy 13 i 14 w Tab. 1) wynosi 6,317 kg.

W skład analizowanej części obudowy generatora wchodzi elementy wyszczególnione w Tab.1 (elementy 1–12).

## 3. ŚRODOWISKO SYMULACJI NUMERYCZNYCH

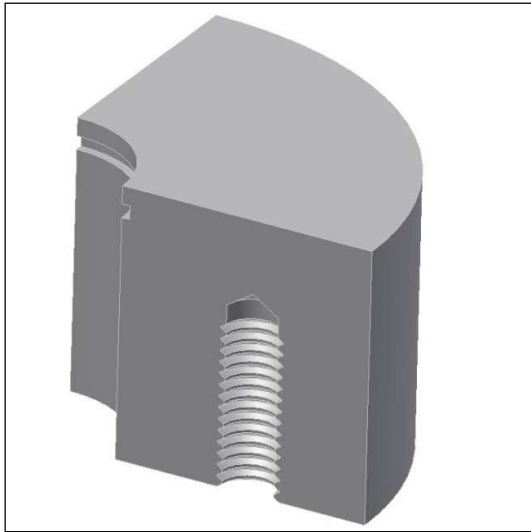
Analizy numeryczne przeprowadzono przy użyciu pakietu ANSYS w module WorkBench. Moduł ten w zależności od wybranego przez użytkownika typu analizy, dobiera odpowiedni rodzaj elementu skończonego. Użytkownik może użyć elementów tetragonalnych lub heksagonalnych i wybrać siatkę swobodną lub uporządkowaną. Posiada on również narzędzia do kontroli wielkości elementów, miejscowego zagęszczenia siatki, kontroli par kontaktowych i narzędzie do kontroli zbieżności rozwiązania (ANSYS, 2009).

## 4. ANALIZA POŁĄCZENIA GWINTOWEGO POMIĘDZY KORPUSEM A PODSTAWĄ

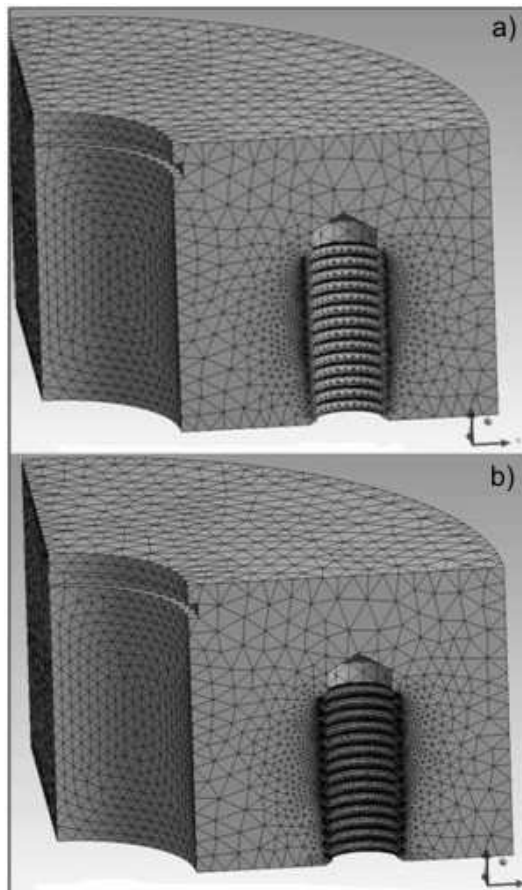
Korpus obudowy (element 8 na Rys. 1), wykonany z poliamidu PA6G przykręcony jest do podstawy związanej ze źródłem drgań za pomocą dwóch śrub M8×28–5.8. Spośród wszystkich połączeń występujących w złożeniu obudowy korpusu, właśnie to połączenie przenosi największe



obciążenia związane z siłami masowymi. W dostępnej literaturze brak jest szczegółowych informacji dotyczących nośności połączeń gwintowych, wykonanych z użyciem tworzyw sztucznych.



Rys. 2. Model korpusu dla analizy połączenia gwintowego M8



Rys. 3. Dwa warianty siatki, o różnym stopniu zagęszczenia elementów na gwincie: a) model o pierwotnej siatce elementów: 79 504 elementy; b) model o zagęszczonej siatce elementów: 251 117 elementów

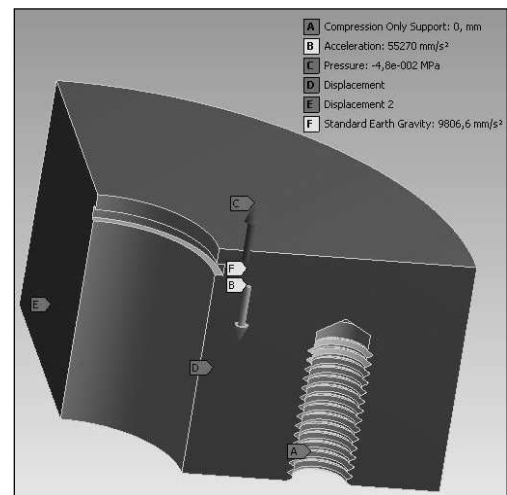
Aby zachować możliwie krótki czas obliczeń, analizie poddano tylko tę część korpusu, w której znajdują się dwa

otwory gwintowane M8×20. Analizowaną część korpusu przedstawiono na Rys. 2. Przyjęto, że wysokość analizowanej części wynosi 30 mm, a głębokość wkręcenia śruby w korpus 15 mm. Ze względu na symetrię analizowanego elementu, obliczenia przeprowadzono jedynie dla ¼ jego modelu. Zmniejsza to czas obliczeń i pozwala na dokładniejszą analizę (Morris, 2008). Zarys gwintu wewnętrznego w korpusie posiada geometrię zgodną z PN/M-02013, przy czym zachowując skok gwintu zgodny z normą ( $h=1,25$  mm) założono dla uproszczenia, że kąt wzniosu linii śrubowej jest równy zeru. W rzeczywistości kąt ten wynosi  $3,168^\circ$ , co sprawia, że przyjęte założenie nie ma praktycznie wpływu na dokładność analizy naprężeń.

Przeprowadzono wytrzymałościowe analizy statyczne przy różnym stopniu zagęszczenia siatki. W opracowaniu zamieszczono tylko wyniki z ostatnich analiz, przy których różnica w uzyskanych wartościach maksymalnych naprężeń głównych nie przekroczyła 1%. Na Rys. 3a, b przedstawiono oba warianty siatki.

#### 4.1. Modelowanie więzów i obciążeń

Analizowane połączenie gwintowe jest obciążone jedynie wtedy, gdy przyspieszenie wynikające z drgań obudowy „odrywa” ją od podstawy, do której jest przykręcona śrubami M8×28. Jest to wariant obciążenia I. W sytuacji gdy obudowa, w wyniku działającego na nią przyspieszenia, jest dociskana do podstawy, obciążenie od sił masowych w miejscu połączenia przenoszone jest przez powierzchnię czołową korpusu obudowy, stykającą się z podstawą. Ze względu na znikome wartości nacisków wówczas występujących, tego przypadku nie brano pod uwagę.



Rys. 4. Obciążenia i więzy modelu połączenia gwintowego śrub M8×20 z korpusem

Na Rys. 4 przedstawiono więzy oraz obciążenia, którym poddano analizowane połączenie. Gwint śruby wkręconej na długość 12 zwojów (na 14 zwojów gwintu w otworze), zamodelowano w postaci sztywnych podpór. Założenie to jest słuszne, gdyż moduł sprężystości wzdłużnej dla stali jest około 70 razy wyższy niż dla poliamidu PA6G. To obciążenie oznaczono na Rys. 4 literą A. Obciążenie B jest konsekwencją drgań. Obciążenie C modeluje siłę ma-

sową pochodzącą od drgań odciętej części obudowy. Masa analizowanej części wynosi 0,199 kg. Siła wynikająca z drgań odciętej części ma wartość:

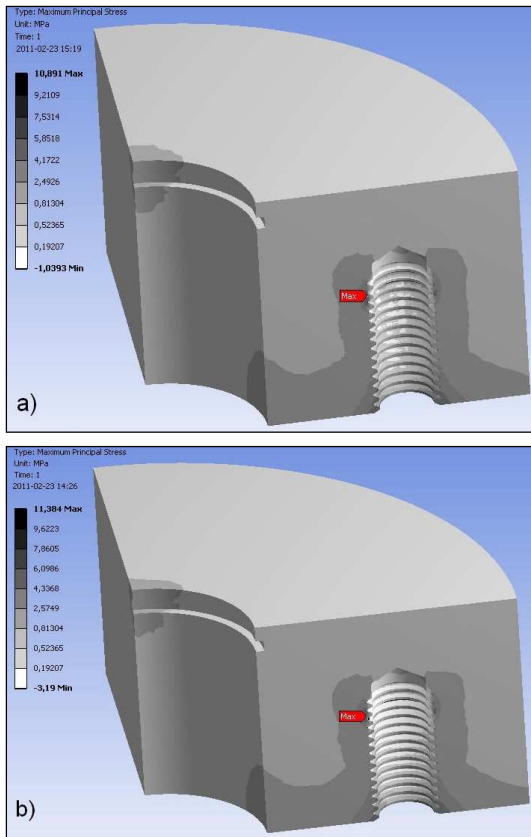
$$Q_{1/4c} = m_{1/4c} \cdot a_{\max I} = \frac{1}{4}(6,317 - 0,199) \cdot 45,46 \approx 70 \text{ N} \quad (3)$$

gdzie:  $m_{1/4c}$  – to ¼ masy pominiętej w analizie części obudowy generatora. Obciążenie C w postaci ujemnego ciśnienia ma zatem wartość:

$$p = \frac{Q_{1/4c}}{A_{1/4}} = \frac{70}{1458} = 0,048 \text{ MPa} \quad (4)$$

Obciążenia D i E to więzy wynikające z wykorzystania symetrii modelu korpusu. Obciążenie F to przyspieszenie ziemskie o wartości  $9,8066 \text{ m/s}^2$ .

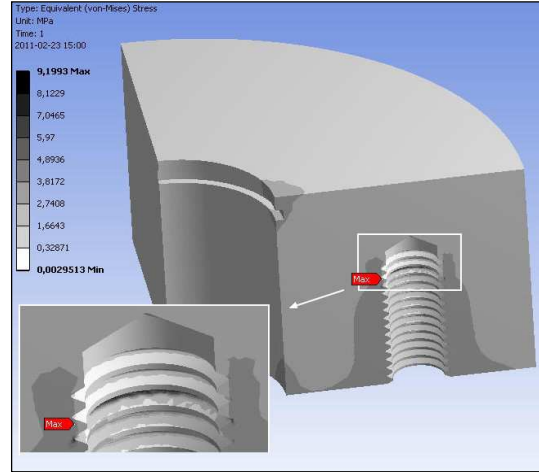
## 4.2. Wyniki symulacji



**Rys. 5b.** Rozkład maksymalnych naprężeń głównych w modelu zbudowanym z: a) 79504 elementów; b) 251117 elementów

Dla obydwu wariantów siatek elementów maksymalne naprężenia główne nie przekroczyły w najbardziej wyężonym miejscu 11,5 MPa. Maksymalne wartości naprężeń wystąpiły na dwunastym zwoju gwintu, licząc od jego początku. Rozkład maksymalnych naprężeń głównych dla siatek a) i b) z Rys. 3 pokazano na wykresach konturowych (Rys. 5). Maksymalne naprężenia główne wyniosły dla wariantu a) 10,9 MPa, a dla wariantu b) 11,4 MPa.

Różnica pomiędzy wartościami maksymalnymi naprężeń głównych dla siatki pierwotnej i ponad trzykrotnie zagęszczonej nie przekroczyła 4,5%. Maksymalne naprężenia zredukowane HMM dla modelu z Rys. 3b wystąpiły w tym samym miejscu a ich wartość nie przekroczyła 9,2 MPa (Rys. 6).



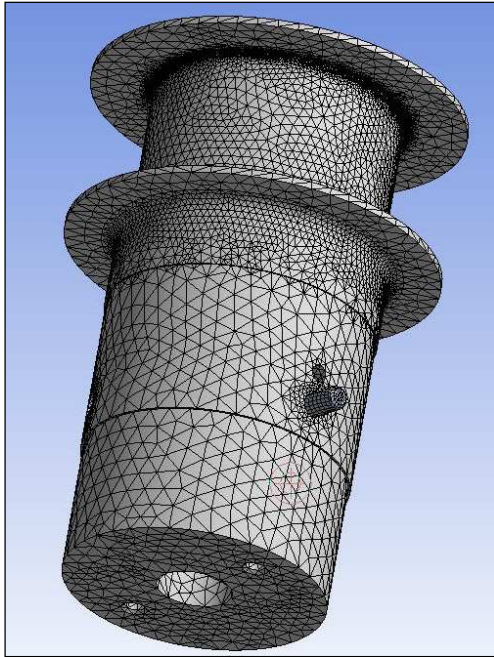
**Rys. 6.** Rozkład naprężeń zredukowanych w modelu zbudowanym z 251117 elementów

Dla Poliamidu PA6G granica plastyczności wynosi około  $75 \text{ MPa}$ , a zatem jak widać z wykresów konturowych na Rys. 5 i 6, zarówno maksymalne wartości naprężeń normalnych jak i maksymalne wartości naprężeń zredukowanych są od niej kilkukrotnie mniejsze. W zadanych warunkach zapewniono bezpieczną pracę analizowanego połączenia.

## 5. ANALIZA NAPRĘŻEŃ I ODKSZTAŁCEŃ KORPUSU GENERATORA POD DZIAŁANIEM SIŁ MASOWYCH

Celem tej analizy było określenie stanu wyężenia korpusu ze szczególnym uwzględnieniem części stanowiącej posadowienie cewki indukcyjnej (element 1 na Rys. 1) oraz połączeń kołkowych kołkami walcowymi  $8u7 \times 28$  (element 8 na Rys. 1). Cewka jest – z punktu widzenia wytrzymałości korpusu – ważnym elementem, ze względu na znaczną masę uzwojenia oraz niewielką (2,5 mm) grubość ścianek karkasu, utrzymujących ją w odpowiednim położeniu, natomiast w połączeniu kołkowym występuje wcisk, poprzez zastosowane pasowania  $\phi 8H8/u7$ .

Ostateczną wersję siatki elementów, modelującą korpus wraz z kołkiem walcowym przedstawiono na Rys. 7. Siatka ta składa się z 252214 elementów. W budowie tej siatki użyto narzędzia *refinement* na poziomie pierwszym dla czternastu powierzchni modelu, w tym powierzchni karkasu, powierzchni zaokrągleń o promieniu 1 mm, oraz powierzchni otworów  $\phi 8H8$ . Ze względu na złożoną geometrię korpusu, do budowy jego modelu użyto siatki elementów tetragonalnych. Korzystając z kołowej symetrii kołka  $8u7$ , do budowy jego modelu użyto siatki z dominującymi elementami heksagonalnymi, o długości elementu wynoszącej 2 mm.



Rys. 7. Siatka elementów modelu złożenia korpusu z kołkami składająca się z 252214 elementów

### 5.1. Modelowanie obciążeń i więzów

W trakcie pracy, na korpus generatora działają następujące więzy i obciążenia:

- więzy połączenia korpusu z podstawą śrubami M8×28;
- siły bezwładności wynikające z masy samego korpusu;
- siły bezwładności uzwojenia nawiniętego na korpus;
- siły bezwładności pochodzące od pozostałych elementów obudowy przymocowanych do korpusu za pomocą kołków walcowych 8u7×28 ISO8735A;
- obciążenia wywołane wciskowym połączeniem kołków 8u7×28 z korpusem.

W tych analizach, otwory gwintowane M8×20 – badane w poprzedniej analizie – zamodelowano w postaci otworów walcowych, w celu zmniejszenia czasochłonności obliczeń. Powierzchnie walcowe otworów utwierdzono, co reprezentuje obciążenie A na Rys. 8.

Ze względu na różne wartości maksymalnych przyspieszeń całkowitych, należy przeanalizować zarówno przypadek, gdy wektor przyspieszenia wynikającego z drgań jest skierowany w dół – wariant obciążenia I, jak i wówczas, gdy jest skierowany w górę – wariant obciążenia II.

Uzwojenie składa się z 260 zwojów taśmy miedzianej z jednostronną izolacją. Grubość taśmy wynosi 0,08 mm przy czym pasek miedziany ma grubość 0,05 mm a pasek izolacji posiada grubość 0,03 mm. Szerokość paska miedzi to 50 mm a szerokość paska izolacji wynosi 54 mm. Przyjęto następujące gęstości: dla miedzi  $\rho_{Cu}=8,940 \text{ g/cm}^3$ , dla izolacji  $\rho_{PE}=1,400 \text{ g/cm}^3$ . Na tej podstawie obliczono średnią gęstość, oraz masę uzwojenia podaną w Tab. 1. Modelując obciążenie wynikające z bezwładności uzwojenia nawiniętego na korpus przyjęto założenie – działające na korzyść bezpieczeństwa obliczeń – że nie występuje sprężenie cienne pomiędzy kolejnymi warstwami uzwojenia. Sytuacja taka może w rzeczywistości mieć miejsce, w przypadku gdy

w wyniku drgań, nastąpi poluzowanie nacisku między kolejnymi nawinięciami uzwojenia. Obciążenie zamodelowano zatem w postaci ciśnienia  $p_u$  na powierzchniach kołnierzy oporowych cewki indukcyjnej. Wartość ciśnienia  $p_u$  (obciążenie F na Rys.7) obliczono z wzoru:

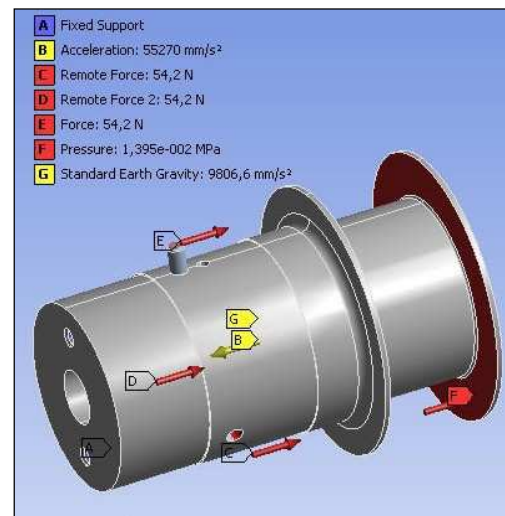
$$p_u = \frac{m_u \cdot (a_{\max I} + a_{\max II})}{\frac{\pi}{4} \cdot (D_z^2 - D_w^2)} = 0,01395 + 0,01998 \text{ MPa} \quad (5)$$

gdzie:  $m_u=2,117 \text{ kg}$  to masa uzwojenia,  $a_{\max I}$  i  $a_{\max II}$  to sumaryczne przyspieszenia obliczone według wzorów (1) i (2).  $D_z=128 \text{ mm}$  i  $D_w=87,2 \text{ mm}$  to kolejno zewnętrzna i wewnętrzna (z uwzględnieniem promienia zaokrąglenia) średnica kołnierza oporowego cewki.

Masa elementów mocowanych do korpusu wraz z mocującymi je kołkami walcowymi wynosi 3,571 kg. Wartości sił dynamicznych przypadających na każde z trzech połączeń kołkowych z kołkami 8u7×28, wynikające z drgań tych elementów oznaczone na Rys. 8 jako C, D, E, obliczono z wzoru:

$$F_k = \frac{m_k \cdot (a_{\max I} + a_{\max II})}{3} = 54,2 + 77,5 \text{ N} \quad (6)$$

Wymienione wyżej obciążenia dla przypadku, gdy ruch korpusu powoduje dociskanie uzwojenia cewki do górnego kołnierza oporowego ilustruje Rys. 8.



Rys. 8. Model obciążeń przy wariacie obciążeń I

Tylko jedno z trzech połączeń wciskowych zamodelowano w sposób odpowiadający rzeczywistemu połączeniu. Pozwoliło to, z jednej strony na pełną analizę zjawisk w tym połączeniu, z drugiej zaś znacząco skróciło czas obliczeń. Siły pochodzące od pominiętej części obudowy zamodelowano jako skupione i przyłożone do końców kołków (oznaczenia C, D, E na Rys. 8), co stanowi uproszczenie działające na korzyść bezpieczeństwa obliczeń.

Połączenie wciskowe pomiędzy korpusem i kołkiem zamodelowano dla przypadku największego możliwego do osiągnięcia wcisku. W rzeczywistości prawdopodobieństwo wystąpienia jednocześnie takich parametrów geometrycznych kołków i otworów jest znikome a średni wcisk

dla założonego pasowania wyniesie 24,5 μm. Dla pasowania  $\phi 8H8/u7$  odchyłki wynoszą: ES=0,022 mm; EI=0 mm; es=0,043 mm; ei=0,028 mm. Średnicę otworu w korpusie zamodelowano zatem jako  $\phi 8,000$  mm natomiast średnicę kołka jako  $\phi 8,043$  mm. Ciśnienie pomiędzy kołkiem a korpusem można w przybliżeniu obliczyć, przyjmując że korpus otaczający kołek jest pierścieniem o nieskończenie dużej średnicy zewnętrznej. Z wzoru:

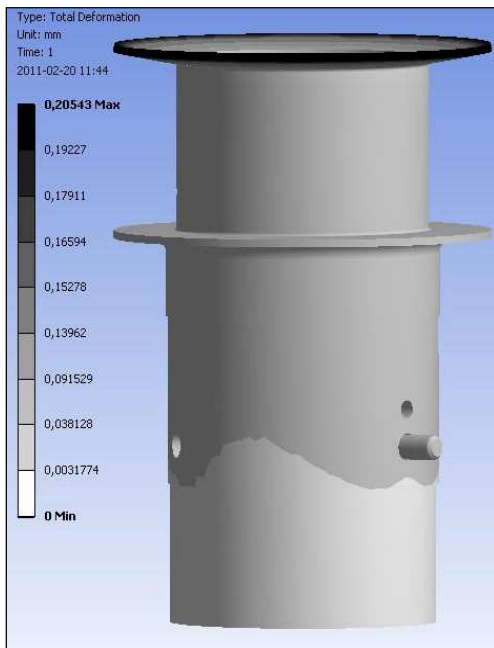
$$p = \frac{w - (R_{z1} + R_{z2})}{d_{nom}} \cdot \left[ \frac{1 + x_1^2}{E_1} - \nu_1 + \frac{1 + x_2^2}{E_2} + \nu_2 \right]^{-1} \quad (7)$$

gdzie:  $w$  – wcisk maksymalny,  $R_{z1}$  i  $R_{z2}$  – chropowatości kołka i korpusu,  $d_{nom}$  – nominalna średnica kołka,  $x_i = d_i/D_i$  dla  $i=1, 2$  to stosunek średnicy wewnętrznej do zewnętrznej odpowiednio kołka i korpusu,  $E$  i  $\nu$  to odpowiednio *moduł Younga* i *liczba Poissona*, obliczono wartość ciśnienia  $p=11,4$  MPa. Naprężenia zredukowane HMM wynikające tylko z wcisku wyniosą na powierzchni otworu korpusu (8):

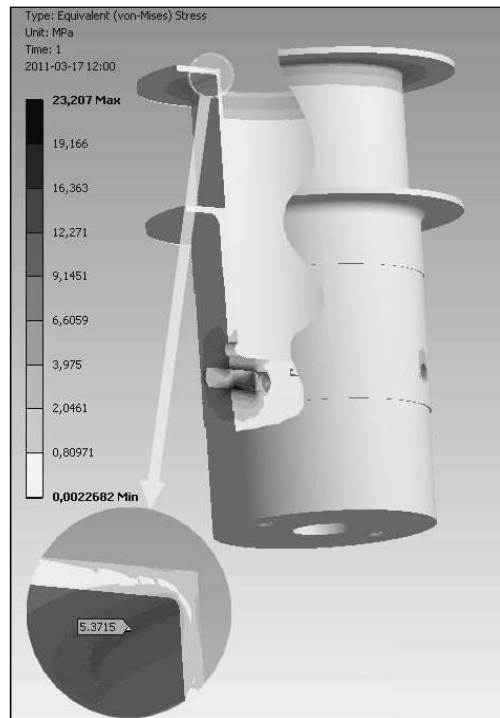
$$\sigma_{HMH} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{r2} - \sigma_{\phi 2})^2 + (\sigma_{\phi 2} - \sigma_{z2})^2 + (\sigma_{z2} - \sigma_{r2})^2} \quad (8)$$

gdzie:  $\sigma_{r2} = -p$ ,  $\sigma_{\phi 2} = p \cdot k_2$ , natomiast  $\sigma_{z2}$  to naprężenia wzdłużne, a ich wartość jest trudna do oszacowania i zależy od współczynnika tarcia i warunków montażu. Pomijając wpływ naprężeń wzdłużnych, wartość naprężeń zredukowanych wyniesie  $\sigma_{HMH}=19,7$  MPa.

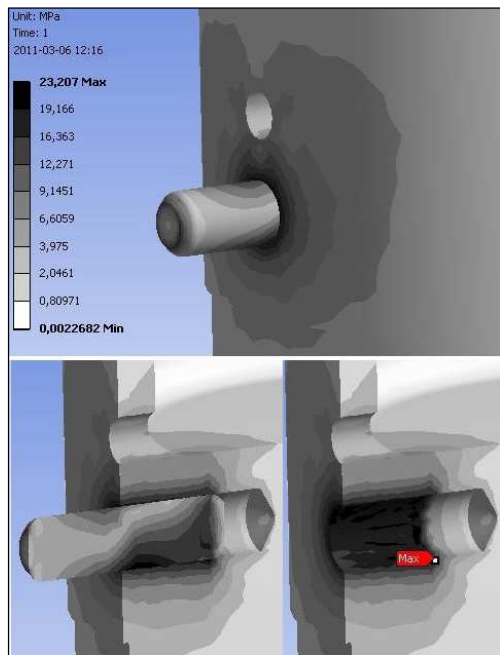
## 5.2. Wyniki symulacji i obliczeń dla wariantu obciążeń I



Rys. 9. Wykres konturowy sumarycznych odkształceń korpusu obudowy generatora (dwudziestokrotne powiększenie)



Rys. 10. Rozkład naprężeń zredukowanych HMM z powiększonym obszarem koncentracji naprężeń górnego kołnierza oporowego uzwojenia cewki



Rys. 11. Rozkład naprężeń zredukowanych HMM z powiększonym obszarem połączenia wciskowego korpusu z kołkiem  $\phi 8H8/u7$

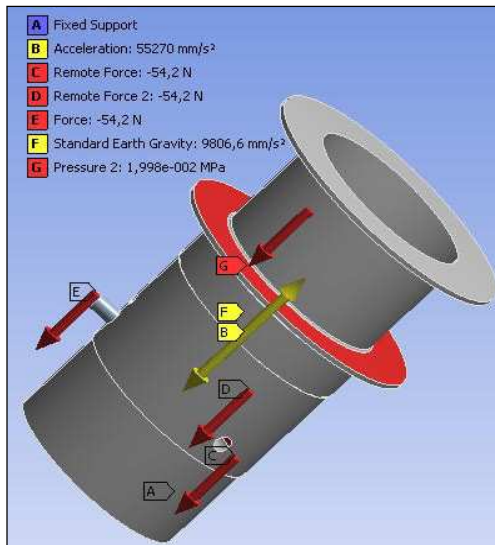
Jak widać na Rys. 9 najbardziej odkształconym elementem korpusu jest górny kołnierz, który na swojej zewnętrznej średnicy ugiął się od położenia pierwotnego o około 0,2 mm. Naprężenia zastępcze w złozeniu korpus – kołek przedstawiono na Rys. 10. Maksymalna wartość naprężeń zastępczych widoczna na wykresie konturowym wynosi około 23,5 MPa. Wartość ta wystąpiła w połączeniu wciskowym

na powierzchni wewnętrznej otworu  $\varnothing 8H8$ . Wartość ta jest zatem bardzo zbliżona do obliczonej według zależności (8). Różnica wynika z dodatkowego działania siły przyłożonej na końcu kołka oraz faktu, że w rzeczywistości korpus nie jest tarczą o nieskończonym promieniu a więc współczynnik geometryczny  $x_2$  będzie większy od zera.

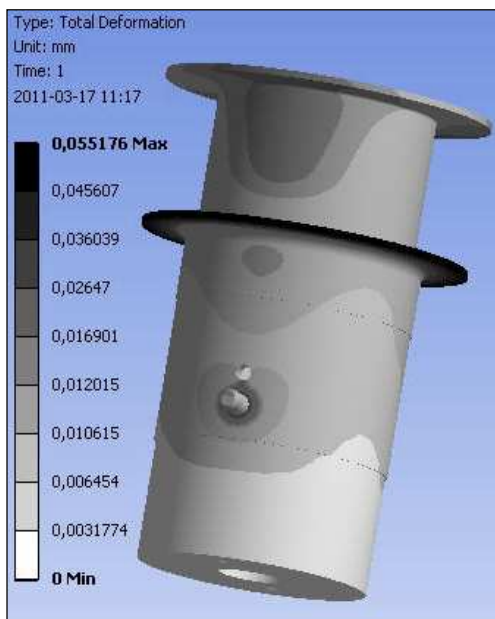
Jak widać na powiększeniu wykresu konturowego, w miejscu koncentracji naprężeń w górnym kołnierzu oporowym, naprężenia zastępcze są tam znacznie niższe, a ich wartość nie przekracza 6 MPa.

### 5.3. Wyniki symulacji i obliczeń dla wariantu obciążeń II

Obciążenia i więzy przedstawiono na Rys. 12.



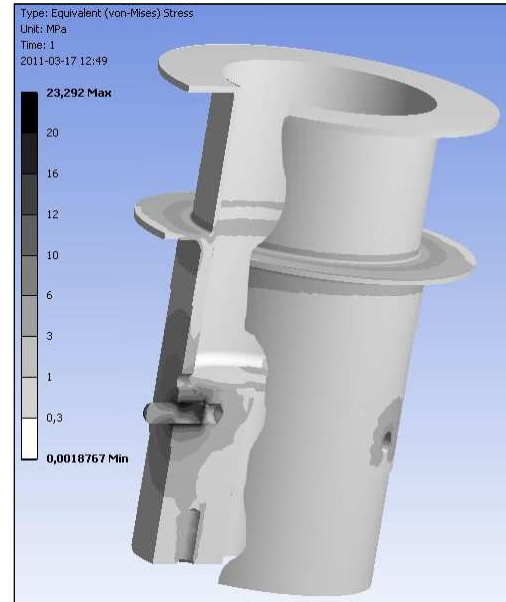
Rys. 12. Model obciążeń w przypadku, gdy ruch korpusu wywołuje nacisk uzwojenia na dolny kołnierz



Rys. 13. Rozkład sumarycznych odkształceń korpusu dla wariantu obciążeń II

Na Rys. 13 przedstawiono wykres konturowy odkształceń sumarycznych korpusu. Maksymalne sumaryczne odkształcenia występujące na dolnym kołnierzu nie przekroczyły 0,06 mm, mimo że przyspieszenia i siły działające na korpus były znacznie większe niż w poprzedniej analizie.

Rozkład naprężeń zredukowanych HMM przedstawiono na Rys. 14.



Rys. 14. Rozkład naprężeń zredukowanych HMM dla wariantu obciążeń II

Porównując wykresy konturowe z Rys. 14 i 10 można zauważyć, że ogólny stan wyężenia korpusu jest dla tego modelu obciążeń (Rys. 12) znacznie mniejszy aniżeli dla modelu według Rys. 8. Maksymalne naprężenia zredukowane występują w obydwu przypadkach w połączeniu wciskowym a ich wartości są niemal identyczne, pomimo że dla modelu z Rys. 12, siły obciążające końce kołków 8u7 są o ponad 30% większe niż według modelu z Rys. 8.

## 6. ANALIZA POŁĄCZENIA GWINTOWEGO POKRYW KORPUSU ŚRUBAMI M3 × 5 - 6.6-B POD DZIAŁANIEM SIŁ MASOWYCH

Miejscem, w którym z wysokim prawdopodobieństwem poziom naprężeń może osiągnąć znaczące wartości, jest połączenie pokrywy górnej i dolnej za pomocą śrub M3×5-6.6 (element 12 na Rys. 1). Zastosowanie połączenia gwintowego na powierzchni walcowej pokryw, mogące budzić wątpliwości z punktu widzenia poprawności konstrukcji, podyktowane jest względami montażowymi. Ze względu na możliwość wyprowadzenia kabli z uzwojenia, w obydwu pokrywach (pozycje 3 i 4 na Rys. 1) wykonano rowki wzdłużne. Rowki te – poprzez znaczące zmniejszenie sztywności pokryw – pozwalają na uzyskanie sprężenia ciernego pomiędzy obiema pokrywami poprzez zastosowanie połączenia gwintowego przy użyciu sześciu śrub M3×5 (element 12 na Rys.1).

Przyjmując że współczynnik tarcia we wszystkich skojarzeniach stal–stal wynosi 0,1, można przy użyciu elementarnych zależności, podanych m. in. w (Dietrich, 2008) obliczyć minimalne wstępne napięcie wszystkich śrub. Parametry połączenia: ilość śrub – 6, długość otworu gwintowanego w pokrywie górnej z uwzględnieniem technologicznego załamania krawędzi zewnętrznej otworu – 1,5 mm, średnice: rdzenia śruby, wewnętrzna gwintu wewnętrznego, podziałowa i nominalna wynoszą odpowiednio:  $d_3=2,387$  mm,  $d_1=2,459$  mm,  $d_2=2,675$  mm,  $d_{nom}=3$  mm. Siła tarcia potrzebna do utrzymania sprzężenia ciernego pomiędzy pokrywą górną a dolną – na podstawie zależności (1) oraz danych z Tab. 1 – wynosi 119 N, stąd przy założonej wartości współczynnika tarcia, siła napięcia wstępnego każdej śruby wyniesie 198,3 N. Naprężenia zredukowane, pochodzące od rozciągania i skręcania każdej śruby wyniosą 50,3 MPa. Naciski na powierzchni gwintu w pokrywie górnej wyniosą 85,5 MPa.

## 7. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone obliczenia i analizy pozwalają na sformułowanie następujących wniosków.

Wykazano, że wartość maksymalnych naprężeń zastępczych w korpusie obudowy jest około trzykrotnie mniejsza niż granica plastyczności dla materiału, z którego jest on wykonany.

Największe wartości naprężeń zastępczych w korpusie występują na powierzchni otworu połączenia kołkowego a ich wartość – dla obydwu wariantów obciążeń – przekroczyła 23 MPa. Naprężenia te wywołane są wciskiem.

Maksymalne naprężenia w korpusie, pochodzące od obciążeń siłami masowymi występują na powierzchni otworów gwintowanych M8×20. Ich wartość nie przekroczyła 10 MPa, co stanowi około 1/7 wartości granicy plastyczności dla PA6G.

W połączeniu gwintowym, śrubami M3×5-6.6 pokryw (elementy 3 i 4 w Tab. 1) istnieje ryzyko uszkodzenia otworów gwintowanych M3×1,5, gdyż występujące na powierzchni gwintu naciski wynoszą ponad 85 MPa. Naciski dopuszczalne dla stali S235, z której wykonano pokrywy wynoszą 90 MPa.

Naprężenia zredukowane w śrubach M3×5-6.6 przy wymaganym napięciu wstępnym wynoszą 51 MPa, co stanowi około 1/7 wartości granicy plastyczności dla ich materiału.

Trzpień wykonany ze stopu aluminium AlCu4MgSi(A) współpracuje z łożyskiem liniowym tocznym. Zalecana przez producentów twardość czopa współpracującego z tego typu łożyskami wynosi 60 HRC. Materiał czopa nie spełnia tego warunku, dlatego też korzystną z punktu widzenia trwałości urządzenia modyfikacją, byłoby osadzenie wciskowej tulei stalowej hartowanej na aluminiowym czopie trzpienia.

## LITERATURA

1. **ANSYS Operations Guide for Release 12.1** (2009).
2. **Dietrich M. (2008)**, *Podstawy Konstrukcji Maszyn*, WNT, Warszawa.
3. **Morris A. (2008)**, *A Practical Guide to Reliable Finite Element Modelling*, John Wiley & Sons Ltd.
4. **Sapiński B. (2010)**, Vibration power generator for a linear MR damper, *Smart Materials and Structures*, 19, 105012 (12 pp).
5. **Sapiński B. (2011)**, *Experimental study of a self-powered and sensing MR damper-based vibration control system*, *Smart Materials and Structures*, 20, 105007 (13 pp.).
6. **Wang Z., Chen Z., Spencer B. F. Jr., (2009)**, *Self-powered and sensing control system based on MR damper: presentation and application*, Proc. of SPIE Smart Structures/NDE.

## STRUCTURAL ANALYSIS OF A GENERATOR SUPPLYING A LINEAR MAGNETORHEOLOGICAL DAMPER IN A SELF-POWERED VIBRATION REDUCTION SYSTEM

**Abstract:** In this paper the construction and the structural analysis of electromagnetic generator supplying a linear magnetorheological damper has been presented. The generator operates with an MR damper in parallel arrangement. The most efforted element of the generator is its body, which is mounted directly on the plate connected with electromagnetic vibration generator. The results of numerical simulations and calculations indicating the most efforted parts of the generator's body has been shown. Some hints about improvements in the generator's construction has been also added.

Pracę wykonano w ramach projektu naukowo-rozwojowego Nr 03-0046-10.

# ZAGADNIENIE CYKLICZNEGO UMOCNIEŃ LUB OSŁABIENIA METALI W WARUNKACH OBCIĄŻENIA PROGRAMOWANEGO

Stanisław MROZIŃSKI\*, Józef SZALA\*

\*Instytut Mechaniki i Konstrukcji Maszyn, Wydział Inżynierii Mechanicznej, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy im. J. J. Śniadeckich, Al. Prof. Sylwestra Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz

[stanislaw.mrozinski@utp.edu.pl](mailto:stanislaw.mrozinski@utp.edu.pl), [jszpkm@mail.utp.edu.pl](mailto:jszpkm@mail.utp.edu.pl)

**Streszczenie:** Zjawisko cyklicznego umocnienia lub osłabienia metali i ich stopów jest znane od ponad 40 lat. Mimo tak długiego okresu badań brak jest ogólnego opisu uniwersalnych modeli tych zjawisk. Podstawą w ich ocenie są badania doświadczalne prowadzone w warunkach obciążeń sinusoidalnych stałoamplitudowych. Wyróżnia się badania ze stałą amplitudą naprężenia lub stałą amplitudą odkształcenia. Warunki te nie są równoważne w zakresie obciążeń, w których nie obowiązuje prawo liniowej zależności naprężenia od odkształcenia. Zagadnienie cyklicznego umocnienia lub osłabienia metali ich stopów istotnie komplikuje się w przypadku zmiennie amplitudowych obciążeń, które są charakterystyczne dla obciążeń eksploatacyjnych elementów konstrukcyjnych. W niniejszej pracy opisano badania własności cyklicznych trzech stopów metali: stopu aluminium PA7 silnie umacniającego się cyklicznie, stali stopowej, 30HGSa podlegającej silnemu cyklicznemu osłabieniu oraz stali konstrukcyjnej C45, która w zależności od poziomu obciążenia ulega cyklicznemu osłabieniu lub cyklicznemu umocnieniu. Badania przeprowadzono w warunkach programowanych obciążeń ze stopniowo rosnącą amplitudą naprężenia.

## 1. WPROWADZENIE

Proces zmęczenia metali i ich stopów jest bardzo złożony, zależny od wielu czynników i trudny do opisanego (Kocańda, 1985; Kocańda i Kocańda, 1989). Mimo blisko 200 – letniego okresu intensywnych badań i ponad 90000 publikacji (dane od roku 1995 według bazy Science Direct) brak dotąd uniwersalnego opisu procesu zmęczenia. Metody obliczeń elementów konstrukcyjnych na zmęczenie oparte są na niskocyklowych własnościach materiałów wyznaczanych doświadczalnie zgodnie z odpowiednimi normami (Kocańda i Szala, 1997). Brak stabilności własności cyklicznych metali stanowi poważny problem w ich opisie, zwykle w postaci charakterystyk zmęzeniowych (wykresy Wöhlera, Mansona – Coffina i Ramberga-Osgooda). Zagadnienie stabilizacji własności cyklicznych metali było szeroko analizowane w pracy Mrozińskiego (2008). Wymienione charakterystyki wyznacza się w ujęciu naprężeniowym (wykresy  $S-N$  Wöhlera), odkształceniowym (wykresy  $\varepsilon-2N_f$  Mansona-Coffina i wykresy  $\sigma-\varepsilon$  Ramberga-Osgooda). Wykresy Wöhlera stosuje się w obliczeniach w zakresie tzw. wysokocyklowego zmęczenia (WCZ), w którym dominują odkształcenia sprężyste materiału w strefie inicjacji pęknięć zmęzeniowych, natomiast wykresy Mansona-Coffina i Ramberga-Osgooda stosuje się w obliczeniach w zakresie tzw. niskocyklowego zmęczenia (NCZ), w którym dominują odkształcenia plastyczne w strefie pęknięć. Jako kryterium kwalifikacji wymienionych zakresów WCZ i NCZ przyjmuje się granicę plastyczności  $R_e$  wyznaczaną dla metali w próbie statycznego rozciągania. Granica ta nie odpowiada warunkom cyklicznego obciążenia i jest słabym kryterium (Duyi i Zhenlin, 2011a, b; Szala i inni, 2002). Kolejną wątpliwość dotyczy założenia, że w warunkach obciążeń stałoamplitudowych (stałej amplitudy naprężenia  $\sigma_a$  lub stałej amplitudy odkształcenia całkowitego lub plastycznego) występuje stan stabilizacji własności cyklicznych. Jak wykazano w pracy

Mrozińskiego (2008), własności cykliczne metali są własnościami „chwilowymi” – różnymi w poszczególnych fazach procesu zmęczenia. Zjawisko braku stabilizacji ujawnia się silnie w przypadku zmiennieamplitudowego obciążenia, każda zmiana wartości obciążenia powoduje zmianę własności cyklicznych metali. W ogólnym przypadku obciążeń losowych, a taki charakter obciążenia eksploatacyjne elementów konstrukcyjnych, zmiana wartości obciążenia (naprężeń lub odkształceń) następuje „cykl po cyklu”.

Istotnym problemem poznawczym i utylitarnym jest zatem rozpoznanie zmian własności cyklicznych w warunkach zmiennieamplitudowych obciążeń mieszczących się w zakresie WCZ i NCZ- powyższe stanowi podstawowy cel pracy. Celami pomocniczymi są:

- wykazanie słabości przyjęcia granicy plastyczności  $R_e$  jako kryterium kwalifikacji obciążenia do zakresu WCZ i NCZ,
- wyznaczenie trwałości zmęzeniowej w warunkach obciążenia programowanego,
- analiza porównawcza wybranych własności mechanicznych wyznaczonych w warunkach obciążeń monotonicznych i cyklicznych.

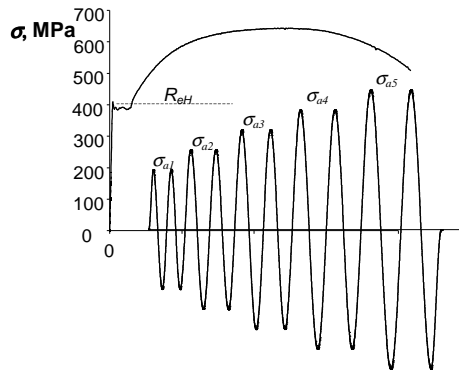
## 2. OPIS BADAŃ

### 2.1. Metoda i program badań

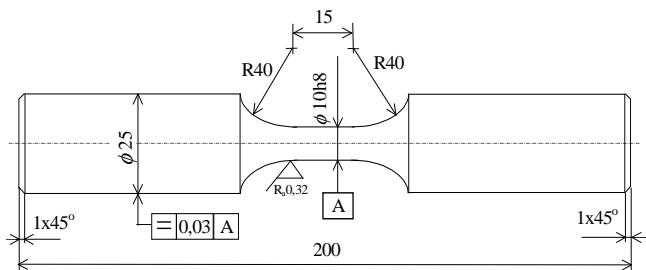
Podstawą oceny własności cyklicznych badanych metali były parametry pętli histerezy naprężeniowo-odkształceniowej rejestrowanych podczas testów od pierwszego do ostatniego cyklu zarówno w warunkach obciążenia stałoamplitudowego jak i programowanego.

Program badań obejmował pięciostopniowe obciążenie o okresie programu zawierającego dziesięć cykli (Rys. 1). Badania przeprowadzono na próbkach wykonanych ze stali

C45, stali 30HGSA oraz stopie aluminium PA7 (Rys. 2). Wymienione stopy istotnie różniły się własnościami cyklicznymi i monotonicznymi.

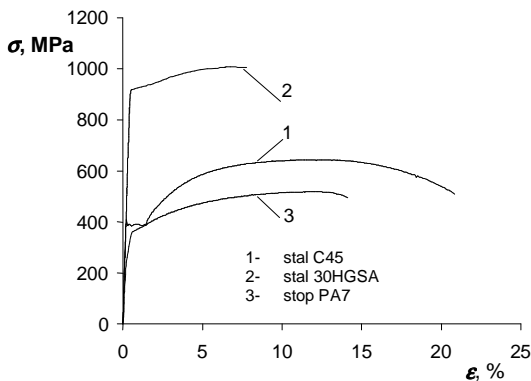


Rys. 1. Program obciążenia



Rys. 2. Próbkki do badań zmęczeniowych

## 2.2. Własności monotoniczne badanych metali



Rys. 3. Wykresy rozciągania próbek

Tab. 1. Parametry wytrzymałościowe materiałów do badań

Parametr	Materiał		
	stal C45	stal 30HGSA	stop PA7
$R_{eH}$ , MPa	446,3	936,7	321,7
$R_{m}$ , MPa	713,3	1030	514,7
$E$ , MPa	215000	207000	75000
$A_5$ , %	22	9,5	16

Wykresy rozciągania próbek wymienionych w punkcie 2.1. w warunkach obciążeń monotonicznych zamieszczono na Rys. 3, natomiast własności wytrzymałościowe wyznaczone na ich podstawie zestawiono w Tab. 1.

## 2.3. Programy obciążeń

Obciążenia stałoamplitudowe zrealizowano na pięciu poziomach odkształcenia całkowitego  $\epsilon_{ac} = \text{const}$ . Na każdym poziomie odkształcenia realizowano trzy próby zmęczenia. Rejestracji podlegały pętle histerezy w poszczególnych fazach procesu zmęczenia. Jako kryterium końca próby zmęczeniowej przyjęto wystąpienie deformacji ramienia pętli histerezy w półcyklu ściskania (powstanie załomka). Czas próbkowania sygnału siły obciążającej próbkę i odkształcenia wynosił 0,025 s, co przy częstotliwości obciążenia  $f = 0,2$  Hz pozwalało opisać pętlę histerezy 200 punktami. Parametry badań w warunkach obciążeń stałoamplitudowych zestawiono w Tab. 2.

Tab. 2. Parametry obciążeń stałoamplitudowych

Schemat programu	Parametry	
	stal C45, stal 30HGSA	stop PA7
	$\epsilon_{ac} = 0,35\%$	$\epsilon_{ac} = 0,50\%$
	$\epsilon_{ac} = 0,5\%$	$\epsilon_{ac} = 0,65\%$
	$\epsilon_{ac} = 0,8\%$	$\epsilon_{ac} = 0,80\%$
	$\epsilon_{ac} = 1,0\%$	$\epsilon_{ac} = 1,0\%$
	$\epsilon_{ac} = 2,0\%$	$\epsilon_{ac} = 1,5\%$
	$f = 0,2$ Hz	$f = 0,2$ Hz

Podczas badań w warunkach obciążeń programowanych, parametrem sterującym było naprężenie. Prędkość przyrostu naprężenia wynosiła  $50 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{-1}$ . Podobnie jak podczas badań w warunkach obciążeń stałoamplitudowych dla każdej sekwencji obciążenia programowanego realizowano po trzy próby zmęczenia. Podczas badań w warunkach obciążeń programowanych rejestrowano chwilowe wartości siły obciążającej próbkę oraz jej odkształcenia dla całych wybranych bloków obciążenia o pojemności  $n_o = 10$  cykli. Program obciążeń realizowany był poprzez powtarzanie bloków programu do momentu całkowitego złomu zmęczeniowego. Wartości amplitud naprężeń na poszczególnych stopniach badanych materiałów podano w Tab. 3.

Tab. 3. Parametry obciążeń programowanych

Materiał	Amplituda naprężenia na stopniu $\sigma_{ai}$					
	$\sigma_{a1}$	$\sigma_{a2}$	$\sigma_{a3}$	$\sigma_{a4}$	$\sigma_{a5}$	$\sigma_{a6}$
Stal 30HGSA	510	570	630	690	750	810
Stal 45	200	260	320	380	440	-
Stop PA7	325	350	375	425	450	475

## 3. WYNIKI BADAŃ

### 3.1. Obciążenia stałoamplitudowe

Przykładowe pętle histerezy dla jednego poziomu amplitudy odkształcenia całkowitego  $\epsilon_{ac} = 0,8\%$  pokazano na Rys. 4. Dla przejrzystości rysunków dla każdego materiału wykreślono tylko trzy charakterystyczne pętle: 1-dla pierwszego cyklu, 2-dla cyklu z połowy trwałości zmęczenia

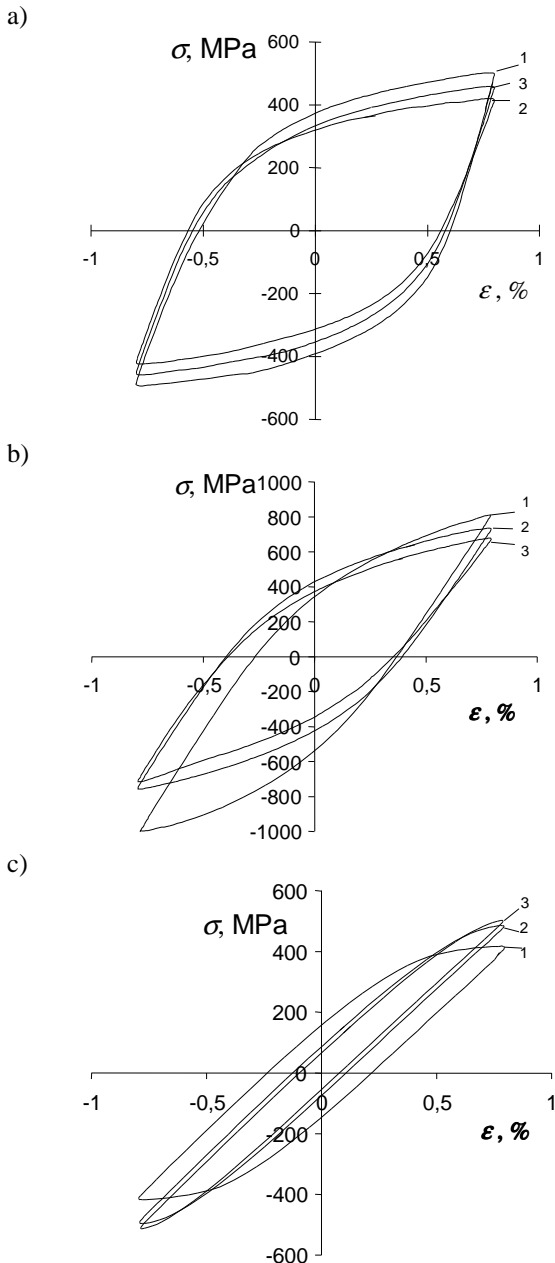


niowej próbki oraz 3- dla cyklu odpowiadającego całkowitej trwałości. Położenie wybranych pętli histerezy i ich kształt wskazuje na istotne różnice własności cyklicznych badanych materiałów w świetle zjawiska cyklicznego umocnienia lub osłabienia. Pełen obraz zmienności parametrów pętli histerezy na wszystkich przyjętych poziomach amplitudy odkształcenia całkowitego (Tab. 2) pokazano na Rys. 5, natomiast zestawienie średnich trwałości w Tab. 4.

nich materiałów w obliczeniach zmęczeniowych. Powyższe zagadnienie opisane zostanie w punkcie 4-analiza wyników badań.

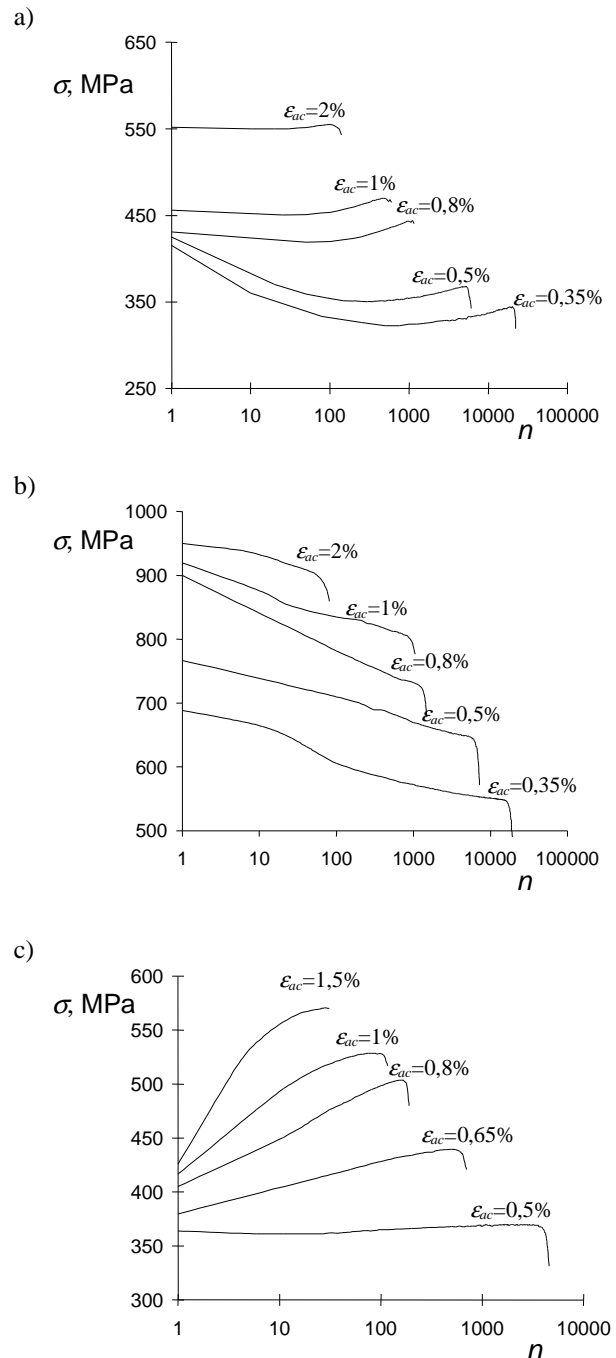
**Tab. 4.** Trwałość w warunkach obciążeń stałoamplitudowych

Materiał	Amplituda odkształcenia $\epsilon_{ac}$ , %						
	0,35	0,5	0,65	0,8	1,0	1,5	2,0
C45	21167	4952	-	995	567	-	127
30HGSA	25417	5500	-	1467	830	-	133
PA7	-	3767	702	192	97	28	-



**Rys. 4.** Przykładowe pętle histerezy z początku (1), środka (2) i końca (3) okresu trwałości zmęczeniowej: a) próbki ze stali C45, b) próbki ze stali 30HGSA, c) próbki ze stopu PA7

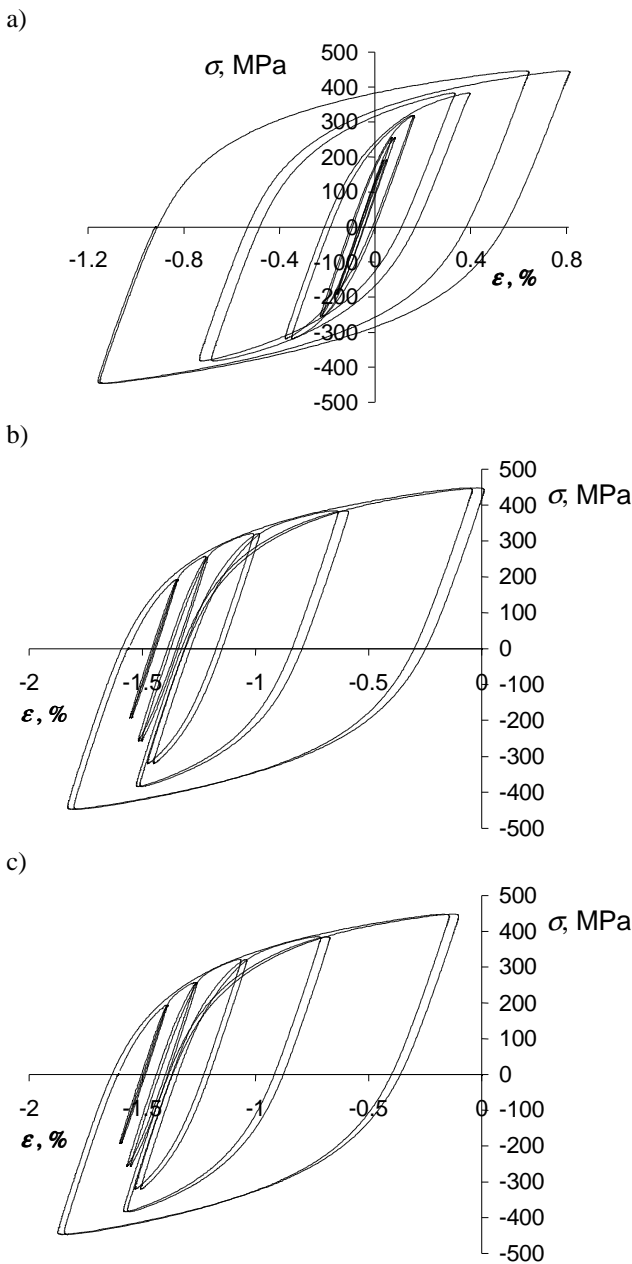
Przebieg wykresów zamieszczonych na Rys. 5 pozwala ocenić ilościowo zjawisko umocnienia lub osłabienia badanych materiałów oraz ponadto umożliwia ocenę przyjmowanego założenia o fazach stabilizacji własności cyklicz-



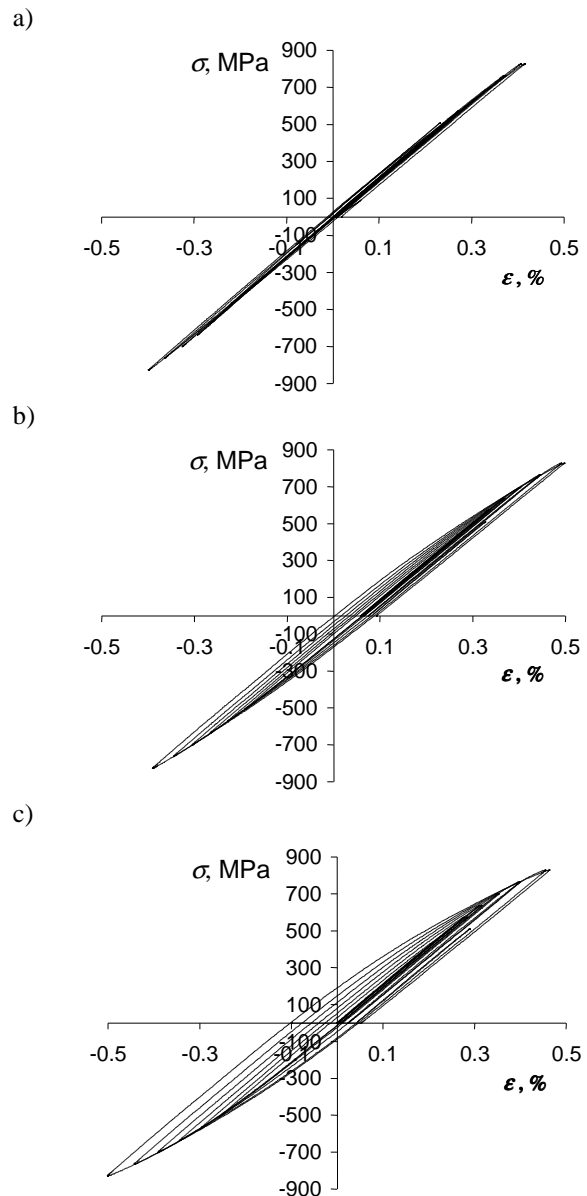
**Rys. 5.** Wartości  $\sigma_a$  w zależności od liczby cykli obciążenia stałoamplitudowego: a) próbki ze stali C45, b) próbki ze stali 30HGSA, c) próbki ze stopu aluminium PA7

### 3.2. Wyniki badań w warunkach obciążeń programowanych

Bardziej złożone zjawiska umocnienia i osłabienia występują w przypadkach obciążenia ze zmienną amplitudą: programowanego lub losowego. Na kolejnych Rys. 6-8 zilustrowano powyższe stwierdzenie wykreślając wybrane pętle histerezy dla pierwszego bloku obciążenia programowanego (rysunki oznaczone literą a), bloku w połowie trwałości zmęczeniowej (oznaczenie b) oraz bloku końcowego odpowiadającego połowie trwałości zmęczeniowej (oznaczenie c). Wyniki dotyczące: stali C45 pokazano na Rys. 6, stali 30 HGSA na Rys. 7 oraz aluminium PA7 na Rys. 8.



**Rys. 6.** Pętle histerezy uzyskane w warunkach obciążeń programowanych próbek ze stali C45: a) pierwszy blok programu obciążenia, b) blok z połowy trwałości zmęczeniowej, c) blok ostatni

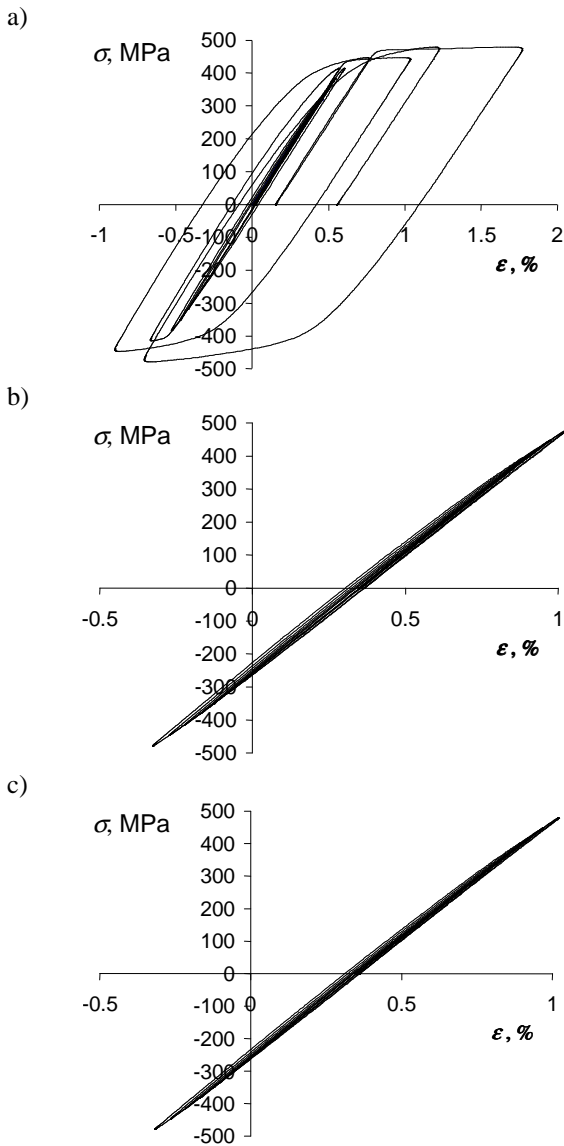


**Rys. 7.** Pętle histerezy uzyskane w warunkach obciążeń programowanych próbek ze stali 30HGSA: a) pierwszy blok programu obciążenia, b) blok z połowy trwałości zmęczeniowej, c) blok ostatni

Z przedstawionych na Rys. 6-8 wykresów wynika, że w warunkach obciążenia programowanego przy sterowaniu siłą (przeliczoną na napężenie) występuje zjawisko cyklicznego pełzania istotnie utrudniające analizę wyników badań. W omawianych badaniach wyznaczono także trwałość zmęczeniową. Dane te zamieszczono w Tab. 5.

**Tab. 5.** Trwałość zmęczeniowa w programowanych badaniach

Materiał	Trwałość zmęczeniowa N	
	Liczba bloków	Liczba cykli
Stal C45	98	979
Stal 30HGSA	31	305
Stop PA7	139	1388



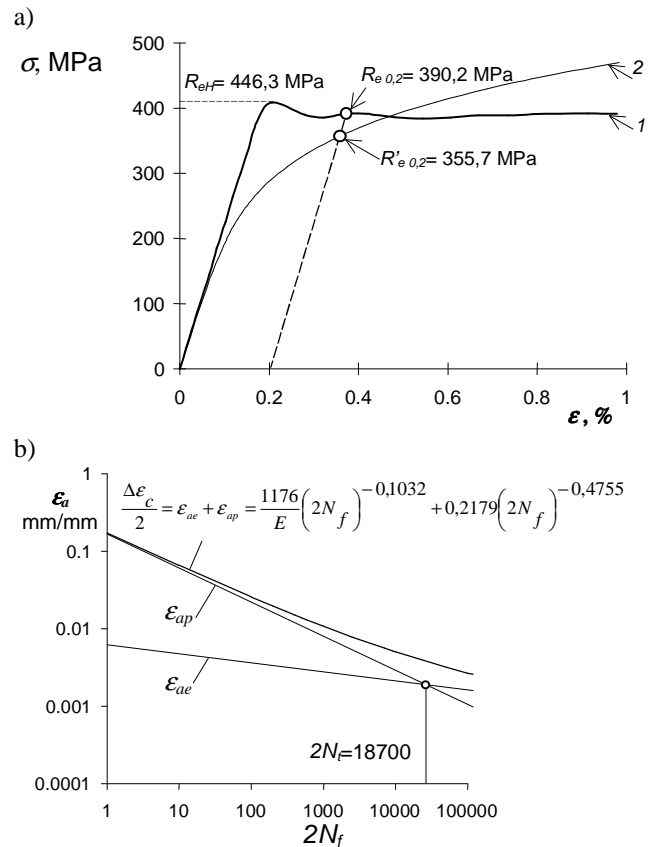
**Rys. 8.** Pętle histerezy uzyskane w warunkach obciążeń programowanych próbek ze stopu PA7: a) pierwszy blok programu obciążenia, b) blok z połowy trwałości zmęczeniowej, c) blok ostatni

Wyniki trwałości zmęczeniowej podane w Tab. 5 mogą być wykorzystane do doświadczalnej weryfikacji metod obliczeń. Ze względu na zakres niniejszego opracowania metody te nie będą opisane w analizie wyników badań.

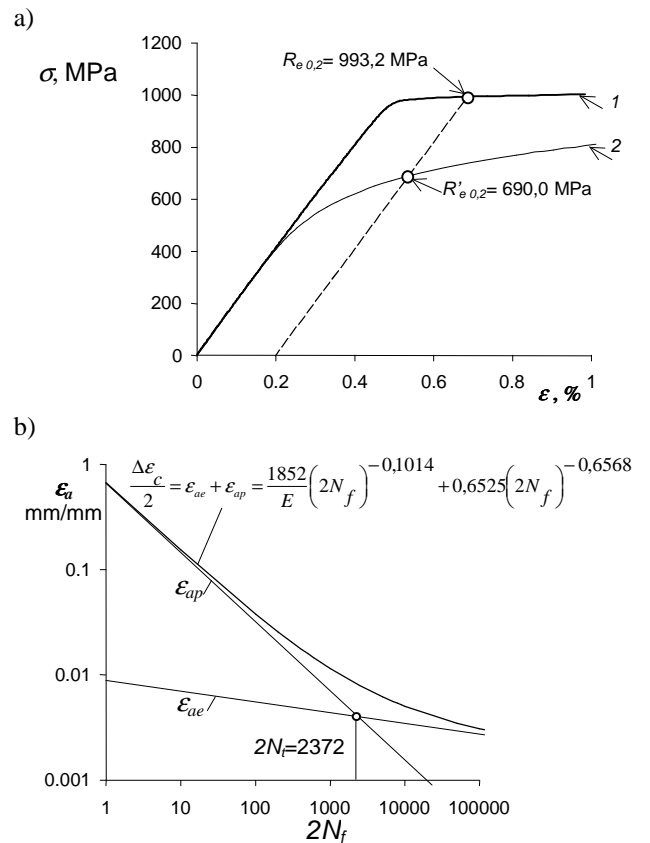
#### 4. ANALIZA UZYSKANYCH WYNIKÓW

##### 4.1. Wyniki badań stałoamplitudowych

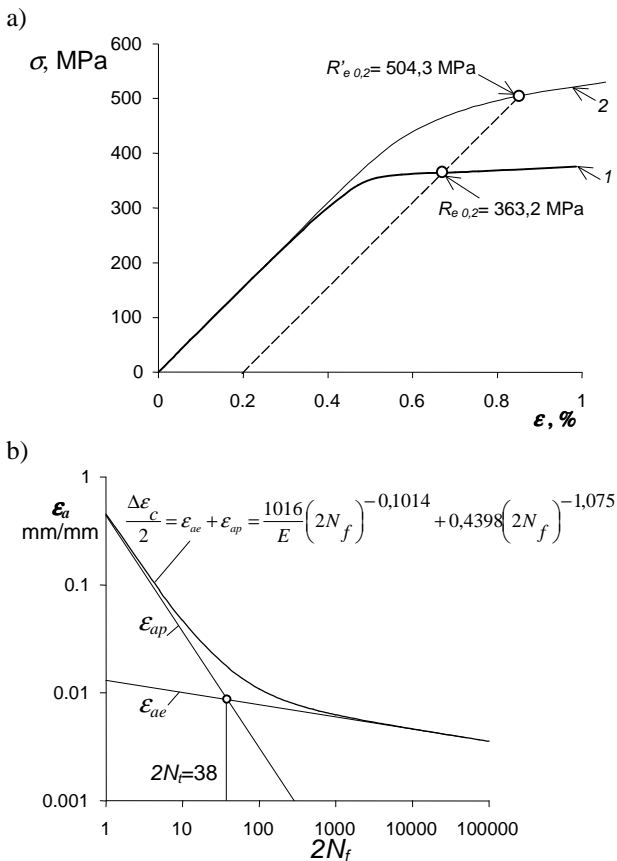
Na podstawie wyników badań opisanych w punkcie 3 możliwe jest wyznaczenie wykresów cyklicznego odkształcenia  $\sigma-\varepsilon$  (Ramberga-Osgooda) oraz wykresów zmęczeniowych  $\varepsilon-2N_f$  (Mansona-Coffina) stosowanych w obliczeniach zmęczeniowych w zakresie niskocyklowego zmęczenia (NCZ). Zestawienia tych wykresów dokonano na Rys. 9-11. Na każdym z tych rysunków zamieszczono wykres cyklicznego odkształcenia na tle wykresu monotonicznego rozciągania (rysunki-a) i wykresy zmęczeniowe (rysunki-b).



**Rys. 9.** Stal C45: a) wykres monotonicznego rozciągania-1 i wykres cyklicznego odkształcenia-2, b) wykres zmęczeniowy



**Rys. 10.** Stal 30 HGSA: a) wykres monotonicznego rozciągania-1 i wykres cyklicznego odkształcenia-2, b) wykres zmęczeniowy



**Rys. 11.** Stop PA7: a) wykres monotonicznego rozciągania-1 i wykres cyklicznego odkształcenia-2, b) wykres zmęczeniu-3

Przykładowe pętle histerezy pokazane na Rys. 4 a szczególnie zmienność parametrów pętli histerezy na wszystkich przyjętych w badaniach poziomach odkształceń zilustrowane na Rys. 5 wskazują na brak pełnej stabilizacji własności cyklicznych badanych materiałów. Fakt ten istotnie komplikuje wyznaczenie wykresu cyklicznego odkształcenia ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) i wykresu zmęzeniowego ( $\epsilon$ - $2N_f$ ). Wymienione wykresy zamieszczone na Rys. 9-11 wyznaczono na podstawie pętli histerezy rejestrowanej w połowie trwałości zmęzeniowej.

Analizę wpływu zmienności parametrów pętli histerezy dla różnych faz procesu zmęczenia na przebieg wykresów ( $\sigma$ - $\epsilon$ ), ( $\epsilon$ - $2N_f$ ) przedstawiono w pracy Mrozińskiego (2008). Z analizy tej wynika, że własności cykliczne metali są własnościami „chwilowymi” zależnymi od stopnia zmęczenia tych metali. Nieuwzględnienie tego faktu w obliczeniach może prowadzić do znacznych różnic pomiędzy wynikami obliczeń i wynikami badań doświadczalnych.

#### 4.2. Kryterium niskocyklowego zmęczenia

W obliczeniach zmęzeniowych elementów konstrukcyjnych w przypadku występowania odkształceń plastycznych w strefach zmęzeniowego pęknięcia, stosuje się metody z zastosowaniem wykresów cyklicznego odkształcenia ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) i wykresów zmęzeniowych ( $\epsilon$ - $2N_f$ ) odpowiadające tzw. niskocyklowemu zmęczeniu. Jako kryterium niskocy-

klowego zmęczenia przyjmuje się powszechnie warunek (Procedury FITNET):

$$\Delta\sigma \leq 2R_e \text{ dla } R=-1 \text{ lub } \sigma \leq R_e \text{ dla } R \neq -1 \quad (1)$$

W przypadku braku wyraźnej granicy plastyczności  $R_e$  przyjmuje się wartość naprężenia, dla którego odkształcenie plastyczne wynosi 0,2% ( $\sigma = R_{e,0.2}$ ). Z danych zamieszczonych na Rys. 9-11 wynika, że różnice w zależności od badanych materiałów pomiędzy granicą plastyczności  $R_e$  lub  $R_{e,0.2}$  a cykliczną granicą plastyczności  $R'_{e,0.2}$  są znaczne i zależą od tego czy materiał ulega cyklicznemu umocnieniu czy osłabieniu. Z Rys. 9a wynika, że stal C45 w początkowej fazie dla amplitud  $\sigma_a \leq R_e$  ulega cyklicznemu osłabieniu następnie dla  $\sigma_a > R_e$  ulega cyklicznemu umocnieniu. Wartość cyklicznej granicy plastyczności  $R'_{e,0.2} = 355,7$  MPa jest nieznacznie niższa od granicy plastyczności  $R_e = 390,2$  MPa.

W przypadku stali 30 HGSA, która jak wynika z Rys. 10a podlega silnemu cyklicznemu osłabieniu wartości te wynoszą odpowiednio  $R_{e,0.2} = 993,2$  MPa natomiast  $R'_{e,0.2} = 690,0$  MPa czyli cykliczna granica plastyczności  $R'_{e,0.2}$  jest znacznie mniejsza od granicy plastyczności  $R_{e,0.2}$ .

Odmierna sytuacja ma miejsce w przypadku silnie umacniającego się aluminium PA7 (Rys. 11a), dla którego  $R_{e,0.2} = 363,2$  MPa a  $R'_{e,0.2} = 504,3$  MPa, czyli cykliczna granica plastyczności  $R'_{e,0.2}$  jest znacznie wyższa od granicy plastyczności  $R_{e,0.2}$ .

Z powyższego porównania wynika, że przyjmowanie granicy plastyczności  $R_{e,0.2}$  jako kryterium oceny zakresu niskocyklowego zmęczenia jest obarczone znacznym błędem z dwóch powodów:

- przyjmowanie w analizach zmęzeniowych wartości parametrów, w tym granicy plastyczności, z próby monotonicznego rozciągania jest zawodne ze względu na zróżnicowanie w przebiegu procesów zniszczenia,
- brak możliwości wyznaczenia zależności pomiędzy wartością granicy plastyczności  $R_e$  (lub  $R_{e,0.2}$ ) i cyklicznej granicy plastyczności  $R'_{e,0.2}$  utrudnia opracowanie kryterium niskocyklowego zmęczenia na podstawie wartości  $R_e$  (lub  $R_{e,0.2}$ ), w związku z tym przyjęcie jako kryterium wartości  $R'_{e,0.2}$  jest bardziej właściwe.

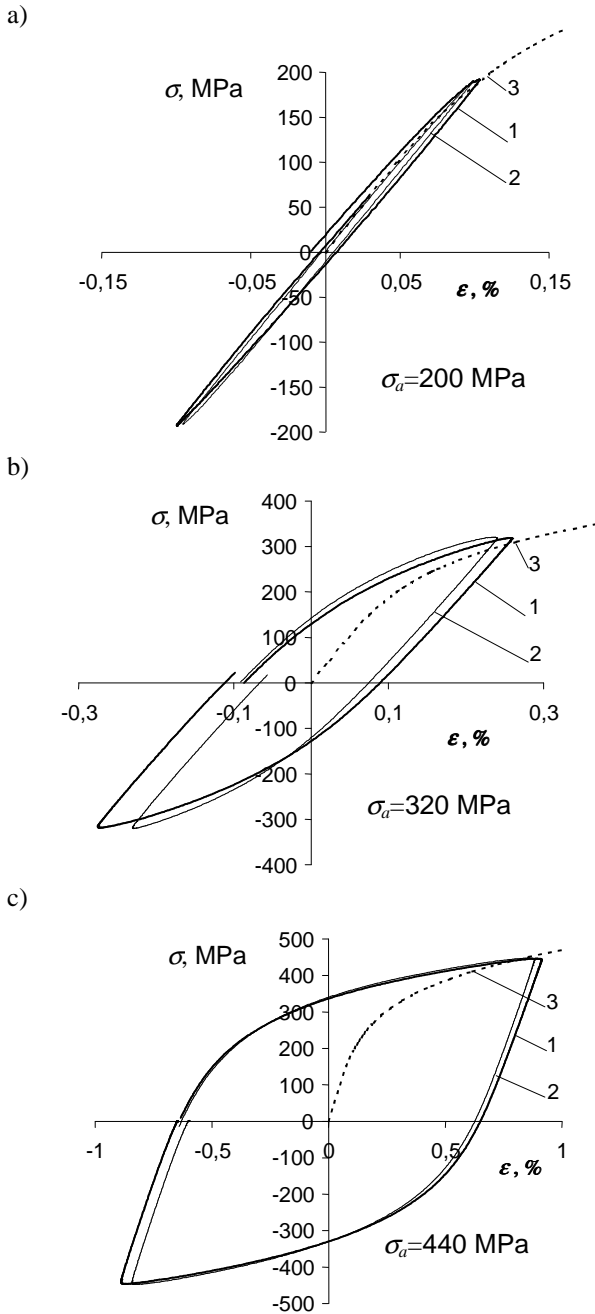
#### 4.3. Analiza wyników programowanych badań

Obciążenia w zakresie NCZ w warunkach sterowania parametrem naprężenia wywołują, poza efektem uszkodzenia zmęzeniowego, zjawisko cyklicznego pełzania, co wskazano w punkcie 3 omawiając wyniki badań programowanych. Cykliczne pełzanie wymaga w obliczeniach elementów konstrukcyjnych sprawdzenia warunku granicznego odkształcenia plastycznego. Ta problematyka nie wchodzi w zakres niniejszej pracy.

Interesującym z punktu widzenia obliczeń zmęzeniowych jest zagadnienie relacji pętli histerezy programowanego obciążenia do wykresów cyklicznego odkształcenia. Dla porównania położenia wykresów cyklicznego odkształcenia (3) i pętli histerezy dokonano centrowania pętli do początku układu współrzędnych. Wyniki tych zabiegów zilustrowano na Rys. 12 dla stali C45, na Rys. 13 dla stali 30HGSA oraz dla stopu PA7 na Rys. 14. Do ilustracji wy-

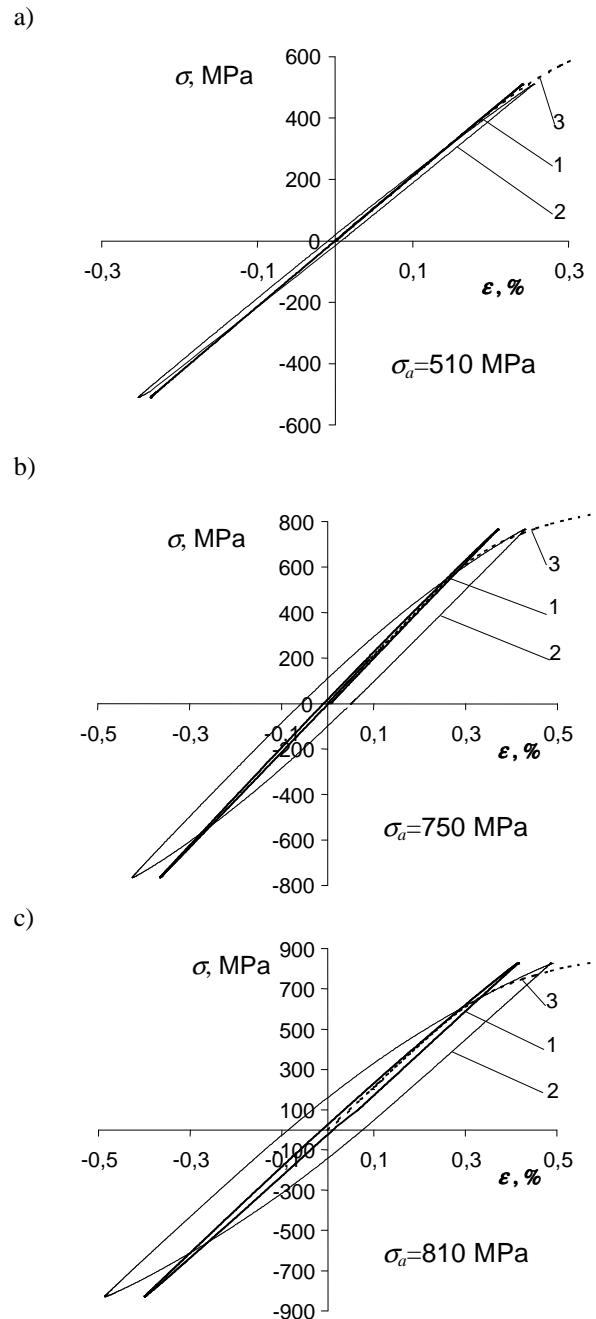
brano pętle odpowiadające najniższym wartościom amplitud (np. Rys. 12a, 13a, 14a), średnie wartości amplitud (Rys. 12b, 13b, 14b) oraz najwyższym wartościom amplitud (Rys. 12c, 13c, 14c) według Tab. 3. W celu zilustrowania zjawiska osłabienia lub umocnienia na rysunkach wykreślono pętle histerezy z pierwszego bloku programu (oznaczenie-1) i z bloku środkowego 2.

naprężeń i odkształceń, ponieważ umożliwia transformację wykresów naprężeń zmiennych w czasie lub programów naprężeń na wykresy odkształceń zmiennych w czasie lub programy odkształceń. Wymienione przekształcenie jest konieczne ze względu na konieczność zastosowania w obliczeniach w zakresie NCZ wykresów zmęzeniowych ( $\epsilon-2N_f$ ).



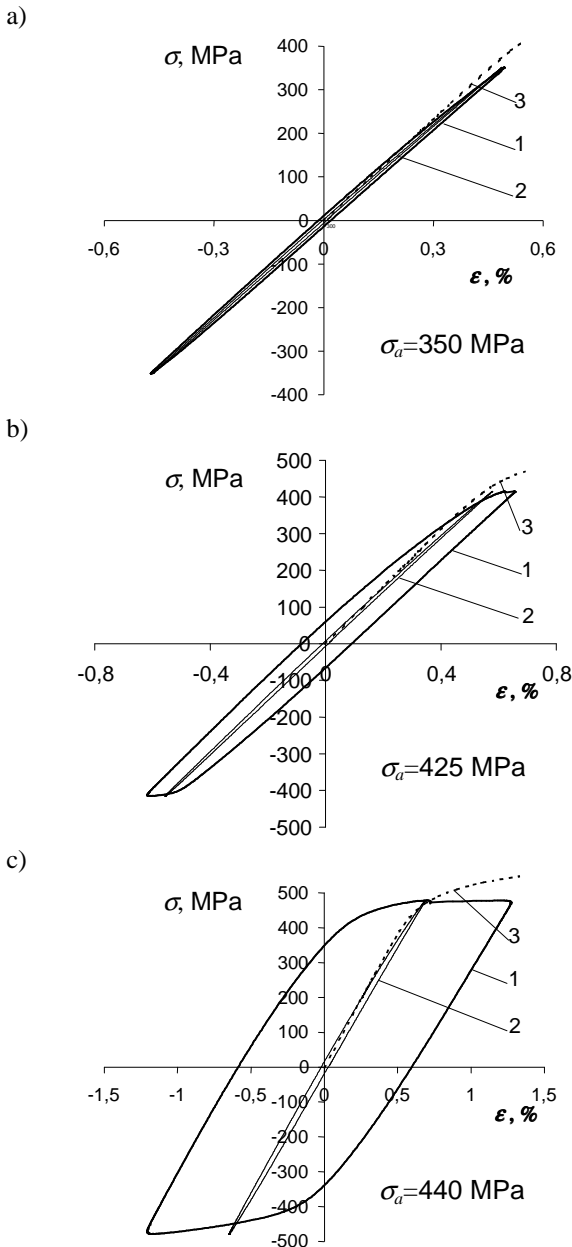
**Rys. 12.** Pętle histerezy uzyskane dla próbek ze stali C45 w warunkach obciążeń programowanych na tle wykresu cyklicznego odkształcenia

We wszystkich wymienionych przypadkach wierzchołki pętli histerezy leżały w przybliżeniu na wykresach cyklicznego odkształcenia. Powyższe stwierdzenie ma podstawowe znaczenie w obliczeniach trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych opartych na metodzie lokalnych



**Rys. 13.** Pętle histerezy uzyskane dla próbek ze stali 30 HGSA w warunkach obciążeń programowanych na tle wykresu cyklicznego odkształcenia

Opisany wyżej efekt uzasadnia także możliwość stosowania metody stopniowego rosnącego cyklicznego obciążenia do wyznaczenia wykresu cyklicznego odkształcenia na jednej próbce w warunkach sterowania parametrem naprężenia (amplitudą naprężenia).



**Rys. 14.** Pętle histerezy uzyskane dla próbek ze stopu aluminium PA7 w warunkach obciążeń programowanych na tle wykresu cyklicznego odkształcenia

## 5. WNIOSKI

1. Metody obliczeń trwałości zmęczeniowej w zakresie niskocyklowego zmęczenia wymagają, jak wiadomo, znajomości charakterystyk zmęczeniowych w ujęciu odkształceniowym lub energetycznym. W ujęciu odkształceniowym są to wykresy cyklicznego odkształcenia ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) i wykresy zmęczeniowe ( $\epsilon_{ac}$ - $2N_f$ ). W obliczeniach tych wymagana jest transformacja obciążeń w postaci zmian naprężeń w czasie na przebieg odkształceń w czasie. Analiza wyników badań wykazała, że w przypadku zmiennoamplitudowych programów naprężeń

wymieniona transformacja może być wykonana z zastosowaniem wykresu cyklicznego odkształcenia.

2. Porównanie własności wyznaczonych w warunkach obciążenia monotonicznego z własnościami cyklicznymi badanych stopów metali wykazało znaczne różnice tych własności spowodowane zjawiskiem cyklicznego umocnienia (stop aluminium PA7) lub osłabienia (stal 30HGSA). W przypadku stali konstrukcyjnej C45 po początkowym osłabieniu nastąpiło istotne cykliczne umocnienie.
3. Podstawowym parametrem istotnym z punktu widzenia obliczeń zmęczeniowych jest granica plastyczności i moduł sprężystości. Porównanie wykresów rozciągania i wykresów cyklicznego odkształcenia wykazało dużą zgodność modułu sprężystości i istotne różnice w wartościach granicy plastyczności i cyklicznej granicy plastyczności.
4. Analiza wyników badań wykazała, że granica plastyczności  $R_e$  metali stosowana do zakresu niskocyklowego zmęczenia, jest kryterium przybliżonym, nie odpowiadającym procesowi zniszczenia metali w warunkach obciążenia cyklicznego.
5. Jako kryterium oceny zakresu niskocyklowego zmęczenia odpowiednie są parametry związane z własnościami cyklicznymi metali np. cykliczna granica plastyczności wyznaczona z wykresu cyklicznego odkształcenia, którego znajomość jest konieczna w obliczeniach zmęczeniowych w warunkach obciążeń elementów konstrukcyjnych wyróżniających lokalne odkształcenia plastyczne.

## LITERATURA

1. **Duyi Y., Zhenlin W.** (2001a), A new approach to low cycle fatigue damage based on exhaustion of static toughness and dissipation of cyclic plastic strain energy during fatigue, *International Journal of Fatigue*, 23, 679-687.
2. **Duyi Y., Zhenlin W.** (2001b), Change characteristics of static mechanical property parameters and dislocation structures of 45<sup>#</sup> medium carbon structural steel during fatigue failure process, *Materials Science & Engineering*, A297, 54-61.
3. **Kocańda S.** (1985), *Zmęczeniowe pękanie metali*, WNT Warszawa.
4. **Kocańda S., Kocańda A.** (1989), *Niskocyklowa wytrzymałość zmęczeniowa metali*, PWN Warszawa.
5. **Kocańda S., Szala J.** (1997), *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, PWN Warszawa.
6. **Mroziński S.** (2008), *Stabilizacja własności cyklicznych metali i jej wpływ na trwałość zmęczeniową*, Wydawnictwo Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy, Rozprawy Nr 128.
7. **Procedury FITNET** (Fitness - for - service NETwork), opracowane w ramach Europejskiego Programu Badawczego Nr GIRT-CT-2001-05071.
8. **Szala J., Ligaj B., Szala G.** (2002), Wytrzymałość wstępnie cyklicznie obciążonych próbek ze stopu aluminium D16CzATW, *XIX Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania*, Pieczęyska k. Bydgoszczy, 373-382.

## **PROBLEM OF CYCLIC HARDENING OR SOFTENING IN METALS UNDER PROGRAMMED LOADING**

**Abstract:** The phenomenon of cyclic hardening or softening in metals and their alloys has been known for over 40 years. Despite such a long period of investigations there is lack of a general description of universal models of these phenomena. The basis of their valuation are tests performed under sine constant amplitude loadings. There can be found tests with constant stress amplitude or constant strain amplitude. These conditions are not equivalent for the range of loadings in which the law of the linear stress - strain relation is not valid. Indeed, the problem of cyclic hardening or softening in metals and their alloys becomes complicated in the case of variable amplitude loadings which are typical for the working loadings of the construction elements. In this paper there are presented investigations of cyclic properties of three metal alloys: PA7 aluminium alloy, which undergoes the strong cyclic hardening, 30HGSA alloy steel, which undergoes the strong cyclic softening and C45 construction steel, which undergoes cyclic hardening or cyclic softening, depending on the loading level. The tests were performed under programmed loadings with gradually increasing stress amplitude.

Praca naukowa finansowana ze środków finansowych na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy nr NN 503222139

## WPŁYW KIERUNKU OBCIĄŻENIA PROSTOKĄTNEGO ZŁĄCZA PRZETŁOCZENIOWEGO NA JEGO WYTRZYMAŁOŚĆ W PRÓBIE ŚCINANIA

**Jacek MUCHA\***

\*Katedra Konstrukcji Maszyn, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska,  
al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów

[j\\_mucha@prz.edu.pl](mailto:j_mucha@prz.edu.pl)

**Streszczenie:** W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych wpływu kierunku obciążenia przetłoczeniowego połączenia na przebieg charakterystyki i maksymalną wartość siły ścinania. Badania modelowe przeprowadzono dla materiału stopu aluminium EN-AW 1050A. Próbkę prostokątnych połączeń przetłoczeniowych z nacięciem materiału poddano ścinaniu na maszynie wytrzymałościowej UTS 100. Przedstawiono krótko analizę mechanizmu zniszczenia połączenia w zależności od kąta obciążenia próbki. Zwrócono uwagę na efekty działania siły niszczonej połączenie, zmiany jej wartości oraz maksymalnego przemieszczenia do całkowitego rozdzielenia połączonych pasm blach.

### 1. WPROWADZENIE

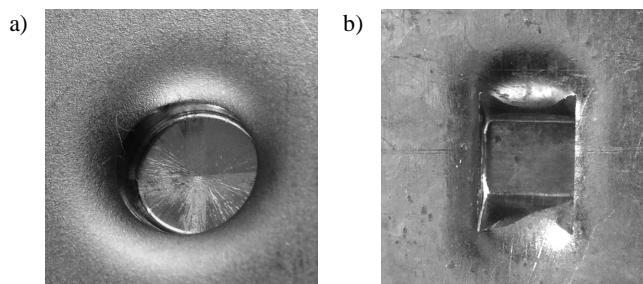
Połączenia przetłoczeniowe uzyskiwane są w operacjach opartych o lokalną obróbkę plastyczną łączonych elementów. Otrzymuje się je w wyniku tłoczenia narzędziami o odpowiedniej geometrii, która umożliwi miejscowe odkształcenie bez naruszenia spójności bądź z utratą ciągłości łączonego materiału. Zaliczane są do grupy połączeń, do których wytworzenia nie jest wymagany dodatkowy element w postaci łącznika (Mucha, 2007). Istota tego typu złączy bowiem polega na wytworzeniu podczas wytłaczania odpowiedniego zamka w postaci zaciśniętego (zablokowanego) materiału warstwy górnej w dolnej. Montaż elementów blaszanych oparty o wybrane operacje obróbki plastycznej, powiększa spektrum gatunków materiałów, jakie można łączyć ze sobą bez wprowadzania procesów cieplnych czy wykonywania wcześniej otworów (Nong i inni, 2003; Mucha i inni, 2010; Lee i inni, 2010).

Spośród możliwych sposobów łączenia przez miejscowe prasowanie na zimno (bez łącznika) najbardziej rozpowszechnione to te, które realizowane są:

- przez miejscowe przetłaczanie materiału bez utraty spójności materiału najczęściej okrągłymi, rzadziej owalnymi i prostokątnymi narzędziami,
- przez miejscowe nacięcie następnie przetłaczanie i prasowanie, zazwyczaj narzędziami o przekroju prostokątnym (Tubielewicz i Turczyński, 2001, 2004; Mucha i Kaščák, 2010).

Wymienione połączenia ze względu na specyfikę ich uzyskania, charakteryzują się zróżnicowaną nośnością, stosunkowo dużą bądź też małą szczelnością z możliwym naruszeniem spójności ewentualnej powłoki ochronnej czy ozdobnej (np. galwanicznej, malarskiej itp).

Złącza przetłoczeniowe zarówno okrągłe (Rys. 1a) jak i prostokątne (Rys. 1b) mogą być stosowane do łączenia dwóch, trzech (Rys. 2), a nawet więcej warstw materiału.



**Rys. 1.** Widok złącza przetłoczeniowego blach:  
a) okrągłego, b) prostokątnego



**Rys. 2.** Trójwarstwowe (prostokątne) złącze stalowych blach z nacięciem materiału

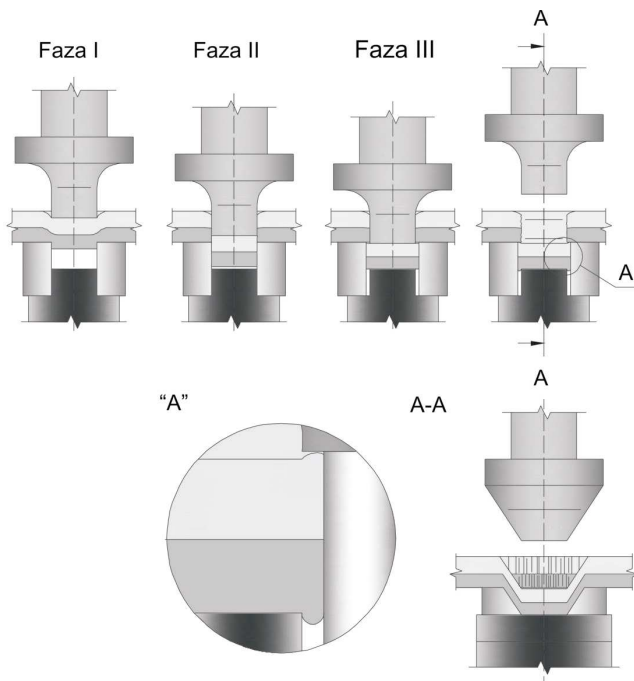
Proces łączenia (dla złącza z nacięciem materiału) odbywa się za pomocą odpowiednio zaprojektowanych do tej metody narzędzi tj. w tym przypadku sztywnego stempla o określonym kształcie oraz prostokątnej matrycy umożliwiającej nacięcie materiału spajanych blach.

Przebieg całego procesu formowania złącza można podzielić na trzy główne fazy:

- I – nacinanie (w zasadzie nacinania z jednoczesnym wstępnym wytłaczaniem);
- II – wytłaczanie właściwe;
- III – prasowanie (dotłaczanie dna przetłoczenia).



Zagłębianiu się stempla podczas (faza pierwsza) tworzenia połączenia towarzyszy w miejscach styku blach z krawędzią tnącą matrycy nacinanie materiału tak, że pod koniec wytlaczania następuje pęknięcie i rozdzielenie. Wówczas zaczyna się wytłaczanie właściwe materiału blach na matrycy w swobodnym kierunku (faza druga). Wykonane nacięcia materiału leżą wzdłuż krawędzi tnących matrycy. Powstałe rozdzielanie materiału na krótkich dwóch odcinkach leżących naprzeciw siebie ułatwia proces dalszego wytłaczania blach w tym miejscu. Dalszy przesuw stempla powoduje prasowanie (spęczanie) dna przetłoczenia. W tej fazie (faza trzecia) pod wpływem nacisku stempla na dno przetłoczenia wymusza się promieniowe płynięcie materiału. Tak powstaje „zamek” tj. zakleszczenie materiału blachy górnej w dolnej. Po uzyskaniużądanego efektu połączenia warstw łączonych blach następuje wycofanie stempla formującego złącze. Cały przebieg procesu można opisać w sposób schematyczny jak pokazano na Rys. 3.



Rys. 3. Przebieg procesu łączenia

Pożądanym jest, by kierunek obciążenia złącza w wyrobie odpowiadał kierunkowi, na którym posiada ono największą nośność. W praktyce podczas procesu montażu nie zawsze możliwe jest takie usytuowanie połączenia. Wykorzystanie technologii połączeń przetłoczeniowych podyktowane jest możliwością jej adaptacji tak, by zapewniony był dostęp dla narzędzi gwarantujący odpowiednią sztywność podparcia narzędzia oraz jego wyprowadzenie po dokonaniu zabiegu (Varis, 2006).

Dotychczas przeprowadzono nieliczne badania uwzględniające zmianę kierunku obciążenia prostokątnych złączy przetłoczeniowych (Lenonn i inni, 1999, Varis, 2002, 2003; Pedreschi i Sihna, 2008). W jednej z nielicznych prac dotyczących zagadnienia wytrzymałości prostokątnych złączy przetłoczeniowych (Lenonn i inni, 1999) można znaleźć analizę z prób ich statycznego ścinania. Inne ciekawe z tego punktu widzenia publikacje (Varis, 2002, 2003) obrazują

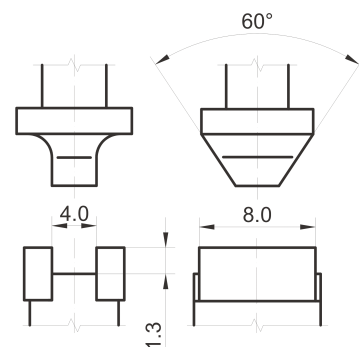
różnicę w pracy, jaką należy wykonać podczas próby zniszczenia złączy okrągłych oraz prostokątnych o różnym ułożeniu w stosunku do głównego kierunku odkształcania testowanej próbki połączenia. Pedreschi i Sihna (2008) poszli dalej, bowiem w swojej pracy przedstawili wpływ zmiany ułożenia złącza w węzłach przestrzennego ustroju z cienkich profili blaszanych na wielkość i przebieg siły wymuszającej deformację konstrukcji. Z innych publikacji naukowych ciekawe jest opracowanie zawierające opis zastosowania prostokątnego złącza przetłoczeniowego o różnym jego ułożeniu w blaszanej konstrukcji strefy kontrolowanego zgniotu (Gronostajski i Polak, 2008). W tego typu elementach określone ułożenie złączy wpływa na formę deformacji ich rozdzielania.

Przeprowadzone przez autora badania doświadczalne miały na celu wykazanie wpływu różnego ułożenia złącza względem głównego kierunku przemieszczenia wymuszającego odkształcenie połączenia na jego krytyczne wartości obciążenia oraz przedstawienia mechanizmu zniszczenia tak obciążanych połączeń. Dokładny opis mechanizmu zniszczenia stanowi krok na drodze do optymalnego projektowania połączeń przetłoczeniowych, jakie prowadzone są od kilku lat na świecie.

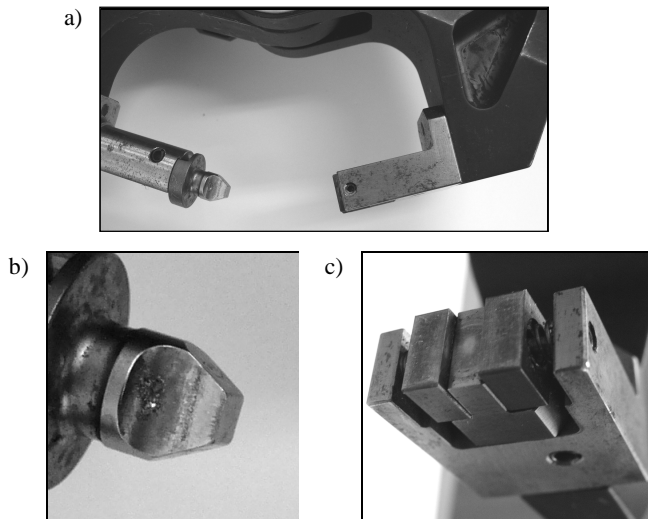
## 2. METODYKA EKSPERYMENTU

Do badań nad wpływem kąta ułożenia miejsca scalenia względem kierunku przemieszczenia wymuszającego odkształcenie złącza na jego krytyczne wartości obciążenia wykorzystano łatwo dostępną blachę ze stopu aluminium EN-AW 1050A. Do modelowania eksperymentu doświadczalnego użyto próbek w postaci pasków o szerokości 40 mm i długości 110 mm, wyciętych z blachy o grubości  $1.00 \pm 0.05$  mm. Materiał blach charakteryzował się określonymi własnościami: umowna granica plastyczności  $R_{p0.2} = 25$  MPa; granica wytrzymałości  $R_m = 75$  MPa; moduł sprężystości  $E = 69\,000$  MPa; wydłużenie względne  $A_{50} = 25$  mm.

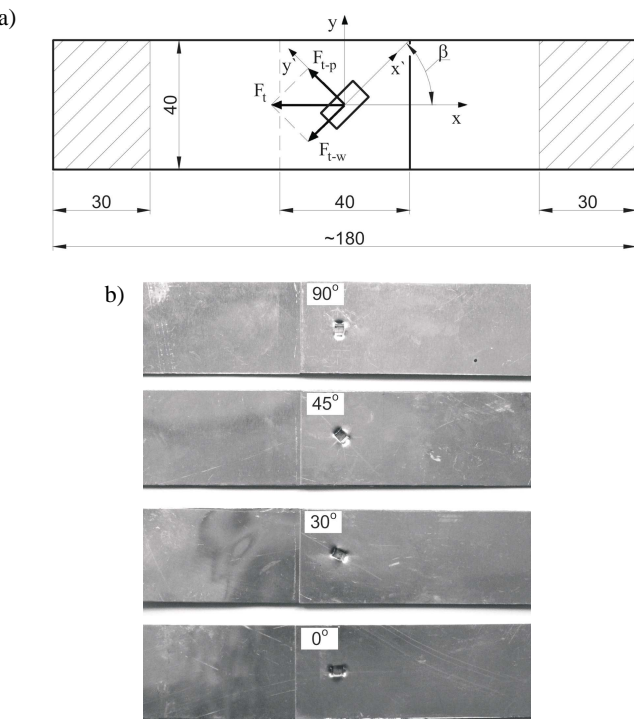
Paski blach zostały połączone za pomocą narzędzi o określonej geometrii (Rys. 4) zainstalowanych na szczękowym urządzeniu o napędzie hydraulicznym (Rys. 5) z zachowaniem określonych wymiarów gotowej próbki (Rys. 6a). Podczas wykonywania próbek złączy zmiennym parametrem był kąt ułożenia geometrii miejsca scalenia  $\beta$  (Rys. 6a), pozostałe zaś były stałe. Grubość dna przetłoczenia, we wszystkich przypadkach posiadała wartość  $0.85 \pm 0.02$  mm. Uzyskane próbki przedstawiono na Rys. 6b.



Rys. 4. Główne wymiary narzędzi



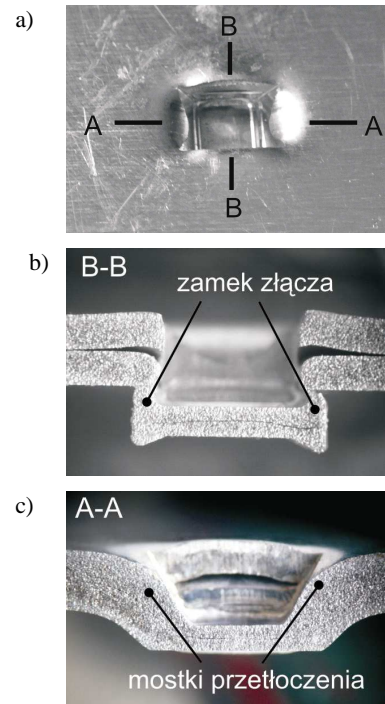
Rys. 5. Otwarte szczęki hydraulicznego urządzenia do wykonywania złączy (a), oraz kompletne narzędzia: kształtujący stempel (b), podatna matryca dwusegmentowa (c)



Rys. 6. Podstawowa geometria próbek do testów ścinania (a) oraz widok otrzymanych połączeń dla wybranych kątów ułożenia złącza (b)

Podczas łączenia przecięty miejscowo materiał blachy górnej zostaje w ostatniej fazie kształtowania złącza spęczony tak, by wymusić jego płynięcie szczególnie w kierunku prostopadłym do linii przecięcia. Dzięki zastosowaniu dwusegmentowej podatnej matrycy uzyskuje się specyficzną postać scalenia łączonych warstw materiału (Rys. 7).

Przeznaczone do testów wytrzymałościowych złącza blach zostały odpowiednio oznaczone. Tak przygotowane (Rys. 7b) zostały poddane testom wytrzymałościowym na ścinanie, aż do ich całkowitego rozdzielenia. Przebadane zostały 3 serie próbek dla 4 kątów ułożenia  $\beta$ , dla każdej wykonano rejestrację parametrów siły i przemieszczenia na maszynie wytrzymałościowej UTS 100.



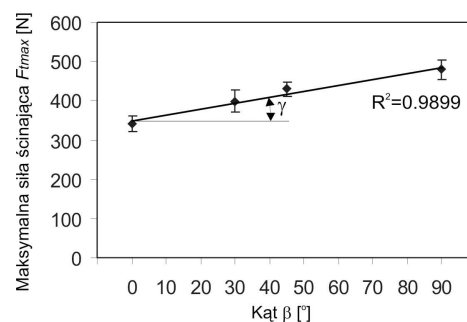
Rys. 7. Widok złącza: a) od strony przetłoczenia oraz b) i c) jego określone przekroje poprzeczne

Przekroje próbek gotowego złącza wykonano za pomocą elektroerozyjnej przecinarki drutowej. Użycie jej pozwoliło na wyeliminowanie wprowadzenia dodatkowych deformacji złącza, jak to bywa w przypadku innych metod cięcia.

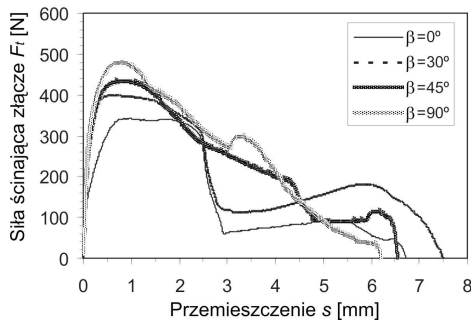
### 3. ANALIZA WYTRZYMAŁOŚCI ZŁĄCZY

#### 3.1. Wartość i krzywa siły ścinającej

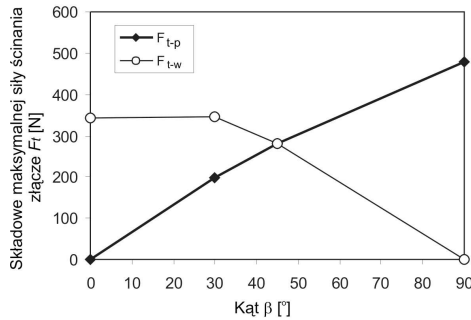
Cechą znaną złączy przetłoczeniowych jest wystąpienie określonej formy zaciśnięcia materiału blach w postaci zamka. W zależności od sposobu realizacji a tym samym i zastosowanych narzędzi można uzyskać zróżnicowaną wytrzymałość węzła konstrukcyjnego, jakim jest połączenie przetłoczeniowe. W przypadku okrągłych złączy uzyskuje się izotropowy charakter nośności połączenia. Natomiast w przypadku prostokątnych tak nie jest, gdyż złącze wykazuje anizotropię w przenoszeniu obciążenia w zależności od kierunku jego działania (Rys. 8).



Rys. 8. Wpływ kąta ułożenia  $\beta$  złącza względem kierunku działającego obciążenia na wielkość maksymalnej siły ścinającej



Rys. 9. Wpływ kąta ułożenia  $\beta$  złącza względem kierunku działającego obciążenia na przebieg krzywej ścinania

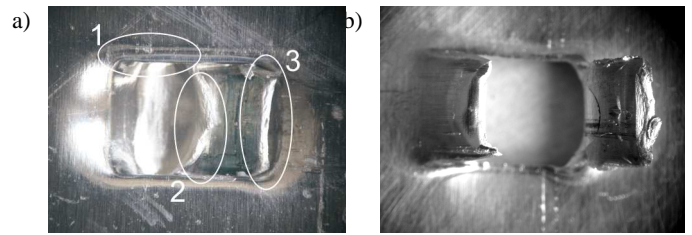


Rys. 10. Wpływ kąta ułożenia  $\beta$  złącza względem kierunku działającego obciążenia na odpowiadające mu składowe siły ścinania

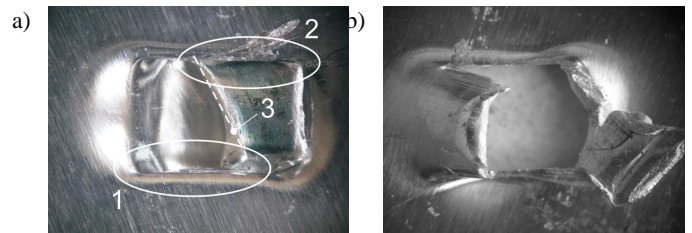
Przebieg krzywej siły ścinania jest odpowiedzią złącza na działanie przemieszczenia wymuszającego odkształcanie się połączenia. Dla analizowanych przypadków kąta ułożenia złącza  $\beta$  uzyskano odmienne charakterystyki siłowe (Rys. 9). Poszczególne przebiegi siły ścinającej w połączeniu z końcowym wyglądem próbek umożliwiają opis mechanizmu rozdzielenia złącza. We wszystkich przypadkach całkowite rozdzielenie połączonych blach aluminiowych następowało w wyniku dekohezji materiału przetłoczenia. Rozdzielenie to uzależnione było od rozkładu składowych siły ścinającej (Rys. 10), na które miał wpływ kąt ułożenia złącza. Efekty zniszczenia złączy w miejscu scalenia dla różnego kąta przedstawiono na osobnych Rys. 11–14.

### 3.2. Mechanizm zniszczenia złączy

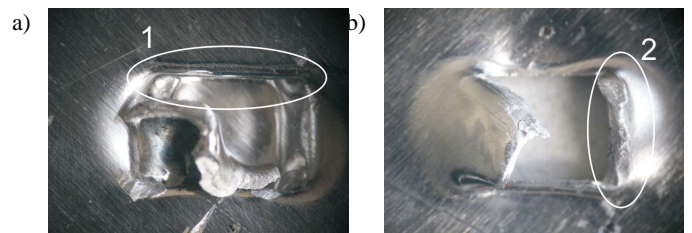
W przypadku obciążania próbki złącza dla kąta  $0^\circ$  rozdzielenie nastąpiło w wyniku częściowego wyrwania zamka w obszarze „1” z jednoczesną utratą spójności materiału przetłoczenia w obszarach „2” i „3” (Rys. 11). Dla tak usytuowanego złącza podczas testu wytrzymałościowego wystąpiła pewna stabilizacja siły na poziomie 340 N na określonej drodze przemieszczenia wymuszającego (Rys. 9). Dalsze odkształcanie złącza skutkowało spadkiem siły do momentu (przemieszczenie 3 mm) w którym dalsze wyrwanie zamka w obszarze „1” wymusiło lokalne rozciąganie materiału przetłoczenia w obszarach „2” i „3”. Podczas rozciągania przetłoczenia (w skali makro) materiał umacniał się co widać na krzywej przebiegu siły. Wzrost siły przebiegał do momentu uzyskania granicznego przewężenia materiału (dla przemieszczenia  $\sim 6.2$  mm), wówczas dochodziło do całkowitego rozdzielenia scalonych warstw materiału.



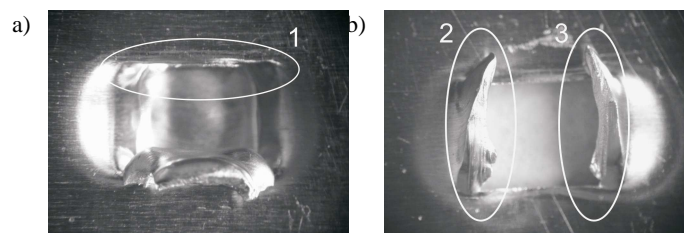
Rys. 11. Forma zniszczenia miejsca scalenia blach otrzymana z próby ścinania prostokątnego złącza przetłoczeniowego dla kąta ścinania  $\beta = 0^\circ$ . Widok od strony wewnętrznej połączonych warstw: a) dolna blacha, b) górna blacha



Rys. 12. Forma zniszczenia miejsca scalenia blach otrzymana z próby ścinania prostokątnego złącza przetłoczeniowego dla kąta ścinania  $\beta = 30^\circ$ . Widok od strony wewnętrznej połączonych warstw: a) dolna blacha, b) górna blacha



Rys. 13. Forma zniszczenia miejsca scalenia blach otrzymana z próby ścinania prostokątnego złącza przetłoczeniowego dla kąta ścinania  $\beta = 45^\circ$ . Widok od strony wewnętrznej połączonych warstw: a) dolna blacha, b) górna blacha



Rys. 14. Forma zniszczenia miejsca scalenia blach otrzymana z próby ścinania prostokątnego złącza przetłoczeniowego dla kąta ścinania  $\beta = 90^\circ$ . Widok od strony wewnętrznej połączonych warstw: a) dolna blacha, b) górna blacha

Podczas obciążania połączenia dla kąta ułożenia  $\beta = 30^\circ$  w pierwszej kolejności wyrwanie zamka występowało w obszarze „1” (Rys. 12). W wyniku działania przemieszczenia wymuszającego odkształcanie się miejsca scalenia blach, po stronie przeciętego materiału w obszarze „1” następowało nieznaczne poluzowanie się zaciśniętego materiału. Natomiast od strony przeciwległej (w obszarze „2”), wraz ze zwiększaniem się przemieszczenia blach, następowało wciskanie się materiału połączonych warstw. Stąd takie ułożenie linii rozdzielania materiału przetłoczenia

(szczegół „3”) pod kątem  $90^\circ$  w stosunku do kierunku przemieszczania się blach.

Zwiększenie kąta ( $\beta$ ) usytuowania złącza względem kierunku przemieszczenia  $s$  do  $45^\circ$  skutkuje nasileniem zjawisk zachodzących jak dla kąta  $30^\circ$ . W wyniku realizacji testu wytrzymałościowego połączenia całkowitemu wyrwanemu materiałowi w obszarze „1” towarzyszy wywinicie dna przetłoczenia (Rys. 13). W poprzednich przypadkach mostki przetłoczenia pozostawały wraz z blachą górną. W przypadku kąta ułożenia  $45^\circ$  jeden z mostków ulega rozdzielaniu w miejscu przejścia materiału przetłoczenia (obszar „2”).

Z kolei poprzeczne usytuowanie złącza (linia przeciętego materiału jest prostopadła do kierunku działającego obciążenia) podczas testu ścinania daje inną odpowiedź siłową połączenia (Rys. 9). Szczytowa siła ścinająca złącze w tym przypadku osiągnęła wartość 480 N i jest o 40 % większa niż dla kąta  $0^\circ$ . Podczas testu wytrzymałościowego (dla  $\beta = 90^\circ$ ) nastąpiło zniszczenie złącza przez wyrwanie zamka w obszarze „1” (Rys. 14), jak również przez utratę spójności materiału mostków w przekrojach poprzecznych (obszary „2” i „3” na Rys. 14).

Tak więc w przedstawionych przypadkach ułożenia złącza względem kierunku działania siły ścinającej uzyskano nieco odmienne charakterystyki siły ścinającej, bowiem na siłowe odpowiedzi złącza wpływał określony przebieg mechanizmu ich zniszczenia (kolejność degradacji elementów zamka w połączeniu).

#### 4. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono wyniki badań doświadczalnych ścinania próbek prostokątnych złączy przetłoczeniowych z nacięciem materiału blach aluminiowych. Zwrócono uwagę na zjawiska zachodzące podczas ścinania złącza dla różnych kątów jego ułożenia względem kierunku przemieszczenia wymuszającego deformację połączenia.

Najwyższą siłę ścinania uzyskuje się dla złącza obciążanego prostopadle do przeciętego materiału w miejscu scalenia.

Projektując proces montażu elementów cienkościennych należy brać pod uwagę odpowiednie usytuowania złącza w gotowym wyrobie z uwzględnieniem ograniczeń, co do możliwości jego wykonania (dostęp dla narzędzi).

Przeprowadzone badania doświadczalne są początkiem do modelowania własności wytrzymałościowych tychże połączeń dla określonej geometrii narzędzi i różnej siły prasowania.

#### LITERATURA

1. **Gronostajski Z., Polak S.** (2008), Quasi-static and dynamic deformation of double-hat thinwalled elements of vehicle controlled body crushing zones joined by clinching, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, Vol. VIII, No. 2, 57-65.
2. **Lennon R., Pedreschi R., Sinha B. P.** (1999), Comparative study of some mechanical connections in cold formed steel, *Construction and Building Materials*, Vol. 13, 109-116.
3. **Mucha J.** (2007), Współczesne techniki łączenia cienkich blach – zaciskanie przez wytłaczanie (Clinching), *Mechanik*, R. 80, N. 11, 932-939.
4. **Mucha J., Kaščák L.** (2010), Wybrane aspekty kształtowania okrągłych połączeń przetłoczeniowych, *Problemy eksploatacji*, Vol. 79, No 4, 29-38.
5. **Mucha J., Kaščák L., Spišák E.** (2010), Analiza wytrzymałości złączy przetłoczeniowych blach stalowych stosowanych na elementy nadwozi pojazdów samochodowych, *Archiwum Motoryzacji*, No. 3, 185-194.
6. **Nong N., Keju O., Yu Z., Zhiyuan Q., Changcheng T., Feipeng L.** (2003), Research on press joining technology for automotive metallic sheets, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 137, 159-163.
7. **Pedreschi R.F., Sinha B.P.** (2008), An experimental study of cold formed steel trusses using mechanical clinching, *Construction and Building Materials*, Vol. 22, 921-931.
8. **Tubielewicz K., Turczyński K.** (2001), Kształtowanie połączeń blach metodą prasowania na zimno, *Technologia i automatyzacja montażu*, Nr 2, 66-70.
9. **Tubielewicz K., Turczyński K., Tubielewicz M.** (2004), Wskaźniki wytrzymałościowe połączeń kształtowych prasowanych na zimno, *Technologia i automatyzacja montażu*, Nr 3, 67-72.
10. **Varis J. P.** (2002), The suitability of round clinching tools for high strength structural steel, *Thin-Walled Structures*, Vol. 40, 225-238.
11. **Varis J. P.** (2003), The suitability of clinching as a joining method for high-strength structural steel, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 132, 242-249.
12. **Varis J. P.** (2006), Ensuring the integrity in clinching process, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 174, 277-285.

#### THE EFFECT OF RECTANGLE CLINCHING JOINT'S LOAD DIRECTION ON ITS STRENGTH IN THE SHEAR TEST

**Abstract:** This paper presents the results of experiments on effect of clinching joint's load direction on its characteristics and the maximum shearing force value. The model experiments have been conducted for EN-AW 1050A aluminum alloy. The specimens of rectangle clinching joints with material notch have been shear tested on the tensile testing machine UTS 100. The analysis of joint destruction depending on specimen load angle has been presented shortly. The effects of joint failure force, force value change and maximum displacement up to total separation of joined sheets have been presented.

# DRGANIA WYMUSZONE PŁYTY PROSTOKĄTNEJ Z CIECZĄ MAGNETOREOLOGICZNĄ

Jacek SNAMINA\*

\*Katedra Automatykacji Procesów, Wydział Inżynierii Mechanicznej, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

[snamina@agh.edu.pl](mailto:snamina@agh.edu.pl)

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono metodę analizy drgań wymuszonych płyty z warstwą cieczy MR. Płyta składa się z dwóch zewnętrznych warstw aluminiowych, pomiędzy którymi znajduje się warstwa cieczy magnetoreologicznej (MR). Brzegi płyty są zamocowane w uchwycie. Przyjęto, że zewnętrzne warstwy aluminiowe są sprężyste a rozpraszanie energii następuje w warstwie cieczy MR. Wprowadzono założenia dotyczące przemieszczeń, odkształceń i naprężeń. Wyznaczono częstotliwości i formy własne oraz charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową środkowego punktu płyty.

## 1. WPROWADZENIE

Wiele elementów konstrukcyjnych charakteryzuje się ciągłym rozkładem masy i sztywności. Eliminacja drgań tych elementów jest szczególnie trudna. W ostatnich latach, w związku z rozwojem materiałów inteligentnych oraz metod sterowania, prace związane z eliminacją drgań skupiają się na opracowaniu sposobów optymalnego zastosowania nowych materiałów. W grupie materiałów inteligentnych znajdują się ciecze magneto reologiczne. Pod wpływem zmian pola magnetycznego zmieniają sztywność i tłumienie warstwy cieczy (Sun i Lu, 1995; Weiss i inni, 1994) Ponieważ zmiany te następują w bardzo krótkim czasie (rzędu milisekund) ciecze MR nadają się do zastosowania w układach charakteryzujących się dużą dynamiką. Materiały inteligentne, takie jak ciecze elektro- i magnetoreologiczne mogą być szczególnie przydatne przy eliminacji drgań belek, płyt i powłok (Sapiński i Snamina, 2008; Yeh i Chen, 2005).

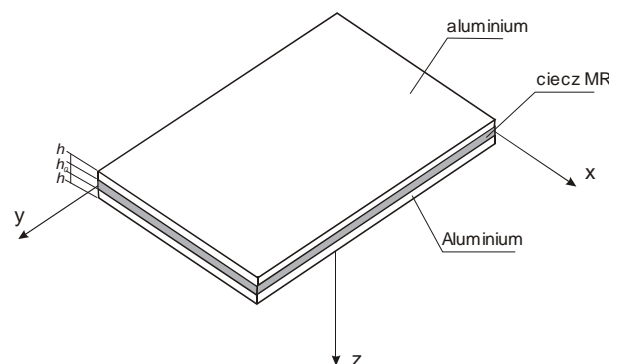
Opis zjawisk występujących przy stosowaniu warstw tłumiących z cieczą MR w płytach jest przedmiotem niniejszej pracy.

## 2. ANALIZA ODKSZTAŁCENÍ

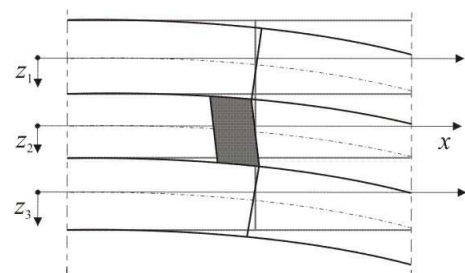
Schemat płyty wraz z przyjętym układem współrzędnych przedstawiono na Rys 1. Obliczenia zostały wykonane dla płyty trójwarstwowej przygotowanej do badań laboratoryjnych. Zewnętrzne warstwy zostały wykonane z płyt aluminiowych o grubości  $h=0,002$  m, a przestrzeń między nimi wypełniono cieczą MR. Grubość warstwy cieczy wynosi  $h_0=0,002$  m. Warstwa cieczy jest uszczelniona na obwodzie płyty za pomocą płaskownika aluminiowego o grubości równej grubości warstwy cieczy MR i szerokości równej 0,005 m. Płaskownik jest przyklejony do zewnętrznych warstw aluminiowych. Pas o szerokości 0,005 m na obwodzie płyty jest zamocowany w uchwycie. Wymiary części ruchomej płyty wynoszą 0,45 m x 0,55 m x 0,006 m.

Rozważane są małe drgania płyty. Zgodnie z ogólnie przyjętym założeniem przemieszczenia nie powinny być wówczas większe niż grubość płyty. Zakładając przemieszczenia punktów poszczególnych warstw płyty przyjęto, że:

- wszystkie punkty należące do odcinka prostopadłego do płaszczyzny środkowej płyty trójwarstwowej w stanie nieodkształconym mają podczas jej odkształcania taką samą składową przemieszczenia w kierunku osi  $z$ .
- dla każdej z warstw zewnętrznych płyty, spełnione jest założenie Kirchhoffa-Love'a, a więc proste odcinki o kierunku normalnym do płaszczyzn środkowych pozostają po odkształceniu warstw nadal proste i mają kierunek normalny do odpowiednich warstw środkowych.



Rys. 1. Schemat płyty z warstwą cieczy MR



Rys. 2. Przekrój warstw płyty

Zgodnie z przyjętymi założeniami, na Rys. 2 przedstawiono przekrój poprzeczny warstw w stanie nieodkształconym oraz w stanie odkształconym płyty. Dodatkowo na rysunku zaznaczono stosowane w obliczeniach układy współrzędnych przyjęte dla każdej warstwy. Płaszczyzna przekroju jest równoległa do płaszczyzny  $xz$ . Na schemacie pokazano przekrój odkształconego elementu warstwy cie-

czy MR w postaci zacieniowanego obszaru. Analogiczny rysunek będzie obrazował deformację warstw w płaszczyźnie  $yz$ .

## 2.1. Odształcenia zewnętrznych warstw płyty

Warstwy zewnętrzne są cienkimi płytami aluminiowymi. Podczas drgań są one zginane oraz, w wyniku oddziaływania sił stycznych na powierzchni kontaktu z warstwą cieczy MR, są równocześnie rozciągane lub ściskane. Wielkość sił stycznych na granicach pomiędzy warstwami aluminiowymi i warstwą cieczy MR stanowi o stopniu oddziaływania cieczy MR na płytę.

Uwzględniając sprzężenia pomiędzy odształceniami warstw oraz przyjęte założenia można określić współrzędne wektora przemieszczenia punktów należących do zewnętrznych warstw. Przemieszczenie punktu warstwy górnej o współrzędnej  $z_1$  jest opisane wektorem  $\vec{u}_1$  o następujących współrzędnych:

$$\begin{cases} (u_1)_x = u_x - z_1 \frac{\partial w}{\partial x} \\ (u_1)_y = u_y - z_1 \frac{\partial w}{\partial y} \\ (u_1)_z = w(x, y, t) \end{cases} \quad (1)$$

Składniki  $u_x(x, y, t)$  oraz  $u_y(x, y, t)$  opisują rozciąganie lub ściskanie warstwy. Składniki zawierające pochodne cząstkowe przemieszczenia  $w(x, y, t)$  są związane ze zginaniem.

Ze względu na symetrię budowy płyty oraz wynikającą stąd symetrię oddziaływania warstwy MR, wektor  $\vec{u}_3$  opisujący przemieszczenia punktów dolnej warstwy aluminiowej ma składowe, związane z rozciąganiem, o znaku przeciwnym niż odpowiednie składowe przemieszczenia górnej warstwy. Biorąc to pod uwagę, współrzędne wektora przemieszczenia  $\vec{u}_3$  można zapisać w postaci:

$$\begin{cases} (u_3)_x = -u_x - z_3 \frac{\partial w}{\partial x} \\ (u_3)_y = -u_y - z_3 \frac{\partial w}{\partial y} \\ (u_3)_z = w(x, y, t) \end{cases} \quad (2)$$

Zaproponowany opis pola przemieszczeń w zewnętrznych warstwach płyty jest podstawą do wyznaczenia odształceń tych warstw. Wykorzystując znane zależności pomiędzy przemieszczeniami i odształceniami, niezerowe składowe tensora odształceń górnej płyty można zapisać w postaci:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} - z_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} - z_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} - 2z_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (3)$$

Analogiczne wzory opisują odształcenia dolnej warstwy aluminiowej

$$\begin{cases} \epsilon_x = -\frac{\partial u_x}{\partial x} - z_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_y = -\frac{\partial u_y}{\partial y} - z_3 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = -\frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x} - 2z_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (4)$$

Zgodnie z wprowadzonymi równaniami, przemieszczenia i odształcenia zewnętrznych warstw zależą od trzech funkcji  $w(x, y, t)$ ,  $u_x(x, y, t)$ ,  $u_y(x, y, t)$ .

## 2.2. Odształcenia warstwy cieczy MR

Przemieszczenia punktów należących do środkowej warstwy, wypełnionej cieczą MR, zależą przede wszystkim od ciągłości przemieszczeń na granicach pomiędzy warstwami zewnętrznymi, a warstwą cieczy MR. Ciągłość przemieszczeń jest związana z założeniem braku poślizgu pomiędzy warstwą MR, a warstwami aluminiowymi. Analiza fizyczna zjawisk na granicy warstw nie przesądza jednoznacznie o braku poślizgu. Jest oczywiste, że przy małych amplitudach drgań można przyjąć założenie o braku poślizgu. Przy większych amplitudach oraz silnym polu magnetycznym zamieniającym ciecz w żel może dochodzić do poślizgu, a siła tarcia może być opisana prostymi lub bardziej złożonymi modelami.

W przypadku braku poślizgu, a więc przy założeniu ciągłości przemieszczeń na granicy warstw, oraz po wykorzystaniu przyjętych na wstępie założeń ogólnych, przemieszczenia punktów należących do warstwy MR można opisać wektorem  $\vec{u}_2$  o następujących współrzędnych

$$\begin{cases} (u_2)_x = z_2 \left( \frac{h}{h_0} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{2u_x}{h_0} \right) \\ (u_2)_y = z_2 \left( \frac{h}{h_0} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{2u_y}{h_0} \right) \\ (u_2)_z = w(x, y, t) \end{cases} \quad (5)$$

W przypadku poślizgu pomiędzy warstwami, przemieszczenia punktów warstwy MR nie mogą być jednoznacznie opisane bez dalszych założeń prowadzących do określenia poślizgu. W skrajnym przypadku można założyć, że punkty warstwy środkowej przemieszczają się tylko w kierunku,  $z$  zgodnie z ogólnymi założeniami odnośnie ruchu płyty. Wówczas wektor przemieszczeń będzie miał współrzędne:

$$\begin{cases} (u_2)_x = 0 \\ (u_2)_y = 0 \\ (u_2)_z = w(x, y, t) \end{cases} \quad (6)$$

Pośrednie przypadki można modelować zakładając pole przemieszczeń, w którym współrzędne  $(u_2)_x$  oraz  $(u_2)_y$  są

opisane podobnie jak w równaniach (5), ale z odpowiednio dobranymi współczynnikami zmniejszającymi ich moduły. Wielkość tych współczynników byłaby pewną miarą poślizgu.

Na podstawie przyjętych równań opisujących pole przemieszczeń w warstwie środkowej można wyznaczyć odkształcenia warstwy. Zakładając brak poślizgu pomiędzy warstwami, odkształcenia są opisane następującymi wzorami:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = z_2 \left( \frac{h}{h_0} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{2}{h_0} \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_y = z_2 \left( \frac{h}{h_0} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{2}{h_0} \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \\ \gamma_{xy} = 2z_2 \left( \frac{h}{h_0} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{1}{h_0} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \right) \\ \gamma_{xz} = \left( \frac{h}{h_0} + 1 \right) \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{2}{h_0} u_x \\ \gamma_{yz} = \left( \frac{h}{h_0} + 1 \right) \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{2}{h_0} u_y \end{cases} \quad (7)$$

Dla uproszczenia przekształceń wygodnie jest zapisać trzy ostatnie równania układu (7) w następującej postaci:

$$\begin{cases} \gamma_{xy} = 2z_2 L_{xy}(w, u_x, u_y) \\ \gamma_{xz} = L_{xz}(w, u_x, u_y) \\ \gamma_{yz} = L_{yz}(w, u_x, u_y) \end{cases} \quad (8)$$

gdzie  $L_{kl}(\cdot)$  są odpowiednimi liniowymi operatorami różniczkowymi, których postać wynika z porównania odpowiednich równań układu (7) oraz (8). Para wskaźników  $kl$  przyjmuje wartości ze zbioru  $\{(xy), (xz), (yz)\}$ .

W przypadku przyjęcia całkowitego braku przemieszczenia w kierunku osi  $x$  oraz osi  $y$  ( $(u_2)_x=0$  oraz  $(u_2)_y=0$ ), co odpowiada maksymalnemu poślizgowi, wzory (7) upraszczają się i niezerowe składowe odkształceń postaciowych są opisane wzorami:

$$\begin{cases} \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} \\ \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} \end{cases} \quad (9)$$

W przypadkach pośrednich można przyjąć, że forma zależności będzie podobna do wzorów (7)

### 3. NAPRĘŻENIA W WARSTWACH PŁYTY

Przyjęto, że zewnętrzne warstwy rozważanej płyty trójwarstwowej są idealnie sprężyste. Tłumienie wewnętrzne w tych warstwach można pominąć ze względu na jego małą wartość w porównaniu do tłumienia warstwy cieczy MR. Stan naprężenia będzie wobec tego wyznaczony z prawa Hooke'a. Przyjęto, powszechnie stosowane w płytach i tarczach, założenie o płaskim stanie naprężenia i wynika-

jących stąd równaniach opisujących zależności pomiędzy odkształceniami i naprężeniami.

Stan naprężeń w warstwie MR jest związany przede wszystkim z odkształceniami postaciowymi elementów tej warstwy. Przyjmuje się, że pomimo niezerowych odkształceń wzdłużnych, naprężenia rozciągające towarzyszące tym odkształceniom są małe i w obliczeniach zostają pominięte. Naprężenia styczne związane z odkształceniami postaciowymi wskazują zarówno na właściwości sprężyste warstwy, jak i na właściwości tłumiące. W obliczeniach dotyczących drgań szczególnie użytecznym jest wyznaczony na podstawie badań zespolony moduł sztywności poprzecznej. Wielkość ta opisuje równocześnie własności sprężyste jak i własności rozpraszania energii w warstwie cieczy MR. Zastosowanie modułu wymaga wprowadzenia zespolonych odkształceń i zespolonych naprężeń opisujących stan odkształcenia i stan naprężenia podczas drgań płyty. Równanie wiążące zespolone naprężenia  $\tau_{kl}^{(clx)}$  z zespolonymi odkształceniami  $\gamma_{kl}^{(clx)}$  ma następującą postać:

$$\tau_{kl}^{(clx)} = G \cdot \gamma_{kl}^{(clx)} \quad (10)$$

gdzie  $G$  oznacza zespolony moduł sztywności poprzecznej. Jego część rzeczywista określa własności sprężyste cieczy a część urojona opisuje własności tłumiące. Moduł zależy od indukcji pola magnetycznego, w którym umieszczona jest ciecz MR.

Zależność (10) opisująca związek pomiędzy naprężeniami a odkształceniami w przypadku ruchu drgającego płyty jest zależnością, z punktu widzenia prowadzonych obliczeń, ważną i ma charakter równań konstytutywnych. W literaturze z zakresu badania własności cieczy MR opublikowano równania wiążące tensor naprężenia z tensorem odkształcenia oraz wektorem indukcji pola magnetycznego. Wzory te, przykładowo wzór przedstawiony w pracy (Dorfmann i inni, 2007), są najczęściej słuszne przy stałych prędkościach ruchu elementów cieczy. Wobec tych założeń mają one raczej ograniczony zakres zastosowań w analizie drgań.

Dla cienkich warstw cieczy MR można bezpośrednio postulować zależność siły stycznej występującej pomiędzy warstwą cieczy MR a warstwami zewnętrznymi, jako funkcję odkształceń postaciowych oraz ich pochodnych względem czasu.

$$\tau \left( \frac{h_0}{2} \right) = F(\gamma, \dot{\gamma}) \quad (11)$$

Wobec założenia, że warstwa jest cienka, można w tym przypadku przyjąć, że odkształcenia postaciowe nie zmieniają się wzdłuż grubości warstwy. Postać funkcji występującej w powyższym równaniu należy wyznaczyć na podstawie badań doświadczalnych.

### 4. ZESPOLONE FORMY DRGAŃ

Drgania własne układów, w których występują siły tłumienia materiałowego opisanego zespolonym współczynnikiem sztywności są najczęściej analizowane przy zastosowaniu zespolonych form drgań własnych i związanych z nimi zespolonych wartości własnych. Zespolone formy

i wartości własne otrzymuje się w wyniku rozwiązania zagadnienia własnego dla rozważanej płyty.

Przy założeniu drgań płyty dokładnie z jedną, wybraną formą, zespolone przemieszczenia płyty można zapisać w postaci

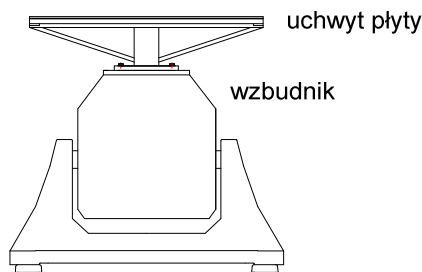
$$\begin{bmatrix} w^{(clx)}(x, y, t) \\ u_x^{(clx)}(x, y, t) \\ u_y^{(clx)}(x, y, t) \end{bmatrix} = A_0 \begin{bmatrix} \hat{w}(x, y) \\ \hat{u}_x(x, y) \\ \hat{u}_y(x, y) \end{bmatrix} e^{\beta t} \quad (12)$$

gdzie  $A_0$  oznacza amplitudę drgań, wektor  $[\hat{w}(x, y), \hat{u}_x(x, y), \hat{u}_y(x, y)]^T$  jest zespoloną formą a liczba zespolona  $\beta = -\alpha + i\omega$  jest odpowiednią wartością własną. Symbol  $\alpha$  oznacza współczynnik tłumienia a symbolem  $\omega$  oznaczono częstotliwość drgań własnych.

Dla małego tłumienia część rzeczywista zespolonej formy jest dominująca w stosunku do części urojonej.

## 5. DRGANIA WYMUSZONE PŁYTY

Drgania płyt są najczęściej wzbudzane przez ruch konstrukcji, w której są zamocowane. Do analizy przyjęto płytę prostokątną, której drgania są wynikiem sinusoidalnie zmiennego ruchu uchwytu mocującego płytę. Założono, że uchwyt jest na tyle sztywny, że przy rozważanych częstotliwościach i amplitudach jego odkształcenia są pomijalnie małe. Schemat układu realizującego założony ruch płyty przedstawiono na Rys. 3.



Rys. 3. Schemat układu realizującego ruch płyty

Przy założonym sposobie wymuszenia najbardziej naturalnym opisem ruchu płyty jest opis w układzie ruchomym związanym z uchwytem. Odkształcenia płyty są wówczas bezpośrednio uzależnione od współrzędnych przemieszczeń. Można wprost zastosować równania opisujące stan odkształcenia w powiązaniu z przemieszczeniami. Ponieważ układ jest układem nieinercyjnym do opisu ruchu należy wprowadzić siły bezwładności.

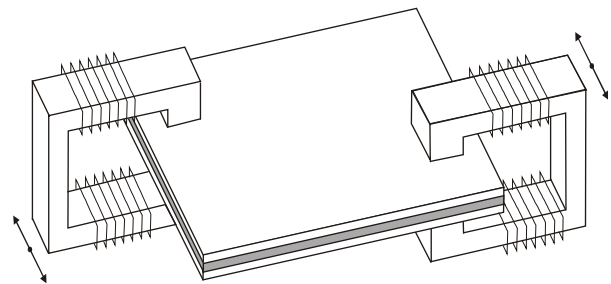
Ze względu na prostą interpretację fizyczną oraz przejrzystość opisu do obliczeń przyjęto metodę superpozycji form drgań własnych. Najbardziej naturalne jest przyjęcie zbioru form drgań płyty z cieczą MR, której własności są określone w wyniku oddziaływania pola magnetycznego. Taki wybór ma jednak pewne niedogodności związane z koniecznością każdorazowego wyznaczania zbioru form własnych przy zmianie indukcji pola magnetycznego oraz brakiem przejrzystego opisu wpływu własności cieczy na drgania wymuszone. Wpływ ten jest zawarty przede

wszystkim w zmianach form własnych i odpowiadających im wartości własnych. Z tego względu dużo lepszą koncepcją jest przyjęcie, jako podstawy do analizy drgań wymuszonych, zbioru form drgań własnych płyty przed jej napełnieniem cieczą MR. Jest oczywiste, że wprowadzona do płyty warstwa MR nie zmienia w sposób istotny kształtu form. Nie należy również oczekiwać znacznego wpływu na częstotliwości drgań, a modalne współczynniki tłumienia nie przyjmują dużych wartości. Wynika to bezpośrednio z analizy form własnych oraz wartości własnych dla płyty bez cieczy MR oraz płyty wypełnionej cieczą MR przy różnych natężeniach pola magnetycznego.

Przyjmując do opisu ruchu płyty, która nie jest napełniona cieczą MR, skończoną liczbę podstawowych form drgań, dokonujemy dyskretyzacji i równania ruchu płyty bez cieczy MR można przedstawić w następującej postaci:

$$M\ddot{q} + Kq = -f \ddot{z} \quad (13)$$

gdzie  $q$  jest wektorem współrzędnych uogólnionych określających udział poszczególnych form w ruchu płyty,  $M$  jest macierzą mas a  $K$  jest macierzą sztywności. Macierz kolumnowa  $f$  zawiera współczynniki określające wpływ wymuszenia na poszczególne formy. Ze względu na ortogonalność form macierz mas i macierz sztywności są macierzami diagonalnymi. Zgodnie z założeniami rozpraszanie energii drgań występuje tylko w warstwie MR, wobec tego w równaniu (13) nie wprowadzono macierzy tłumienia. Symbole  $M, K, f$  można traktować również, jako oznaczenia operatorów, przy pomocy których, na podstawie wyznaczonego w analizie modalnej zbioru form własnych, wyznaczane są odpowiednie współczynniki równań (13). W uproszczonych obliczeniach istnieje możliwość przyjęcia przybliżonych równań form własnych.



Rys. 4. Schemat ułożenia elektromagnesów względem płyty

Właściwości cieczy MR w stanie przed uplastycznieniem są najczęściej opisane zespolonym modułem sztywności poprzecznej  $G$ . Moduł określa równocześnie własności sprężyste (część rzeczywista modułu) oraz własności rozpraszania energii (część urojona modułu) cieczy MR. Na podstawie doświadczeń określono zależność modułu sztywności poprzecznej od indukcji lub natężenia pola magnetycznego. Zależność modułu od natężenia pola (Sun i inni, 2003) można przedstawić w następującej postaci:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(G) &= (5 \cdot 10^{-11} H^2 + 4.5 \cdot 10^{-6} H + 0.578) \cdot 10^6 \\ \operatorname{Im}(G) &= (5.5 \cdot 10^{-13} H^2 + 4.8 \cdot 10^{-8} H + 6.31 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^6 \end{aligned} \quad (14)$$

Pole magnetyczne oddziałujące na płytę jest wytwarzane najczęściej przez elektromagnesy, których położenie



względem płyty może być dowolnie zmieniane. Przedstawiono to schematycznie na Rys. 4. Jak wynika ze schematu pole magnetyczne nie będzie takie same we wszystkich punktach płyty. Należy to uwzględnić przy obliczeniach parametrów płyty. Z punktu widzenia eliminacji drgań, położenie elektromagnesów powinno pokrywać się z obszarami płyty, w których rozpraszana energia poszczególnych form drgań jest maksymalna.

W przyjętej metodzie obliczeń, wpływ warstwy cieczy MR umieszczonej w płycie sprowadza się do modyfikacji macierzy mas i sztywności. Dodatkowo na skutek rozpraszania energii w warstwie MR wprowadzona zostaje macierz tłumienia. W związku z zastosowaniem zespolonego modułu sztywności opis ruchu płyty należy ograniczyć do ruchu sinusoidalnie zmiennego. Wprowadzając zespolone amplitudy drgań można zapisać następujące równanie

$$[-v^2(\mathbf{M} + \mathbf{M}_{MR}) + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_{MR}) + i\mathbf{B}_{MR}]\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{f} z_0 v^2 \quad (15)$$

gdzie  $\hat{\mathbf{q}}$  jest wektorem amplitud zespolonych współrzędnych uogólnionych  $\mathbf{q}$ . Macierz  $\mathbf{M}_{MR}$  jest dodatkowym składnikiem macierzy mas a macierz  $\mathbf{K}_{MR}$  jest dodatkowym składnikiem macierzy sztywności. Macierze te są związane z masą i sztywnością cieczy MR. Macierz  $\mathbf{B}_{MR}$  jest macierzą związaną z własnościami tłumiącymi opisanymi częścią urojoną zespolonego modułu sztywności poprzecznej. Ponieważ część zespolona modułu sztywności nie zależy od częstości wobec tego tłumienie nie ma charakteru tłumienia wiskotycznego. Podobnie jak  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{f}$ , symbole  $\mathbf{M}_{MR}$ ,  $\mathbf{K}_{MR}$  oraz  $\mathbf{B}_{MR}$  można również traktować, jako oznaczenia operatorów, przy pomocy których, na podstawie zbioru form własnych, wyznaczamy odpowiednie masy, sztywności i współczynniki tłumienia. Biorąc pod uwagę zależności odkształceń i naprężeń od przemieszczeń opisanych równaniami (1-7) obliczenia są pracochłonne i muszą być wykonane przy pomocy algorytmów numerycznych. Rozwiązując równanie macierzowe (15) wyznaczamy zespolone amplitudy, których moduły określają amplitudy drgań opisanych we współrzędnych  $\mathbf{q}$ .

## 6. OBLICZENIA NUMERYCZNE

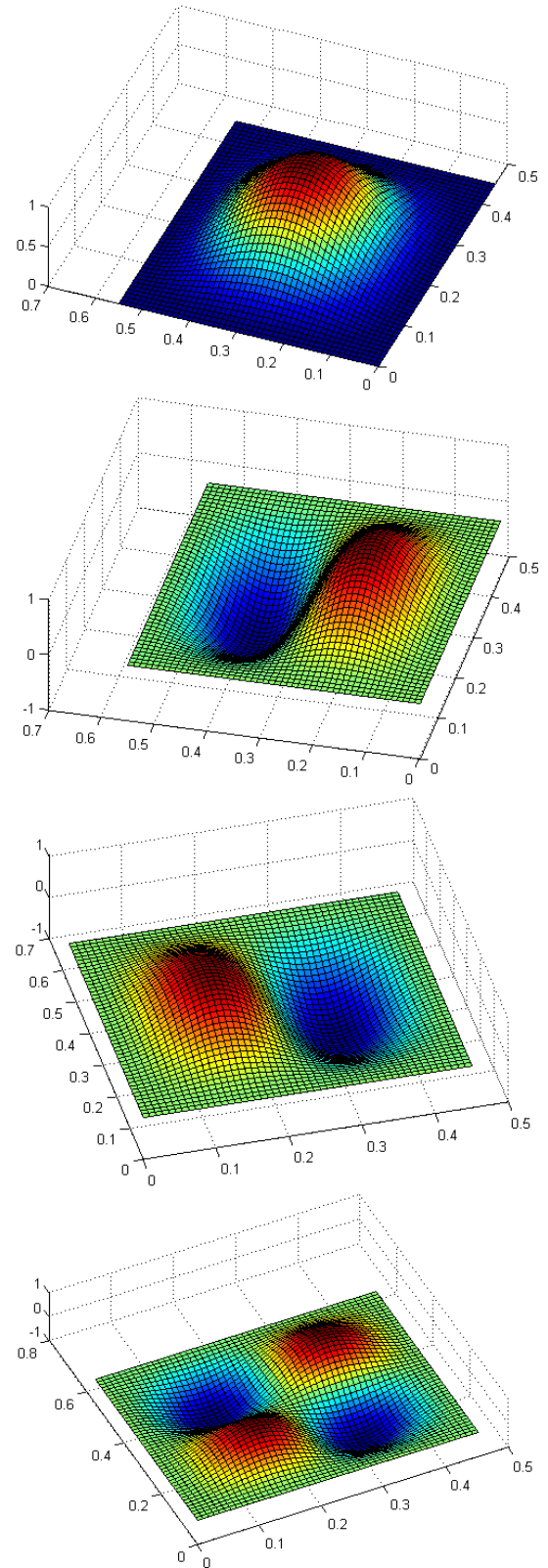
Do obliczeń numerycznych przyjęto parametry płyty zaprojektowanej do badań laboratoryjnych. Płyta ma kształt prostokąta o wymiarach  $l_1=0,45$  m,  $l_2=0,55$  m. Grubość warstw aluminiowych  $h=0,002$  m, a grubość warstwy cieczy MR  $h_0=0,002$  m.

Wykonano obliczenia częstości i form drgań płyty bez cieczy MR. Pierwsze cztery częstości drgań własnych płyty są równe  $f_1=75$  Hz,  $f_2=133$  Hz,  $f_3=169$  Hz,  $f_4=223$  Hz. Formy drgań przedstawiono na Rys. 5.

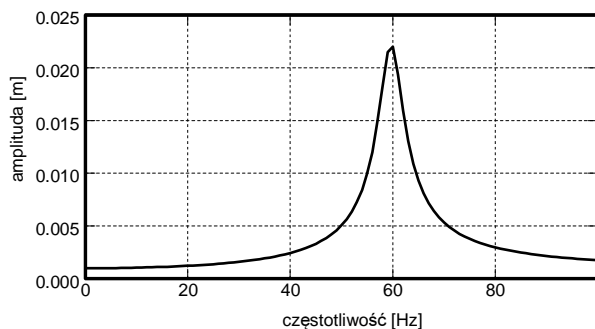
Wykorzystując procedury obliczeń numerycznych wyznaczono macierze mass, sztywności i tłumienia oraz wyznaczono amplitudy przemieszczeń wybranych punktów płyty. Przykładowo, na Rys. 6. przedstawiono amplitudę drgań środka płyty w funkcji częstości dla amplitudy drgań uchwytu równej 0,001 m. Na ciecz nie oddziaływało pole magnetyczne.

W zakresie przyjętych częstości dominujący wpływ na drgania środkowego punktu płyty ma pierwsza forma drgań. Druga, trzecia i czwarta forma nie wpływają

na drgania wybranego punktu. Maksymalna wartość amplitudy występuje dla częstości ok. 59 Hz, a więc mniejszej niż pierwsza częstość drgań własnych belki bez cieczy MR. Różnica wynika głównie z wpływu masy i sztywności (mniej tłumienia) wprowadzonej warstwy MR. Amplituda drgań dla częstości rezonansowej przyjmuje dużą wartość.



Rys. 5. Pierwsza, druga, trzecia i czwarta forma drgań płyty



**Rys. 6.** Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa dla punktu środkowego belki

## 7. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono metodę analizy drgań wymuszonych płyty z warstwą cieczy MR. Przyjęto założenia dotyczące oddziaływania warstwy cieczy MR na aluminiowe warstwy zewnętrzne. Do opisu zależności pomiędzy odkształceniami i naprężeniami wykorzystano zespolony moduł sztywności poprzecznej. Analizę drgań wymuszonych przeprowadzono metodą superpozycji form własnych.

Obliczenia numeryczne wykonano dla płyty zaprojektowanej do badań laboratoryjnych. Wyznaczono częstości i formy własne płyty oraz charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową środkowego punktu płyty. Opracowany algorytm obliczeń jest pierwszą częścią prac z zakresu badań płyt z cieczą MR prowadzonych z ramach grantu N501 223337.

## LITERATURA

1. **Dorfmann A., Ogden R. W., Wineman A. S.**, (2007), A three-dimensional non-linear constitutive law for magnetorheological fluids with applications, *Non-Linear Mechanics*, 42, 381-390.
2. **Sapiński B., Snamina J.** (2008), Modeling of an adaptive beam with MR fluid, *Solid State Phenomena*, 147-149, 831-838.
3. **Sun C. T., Lu Y. P.** (1995), *Vibration Damping of Structural Elements*, Prentice-Hall PTR.
4. **Sun Q., Zhou J. X., Zhang L.** (2003), An adaptive beam model and dynamic characteristics of magnetorheological materials, *Journal of Sound and Vibration*, 261, 465-482.
5. **Weiss K. D., Carlson J. D., Nixon D. A.** (1994), Viscoelastic properties of magneto- and electrorheological fluids, *Journal Intelligent Material Systems and Structures*, 772-782.
6. **Yeh J. Y., Chen L. W.** (2005), Dynamic stability of a sandwich plate with a constraining layer and electrorheological fluid core, *Journal of Sound and Vibration*, 285, 637-652.

### FORCED VIBRATION OF RECTANGULAR PLATE WITH MAGNETORHEOLOGICAL FLUID CORE

**Abstract:** The paper presents an analysis of forced vibrations of rectangular plate with magnetorheological core. The plate consists of two outer layers made of aluminium and an MR fluid layer in between. The plate edges are clamped. It was assumed that the aluminium layers are pure elastic. The energy is dissipated only in the MR fluid layer. Additional assumptions concerning displacements, deformations and stresses are introduced in the calculations. The modal analysis was done and the frequency response characteristic for the middle point of plate was determined.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr N501 223337 finansowanego ze środków Komitetu Badań Naukowych.

# WPLYW RECYKLINGU NA STRUKTURĘ I WŁAŚCIWOŚCI WYTRZYMAŁOŚCIOWE ODLEWNICZEGO STOPU KOBALTU STOSOWANEGO W STOMATOLOGII

Barbara SUROWSKA\*, Karolina BEER\*, Jarosław BIENIAS\*\*

\*Katedra Inżynierii Materiałowej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin

\*\*Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji, ul. Mełgiewska 7-9, 20-209 Lublin

[b.surowska@pollub.pl](mailto:b.surowska@pollub.pl), [karolina.beer@pollub.edu.pl](mailto:karolina.beer@pollub.edu.pl), [j.bienias@pollub.pl](mailto:j.bienias@pollub.pl)

**Streszczenie:** Pękanie metalowego szkieletu protez częściowych jest dość częstym przypadkiem w protetyce stomatologicznej. Główną przyczyną tego typu uszkodzenia jest niewłaściwa jakość odlewu. Ze względów ekonomicznych producenci stopów dopuszczają stosowanie złomu metalowego jako części wsadu. W pracy dokonano analizy wpływu recyklingu na właściwości mechaniczne i strukturę odlewniczego stopu kobaltu. Zastosowano odlewanie próżniowo-ciśnieniowe do wsadów zawierających 0%, 25% oraz 50% złomu pochodzącego z kanałów wlewowych i stożków odlewniczych stopu CoCrMo. Porównano właściwości mechaniczne i strukturę odlewów. Stwierdzono, że wytrzymałość mechaniczna wszystkich stopów jest niższa niż średnia deklarowana przez producenta. Przełomy mają charakter kruchy, z wyraźnie widoczną strukturą dendrytyczną. Wraz ze wzrostem udziału materiału wtórnie przetapianego rośnie niejednorodność struktury na przekroju poprzecznym próbek oraz gęstość mikropęknięć w objętości dendrytów po próbie rozciągania.

## 1. WPROWADZENIE

Stopy metali w protetyce stomatologicznej są nadal chętnie stosowane na elementy nośne i mocujące protez szkieletowych oraz na elementy mostów ze względu na możliwość uzyskania wymaganych właściwości mechanicznych, przy stosunkowo niskim koszcie wytwarzania. Są to przede wszystkim odlewnicze stopy kobaltu oraz stopy metali szlachetnych (Surowska, 2009).

Metalowe szkielety protez częściowych wykonuje się jako odlewy precyzyjne metodą wytapianych modeli (tzw. traconego wosku). Jest to metoda, która zapewnia wykonanie odlewów o skomplikowanym kształcie, na indywidualne zapotrzebowanie pacjenta, w warunkach pracowni protetycznej (Surowska, 2011).

Do topienia stopów stomatologicznych stosuje się nagrzewanie palnikiem gazowym oraz nagrzewanie indukcyjne. Stosowanie płomienia gazu jako źródła ciepła powoduje zanieczyszczanie ciekłego metalu oraz uniemożliwia dokładne określenie temperatury, co obniża jakość wytopu (Hajduga i inni, 2008, Marciniak i inni, 2009). Dlatego metoda ta jest obecnie rzadko stosowana, zastąpiona została nowocześniejszym nagrzewaniem indukcyjnym, które skutecznie eliminuje część wad odlewniczych. Ciekły stop jest odlewany odśrodkowo lub metodą próżniowo-ciśnieniową.

W procesie odlewania szkieletu powstaje znacząca ilość złomu metalowego z kanałów wlewowych oraz ze stożka odlewniczego. Złom stanowią również wadliwie wykonane wytopy, np. z niedolewami, rzadziznami, pęknięciami itp.

Według Streitzel (2000) w polskich pracowniach protetycznych bardzo często używa się złomu jako części wsadu do przetopu. Takie postępowanie wynika z dążenia do obniżania kosztów protez. Większość producentów stopów

odlewniczych dopuszcza takie postępowanie ale z zaleceniem nieprzekraczania 50% złomu. Brak natomiast informacji, ilukrotnie można dokonywać przetopu bez zmiany właściwości materiału.

Prowadzone badania laboratoryjne i obserwacje protezyków wykazują, że ilość użytego złomu i wielokrotność przetopów mogą powodować niepożądane efekty takie jak przyspieszony proces korozji (Ameer i inni, 2004, Horasawa i Marek, 2004, Khamis i Seddik, 1995, Klimek i inni, 2009, Ozdemir i Arikan, 1998) czy obniżenie wytrzymałości mechanicznej. Obniżenie jakości szkieletu może wynikać ze zmiany składu chemicznego stopu (Peraire i inni, 2007), jak i z makro i mikrostruktury, co przekłada się na właściwości mechaniczne (Majewski i inni, 1991, Ozyegin i inni, 2007). Jednak według różnych autorów właściwości mechaniczne mogą wzrastać (Al-Ali, 2007, Bauer i inni, 2010, Hajduga i Puchalik, 2009, Horasawa i Marek, 2004) lub też obniżać się (Henriques Guilherme i inni, 1997). Badania doświadczalne Hajdugi i Puchalika (2009), wskazujące na zmianę składu chemicznego stopu wyjściowego pod wpływem kolejnych przetopów oraz powstawanie nowych faz zmieniających właściwości stopu, są dość oczywiste w przypadku starszej metody topienia płomieniem, wprowadzającej zanieczyszczenia. Natomiast przyczyny zmian właściwości przy topieniu indukcyjnym wymagają określenia. Są również ośrodki badawcze które twierdzą, iż wtórne przetopy nie mają istotnego wpływu na właściwości mechaniczne wytworzonych odlewów (Pierzyńska i inni, 2010).

W artykule przedstawiono wyniki pierwszego etapu badań nad wpływem recyklingu na właściwości stopów kobaltu, obejmującego jednokrotny przetop stopu CoCrMo z różną ilością materiału z recyklingu.

## 2. MATERIAŁ BADAWCZY I TECHNOLOGIA WYTWARZANIA

Do badań zastosowano stop Wironit<sup>®</sup> extrahart firmy Bego o nominalnym składzie chemicznym (masowo) 63% Co, 30% Cr, 5% Mo, 1,1% Si oraz Mn<1% i C<1% (www.bego, 2010). Stop ten przeznaczony jest do odlewania protez szkieletowych, protez kłamrowych i protez mocowanych na zasuwy, rygle i zatrzaski. Właściwości fizyczne i mechaniczne tego stopu, deklarowane przez producenta, zestawiono w Tab.1.

**Tab. 1.** Właściwości mechaniczne i fizyczne stopu Wironit<sup>®</sup> extrahart (www.bego.com, 2010)

Właściwości mechaniczne				
Granica plastyczności Re <sub>0,2</sub> [MPa]	Wytrzymałość na rozciąganie R <sub>m</sub> [MPa]	Moduł Younga E [GPa]	Twardość [HV10]	Wydłużenie A <sub>5</sub> [%]
625	910	~225	375	4,1
Właściwości fizyczne				
Gęstość [Mg/m <sup>3</sup> ]	Temp. topnienia [K]	Temp. odlewania [K]		
8,2	1530-1578	1693		

Producent dopuszcza stosowanie przetopów ale z nie mniej niż 50% udziałem materiału nowego i z zastrzeżeniem, że cały materiał musi pochodzić z tej samej partii.

Przygotowany materiał wsadowy zawierał odpowiednio: 100%, 75% 50%, 25% i 0% nowego materiału oraz złom z jednokrotnego przetopu. Materiał pochodzący ze złomu (kanały wlewowe, stożki odlewnicze) oczyszczany był metodą piaskowania.

Odlewy wykonano metodą traconego wosku. Jako model bazowy zastosowano próbkę stalową o kształcie i wymiarach stosowanych do statycznej próby rozciągania.

Woskowy model silikonowy zalewany tworzywem akrylowym umieszczony był w pierścieniu ceramicznym i zalewany ceramicznym materiałem ogniotrwałym (tzw. masą osłaniającą). Po wysuszeniu wosk wytapiano w piecu w temp. 250°C w ciągu ½ h, następnie formę nagrzewano do temperatury 950°C celem wypalenia resztek wosku i usunięcia gazów. Etap ten trwał około 1 h.

Stopiony indukcyjnie wsad odlewany był metodą próżniowo-ciśnieniową w urządzeniu Nautilus<sup>®</sup>. Urządzenie to (tzw. odlewnarka indukcyjna próżniowa) pozwala na wygrzanie formy, stopienie indukcyjne wsadu ze stopu metalu i odlanie z zastosowaniem obniżonego ciśnienia.

Po usunięciu masy osłaniającej i odcięciu materiału z układu wlewowego powierzchnię próbek piaskowano. Cały proces wykonania próbek ze stopu CoCrMo przeprowadzony był w warunkach pracowni protetycznej według procedur stosowanych do wytwarzania metalowych elementów protez szkieletowych pod nadzorem stomatologa-protetyka z Uniwersytetu Medycznego w Lublinie.

## 3. METODYKA BADAŃ

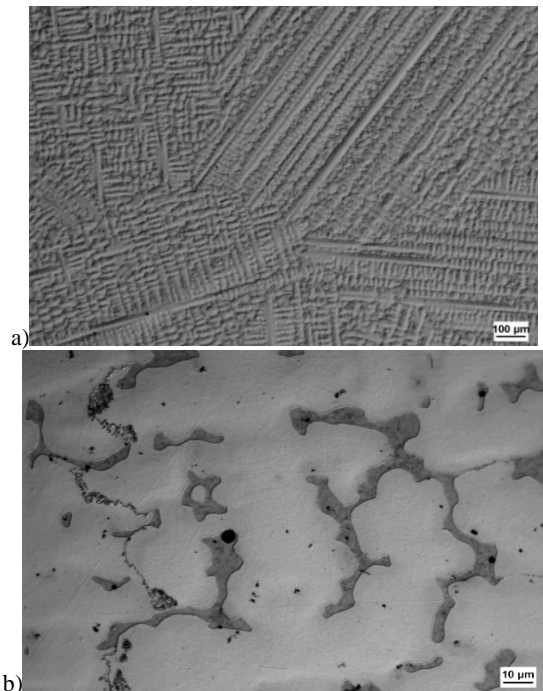
Odlane próbki walcowe posiadały średnicę pomiarową  $\varnothing$ 3 mm i długość pomiarową 15 mm. Próbę rozciągania przeprowadzono w oparciu o normę PN EN 10002-1, na serwohydraulicznej maszynie wytrzymałościowej MTS 858 MiniBionix. Pomiar odkształceń wzdluznych i sterowanie procesem obciążania próbek realizowano liniowym ekstensometrem dynamicznym Instron 2620-601 z bazą pomiarową 11,7 mm. Pomiar odkształceń poprzecznych realizowany był przy użyciu ekstensometru średnicowego MTS 643.31F-24.

Pomiary twardości wykonano metodą Vickersa na zgładach poprzecznych i wzdluznych.

Obserwacji mikrostrukturalnych na zgładach i przełomach dokonano z zastosowaniem mikroskopów optycznego i skaningowego.

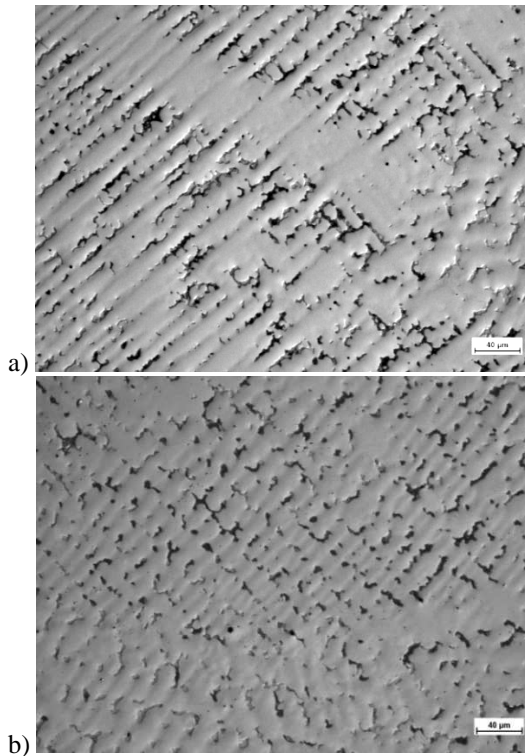
## 4. WYNIKI BADAŃ

Odlew z materiału nowego charakteryzuje się typową, dość grubą strukturą dendrytyczną (Rys.1) z niewielką ilością mikroporów o kształcie kulistym (Rys.1a).



**Rys. 1.** Mikrostruktura odlewu materiału bez udziału złomu: a) obserwacja w jasnym polu, b) obserwacja z kontrastem fazowym; trawiono wodą królewską

Mikrostruktury stopów zawierających różną ilość materiału ze złomu charakteryzują się podobną mikrostrukturą. Na przekrojach wzdluznych i poprzecznych obserwuje się układy dendrytów bez uprzywilejowanego ukierunkowania i o zbliżonej grubości (Rys. 2).



**Rys. 2.** Mikrostruktura stopów zawierających: a) 75% nowego materiału, b) 50% nowego materiału; przekrój poprzeczny, trawiono wodą królewską

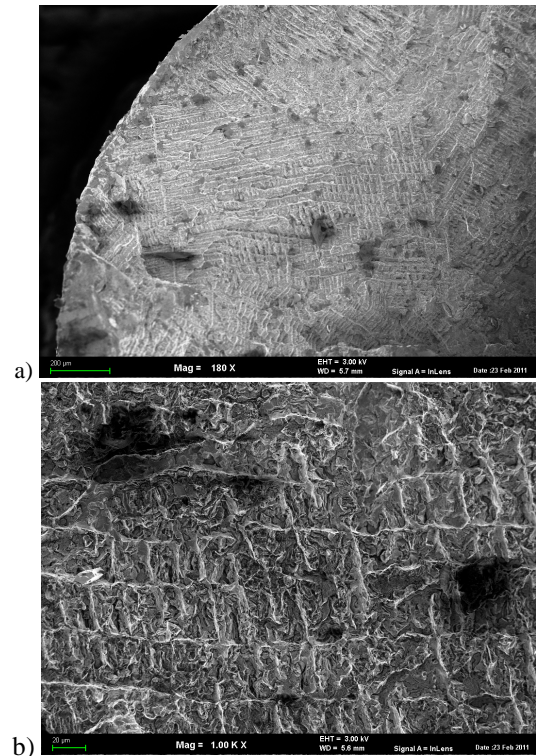
Monotoniczną próbę rozciągania przeprowadzono z prędkością przyrostu wydłużenia względnego w całym zakresie obciążenia 1,5mm/min. Wyznaczono następujące wielkości mechaniczne: moduł Younga  $E$ , współczynnik Poissona  $\nu$ , umowną granicę plastyczności  $R_{02}$ , wytrzymałość na rozciąganie  $R_m$ . Wyniki zestawiono w Tab. 2. Nie stwierdzono znaczących różnic w twardości stopów w zależności od udziału materiału z wtórnego przetopu (370÷376 HV10). Twardość ta jest zgodna z twardością deklarowaną przez producenta (Tab.1).

**Tab. 2.** Właściwości mechaniczne (średnie) próbek odlewanych metodą próżniowo-ciśnieniową

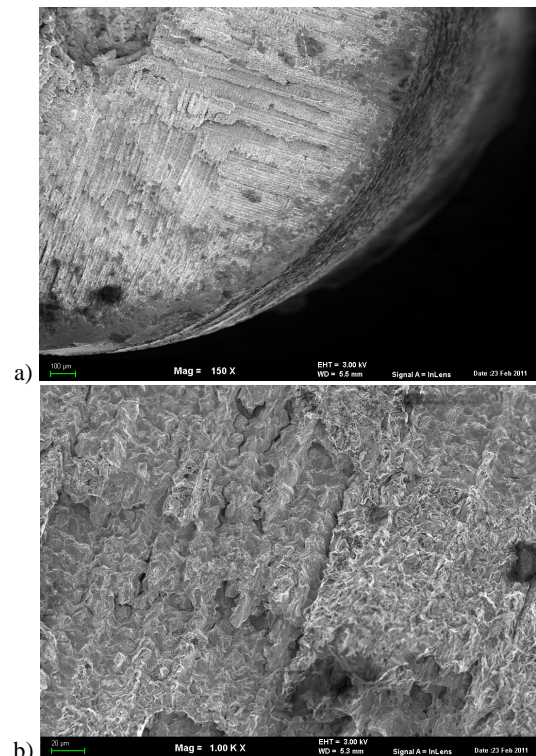
Próbka	Współczynnik Poissona $\nu$	Moduł Younga $E$ [GPa]	$R_m$ [MPa]	$R_{02}$ [MPa]
PC 100%	0,25	198	839	602
PC 75%	0,28	178	788	586
PC 50%	0,27	193	803	601



**Rys. 3.** Typowe miejsca pęknięcia próbek w teście rozciągania



**Rys. 4.** Mikrostruktura przełomu stopu 100%: a) układ dendrytów widoczny przy małym powiększeniu (180x), b) charakterystyczna kolumnowa budowa dendrytów z drobnymi wewnętrznymi pęknięciami, widoczne dwie większe nieciągłości, pow. 1000x; SEM

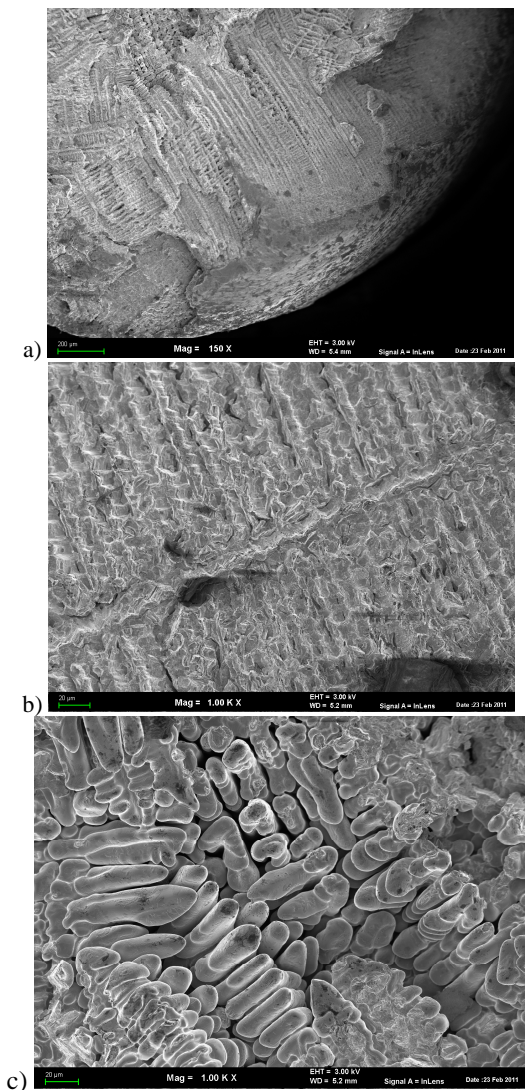


**Rys. 5.** Mikrostruktura przełomu stopu z 75% udziałem nowego materiału: a) na środku przełomu (górny lewy róg fot.) widoczny obszar krzepnięcia z rzadziznami, pow. 150x, b) dendryty z większą ilością pęknięć niż w stopie 100%, pow. 1000x; SEM

Wyznaczone wielkości wytrzymałościowe dla wszystkich próbek nie osiągnęły wartości deklarowanych przez producenta. Skłoniło to do wykonania szczegółowych obserwacji na przełomach, celem porównania charakteru pęknięcia i struktury przełomów.

Pęknięcie próbek występowało na długości pomiarowej ale w różnych miejscach tego odcinka (Rys. 3). Nie zaobserwowano korelacji pomiędzy składem materiału a miejscem powstania złomu.

Obserwacje przełomów po próbie rozciągania wykazały różnice w strukturze odlewów. W próbkach wykonanych bez udziału materiału wtórnie przetapianego struktura na całym obszarze przełomu jest jednorodna, występują nieliczne pory (Rys. 4a). W obszarze dendrytów występują niewielkie mikropęknięcia i nieciągłości (Rys. 4b).



**Rys. 6.** Mikrostruktura przełomu stopu zawierającego 50% nowego materiału: a) niejednorodny przełom, grube dendryty w strefie środkowej, pow. 150x, b) dendryty ze znacznym stopniem nieciągłości, pow. 1000x, c) bardzo grube dendryty w strefie środkowej, pow. 1000x; SEM

Próbki stopu zawierającego 25% materiału z recyklingu wykazują niejednorodny przełom. W centralnej części przekroju widoczny jest obszar o innej morfologii

(Rys. 5a), z większą porowatością. W dendrytach obserwuje się większą liczbę mikropęknięć w ściankach dendrytów oraz przebiegających zgodnie z ukierunkowaniem dendrytów niż w stopie 100% (por. Rys. 4b i 5b).

W stopie zawierającym 50% nowego materiału w procesie krzepnięcia w strefie środkowej utworzyły się grube dendryty o znacznej porowatości (Rys. 6 a i c). W pozostałej części występują dendryty o morfologii porównywalnej do stopu zawierającego 75% nowego materiału, natomiast o większym udziale pęknięć (Rys. 6b).

## 5. DYSKUSJA WYNIKÓW

Odlewy do badań wykonane zostały według technologii stosowanej w protetyce stomatologicznej, z jednakowym umiejscowieniem kanałów wlewowych oraz z jednoczesnym odlewaniem serii próbek. Spełnione więc zostały wymagania co do powtarzalności warunków wytwarzania.

Otrzymane różnice w budowie przełomów po teście rozciągania należy uznać za wynikające ze składu materiału wsadowego i mechanizmu krzepnięcia odlewu. Pomimo niewielkich różnic w wartościach wytrzymałości na rozciąganie i granicy plastyczności w obszarze przełomów uwiadcza się różnica w gęstości mikropęknięć i drobnych porów, rosnąca wraz ze wzrostem udziału materiału wtórnie przetapianego. Nie obserwuje się natomiast wtrąceń, które mogłyby pochodzić z zanieczyszczenia wsadu cząstkami materiału osłaniającego.

Według Górnego i Sobczaka (2005) w praktyce odlewniczej przeważa podejście technologiczne, to znaczy zmiany właściwości mechanicznych wiąże się z parametrami procesu wytwarzania a nie strukturą wytopu.

W przeprowadzonych badaniach zmiany w morfologii dendrytów, pomimo nieistotnej zmiany wytrzymałości próbek o różnej ilości wsadu wtórnego, wskazują na konieczność poszerzenia badań o inne metody analizy zmian właściwości i na posłużenie się metodami symulacji procesu obciążania celem wyjaśnienia mechanizmu pęknięcia i związku pomiędzy wtórnym przetopem, strukturą odlewu i podatnością na kruche pęknięcie.

Wykonywane w praktyce stomatologicznej odlewy szkieletów o skomplikowanym kształcie i różnych przekrojach mogą bowiem wykazywać skłonność do pęknięcia w warunkach zmiennych obciążeń w wyniku różnic morfologicznych, do których typowy test wytrzymałości na rozciąganie jest za mało czuły.

## 6. WNIOSKI

Stwierdzono, że wytrzymałość mechaniczna wszystkich stopów jest niższa niż średnia deklarowana przez producenta. Przełomy mają charakter kruchy, z wyraźnie widoczną strukturą dendrytyczną. Wraz ze wzrostem udziału materiału wtórnie przetapianego rośnie niejednorodność struktury na przekroju poprzecznym próbek oraz gęstość mikropęknięć w objętości dendrytów po próbie rozciągania.

## LITERATURA

1. **Al-Ali A.A.** (2007), Evaluation of Macrohardness of Recasted Cobalt-Chromium Alloy, *Al-Rafidain Dent J.*, Vol. 7, No.1, 111-117.
2. **Ameer M.A., Khamis E., Al-Motlaq M.** (2004), Electrochemical behaviour of recasting Ni-Cr and Co-Cr non-precious dental alloys, *Corrosion Science*, 46, 2825-2836.
3. **Bauer J., Cella S., Pinto M.M., Costa J.F., Reis A., Loguercio A.D.** (2010), The use of recycled metal in dentistry: Evaluation of mechanical properties of titanium waste recasting, *Resources, Conservation and Recycling*, 54, 1312-1316.
4. **Górny Z., Sobczak J.** (2005), *Nowoczesne tworzywa odlewnicze na bazie metali nieżelaznych*, Wyd. ZA-PIS, Kraków.
5. **Hajduga M., Puchalik A.** (2009), Oszacowanie przydatności stopu Heraenium NA po przetopieniu w kontekście badań strukturalnych, *Nowoczesny Technik Dentystyczny*, 3, 56-60.
6. **Hajduga M., Jasiński M.** (2008), Wpływ technologii topienia na strukturę materiałów metalicznych, *Nowoczesny Technik Dentystyczny*, 1, 53-57.
7. **Henriques Guilherme E.P., Consani S., de Almeida Rollo João M.D., Andrade e Silva F.** (1997), Soldering and remelting influence on fatigue strength of cobalt-chromium alloys, *The Journal of Prosthetic Dentistry*, 78, 146-152.
8. **Horasawa N., Marek M.** (2004), The effect of recasting on corrosion of a silver-palladium alloy, *Dental Materials*, 20, 352-357.
9. **Khamis E., Seddik M.** (1995), Corrosion evaluation of recasting non-precious dental alloys, *International Dental Journal*, 45, 209-217.
10. **Klimek L., Pierzynka R., Błaszczak T., Burnat B., Scholl H., Marciniak S.** (2009), The effect of recasting on corrosion of DUCINOX prosthetic alloy, *Archives of Foundry Engineering*, 9, iss. 3, 67-70.
11. **Majewski S., Opoka W., Gacek S.** (1991), Właściwości stopu ćwiczebnego w zależności od postaci składników wyjściowych i wielokrotności odlewów, *Protetyka Stomatologiczna*, XLI, 4, 192-198.
12. **Marciniak S., Połomski J., Pierzynka R., Marciniak-Kraul K., Fabjański P.** (2009), Ocena systemów odlewniczych, *Nowoczesny Technik Dentystyczny*, 1, 44-49.
13. **Ozdemir S., Arikan A.** (1998), Effects of recasting on the amount of corrosion products released from two Ni-Cr base metal alloys, *Eur. J. Prosthodont. Rest. Dent.*, 6, 149-153.
14. **Ozyegin L.S., Tuncer R., Avci E.** (2007), Hardness, Behavior and Metal Surface Evaluation of Recasting Non-Precious Dental Alloys, *Key Engineering Materials*, No. 330-332, 1425-1428.
15. **Peraire M., Martinez-Gomis J., Anglada J.M., Bizar J., Salsench J., Gil F.J.** (2007), Effects of Recasting on the Chemical Composition, Microstructure, Microhardness, and Ion Release of 3 Dental Casting Alloys and Titanium, *The International Journal of Prosthodontics*, 20, 286-288.
16. **Pierzynka R., Marciniak S., Klimek L.** (2010), Wpływ liczby przetopień na właściwości mechaniczne stopu DUCINOX, *Nowoczesny Technik Dentystyczny*, 2, 22-24.
17. **Strietzel R.** (2000): Ponowne odlewanie stopów dentystycznych, *Dental-labor*, 4/2000, 3-6.
18. **www.bego.com**, Partial Denture Technique, Bego 2010, 27 luty 2011.
19. **Surowska B., Beer K., Veremchuk I.** (2011), Problemy technologiczne w wytwarzaniu metalowych elementów szkieletowych protez stomatologicznych, *Zeszyty Naukowe WSEiI, Ser. Transport*, (w druku).
20. **Surowska B.** (2009), *Biomateriały metalowe oraz połączenia metal-ceramika w stomatologii*, Wyd. Uczelniane PL, Lublin.

EFFECT OF RECYCLING  
ON STRUCTURE AND MECHANICAL PROPERTIES  
OF DENTAL CASTING COBALT ALLOY

**Abstract:** Cracking of the frame partial dentures is frequent case in dental prosthodontics. The wrong quality of cast is the main reason for this type of damage. The alloys producers allow to use the scrap metal as the part of charge on account of economy. In this paper an influence of recycling on mechanical properties and structure of Co-Cr-Mo dental alloy is carried out. The vacuum pressure casting was used. The charges consist of 0%, 25% and 50% of scrap metal from gate assembly. The mechanical properties and microstructure of precision castings was compared. It was found that all casts strength was lower than average one declared by producer. The brittle fractures and dendritic structures was observed. The structure inhomogeneity and density of microcracks inside dendrites after tension test increase along with percentage growth of scrap metal.

Autorzy dziękują pracownikom Katedry Mechaniki i Informatyki Stosowanej Politechniki Białostockiej za wykonanie badań właściwości mechanicznych.

## ZASTOSOWANIE METODY ELEMENTÓW BRZEGOWYCH DO WYZNACZANIA JEDNOKIERUNKOWEGO PRZEPŁYWU W PRZEWODACH PROSTOOSIOWYCH O DOWOLNYM KSZTAŁCIE PRZEKROJU POPRZECZNEGO

Tomasz J. TELESZEWSKI\*, Sławomir A. SORKO\*

\*Katedra Ciepłownictwa, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 E, 15-351 Białystok

[tjt@pb.edu.pl](mailto:tjt@pb.edu.pl), [s.sorko@pb.edu.pl](mailto:s.sorko@pb.edu.pl)

**Streszczenie:** Przedmiotem opracowania jest aplikacja metody elementów brzegowych do wyznaczania przepływu w prostoosiowych przewodach i kanałach o dowolnym kształcie przekroju poprzecznego całkowicie wypełnionych cieczą. Laminarny, jednokierunkowy przepływ cieczy lepkiej opisany równaniem Stokesa jest zadowalającym modelem do opisu licznej klasy przepływów w układach przepływowych maszyn i urządzeń. W pracy przedstawiono rozwiązanie zagadnienia przepływu jednokierunkowego cieczy newtonowskiej ograniczonego walcową powierzchnią o dowolnym kształcie przekroju poprzecznego w sformułowaniu brzegowych równań całkowych. Przedstawiono rezultaty wyników obliczeń pola prędkości w przepływie jednokierunkowym dla wybranych kształtów przekroju poprzecznego przewodów i dokonano porównania rozwiązań numerycznych z dostępnymi w literaturze rozwiązaniami analitycznymi wykazując zadowalającą dokładność i skuteczność metody brzegowych równań całkowych do rozwiązywania tej grupy zagadnień przepływowych w zastosowaniach technicznych.

### 1. WPROWADZENIE

Przepływ newtonowskiej cieczy lepkiej jest opisany układem równań (Prosnak, 2006):

– równaniami Naviera-Stokesa

$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + (\mathbf{c} \cdot \nabla) \mathbf{c} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nu \nabla^2 \mathbf{c}, \quad (1a)$$

– równaniem ciągłości

$$\nabla \cdot \mathbf{c} = 0, \quad (1b)$$

ze stosownym warunkiem początkowym i warunkami brzegowymi dotyczącymi prędkości tj. warunkiem nieprzenikalności powierzchni materialnych i warunkiem braku poślizgu na powierzchniach materialnych ograniczających przepływ od strony wewnętrznej (przepływy wewnętrzne) lub od strony zewnętrznej (przepływy zewnętrzne).

Szczególną grupę przepływów koncentrujących od dawna uwagę badaczy zarówno w sensie poznawczym, jak też aplikacyjnym są przepływy w przewodach i układach przewodów całkowicie wypełnionych cieczą. Istotną grupę zagadnień przepływowych ważnych z inżynierskiego punktu widzenia w tym obszarze zagadnień obliczeniowych stanowią laminarne, ustalone przepływy cieczy w przewodach prostoosiowych, w których przepływająca ciecz wypełnia cały dostępny przekrój, a czynnikiem powodującym przepływ jest różnica ciśnienia wzdłuż przewodu. Przepływy takie są określane mianem przepływów jednokierunkowych.

Jednokierunkowy ustalony przepływ cieczy w prostoosiowym przewodzie o dowolnym i niezmiennym wzdłuż osi przewodu kształcie przekroju poprzecznego w prostokątnym układzie współrzędnych  $\{x, y, z\}$  związanym z przewodem, tak, że oś  $\{z\}$  jest skierowana wzdłuż osi przewodu (Rys.1) jest opisany układem równań (1), w którym:

$$\mathbf{c} \equiv (c_x, c_y, c_z); \quad c_x = 0; \quad c_y = 0; \quad c_z \equiv c_z(x, y) \neq 0$$

$$p = p(z); \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial z} \equiv \frac{dp}{dz} \neq 0$$

wobec czego po pominięciu sił ciężenia przyjmuje on postać:

$$c_z \frac{\partial c_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 c_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_z}{\partial y^2} \right), \quad (2a)$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial z} = 0. \quad (2b)$$

Ostatecznie wobec równości (2b) wynikającej z równania ciągłości, laminarny, ustalony przepływ w przewodzie prostoosiowym w układzie współrzędnych prostokątnych jest opisany równaniem Stokesa:

$$\left( \frac{\partial^2 c_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_z}{\partial y^2} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (3)$$

gdzie:  $\mu = \rho \nu$  jest współczynnikiem lepkości dynamicznej cieczy.

Przepływ jednokierunkowy jest zadowalającym modelem przepływu cieczy w prostoliniowych przewodach i kanałach hydraulicznych całkowicie wypełnionych cieczą. Istotą zagadnienia inżynierskiego jest wyznaczenie profilu prędkości w przewodzie oraz izotach przepływu w przekroju prostopadłym do osi przewodu (w kierunku przepływu).

Przy użyciu modelu jednokierunkowego przepływu cieczy jest możliwe wyznaczenie profili prędkości ustalonego ruchu cieczy w prostoliniowych przewodach o dowolnym kształcie w przekroju poprzecznym,

Analityczne rozwiązania zagadnień przepływu laminarnego w przewodach prostoosiowych o różnych kształtach przekroju poprzecznego mają bogatą historię i dokumenta-



cję bibliograficzną poczynając od rozwiązania Hagen-Poiseuille'a przepływu w przewodzie o przekroju kołowym i pierścieniowym (koncentrycznym i niekoncentrycznym) do rozwiązań dla przekrojów eliptycznych, prostokątnych, trójkątnych i innych kształtów geometrycznych, będących układami fragmentów okręgów (Batchelor, 1967; Лойцянский, 1973; White, 1991; Landau i Lifszyc, 2009).

Rozwój konstrukcji inżynierskich, w których mają miejsce przepływy płynów technologicznych w układach przepływowych o złożonej geometrii stwarza potrzebę doskonalenia metod obliczeniowych w zakresie wyznaczania przepływów w tych urządzeniach.

Szczególnie istotne z technicznego punktu widzenia przy postępującym rozwoju mikrourządzeń technicznych jest zagadnienie wyznaczania przepływów w mikrokanałach o różnych kształtach przekroju poprzecznego w przypadku kiedy wymiary mikrokanałów pozwalają na zachowanie w analizie przepływu, ciągłego modelu płynu newtonowskiego i opis przepływu równaniem Stokesa z warunkiem brzegowym postulującym zerową wartość prędkości na ściankach ograniczających przepływ (Karnidakis, 2005).

Jakkolwiek analityczne rozwiązania opisujące rozkład prędkości w ruchu laminarnym cieczy w prostoosiowych przewodach obejmują liczną grupę kształtów przekrojów poprzecznych, to ich uzyskanie w przypadkach, w których kształt konturów jest złożony, nastrocza istotnych trudności i wtedy jedynym skutecznym narzędziem rozwiązywania zagadnień przepływowych są metody numeryczne.

W szczególności efektywną metodą analityczno-numeryczną do wyznaczania przepływów opisanych równaniem Stokesa jest metoda elementów brzegowych. Istotą metody jest sprowadzenie równania różniczkowego opisującego przepływ (w ro-zważanym przypadku równania Stokesa (3) z warunkiem brzegowym zakładającym brak poślizgu na powierzchni ograniczającej przepływ) do równania całkowego, rozwiązywanego dalej numerycznie.

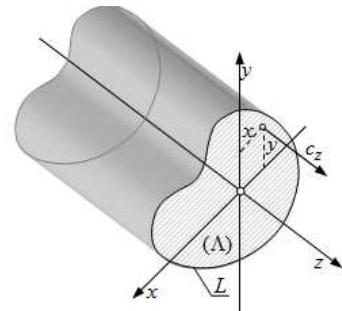
Zasadniczym walorem metody elementów brzegowych w porównaniu z metodami siatkowymi: metodą różnic skończonych i metodą elementów skończonych, mającym w tym przypadku istotne znaczenie jest opis zagadnienia przepływowego brzegowym równaniem całkowym, którego dyskretne rozwiązanie umożliwia w dalszej kolejności wyznaczenie pola prędkości w rozpatrywanym obszarze bez konieczności generowania złożonej siatki geometrycznej w polu przepływu objętym konturem przewodu.

## 2. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA

W myśl przedstawionych wyżej rozważań, ustalony, jednokierunkowy, laminarny przepływ cieczy newtonowskiej w prostoosiowym przewodzie, w przekroju poprzecznym ( $\Lambda$ ) objętym brzegiem ( $L$ ) tj. konturem przewodu, można opisać równaniem Stokesa z warunkiem brzegowym zakładającym wartość prędkości na brzegu materialnym sztywnym i nieprzepuszczalnym (na ściance przewodu) równą zeru:

$$\left( \frac{\partial^2 c_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_z}{\partial y^2} \right) = -\Delta P, \quad \text{gdzie: } \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} = -\Delta P; \quad (4)$$

$$c_z(x, y) = 0 \quad ; \quad \forall (x, y) \in L \quad (4a)$$



Rys. 1. Jednokierunkowy przepływ cieczy w przewodzie prostoosiowym

Jedną z metod rozwiązania sformułowanego wyżej zagadnienia brzegowego dla równania Poissona (4) jest dekompozycja funkcji  $c_z(x, y)$  na część jednorodną  $\bar{c}_z(x, y)$  spełniającą równanie Laplace'a i część niejednorodną  $\tilde{c}_z(x, y)$  spełniającą równanie Poissona:

$$c_z(x, y) = \bar{c}_z(x, y) + \tilde{c}_z(x, y), \quad (5)$$

gdzie:

$$\nabla^2 \bar{c}_z(x, y) = 0, \quad \forall (x, y) \in \Lambda \cup L, \quad (5a)$$

$$\nabla^2 \tilde{c}_z(x, y) = -\Delta P, \quad \forall (x, y) \in \Lambda \cup L, \quad (5b)$$

przy czym część niejednorodną można przedstawić w postaci:

$$\tilde{c}_z(x, y) = -\Delta P v(x, y), \quad (6)$$

gdzie funkcja  $v(x, y)$  spełnia równanie Poissona:

$$\nabla^2 v(x, y) = 1, \quad \forall (x, y) \in \Lambda \cup L \quad (6a)$$

i jedną z możliwych form jej realizacji jest postać:

$$v(x, y) = \frac{1}{4} \left[ (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right], \quad (6b)$$

$$\forall ((x, y), (x_0, y_0)) \in \Lambda \cup L$$

przy czym  $(x_0, y_0)$  są współrzędnymi dowolnego punktu odniesienia, będącego w szczególności punktem początku układu współrzędnych  $\{x, y\}$  związanego z rozważanym przekrojem poprzecznym (Pozrikidis, 2002; Teleszewski, 2008).

Wobec dekompozycji (5) funkcji  $c_z(x, y)$  warunek brzegowy  $c_z(x, y) = 0; \forall (x, y) \in L$  przyjmuje postać:

$$\bar{c}_z(x, y) = -\tilde{c}_z(x, y) = \Delta P v(x, y) \quad \forall (x, y) \in L. \quad (7)$$

### 2.1. Sformułowanie całkowe zagadnienia przepływu jednokierunkowego

Wykorzystując drugą tożsamość Greena składową homogeniczną prędkości przepływu  $\bar{c}_z(\mathbf{p})$  spełniającą równanie Laplace'a w obszarze ( $\Lambda$ ) ograniczonym linią brzegową ( $L$ ) można opisać równaniem (Brebbia i inni, 1984):

$$\bar{c}_z(\mathbf{p}) = - \int_{(L)} \frac{\partial \bar{c}_z(\mathbf{q})}{\partial n_q} K(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_q + \int_{(L)} \bar{c}_z(\mathbf{q}) E(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_q, \quad (8)$$

$(\mathbf{p}) \in \Lambda; (\mathbf{q}) \in L$

przy czym  $\mathbf{p}(x_p, y_p)$  i  $\mathbf{q}(x_q, y_q)$  są odpowiednio punktem ustalonym i punktem bieżącym całkowania, funkcja  $K(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  jest rozwiązaniem podstawowym równania Laplace'a:

$$K(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{1}{r_{pq}} \right), \quad (8a)$$

$$E(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{\partial (K(\mathbf{p}, \mathbf{q}))}{\partial n_q} = \frac{1}{2\pi} \frac{(x_p - x_q)n_q^y - (y_p - y_q)n_q^x}{r_{pq}^2}, \quad (8b)$$

gdzie:  $n_q = \left[ n_q^x, n_q^y \right] = \left[ \frac{\delta y_q}{\delta L_q}, \frac{\delta x_q}{\delta L_q} \right]$ , jest wektorem normalnym do brzegu (L) w punkcie  $\mathbf{q}(x_q, y_q)$ .

Po wstawieniu zależności (7) do równania całkowego (8) i wydzieleniu wartości głównej w drugiej całce po prawej stronie z uwagi na osobliwość jądra całkowego  $E(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  na brzegu (L) obszaru ( $\Lambda$ ) (kiedy  $\mathbf{p}(x_p, y_p) \equiv \mathbf{q}(x_q, y_q)$ ), przy założeniu, że brzeg obszaru jest brzegiem gładkim, otrzymuje się brzegowe równanie całkowe:

$$\int_{(L)} g(\mathbf{q}) K(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_q = \Delta P \left[ -\frac{1}{2} v(\mathbf{p}) + \int_{(L)} v(\mathbf{q}) E(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_q \right], \quad (9)$$

$(\mathbf{p}), (\mathbf{q}) \in L$

gdzie:

$$g(\mathbf{q}) = \frac{\partial \bar{c}_z(\mathbf{q})}{\partial n_p} \quad (9a)$$

oraz:

$$v(\mathbf{q}) = \frac{r(\mathbf{q})^2}{4}, \quad r(\mathbf{q}) = \sqrt{(x_q - x_o)^2 + (y_q - y_o)^2}. \quad (9b)$$

Równanie (9) jest równaniem całkowym Fredholma I rodzaju względem gęstości  $g(\mathbf{p})$  funkcji  $\bar{c}_z(\mathbf{q})$  na brzegu obszaru, przy czym całka po prawej stronie równania z funkcją podcałkową  $E(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  opisaną zależnością (8b) jest rozumiana w sensie wartości głównej Cauchy'ego.

Po rozwiązaniu równania całkowego (9) wartości funkcji  $\bar{c}_z(\mathbf{p})$  w punktach  $\mathbf{p}(x_p, y_p)$  wewnątrz obszaru ( $\Lambda$ ) wyznacza się ze związku całkowego:

$$\bar{c}_z(\mathbf{p}) = - \int_{(L)} g(\mathbf{q}) K(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_q + \Delta P \int_{(L)} v(\mathbf{q}) E(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_q. \quad (10)$$

$(\mathbf{p}) \in \Lambda; (\mathbf{q}) \in L$

Objętościowe natężenie przepływu jednokierunkowego

przez przewód o przekroju poprzecznym ( $\Lambda$ ) całkowicie wypełniony cieczą jest równe:

$$Q = \iint_{(\Lambda)} c_z(\mathbf{q}) d\Lambda_q. \quad (11)$$

Wartość objętościowego natężenia przepływu przez przewód można wyznaczyć bezpośrednio z zależności (11) w rezultacie numerycznego całkowania, po odpowiedniej dyskretyzacji pola przekroju poprzecznego przewodu ( $\Lambda$ ).

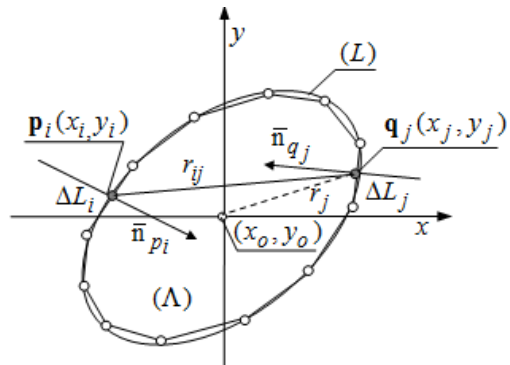
Możliwe jest również przekształcenie zależności (11) do wyrażenia opisującego objętościowe natężenie przepływu przez przewód przez całki po brzegu obszaru ( $\Lambda$ ).

Przy wykorzystaniu zależności (5) i własności funkcji (6b), wykorzystując drugą tożsamość Greena i warunek brzegowy (7) równanie (11) można sprowadzić do postaci:

$$Q = \int_{(L)} c_z(\mathbf{q}) \frac{\partial v(\mathbf{q})}{\partial n_q} dL_q - \int_{(L)} v(\mathbf{q}) \frac{\partial c_z(\mathbf{q})}{\partial n_q} dL_q. \quad (12)$$

## 2.2. Numeryczne rozwiązanie równania całkowego opisującego przepływ jednokierunkowy

Najprostszym sposobem dyskretyzacji równania całkowego (9) jest przybliżenie linii brzegowej (L) J – elementowym układem elementów liniowych z centralnymi punktami kolokacji  $\mathbf{q}_j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) o stałej gęstości funkcji  $g(\mathbf{q}_j)$  ( $j = 1, \dots, J$ ) na każdym elemencie  $\Delta L_j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) (Rys. 2).



Rys. 2. Dyskretyzacja linii brzegowej elementami prostoliniowymi

Jakkolwiek w ramach metody elementów brzegowych istnieją bardziej zaawansowane sposoby dyskretyzacji zagadnienia bazujące na liniowych i krzywoliniowych elementach brzegowych ze zmiennymi rozkładami gęstości funkcji na elementach (Brebbia i inni, 1984; Katsikadelis, 2002; Kythe, 1995), to w przypadku analizowanego zagadnienia dostatecznie gęsty podział na elementy liniowe ze stałą gęstością funkcji zapewnia zadowalającą dokładność rozwiązania (Teleszewski, 2008).

W przypadku aproksymacji brzegu (L) rozpatrywanego obszaru płaskiego ( $\Lambda$ ) brzegowymi elementami liniowymi o stałej gęstości rozkładu funkcji  $g(\mathbf{q}_j)$  i  $v(\mathbf{q}_j)$  na każdym elemencie  $\Delta L_j$  równanie całkowe (9) sprowadza się

do układu ( $J$ ) algebraicznych równań liniowych względem niewiadomej funkcji  $g(\mathbf{q}_j)$  ( $j = 1, \dots, J$ ) w punktach  $\mathbf{q}_j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) na brzegu obszaru:

$$\sum_{j=1}^J g(\mathbf{q}_j) \int_{(L_j)} K(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_j) dL_j = \Delta P \left[ -\frac{1}{2} v(\mathbf{q}_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^J v(\mathbf{q}_j) \int_{(L_j)} E(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_j) dL_j \right], \quad (13)$$

gdzie:

$$K(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_j) = \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{1}{r_{ij}} \right), \quad (13a)$$

$$E(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_j) = \frac{1}{2\pi} \frac{(x_i - x_j)n_j^y - (y_i - y_j)n_j^x}{r_{ij}^2}, \quad (13b)$$

$$r_{ij} = \left[ (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13c)$$

oraz:

$$v(\mathbf{q}_j) = \frac{r_j^2}{4} = \frac{1}{4} \left[ (x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 \right]. \quad (13d)$$

Po wyznaczeniu gęstości rozkładu funkcji  $g(\mathbf{q}_j)$  na brzegu obszaru wartości funkcji  $\bar{c}_z(\mathbf{p}_n)$  ( $n = 1, \dots, N$ ) w punktach  $(\mathbf{p}_n)$  ( $n = 1, \dots, N$ ) wewnątrz obszaru ( $\Lambda$ ) wyznacza się ze związku:

$$\bar{c}_z(\mathbf{p}_n) = \sum_{j=1}^J g(\mathbf{q}_j) \int_{(L_j)} K(\mathbf{p}_n, \mathbf{q}_j) dL_j + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^J v(\mathbf{q}_j) \int_{(L_j)} E(\mathbf{p}_n, \mathbf{q}_j) dL_j. \quad (14)$$

Ostatecznie prędkość  $c_z(\mathbf{p}_n)$  w punktach  $(\mathbf{p}_n)$  ( $n = 1, \dots, N$ ) jest zgodnie z zależnością (5) opisana sumą:

$$c_z(\mathbf{p}_n) = \bar{c}_z(\mathbf{p}_n) + \Delta P v(\mathbf{p}_n) \quad (n = 1, \dots, N) \quad (15)$$

### 3. PRZEPŁYW JEDNOKIERUNKOWY W PRZEWODACH PROSTOOSIOWYCH O DOWOLNYM PRZEKROJU POPRZECZNYM. WYZNACZANIE PÓŁ PRĘDKOŚCI PRZEPŁYWU METODĄ ELEMENTÓW BRZEGOWYCH

Niżej przedstawiono rozwiązania zagadnień przepływowych laminarnego przepływu jednokierunkowego cieczy lepkiej w przewodach prostoosiowych o różnych kształtach przekroju poprzecznego prezentowaną wyżej metodą elementów brzegowych. Dokonano porównania uzyskanych wyników z rezultatami dostępnymi w szeregu prezentowanych przykładów rozwiązaniami analitycznymi.

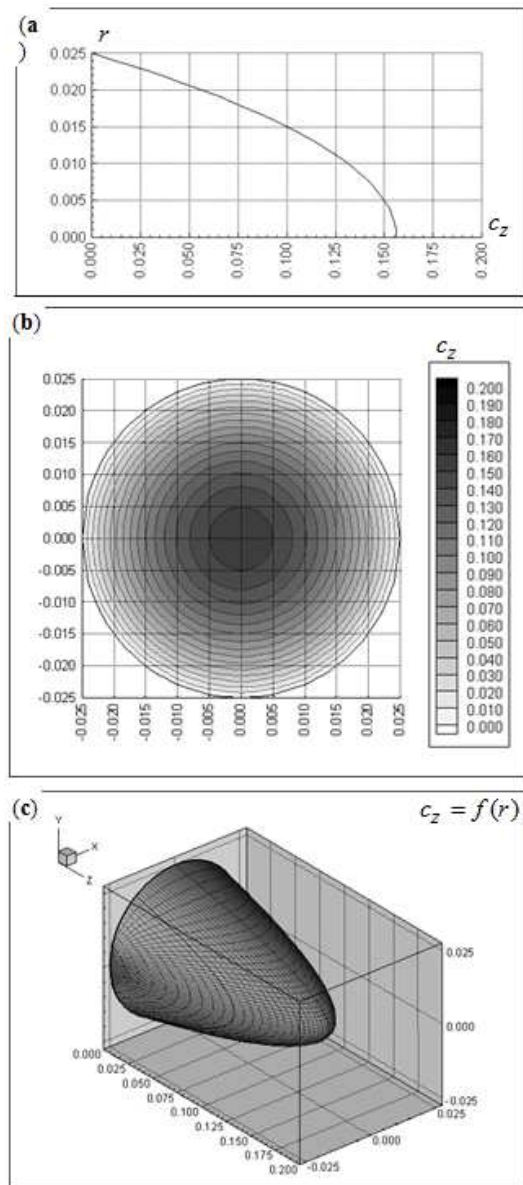
### 3.1. Przepływ przez przewód o przekroju kołowym

W przypadku przekroju kołowego, będącego podstawowym kształtem przewodów w ciśnieniowych układach i sieciach hydraulicznych równanie Stokesa (4) opisujące przepływ laminarny cieczy lepkiej w cylindrycznym układzie współrzędnych  $\{r, \varphi, z\}$  przyjmuje formę:

$$-\Delta P = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dc_z}{dr} \right), \quad (16)$$

z warunkiem brzegowym  $c_z(R) = 0$ , gdzie  $R$  oznacza promień przewodu. Rozwiązanie równania (16) prowadzi do znanego wzoru Hagen-Poiseuille'a opisującego rozkład prędkości w przekroju poprzecznym przewodu:

$$c_z(r) = \frac{\Delta P}{4} (R^2 - r^2). \quad (17)$$



Rys. 3. Rozkład prędkości w przewodzie prostoosiowym o przekroju kołowym: a) wykres prędkości w przekroju osiowym przewodu, b) wykres warstwicy pola prędkości w przewodzie, c) profil prędkości

Wyznaczono pole prędkości przepływu w przewodzie o średnicy  $D=0.05$  m przy  $\Delta P=10.00$  s<sup>1</sup>m<sup>-1</sup>, płynu o gęstości  $\rho=1000.00$  kg/m<sup>3</sup> i lepkości  $\mu=1.00 \cdot 10^{-3}$  Pa·s (glikol etylowy roztw.20% H<sub>2</sub>O (20°C)). Prędkość maksymalna (w osi przewodu) dla przedstawionych wyżej warunków przepływu i właściwości fizycznych cieczy jest równa  $c_{z(max)}=0.15625$  [m/s] prędkość średnia  $c_{z(sr)}=0.078125$  [m/s] wobec czego liczba Reynoldsa  $Re_{(sr)}=D \cdot c_{z(sr)}/\nu=390.63$  kwalifikuje rozważany przepływ jako laminarny.

Na Rys. 3 przedstawiono odpowiednio:

- wykres prędkości w przekroju osiowym przewodu (3.a);
- wykres warstwiczny pola prędkości w przewodzie (3.b);
- profil prędkości na wykresie przestrzennym (3.c).

W rozważanym przypadku obliczeń dokonano przy podziale okręgu (linii brzegowej) na  $J=360$  elementów prostoliniowych, a numerycznego całkowania dokonano przy użyciu kwadratur Gaussa-Legendre'a ( $n=8$ ) (Stoer i Burlisch, 2002; Press i inni, 1988).

Błąd względny obliczeń oszacowano jako różnicę pomiędzy maksymalną wartością prędkości wyznaczoną z zależności analitycznej  $c_{z(t)}$  i wartością otrzymaną w rozwiązaniu numerycznym  $c_{z(n)}$  odniesioną do wartości wyznaczonej z zależności analitycznej i wyrażoną w (%) w punktach obliczeniowych ( $n=1, \dots, N$ ).

$$\Delta c_{z(n)} = \max \left| \frac{c_{z(t)} - c_{z(n)}}{c_{z(t)}} \right| * 100\% \quad (18)$$

W rozważanym wyżej przypadku przepływu w przewodzie o przekroju kołowym błąd względny według zależności (18) numerycznego rozwiązania metodą brzegowych równań całkowych nie przekroczył wartości 0.05%.

### 3.2. Przepływ przez przewód o przekroju eliptycznym

Prędkość jednokierunkowego, laminarnego przepływu przez przewód o przekroju eliptycznym jest opisana zależnością (White, 1991; Pozrikidis, 2001; Spurk, 1997):

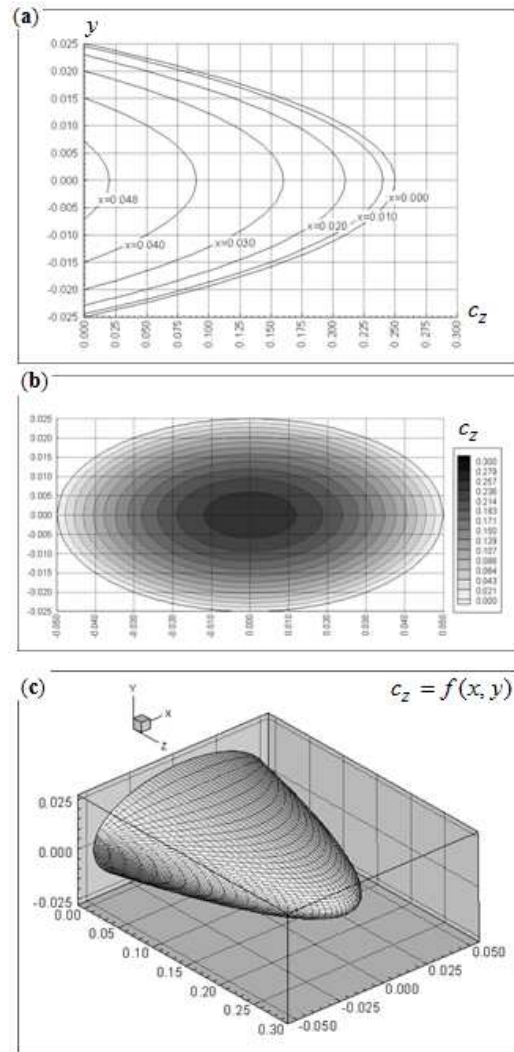
$$c_z(x, y) = \frac{\Delta P}{2} \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \left[ 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right] \quad (19)$$

gdzie  $a$  i  $b$  są półosiami elipsy o środku (0,0) w prostokątnym układzie współrzędnych  $\{x, y\}$ .

Wyznaczono pole prędkości w przewodzie eliptycznym o wymiarach  $a=0.050$  m,  $b=0.025$  m. Wyniki obliczeń przedstawia w formie graficznej Rys. 4.

Na wykresie 4a przedstawiono profile prędkości  $c_z=f(x, y)$  w wybranych przekrojach  $x=const$  (0,a).

W rozważanym wyżej przypadku przepływu w przewodzie o przekroju eliptycznym błąd względny według zależności (18) numerycznego rozwiązania metodą brzegowych równań całkowych przy podziale brzegu obszaru na  $J=360$  elementów prostoliniowych i numerycznym całkowaniu przy użyciu kwadratur Gaussa-Legendre'a ( $n=8$ ), nie przekroczył wartości 0.06%.



Rys. 4. Rozkład prędkości w przewodzie prosto osiowym o przekroju eliptycznym: a) wykres prędkości w przekrojach  $x=const$ , b) wykres warstwiczny pola prędkości w przewodzie, b) profil prędkości

### 3.3. Przepływ przez przewód o przekroju prostokątnym

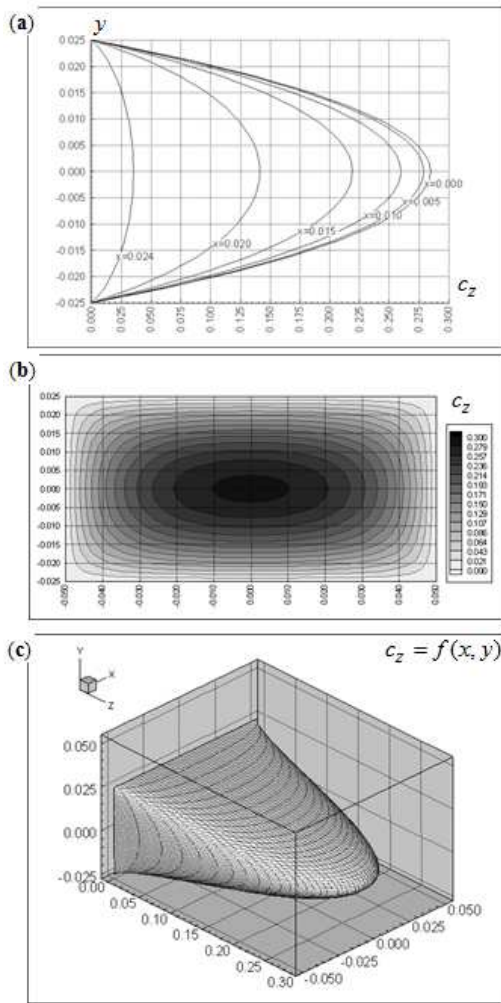
Prędkość jednokierunkowego, laminarnego przepływu przez przewód o przekroju prostokątnym jest opisana zależnością (White, 1991; Spurk, 1997):

$$c_z(x, y) = \frac{\Delta P}{2} \left[ b^2 - y^2 + \frac{4}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cosh(mx)}{m^3 \cosh(ma)} \cos(my) \right] \quad (20)$$

gdzie:  $m = (\pi/b)(n - 1/2)$  natomiast  $2a$  i  $2b$  oznaczają długości boków prostokąta o środku w punkcie (0,0).

Wyznaczono pole prędkości w przewodzie o przekroju prostokątnym o wymiarach  $a=0.050$  m,  $b=0.025$  m. Wyniki obliczeń przedstawia Rys. 5.

Obliczenia wykonano przy podziale obwodu prostokąta na  $J=600$  elementów prostoliniowych i numerycznym całkowaniu przy użyciu wzorów Gaussa-Legendre'a ( $n=8$ ). Błąd względny wyznaczenia wartości prędkości maksymalnej (w punkcie (0,0)) nie przekracza wartości  $3.5 \cdot 10^{-3}\%$ .



Rys. 5. Rozkład prędkości w przewodzie prosto osiowym o przekroju prostokątnym: a) wykres prędkości w przekrojach  $x=const$ , b) wykres warstwiczny pola prędkości w przewodzie, c) profil prędkości

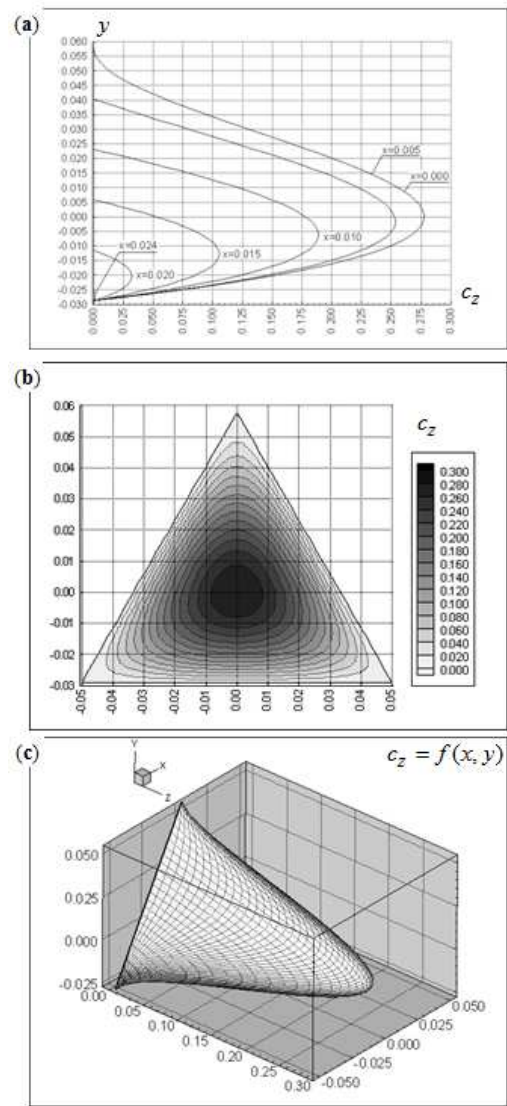
### 3.4. Przepływ przez przewód o przekroju trójkątnym

Prędkość jednokierunkowego, laminarnego przepływu przez przewód o przekroju trójkątnym (trójkąt równoboczny) jest opisana zależnością (Spurk, 1997; Chakraborty, 2008):

$$c_z(x, y) = \frac{\Delta P}{4} \frac{1}{(3a)^2} (4hy + a^2) \left[ (2hy - a)^2 - (3xa)^2 \right] \quad (21)$$

gdzie  $a$  jest długością boku trójkąta  $h = a\sqrt{3}/2$  wysokością trójkąta o środku geometrycznym umieszczonym w punkcie  $\{0,0\}$  układu współrzędnych i podstawie równoległej do osi  $\{x\}$ . Wyznaczono pole prędkości w przewodzie o przekroju poprzecznym trójkątnym (trójkąt równoboczny) o wymiarze boku  $a=0.050$  m. Wyniki obliczeń przedstawiają w formie graficznej Rys. 6.

Obliczenia wykonano przy podziale obwodu trójkąta na  $J=300$  elementów prostoliniowych. Błąd względny wyznaczenia wartości prędkości maksymalnej (w punkcie  $(0,0)$ ) nie przekracza wartości  $3.0 \cdot 10^{-3}\%$ .

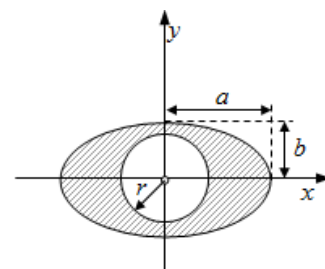


Rys. 6. Rozkład prędkości w przewodzie prosto osiowym o przekroju trójkątnym: a) wykres prędkości w przekrojach  $x=const$ , b) wykres warstwiczny pola prędkości w przewodzie, c) profil prędkości

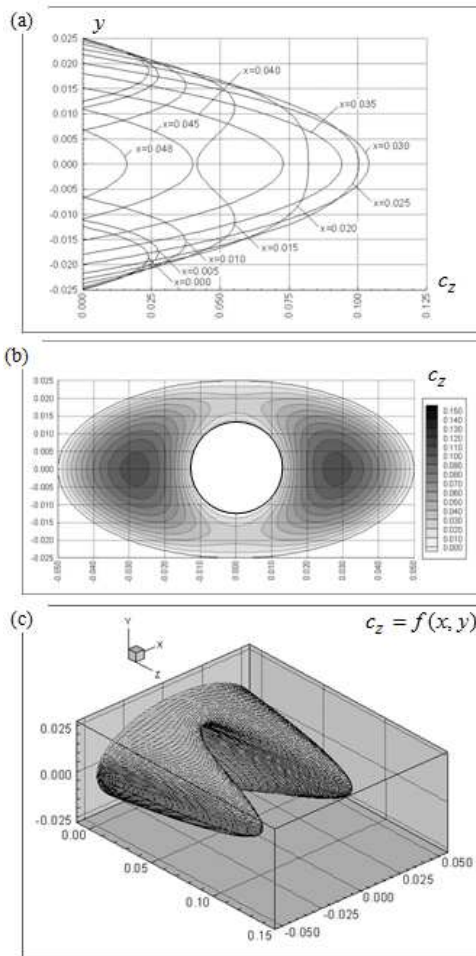
### 3.5. Przepływ przez przewód o przekroju eliptycznym z kołowym wypełnieniem

Wyznaczono pole prędkości przepływu przez prostoosiowy przewód o przekroju eliptycznym z kołowym wypełnieniem w osi przewodu.

Wyniki obliczeń przedstawiono na Rys. 8.



Rys. 7. Kształt przewodu o przekroju eliptycznym z kołowym wypełnieniem



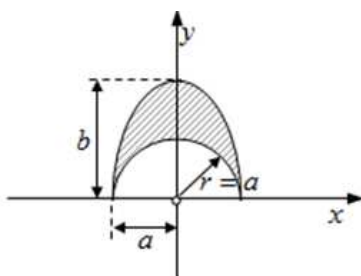
**Rys. 8.** Pole prędkości przepływu w przewodzie o przekroju eliptycznym z kołowym wypełnieniem: a) wykres prędkości w przekrojach  $x=const$ , b) wykres warstwowy pola prędkości w przewodzie, c) profil prędkości

Obliczenia wykonano dla przewodu o wymiarach:  $a=0.05$  m,  $b=0.025$  m,  $r=0.012$  m przy podziale eliptycznego brzegu na  $J=360$  prostoliniowych elementów i podziale okręgu wewnętrznego na  $N=180$  elementów.

### 3.6. Przepływ przez przewód o przekroju półeliptycznym ograniczonym półkolem

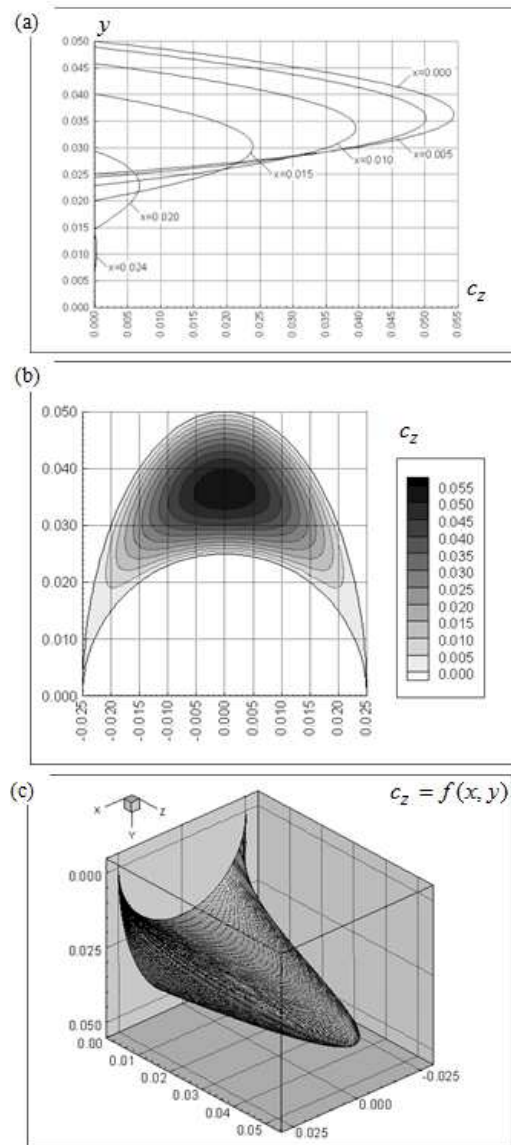
Wyznaczono pole prędkości przepływu przez prostoosiowy przewód o przekroju półeliptycznym ograniczonym półkolem tworzącym wklęsłą ściankę (Rys. 9).

Wyniki obliczeń przedstawiono na Rys. 10.



**Rys. 9.** Kształt przewodu o przekroju półeliptycznym ograniczonym półkolem

Obliczenia wykonano dla przewodu o wymiarach:  $b=0.05$  [m],  $a=0.025$  [m],  $r=0.025$  [m] przy podziale eliptycznego brzegu na  $J=360$  prostoliniowych elementów i podziale półokręgu na  $N=180$  elementów.



**Rys. 10.** Pole prędkości przepływu w przewodzie o przekroju półeliptycznym ograniczonym półkolem: a) wykres prędkości w przekrojach  $x=const$ , b) wykres warstwowy pola prędkości w przewodzie, c) profil prędkości

## 4. PODSUMOWANIE

Metoda brzegowych równań całkowych wśród metod numerycznego rozwiązywania zagadnień fizyki matematycznej opisanych równaniami różniczkowymi jest metodą o dużej skuteczności i użyteczności. W zagadnieniach wyznaczania pól prędkości w przepływie cieczy z uwagi na złożoność równań różniczkowych opisujących ruch cieczy, właściwości metody polegające na wyznaczeniu pola prędkości cieczy w oparciu o rozwiązanie zagadnienia na brzegu obszaru bez konieczności dyskretyzacji analizo-

wanego obszaru i łatwość formułowania warunków brzegowych, są istotnymi walorami użytkowymi metody numerycznej.

Nadto metoda brzegowych równań całkowych pozwala na rozwiązywanie zagadnień przepływu w obszarach płaskich o złożonej geometrii, co zaprezentowano wyżej, w odniesieniu do zagadnień wyznaczania laminarnego przepływu cieczy w przewodach i kanałach o dowolnym kształcie przekroju poprzecznego, przy użyciu prostych algorytmów obliczeniowych, z wysoce zadawalającą dokładnością obliczeń

#### LITERATURA

1. **Batchelor G. K.** (1967), *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge UK.
2. **Brebbia C.A., Telles J. C., Wrobel L. C.** (1984), *Boundary Element Techniques, Theory and applications in Engineering*, Springer-Verlag, Berlin.
3. **Chakraborty G.** (2008), A note on methods for analysis of flow through microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, 4583-4588.
4. **Karnidakis G., Beskok A., Narayan A.** (2005), *Microflows and Nanoflows, Fundamentals and Simulation*, Springer, New York.
5. **Katsikadelis J. T.** (2002), *Boundary Elements. Theory and Applications*, Elsevier Science.
6. **Kythe P. K.** (1995), *An Introduction to Boundary Element Method*, CRC Press.
7. **Landau L. D., Lifszyc J. M.** (2009), *Hydrodynamika*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
8. **Pozrikidis C.** (2001), *Fluid Dynamics. Theory, Computation and Numerical Simulation*, Kluwer Academic Publ., New York.
9. **Pozrikidis C.** (2002), *A Practical Guide to Boundary Element Method with the software Library Bemlib*, Chapman & Hall/CRC, New York.
10. **Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A., Vetterling, W. T.** (1988), *Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, New York.
11. **Prosnak W. J.** (2006), *Równania klasycznej mechaniki płynów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
12. **Spurk J. H.** (1997), *T1. Fluid Mechanics, T2 Fluid Mechanics Problems and Solutions*, Springer, Berlin Heidelberg.
13. **Stoer J., Bulirsch R.** (2002), *Introduction to Numerical Analysis*, Springer.
14. **Teleszewski T. J.** (2008), *Zastosowanie metody brzegowych równań całkowych do analizy wybranych zagadnień przepływu cieczy lepkiej*, rozprawa doktorska, Politechnika Białostocka.
15. **White F. M.** (1991), *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill, Inc, New York.
16. **Лойцянский П. Г.** (1973), *Механика жидкости и газа* Издат, Наука, Moskwa.

#### IMPLEMENTATION OF THE BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR THE SOLUTION OF UNIDIRECTIONAL FLOW THROUGH STRAIGHT PIPES OF ARBITRARY CROSS-SECTION SHAPES

**Abstract:** The subject of the presented elaboration is the application of the boundary integral method to calculating of the pressure driven unidirectional flow in pipes and channels of arbitrary shape of the cross-section. The laminar unidirectional flow of viscous fluid described by Stokes equation is a satisfactory model to the description of the numerous flows in machines and engineering devices. In the paper is presented the solution of the problem of the flow of Newtonian liquid limited by the cylindrical surface about the arbitrary shape of the cross-section in the expression of boundary integral equations. The results of calculations the velocity field of unidirectional flow through pipes and straight closed ducts of the selected shapes of the cross-section with comparisons of numeric solutions with accessible in the literature with analytic solutions showing the satisfactory exactitude and the efficiency the method boundary integral equations to the solution this class of problems of flow in technical uses.

Opracowanie wykonano w ramach pracy statutowej S/WBIIŚ/5/2011 i projektu współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

## WYZNACZANIE TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ STOPU ALUMINIUM W ZŁOŻONYCH STANACH OBCIĄŻENIA W ZAKRESIE MAŁEJ LICZBY CYKLI

Karolina WALAT\*, Tadeusz ŁAGODA\*

\*Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Opolska,  
ul. Mikołajczyka 5, 45-271 Opole

[k.walat@po.opole.pl](mailto:k.walat@po.opole.pl), [t.lagoda@po.opole.pl](mailto:t.lagoda@po.opole.pl)

**Streszczenie:** W oparciu o badania zmęczeniowe w złożonym stanie odkształcenia stopu aluminium, w zakresie bardzo małej liczby cykli, w pracy zaproponowano wyrażenie na odkształcenie ekwiwalentne. Kryterium to bazuje na płaszczyźnie krytycznej wyznaczonej w oparciu o funkcję rodzaju materiału. Dzięki temu zaproponowany model jest słuszny zarówno dla materiałów sprężysto-kruchych, jak i sprężysto-plastycznych. Wyznaczona w ten sposób amplituda ekwiwalentna dla złożonych proporcjonalnych i nieproporcjonalnych stanów obciążenia mieści się w paśmie rozrzutu o takim samym współczynniku jak dla prostych stanów obciążenia.

### 1. WPROWADZENIE

Większość współczesnych naprężeniowych, odkształceniowych czy też tak zwanych energetycznych kryteriów wieloosiowego zmęczenia bazuje na wyznaczaniu naprężenia ekwiwalentnego na płaszczyźnie krytycznej. Orientację płaszczyzny krytycznej należy rozumieć jako orientację otoczenia punktu materialnego w przestrzeni, a nie płaszczyznę złomu zmęczeniowego. Zależą one od rodzaju materiału. Materiały mogą być w stanach granicznych w stanie sprężysto-kruchym i sprężysto-plastycznym oraz wykazywać własności pośrednie, tak jak to jest w przypadku stopów aluminium (Walat i Łagoda, 2010). W pracy przedstawiono zależności zmian orientacji płaszczyzny krytycznej od stosunku granic zmęczenia dla rozciągania-ściskania i skręcania obustronnego według różnych modeli na podstawie propozycji Carpinteri i Spagnoli (1999). Celem niniejszej pracy jest zaproponowanie modelu oceny trwałości zmęczeniowej w złożonym stanie odkształcenia bazującego na płaszczyźnie krytycznej wyznaczonej w zależności od rodzaju materiału. Powyższa propozycja zostanie zweryfikowana na podstawie badań zmęczeniowych Zamrika (1972, 1973) wykonanych na próbkach ze stopów aluminium w zakresie bardzo małej liczby cykli.

### 2. ORIENTACJA PŁASZCZYZNY KRYTYCZNEJ

Wyznaczeniu orientacji płaszczyzny krytycznej dokonano w oparciu o propozycję Carpinteri i Spagnoli

$$\alpha' = \frac{3}{2} \left[ 1 - \left( \frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} \right)^2 \right] 45^\circ, \quad (1)$$

gdzie kąt  $\alpha'$  jest określony w stosunku do kierunku wyznaczonego przez maksimum w kierunku normalnym.

Ostatecznie kąt określający orientację płaszczyzny krytycznej (kierunek normalny) jest pod kątem  $\alpha'$  w stosunku do płaszczyzny określonej przez maksimum naprężeń normalnych w przestrzeni.

W pracy Carpinteri i Spagnoli (2001) nie podano wyrowadzenia zależności (1). Jest ona przyjęta arbitralnie. W związku z tym w pracy Walat i Łagody (2011), zaproponowano też własne propozycje, które w sytuacjach skrajnych są słuszne dla materiałów zarówno w stanie sprężysto-plastycznym jak i sprężysto-kruchym. Daje to w efekcie kąt  $0^\circ$  dla stosunku granic zmęczenia na zginanie i skręcanie  $\sigma_{af}/\tau_{af}$  równego 1, jak ma to miejsce w przypadku materiałów wykazujących cechy materiałów sprężysto-kruchych oraz  $45^\circ$  dla stosunku równego  $\sqrt{3}$ , co ma miejsce w przypadku materiałów sprężysto-plastycznych. Spełniające warunki graniczne są też na przykład następujące zależności:

$$\alpha' = \frac{9}{8} \left[ 1 - \left( \frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} \right)^4 \right] 45^\circ, \quad (2)$$

$$\alpha' = \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-1} \left[ 1 - \left( \frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} \right)^3 \right] 45^\circ, \quad (3)$$

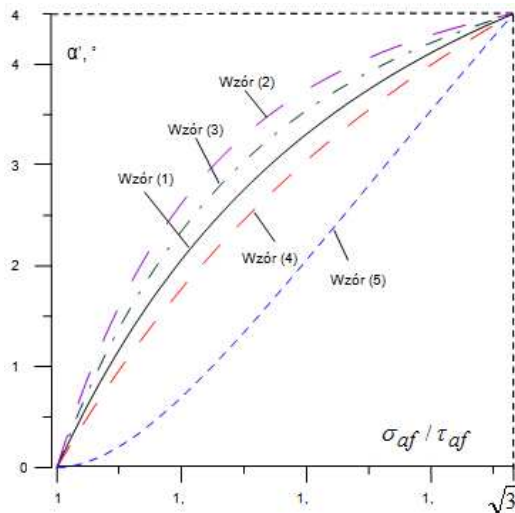
$$\alpha' = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \left[ 1 - \left( \frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} \right) \right] 45^\circ, \quad (4)$$

$$\alpha' = \frac{3}{(\sqrt{3}-1)^2} \left[ 1 - \left( \frac{\tau_{af}}{\sigma_{af}} \right) \right]^2 45^\circ. \quad (5)$$

Na Rys. 1 przedstawiono graficzne interpretacje wzorów (1) – (5). Można zauważyć, że w zależności od przyjętego modelu wyznaczony kąt może znacząco się zmieniać.



Na przykład dla stosunku granic zmęczenia  $\sigma_{af}/\tau_{af} = 1,4$ , różnica może stanowić aż  $16^\circ$ , co w znaczący sposób może wpłynąć na obliczeniową trwałość zmęczeniową przy zastosowaniu wybranych kryteriów wieloosiowego zmęczenia (Łagoda i Ogonowski, 2005). W związku z tym należy na podstawie dostępnych badań eksperymentalnych wyznaczyć właściwy model uzależniający wyznaczony kąt od stosunku granic zmęczenia zarówno dla modeli naprężeniowych jak i odkształceniowych.



Rys. 1. Kąt względem maksymalnego naprężenia normalnego w zależności od stosunku granic zmęczenia na zginanie i skręcanie

### 3. BADANIA ZMĘCZENIOWE ZAMRIKA

Analizowane w niniejszej pracy badania zmęczeniowe zostały wykonane przez Zamrika i Frishmutha (1972, 1973) na cienkościennych próbkach wykonanych ze stopu aluminium T7075-T6 w warunkach czystego rozciągania - ściskania, skręcania obustronnego oraz kombinacji proporcjonalnego i nieproporcjonalnego rozciągania - ściskania ze skręcaniem o przesunięciach fazy  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  i  $90^\circ$ . Badanie te były zrealizowane przy różnym stosunku amplitud odkształceń pochodzących od rozciągania-ściskania oraz skręcania obustronnego. Własności statyczne badanego materiału to granica wytrzymałości  $Re = 544$  MPa, granica plastyczności  $Re = 476$  MPa, moduł wytrzymałości podłużnej  $E = 71$  GPa, współczynnik Poissona  $\nu = 0,321$ .

Na podstawie normy ASTM (1998) wyznaczono charakterystyki zmęczeniowe odpowiednio na rozciąganie-ściskanie

$$\epsilon_a = \epsilon'_f (2N_f)^c = 0,078(2N_f)^{-0,256} \quad (6)$$

oraz skręcanie obustronne

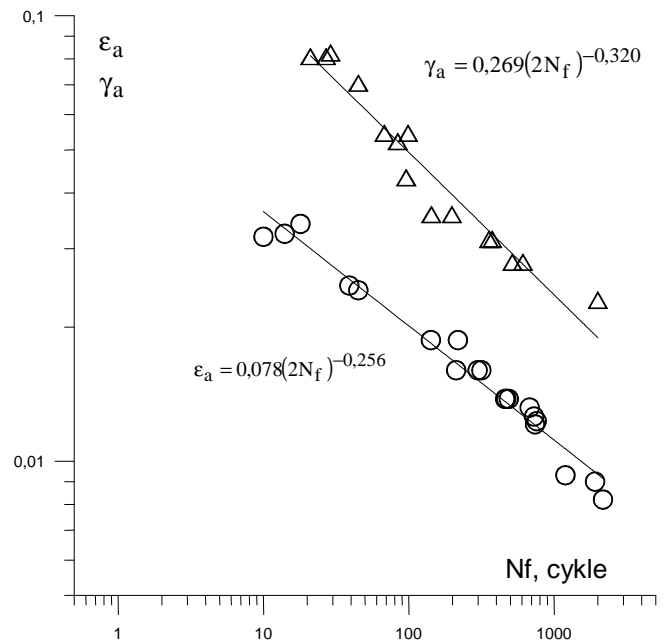
$$\gamma_a = \gamma'_f (2N_f)^{c_0} = 0,269(2N_f)^{-0,320} \quad (7)$$

Charakterystyki te zestawiono na rys. 2 wraz z punktami eksperymentalnymi.

Na podstawie wzorów (6) i (7) można wyznaczyć stosunek odkształceń. Ponieważ charakterystyki zmęczeniowe nie są równoległe  $c \neq c_0$  wybrano liczbę z wartości po-

średniej dla jakiego wyznaczono charakterystyki zmęczeniowe czyli dla liczby cykli  $N_f = 100$  wartość ta wynosi

$$k' = \frac{\gamma_a(N_f = 100)}{\epsilon_a(N_f = 100)} = 2,4577 \quad (8)$$



Rys. 2. Odkształceniowe charakterystyki zmęczeniowe w prostych stanach obciążenia

### 4. MODEL ODKSZTAŁCENIOWY

Wiedząc, że zależności pomiędzy amplitudą odkształcenia i amplitudą naprężenia odpowiednio dla rozciągania-ściskania oraz skręcania obustronnego dane są wzorami:

$$\epsilon_a = \epsilon_{ae} + \epsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{1/n'} \quad (9)$$

i

$$\gamma_a = \gamma_{ae} + \gamma_{ap} = \frac{\tau_a}{G} + \left(\frac{\tau_a}{K'_0}\right)^{1/n'_0} \quad (10)$$

można wyznaczyć stosunek amplitud odkształceń na skręcanie obustronne i rozciąganie-ściskanie. Stosunek ten zależy od rodzaju materiału. Przez wielu autorów stosunek ten przedstawiany jest różnorodnie. Nie ma jednego przyjętego uniwersalnego modelu. Najczęściej stosunek ten podawany jest dla odkształceniowych współczynników zmęczeniowych  $\epsilon'_f$  i  $\gamma'_f$ . Są to propozycje:

– Kim i inni (2002) w zależności od przyjętego kryterium Hubera-Misesa-Henckego:

$$\frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} = \sqrt{3} \quad (11)$$

Treści:

$$\frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} = 1,5; \quad (12)$$

- Shamsaei i Fatemi (2009) proponują wzory (11) i (12) oraz dla maksymalnego odkształcenia normalnego:

$$\frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} = 2 ; \quad (13)$$

- Kim i Park (1999) proponują ogólny wzór w postaci:

$$\frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} = 1,5 + 0,5S , \quad (14)$$

gdzie S zależy od rodzaju materiału;

- Liu i Mahadevan (2005) sugerują, że stosunek ten mieści się w przedziale:

$$2\sqrt{\frac{(1+v_{eff})^2}{4-(1-v_{eff})^2}} < \frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} < 2 \quad (15)$$

co przy przyjęciu idealnej plastyczności, czyli  $v_{eff} = 0,5$  otrzymuje się ostatecznie:

$$1,5492 < \frac{\gamma'_f}{\epsilon'_f} < 2 . \quad (16)$$

W sytuacjach skrajnych możemy mieć do czynienia z materiałem w stanie sprężysto-kruchym i stanie sprężysto-plastycznym.

Poniżej zostaną wyprowadzone wzory na poszukiwany stosunek amplitud odkształceń. Dla materiałów sprężysto-kruchych części plastyczne równań (9) i (10) dążą do zera w związku z tym dzieląc stronami równania (10) i (9) otrzymuje się:

$$\frac{\gamma_a}{\epsilon_a} = \frac{\tau_a E}{\sigma_a G} . \quad (17)$$

Podstawiając do wzoru (18):

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (18)$$

oraz wiedząc że w stanie granicznym dla materiałów kruchych zachodzi zależność:

$$\tau_a = \sigma_a . \quad (19)$$

otrzymuje się:

$$\frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a} = 2(1+\nu) . \quad (20)$$

Natomiast dla materiałów sprężysto-plastycznych w sytuacji granicznej część sprężystą dla bardzo małej liczby cykli można pominąć. W takim razie dzieląc stronami równania (9) i (10) otrzymuje się:

$$\frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a} = \frac{\left(\frac{\tau_a}{K'_o}\right)^{1/n'_o}}{\left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{1/n'}} \quad (21)$$

Przyjmując za Li i inni (2010), że:

$$n'_o = n' \quad (22)$$

oraz:

$$K'_o = 3 \frac{1+n'}{2} K' \quad (23)$$

otrzymuje się:

$$\frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a} = \left( \frac{\tau_a}{\sigma_a 3 \frac{1+n'}{2}} \right)^{1/n'} \quad (24)$$

Ponadto w stanie granicznym:

$$\tau_a = \sqrt{3}\sigma_a . \quad (25)$$

Ostatecznie po przekształceniach otrzymuje się:

$$\frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a} = \sqrt{3} \quad (26)$$

W takim razie otrzymuje się, zależność pomiędzy amplitudą odkształceń postaciowych pochodzących dla skręcania obustronnego oraz odkształceń normalnych pochodzących od rozciągania-ściskania:

$$\sqrt{3} \leq \frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a} \leq 2(1+\nu) \quad (27)$$

Rozpatrywany stosunek w sytuacjach skrajnych dla materiałów w stanie sprężysto-plastycznym osiąga wartość minimalną  $\sqrt{3}$ , a w stanie sprężysto-kruchym wartość maksymalną  $2(1+\nu)$ .

Mając wyznaczone wartości graniczne stosunku amplitud na skręcanie obustronne oraz rozciągnię-ściskanie można wyznaczyć kąt płaszczyzny krytycznej, który jest nachylony pod kątem  $\alpha'$  w stosunku do kierunku wyznaczonym przez maksymalne naprężenia styczne. Analogicznie do przedstawionych wzorów (1) - (5) we wprowadzeniu zaproponowano następującą postać:

$$\alpha' = \frac{[2(1+\nu)]^2 - \left(\frac{\gamma'_a}{\epsilon'_a}\right)^2}{[2(1+\nu)]^2 - (\sqrt{3})^2} 45^\circ \quad (28)$$

analogicznie do wzoru (1) zaproponowanego dla złożonego stanu naprężenia.

Wzory określające przebieg czasowy odkształcenia normalnego pod danym kątem  $\alpha$  oraz pod tym samym kątem połowy odkształcenia postaciowego można wyrazić odpowiednio wzorami:

$$\epsilon_{\eta}(t) = \epsilon_{xx}(t) \cos^2 \alpha + \epsilon_{yy}(t) \sin^2 \alpha + \frac{\gamma_{xy}(t)}{2} \sin 2\alpha \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\eta s}(t) = \frac{\gamma_{\eta s}(t)}{2} = & -0,5\epsilon_{xx}(t) \sin 2\alpha \\ & + 0,5\epsilon_{yy}(t) \sin 2\alpha + \frac{\gamma_{xy}(t)}{2} \cos 2\alpha \end{aligned} \quad (30)$$

Przy przyjęciu idealnej plastyczności można przyjąć  $\nu_p = 0,5$ . W związku z tym odkształcenie:

$$\varepsilon_{yy}(t) = -0,5\varepsilon_{xx}(t) \quad (31)$$

Ostatecznie podstawiając (31) do wzorów (29) i (30) otrzymuje się:

$$\varepsilon_{\eta}(t) = \varepsilon_{xx}(t) \left( \cos^2 \alpha - 0,5 \sin^2 \alpha \right) + \frac{\gamma_{xy}(t)}{2} \sin 2\alpha \quad (32)$$

i

$$\varepsilon_{\eta_s}(t) = \frac{\gamma_{\eta_s}(t)}{2} = -0,75\varepsilon_{xx}(t) \sin 2\alpha + \frac{\gamma_{xy}(t)}{2} \cos 2\alpha \quad (33)$$

Przebieg odkształcenia ekwiwalentnego w płaszczyźnie krytycznej może być zapisany jako:

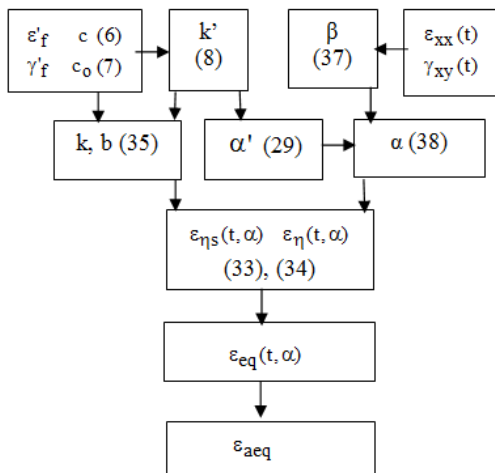
$$\varepsilon_{eq}(t) = k\varepsilon_{\eta}(t) + b\varepsilon_{\eta_s}(t) \quad (34)$$

gdzie stałe  $b$  i  $k$  zależą od szczególnej postaci kryterium i muszą być wyprowadzane na podstawie prostych stanów obciążenia na przykład na podstawie próby jednoosiowego rozciągania-ściskania i skręcania obustronnego.

### 5. WYZNACZENIE ODKSZTAŁCEŃ EKWIWALENTNYCH

Zaproponowany algorytm wyznaczania amplitudy odkształcenia ekwiwalentnego  $\varepsilon_{aeg}$  przedstawiono na Rys. 3. Zgodnie ze wzorem (28) na początku wyznaczany jest kąt płaszczyzny krytycznej, który jest nachylony pod kątem  $\alpha'$  do kierunku wyznaczonego przez maksymalne naprężenia styczne, odwrotnie niż to było w przypadku modelu naprężeniowego. Kąt ten dla analizowanego materiału wynosi  $\alpha' = 11^\circ$ , co zilustrowano na Rys. 4. W dalszym kroku wyznaczono wyrażenie na ekwiwalentny przebieg odkształcenia na podstawie próby w prostych stanach obciążenia: jednoosiowego rozciągania-ściskania oraz skręcania obustronnego z wykorzystaniem wcześniej wyznaczonego kąta  $\alpha'$  o postaci

$$\varepsilon_{eq}(t) = 0,9946\varepsilon_{\eta}(t) + 0,4758\varepsilon_{\eta_s}(t) \quad (35)$$



Rys. 3. Algorytm wyznaczania amplitudy ekwiwalentnego odkształcenia

Następnie dla poszczególnych kombinacji wyznaczono kąt określający kierunek normalny poprzez poszukiwanie maksimum wariancji naprężenia ekwiwalentnego według formuły:

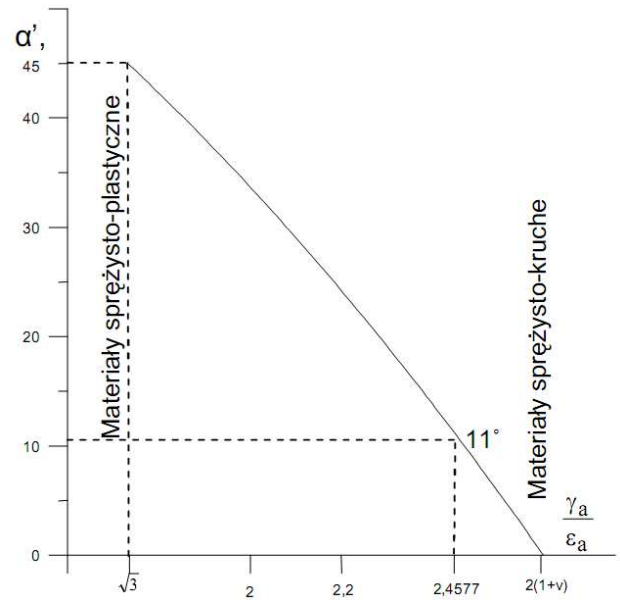
$$\mu_{\varepsilon} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \varepsilon_{\eta}(t) \varepsilon_{\eta}(t) dt \quad (36)$$

gdzie  $T_0$  jest czasem obserwacji,  $\varepsilon_{\eta}(t)$  jest przebiegiem odkształcenia normalnego zorientowanego pod kątem  $\beta$  w stosunku do odkształcenia  $\varepsilon_{xx}(t)$ .

Ostatecznie przebieg odkształcenia ekwiwalentnego wyznaczany jest w oparciu o wyprowadzone wyrażenie (28) pod kątem:

$$\alpha = \beta + \alpha' \quad (37)$$

gdzie kąt  $\beta$  wyznaczony jest na podstawie analizy maksimum wariancji naprężenia normalnego zgodnie ze wzorem (36).



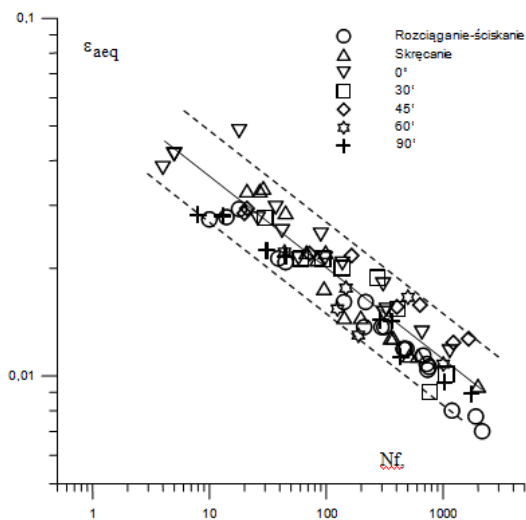
Rys. 4. Interpretacja wyznaczania kąta  $\alpha'$ , przesunięcia w stosunku do kierunku stycznego

Z przebiegu odkształcenia ekwiwalentnego danego wzorem (35) wyznaczana jest amplituda ekwiwalentna. Wyznaczone amplitudy ekwiwalentne zestawiono wraz z liczbą eksperymentalną zestawiono na Rys. 5 na tle charakterystyki zmęczeniowej dla czystego rozciągania-ściskania. Wyznaczona w ten sposób amplituda ekwiwalentna dla złożonych proporcjonalnych i nieproporcjonalnych stanów obciążenia, mieści się w paśmie rozrzutu o takim samym współczynniku, jak dla prostych stanów obciążenia. Wyniki te w większości mieszczą się w paśmie rozrzutu o współczynniku równym 3.

Należy przeprowadzić dalsze obliczenia dla innych modeli wyznaczania położenia płaszczyzny krytycznej analogicznie jak dla wzorów naprężeniowych danych wzorami (2)-(5)

## 6. WNIOSKI

1. Zaproponowany model w oparciu o propozycję Carpinteri wyznaczenia położenia płaszczyzny krytycznej dla złożonego stanu odkształcenia może być przydatnym narzędziem w ocenie trwałości zmęczeniowej w zakresie bardzo małej liczby cykli.
2. Wyrażenie na odkształcenie ekwiwalentne uwzględnia zarówno przebieg odkształceń normalnych jak i stycznych w płaszczyźnie krytycznej z odpowiednimi funkcjami wagowymi.
3. Wyznaczona w ten sposób amplituda ekwiwalentna dla złożonych proporcjonalnych i nieproporcjonalnych stanów obciążenia mieści się w paśmie rozrzutu o takim samym współczynniku jak dla prostych stanów obciążenia.



Rys. 5. Wyznaczone amplitudy odkształceń ekwiwalentnych na tle charakterystyki zmęczeniowej na rozciąganie-ściskanie

## LITERATURA

1. **ASTM E 739-91** (1998): Standard practice for statistical analysis of linearized stress-life (S-N) and strain life ( $\epsilon$ -N) fatigue data, *Annual Book of ASTM Standards*, Vol. 03.01, Philadelphia, 614–620.
2. **Carpinteri A, Spagnoli A.**, (2001), Multiaxial high-cycle fatigue criterion for hard metals, *Int J Fatigue*, Vol. 23, 135–145.
3. **Kim K.S., Chen X., Han C., Lee H.V.**, (2002), Estimation methods for fatigue properties of steels under axial and torsional loading, *Int. J. Fatigue*, Vol. 24, 783-793.
4. **Kim K.S., Park J.C.**, (1999), Shear strain based multiaxial fatigue parameters applied to variable amplitude loading, *Int. J. Fatigue*, Vol. 21, 475-483.
5. **Li J., Hang Z.P., Sun Q., Li C.W., Li R.-S.**, (2010), A simple relationship between axial and torsional cyclic parameters, ASME International, *J. of Materials Engineering and Performance*, DOI: 10.1007/s11665-010-9748-4.
6. **Liu Y., Mahadevan S.**, (2005), Strain-based multiaxial fatigue damage modelling, *Fatigue Fracture Engng Mater. Struct.*, Vol.28, 1177-1189.
7. **Łagoda T., Ogonowski P.**, (2005), Criteria of multiaxial random fatigue based on stress, strain and energy parameters of damage in the critical plane, *Mat.-wiss. u. Werkstofftech.*, Vol.36, 429-437.
8. **Shamsaei N., Fatemi A.**, (2009), Deformation and fatigue behaviors of case-hardened steels in torsion: Experiments and predictions, *Int. J. Fatigue*, Vol.31, 1386-1396.
9. **Walat K., Łagoda T.**, (2010), Trwałość zmęczeniowa aluminiowych złączy spawanych według kryteriów opartych na położeniu płaszczyzny krytycznej wyznaczanych trzema metodami, *Transport przemysłowy i maszynowy*, 2(8), 68-72.
10. **Walat K., Łagoda T.**, (2011), *Orientacje płaszczyzn krytycznych w kryteriach wieloosiowego zmęczenia dla stopów aluminium*, Nowe kierunki rozwoju mechaniki – Hucisko, Politechnika Częstochowska.
11. **Zamrik S. Y.**, (1972), *An investigation of strain cyclic behavior of 7075-T6 aluminium under combined state of strain—the effect of out-of-phase*, Biaxial strain cyclic on low cycle fatigue, Report NASA – CR – 72843, Pennsylvania State University, 72.
12. **Zamrik S.Y., Frishmuth R.E.**, (1973) The effects of out-of-phase biaxial-strain cyclic on low-cycle fatigue, *Experimental Mechanics*, May, 204-208.

### DETERMINATION OF FATIGUE LIFE OF THE ALUMINIUM ALLOY UNDER COMPLEX LOADINGS AND LOW-CYCLE FATIGUE

**Abstract:** The paper presents a new expression of the equivalent strain, formulated on the basis of fatigue tests of the aluminium alloy performed under complex strain state in the case of a very low number of cycles. This criterion uses the critical plane determined on the basis of the material kind function. Thus, the proposed model is right for both elastic-brittle and elastic-plastic materials. The equivalent amplitude determined for complex proportional and non-proportional loadings states is included into the scatter band of the same coefficient as in the case of simple loadings.

# PORÓWNANIE EFEKTYWNOŚCI REGENERATORA O NIERUCHOMYM WYPEŁNIENIU WYZNACZONEJ NA PODSTAWIE MODELU TEORETYCZNEGO ORAZ DANYCH DOŚWIADCZALNYCH

Grzegorz WOŁKOWYCKI\*

\*doktorant, Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, Zakład Techniki Ciepłej i Chłodnictwa,  
ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

[g.wolkowycki@interia.pl](mailto:g.wolkowycki@interia.pl)

**Streszczenie:** W niniejszej pracy pokazano efektywność regeneratora o nieruchomym wypełnieniu wyznaczaną na podstawie modelu teoretycznego z efektywnością określoną na podstawie pomiarów parametrów eksploatacyjnych regeneratorów pracujących w Hucie Szkła Biaglass w Białymstoku. Zakres pracy obejmuje charakterystykę wypełnień regeneratorów, metodologię wyznaczania sprawności na podstawie modelu teoretycznego, doświadczalne wyznaczanie efektywności regeneratorów oraz porównanie wyników obliczeń i pomiarów.

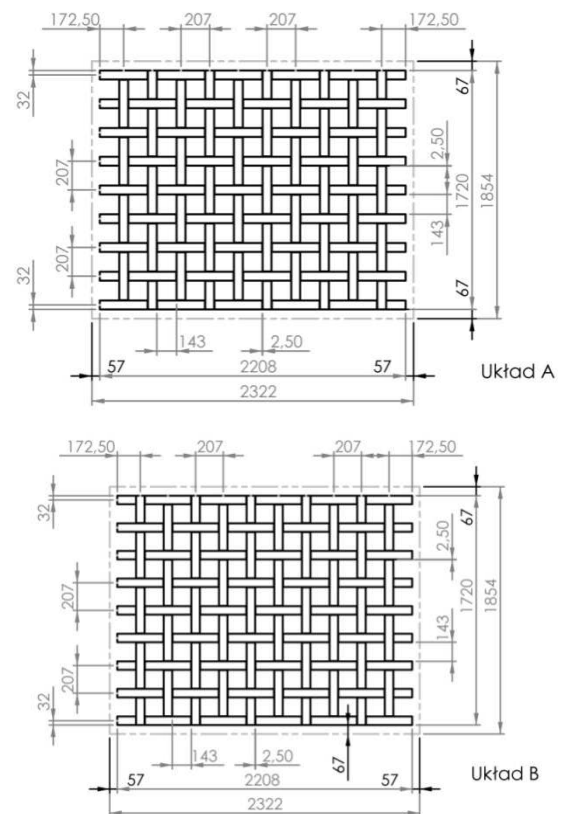
## 1. WSTĘP

W niniejszej pracy pokazano efektywność regeneratora o nieruchomym wypełnieniu wyznaczaną na podstawie modelu teoretycznego z efektywnością określoną na podstawie pomiarów parametrów eksploatacyjnych regeneratorów pracujących w Hucie Szkła Biaglass w Białymstoku. Zakres pracy obejmuje charakterystykę wypełnień regeneratorów, metodologię wyznaczania sprawności na podstawie modelu teoretycznego zaproponowanego przez Bačlica i Dragutinovica (1998) metodologię doświadczalnego wyznaczania efektywności regeneratorów oraz porównanie wyników obliczeń i pomiarów. Szczegółowy układ przepływu powietrza i spalin przez komory regeneratora oraz cały układ pieca szklarskiego znajdującego się w Hucie Szkła w Białymstoku przedstawiono już w pracy Wołkowyckiego, (2011), a zatem tutaj pominięto.

## 2. KONSTRUKCJA REGENERATORÓW ZAINSTALOWANYCH W HUCIE SZKŁA W BIAŁYMSTOKU

Masę akumulacyjną regeneratorów stanowi ceramiczny materiał ogniotrwały w formie prostek (cegieł) tworzących kratownicę, a to w celu umożliwienia przepływu spalin oraz powietrza. Kratownice regeneratorów zainstalowanych w Hucie Szkła w Białymstoku pokazano na Rys. 1.

Jedna warstwa kratownicy składa się w sumie z 99 prostek o trzech różnych wymiarach. Najwięcej prostek jest o wymiarach 345 x 114 x 64 i jest ich 80 szt. W jednej warstwie. Do dopasowania i zakończenia jednej warstwy tak, aby pasowały do ściany komory służą cegły o wymiarach 205 x 114 x 64 (10 sztuk) i 140 x 144 x 64 (9 sztuk). Cegły są ułożone w naprzemiennym układzie A i B Rys.1 tak, aby prostki jednej konfiguracji opierały się na drugiej.



Rys.1. Naprzemiennie układy cegieł kratownicy regeneratora

Porowatość  $\varepsilon$  układu cegieł definiuje się, jako:

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V_t} \quad (1)$$

Podstawiając do wzoru (1):  $V_p = 207,42 \text{ m}^3$  oraz  $V_t = 432,94 \text{ m}^3$ , a stąd otrzymuje się wartość porowatości równą  $\varepsilon = 0,479$ .

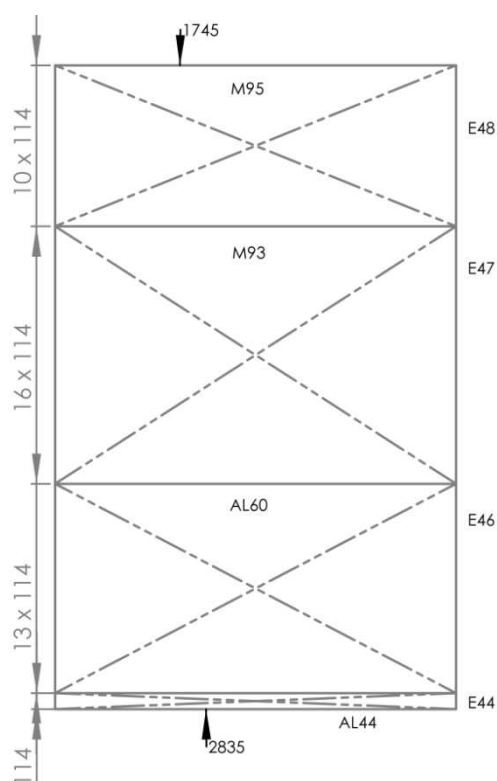
Natomiast  $Y$  jest powierzchnią wymiany ciepła w jednostce objętości, którą wyznacza się dzieląc powierzchnię kontaktu wszystkich cegieł w warstwie ze spalinami / powietrzem przez objętość zajętej warstwy.

Zatem:

$$Y = \frac{A}{V} = \frac{44,5m^2}{0,43m^3} = 103,5 \frac{m^2}{m^3} \quad (2)$$

Regenerator jest zbudowany z 4 warstw różnych materiałów ogniotrwałych (Rys. 2), które są różne pod względem składu chemicznego, od którego zależy odporność na oddziaływanie wysokiej temperatury gazów przepływających przez regenerator.

Najniżej, a więc w strefie najmniejszych temperatur usytuowane są cegły glinowo-krzemianowe AL44, których jest jedna warstwa, a jej skład chemiczny zawiera:  $SiO_2$  – 50%,  $Al_2O_3$  – 46%,  $Fe_2O_3$  – 1,8%,  $TiO_2$  – 0,9%.



**Rys.2.** Przekrój poprzeczny kratownicy z uwzględnieniem kolejnych warstw wykonanych z różnych materiałów

Dalej w górę w kierunku wyższych temperatur, ułożonych jest kolejnych 13 warstw prostek wykonanych z materiału, również glinowo - krzemianowego AL60. W składzie chemicznym zawiera głównie  $Al_2O_3$  – 60% oraz  $SiO_2$  – 37,5%. Następnie umieszczonych jest 16 warstw cegieł z materiału M93, którego głównym składnikiem jest magnez 92,4%. Ostatnich 10 warstw z materiału M95 jest najbardziej odporne na działanie wysokich temperatur, których skład chemiczny zawiera 96, 2% MgO. Kratownice regeneratora konstruuje się z różnych warstw ze względów czysto ekonomicznych, gdyż cegły usytuowane w strefie niższych temperatur są tańsze, bo różnią się składem chemicznym od prostek znajdujących się wyżej. Niżej w Tab. 1 przedstawiono wartości ciepła właściwego, prze-

wodności cieplnej oraz porowatości otwartej (stosunek objętości otwartych porów materiału do całkowitej jej objętości, łącznie materiałów porami) dla materiałów użytych w każdej warstwie.

**Tab.1.** Właściwości materiałów kratownicy regeneratora

Materiał ogniotrwały	Ciepło właściwe [kJ/kg·K]	Przewodność cieplna [W/m·K]			Porowatość otwarta [%]	Gęstość masy [g/cm <sup>3</sup> ]
		700°C	1000° C	1200° C		
AL44	1,05	1,4	1,5	-	17	2,24
AL60	1	1,6	1,7	-	16	2,52
M93	1,2	3,7	3,1	2,4	19	2,83
M95	1,16	4,2	3,7	3	18	2,86

Na podstawie znanej gęstości, gabarytów pojedynczych prostek oraz ich ilości w danej warstwie ustalono masy kolejnych warstw z różnych materiałów zastosowanych na wypełnienie komory regeneratora. Masę każdej z warstw prezentuje Tab. 2.

**Tab. 2.** Masa poszczególnych warstw wypełnienia kratownicy regeneratora

Masa materiału wypełnienia regeneratora				
Materiał	Al. 44 (1 warstwa)	Al. 60 (13 warstw)	M93 (14 warstw)	M95 (10 warstw)
masa [kg]	505	7388	8935	6450
masa razem [kg]	23278			

Do zastosowania w celu obliczania efektywności na podstawie modelu teoretycznego wyznaczono średnie ważone właściwości wypełnienia regeneratora wg. poniższej zależności:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i \cdot C_i}{\sum_{i=1}^4 C_i} \quad (3)$$

gdzie  $x_i$  jest własnością odnoszącą się do i-tej warstwy, zaś  $c_i$  jest iloczynem masy i-tej warstwy i jej pojemności cieplnej obliczanej, jako  $c_i = m_i \cdot c_{wi}$ .

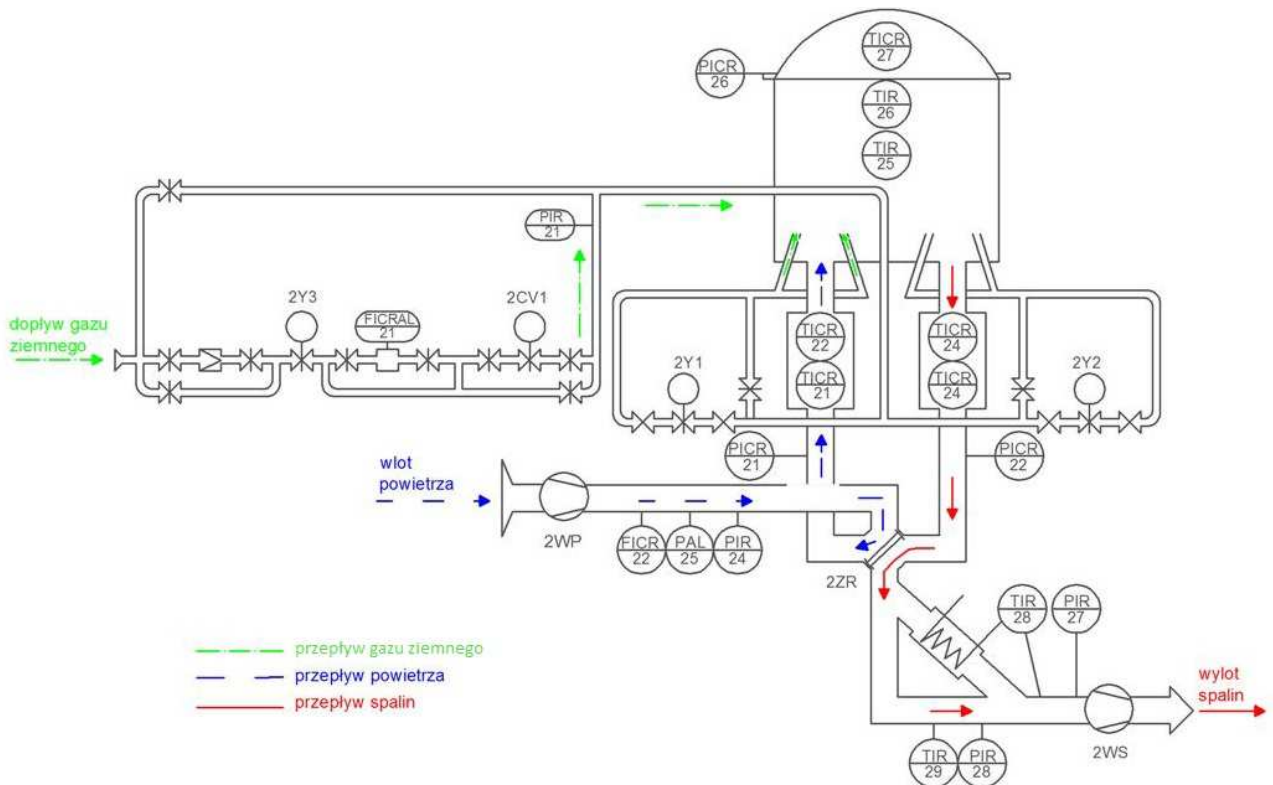
Po podstawieniu wartości liczbowych właściwości otrzymano:

- średnia przewodność cieplną  $\bar{k}_w = 2,325$  W/m · K;
- średnia gęstość  $\bar{\rho}_w = 2738,93$  kg/m<sup>3</sup>;
- średnie ciepło właściwe  $\bar{c}_w = 1,128$  kJ/kg · K.

Właściwości te, jako uśrednione odnoszą się do całego wypełnienia regeneratora.

### 3. OPRZYRZĄDOWANIE POMIAROWE PIECA SZKLARSKIEGO I KOMÓR REGENERACYJNYCH

Na Rys.3. przedstawiono schemat rozmieszczenia czujników pomiarowych.



Rys. 3. Schemat układu przepływowego pieca szklarskiego i rozmieszczenie oprzyrządowania pomiarowego (Karolczak, 2004)

Do pomiaru temperatury gazów w komorach regeneracyjnych w Hucie Szkła Biaglass w Białymstoku zastosowano dwa różne termoelementy. W górnej części regeneratora znajduje się termoelement platyna – 10% rod/platyna oznaczonego symbolem S lub Pt Rh 10 – Pt, maksymalna temperatura stosowania wynosi 1540°C, zaś jego błąd pomiarowy wynosi  $\pm 0.0025|t|$ . W dolnej części komory znajduje się termoelement nikiel-chrom/nikiel-aluminium oznaczonego symbolem K lub NiCr-NiAl, którego maksymalna temperatura stosowania wynosi 1200°C, w którym błąd pomiarowy wynosi  $\pm 0.0075|t|$ .

W Tab. 3 podano zestawienie czujników pomiarowych zastosowanych w piecu szklarskim.

Tab. 3. Czujniki pomiarowe pieca szklarskiego pracującego w Hucie Szkła Biaglass

Lp	Symbol	Producent/model	Przeznaczenie	Dokładność (błąd pomiarowy)
1.	TICR 27	PtRh10 - Pt	Pomiar temperatury spalin w części wyrobowej	$\pm 0.0025 t $
2.	TIR 26	PtRh10 - Pt	Pomiar temperatury w części wyrobowej	$\pm 0.0025 t $
3.	PICR 26	AKAPIS typ PRC-1	Pomiar ciśnienia spalin w części wyrobowej wanny	$(-30...+30)Pa$ - błąd 0,3%
4.	TIR 25	PtRh10 - Pt	Pomiar temperatury w części topliwej	$\pm 0.0025 t $
5.	TICR 22	PtRh10 - Pt	Pomiar temperatury spalin w komorze strona L - góra	$\pm 0.0025 t $
6.	TICR 24	PtRh10 - Pt	Pomiar temperatury spalin w komorze strona P - góra	$\pm 0.0025 t $

7.	TICR 23	NiCr - NiAl	Pomiar temperatury spalin w komorze strona L - dół	$\pm 0.0075 t $
8.	TICR 21	NiCr - NiAl	Pomiar temperatury spalin w komorze strona P - dół	$\pm 0.0075 t $
9.	PICR 21	APLISENS typ PC50	Pomiar ciśnienia spalin komora lewa	PC-50/-0,5÷+0,5kPa - błąd 0,3%
10.	PICR 22	APLISENS typ PC50	Pomiar ciśnienia spalin komora prawa dół	PC-50/-0,5÷+0,5kPa - błąd 0,3%
11.	PIR 27	LABOR typ UDL-7K	Pomiar ciśnienia spalin – czopach	$(0 \dots 600)^\circ C$ -KW-L)
12.	PIR 28	LABOR typ UDL-7K	Pomiar ciśnienia spalin – kanał spalin	$(0 \dots 600)^\circ C$ -KW-L)
13.	PIR 23	APLISENS typ PC-28/EEEx	Ciśnienie gazu	PC-28/EEEx/0÷10kPa/PD/M - błąd 0,4%
14.	FICRAL 01	YOKOGAWA typ DY050	Pomiar natężenia przepływu gazu do wanny	$\pm 1\%$
15.	PIR 24	APLISENS typ PC-28	Ciśnienie powietrza	$0 \div 2kPa/PD/M$ - błąd 0,4%
16.	FICR 02	FUJI typ FKK	Pomiar natężenia przepływu powietrza do wanny	$\pm 0,75\%$
17.		BN-76/5531/-09	Pomiar temperatury powietrza wlotowego do komór regeneratora	$\pm 0.02 t $

Szczegółową charakterystykę poszczególnych układów pomiarowych przedstawiono już w publikacji Wołkowyckiego (2011).

#### 4. METODOLOGIA WYZNACZANIA SPRAWNOŚCI NA PODSTAWIE MODELU TEORETYCZNEGO

##### 4.1. Wyznaczanie parametrów $\Lambda - \Pi$ określających efektywność regeneratora

Dla modelowego ujęcia procesów w regeneratorze, wyrażonego równaniami bilansowymi, rezultaty obliczeń efektywności przedstawia się w postaci zależności efektywności od wartości pewnego zestawu parametrów bezwymiarowych. W odniesieniu do regeneratorów o nieruchomym wypełnieniu przyjmowany jest najczęściej przez zestaw parametrów  $\Lambda - \Pi$ . Pierwszym prekursorem stosowania do obliczeń regeneratorów za pomocą parametrów  $\Lambda - \Pi$  był Hausen (1928), który rozpatrywał przypadki  $\Lambda_1 = \Lambda_2$ ,  $\Pi_1 = \Pi_2$ . Współczynniki  $\Lambda$  oraz  $\Pi$  wyznacza się na podstawie takich własności jak masa wypełnienia, ciepło właściwe, wysokość wypełnienia, współczynniki wnikańia ciepła, czas trwania okresów oraz powierzchnia wymiany ciepła. Zatem dla okresu  $j$  parametr  $\Lambda$  wyznacza się na podstawie zależności:

$$\Lambda_j = \frac{h_j \cdot F}{W_j} \quad (4)$$

Parametr  $\Lambda_j$  nazywany jest zredukowaną długością regeneratora. Podstawiając dla przykładu wartości liczbowe niezbędne do wyznaczenia parametru  $\Lambda_j$  dla regeneratorów pracujących w Hucie Szkła w Białymstoku otrzymuje się:

$$\Lambda_j = \frac{18,7162 \cdot 282,2092}{0,6673 \cdot 1327} = 6,0600$$

Natomiast parametr  $\Pi_j$  zdefiniowany jest wzorem:

$$\Pi_j = \frac{h_j \cdot F}{m_w \cdot c_w / \tau_j} \quad (5)$$

nazywany jest zredukowanym okresem pracy regeneratora, stosując wartości wyznaczone jak wyżej dla regeneratorów zainstalowanych w Hucie Szkła Biaglass dostaje się:

$$\Pi_j = \frac{18,7162 \cdot 282,2092}{23278 \cdot 1128,93} = 0,3617$$

##### 4.2. Wyznaczanie efektywności na podstawie parametrów $\Lambda - \Pi$

Dla regeneratorów przeciwprądowych Hausen (1929) przedstawił graficznie (Rys. 4.) zależność efektywności od wartości parametrów  $\Lambda$  oraz  $\Pi$ .

Jednak wyniki uzyskane przez Hausena (1928) dotyczą przypadków charakteryzujących się  $\Lambda_1 = \Lambda_2$ ,  $\Pi_1 = \Pi_2$ , stąd posiadanie daje ograniczony zakres zastosowania. Dlatego Bačić i Dragutinović (1998) przedstawili tablice określające efektywność dla przypadków  $\Lambda_1 \neq \Lambda_2$ ,  $\Pi_1 \neq \Pi_2$ . Wówczas efektywność określają następujące parametry  $U_1$ ,  $\Lambda_1$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$ , które wyznacza się na podstawie formuł:

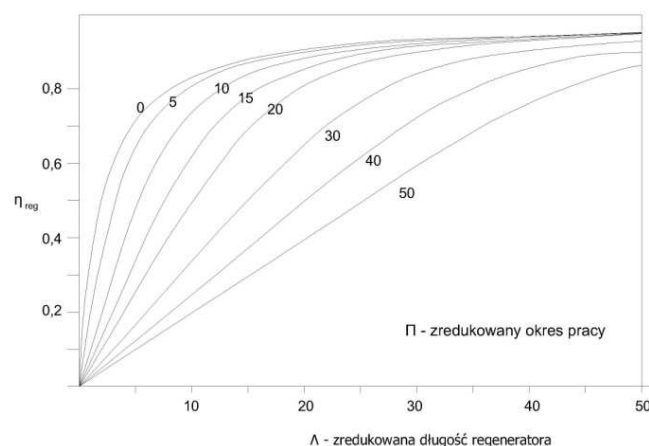
$$U_1 = \frac{\Pi_1}{\Lambda_1} \quad (6)$$

$$\Lambda_1 = \frac{h_j \cdot F}{W_j} \quad (7)$$

$$\beta = \frac{\min(\Pi_1 / \Lambda_1, \Pi_2 / \Lambda_2)}{\max(\Pi_1 / \Lambda_1, \Pi_2 / \Lambda_2)} \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \quad (9)$$

Zatem aby wyznaczyć efektywność należy, obliczyć parametry  $U_1$ ,  $\Lambda_1$ ,  $\beta$  oraz  $\sigma$ .



Rys. 4. Efektywność regeneratora jako funkcje parametrów  $\Lambda - \Pi$  (Hausen, 1929)

##### 4.3. Wyznaczanie współczynnika wnikańia ciepła $h$

Zgodnie z formułą (7) wielkość współczynnika  $h$  jest konieczna do wyznaczenia parametru  $\Lambda$ . Współczynnik wnikańia ciepła  $h$  wyznacza się zgodnie z poniższym wzorem Hausena (1982):

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{h_c + h_R} + \frac{\delta}{6k_w} \Phi \quad (10)$$

gdzie  $h_c$  oraz  $h_R$  są współczynnikami wnikańia ciepła przez konwekcję i promieniowanie zaś  $\Phi$  jest współczynnikiem kształtu wypełnienia.

Współczynnik  $\Phi$  oblicza się na dwa różne sposoby w zależności od wartości członu:

$$\frac{\delta^2}{a_m} \left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} \right) \quad (11)$$

Zatem gdy:

$$\frac{\delta^2}{a_m} \left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} \right) \leq 5 \quad (12)$$

to używany jest wzór:

$$\Phi = 1 - \frac{\delta^2}{15 \cdot a_m} \left( \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} \right) \quad (13)$$



Jeżeli jest spełniony warunek:

$$\frac{\delta^2}{a_m} \left( \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \right) > 5 \quad (14)$$

to współczynnik  $\Phi$  oblicza się ze wzoru:

$$\Phi = \frac{2,142}{\sqrt{0,3 + 4w^2(1/P_1 + 1/P_2)/2 \cdot a_m}} \quad (15)$$

W powyższych zależnościach  $a_m$  jest dyfuzyjnością cieplną wyznaczaną ze średnich ważonych właściwości takich jak przewodność cieplna, ciepło właściwe, gęstość wypełnienia komory regeneratora według wzoru:

$$a_m = \frac{\bar{k}_w}{c_w \cdot \rho} \quad (16)$$

W przypadku regeneratorów pracujących w Hucie Szkła Biaglass, po podstawieniu wartości liczbowych otrzymano:

$$\frac{0,064^2}{7,52014 \cdot 10^{-7}} \left( \frac{1}{1800} + \frac{1}{1800} \right) = 6,0518$$

czyli został spełniony warunek z zależności (14). Współczynnik kształtu wyznaczono zgodnie z formułą (15):

$$\Phi = \frac{2,142}{\sqrt{0,3 + 4 \cdot 1,0827^2 \cdot (1/1800 + 1/1800)/2 \cdot 7,52014 \cdot 10^{-7}}} = 0,0363$$

natomiast wartość dyfuzyjności wynosi:

$$\alpha_m = \frac{2,325}{1128,93 \cdot 2738,93} = 7,52014 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

co daje wynik współczynnika wnikania ciepła:

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{7,3053 + 11,4696} + \frac{0,064}{6 \cdot 2,325} \cdot 0,0363 = 0,0534$$

$$h = 18,7162 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

#### 4.3.1. Wyznaczanie konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła

Współczynnik konwekcyjny  $h_c$  z racji na przepływ laminarny wyznacza się na podstawie formuły, która zaproponował Böhm (1933):

$$h_c = T^{0,25} \cdot \left( 0,9617 + \frac{0,243 \cdot w_0}{d_h^{0,4}} \right) \frac{W}{m^2 \cdot K} \quad (17)$$

gdzie  $T[K]$  jest średnią temperaturą gazu,  $w_0[m/s]$  jest prędkością masową spalin zaś  $d_h[m]$  to średnica hydrauliczna.

Średnica hydrauliczna dla kanału o przekroju niekołowym wyznacza się przy pomocy zależności:

$$d_h = \frac{4 \cdot K}{O_{zw}} \quad (18)$$

$$D_h = \frac{4 \cdot K}{O_{zw}} = \frac{4 \cdot (143 \cdot 143)}{(2 \cdot 143) + (2 \cdot 143)} = 143mm = 0,143m$$

Prędkość  $w_0$  otrzymano korzystając z poniższej zależności:

$$w_0 = \frac{G_f}{\rho_N}, \quad w_0 = \frac{0,3667}{1,2302} = 0,2981 \quad (19)$$

Gdzie:

$$G_f = \frac{m}{F}, \quad G_f = \frac{0,6673}{1,8195} = 0,3667 \quad (20)$$

Przekrój dla przepływu  $F = a \times b$  – (powierzchnia zajęta przez cegły).

Natomiast średnią temperaturę wyznacza się na podstawie zależności:

$$T_f = \sqrt{(273 + T_{gazu\_wlot}) \cdot (273 + T_{gazu\_wylot})} \quad (21)$$

gdzie temperatury  $T_{gazu\_wlot}$  oraz  $T_{gazu\_wylot}$  są wyrażone w °C.

Strumień masy gazu wyznacza się z zależności:

$$m = V \cdot \rho_N, \quad m = 0,5424 \cdot 1,2302 = 0,6673 \quad (22)$$

gdzie  $V$  jest strumieniem objętości gazu określonym w warunkach normalnych, oraz gęstość w warunkach normalnych:

$$\rho_N = \frac{M}{V_{sp\_N}}, \quad \rho_N = \frac{M}{V_{sp}} = \frac{27,5820}{22,42} = 1,2302 \frac{kg}{m^3} \quad (23)$$

Kolejno sprawdzono na podstawie powyższych obliczonych składowych, czy przepływ jest laminarny korzystając z liczby Reynoldsa:

$$Re = \frac{w \cdot d_h}{\mu_{sp}}, \quad Re = \frac{1,0827 \cdot 0,143}{184,335 \cdot 10^{-6}} = 839,84 \quad (24)$$

gdzie:

$$w = w_0 \cdot \frac{T_f + 273}{273}, \quad w = 0,2981 \cdot \frac{718,39 + 273}{273} = 1,0827 \quad (25)$$

co daje wynik  $Re = 839,84$  i tym samym potwierdzając zasadność korzystania z zależności przy przepływie laminarnym.

Po wyznaczeniu wszystkich zależności wpływających na wartość konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła podstawiono do wzoru Böhma (17) wartości liczbowe:

$$h_c = 991^{0,25} \cdot \left( 0,9617 + \frac{0,243 \cdot 0,2981}{0,143^{0,4}} \right) = 7,3053 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

#### 4.3.2. Wyznaczenie radiacyjnego współczynnika wnikania ciepła

Ponieważ spaliny zawierają aktywne radiacyjnie gazy takie jak  $CO_2$  oraz  $H_2O$  to przepływowi spalin przez wypełnienie towarzyszy radiacyjna wymiana ciepła. W celu wyznaczenia współczynnika radiacyjnego  $h_R$  zastosowano metodę Hottela (1954):

$$h_R = \frac{q_R}{T_f - T_w} \quad (26)$$

gdzie  $q_R$  jest gęstością strumienia ciepła przekazywanego radiacyjnie:

$$q_R = \varepsilon'_s \cdot \sigma_o \cdot (\varepsilon_g \cdot T_f^4 - a_g \cdot T_w^4) \quad (27)$$

### Wyznaczanie zastępczej zdolności emisyjnej spalin $\varepsilon_g$

Zdolność emisyjną spalin definiuje się wzorem:

$$\varepsilon_g = \beta_{CO_2} \cdot \varepsilon_{g(CO_2)} + \beta_{H_2O} \cdot \varepsilon_{g(H_2O)} \quad (28)$$

We wzorze (28) należy określić poprawki  $\beta$  zarówno dla dwutlenku węgla ( $CO_2$ ) jak i pary wodnej ( $H_2O$ ).

Poprawkę  $\beta_{H_2O}$  wyznacza się z zależności Kulakowski (1998):

$$\beta_{H_2O} = 0,9883 + 0,5157 \cdot p_{H_2O} - 0,028 \cdot \log_{10}(p_{H_2O} \cdot l) \quad (29)$$

$$\beta_{H_2O} = 0,9883 + 0,5157 \cdot 0,186 - 0,028 \cdot \log_{10}(0,186 \cdot 0,0858) = 1,1345$$

ciśnienie cząstkowe pary wodnej  $p_{H_2O} = 0,186 Pa$

ciśnienie cząstkowe dwutlenku węgla  $p_{CO_2} = 0,086 Pa$

Wartość  $\beta_{CO_2}$  zgodnie z Kostowskim (1986) może być przyjęta około równa 1.

$$\beta_{CO_2} = 1$$

Następnie wyznaczono emisyjności składników spalin  $\varepsilon_{g(H_2O)}$  i  $\varepsilon_{g(CO_2)}$  na podstawie zależności, którą podają Hottel and McAdams (1954):

$$\begin{aligned} \log_{10} \varepsilon_{g(H_2O)} = & 0,73379 - 3,16112 \cdot 10^{-4} \cdot T_f - \\ & - 2,24564 \cdot 10^{-7} \cdot T_f^2 + 1,41525 \cdot 10^{-10} \cdot T_f^3 - \\ & - 3,32594 \cdot 10^{-14} \cdot T_f^4 + 2,76995 \cdot \log_{10}(p_w \cdot l_e) + \\ & + 2,25384 \cdot \log_{10}^2(p_w \cdot l_e) + 1,28106 \cdot \log_{10}^3(p_w \cdot l_e) + \\ & + 0,227482 \cdot \log_{10}^4(p_w \cdot l_e) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \log_{10} \varepsilon_{g(H_2O)} = & 0,73379 - 3,16112 \cdot 10^{-4} \cdot 718,39 - \\ & - 2,24564 \cdot 10^{-7} \cdot 718,39^2 + 1,41525 \cdot 10^{-10} \cdot 718,39^3 - \\ & - 3,32594 \cdot 10^{-14} \cdot 718,39^4 + 2,76995 \cdot \log_{10}(0,186 \cdot 0,09) \\ & + 2,25384 \cdot \log_{10}^2(0,186 \cdot 0,09) + 1,28106 \cdot \log_{10}^3(0,186 \cdot 0,09) \\ & + 0,227482 \cdot \log_{10}^4(0,186 \cdot 0,09) = -1,4538 \end{aligned}$$

$$\varepsilon_{g(H_2O)} = 0,03517$$

$$\begin{aligned} \log_{10} \varepsilon_{g(CO_2)} = & 0,797188 + 1,08089 \cdot 10^{-3} \cdot T_f - \\ & 1,07743 \cdot 10^{-6} \cdot T_f^2 + 2,53564 \cdot 10^{-10} \cdot T_f^3 + \\ & + 0,575608 \cdot \log_{10}(p_c \cdot l_e) + \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & + 0,193918 \cdot \log_{10}^2(p_c \cdot l_e) + 0,054624 \cdot \log_{10}^3(p_c \cdot l_e) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_{10} \varepsilon_{g(H_2O)} = & 0,797188 + 1,08089 \cdot 10^{-3} \cdot 718 \\ & - 1,07743 \cdot 10^{-6} \cdot 718^2 + 2,53564 \cdot 10^{-10} \cdot 718^3 + \\ & + 0,575608 \cdot \log_{10}(0,086 \cdot 0,09) + 0,193918 \cdot \log_{10}^2 \\ & (0,086 \cdot 0,09) + 0,054624 \cdot \log_{10}^3(0,086 \cdot 0,09) = \\ & = -1,2918 \end{aligned}$$

$$\varepsilon_{g(CO_2)} = 0,05107$$

W zależnościach (30) i (31) należy określić zastępczą drogę promieniowania oraz ciśnienie cząstkowe pary wodnej i dwutlenku węgla. Zgodnie z Kostowskim (1986):

$$l_e = 0,6 \cdot a[m], \quad l_e = 0,6 \cdot a = 0,6 \cdot 0,143m = 0,0858m \quad (32)$$

gdzie  $a = 0,143 m$  – jest to długość boku kanału kratownicy regeneratora.

Iloczyn  $p \cdot l$  (przy założeniu, że udziały składu spalin wynoszą 8,6%  $CO_2$  oraz 18,6%  $H_2O$ ) wynosi:

$$\text{dla } CO_2 \quad p \cdot l = 0,086 \cdot 10^5 Pa \cdot 0,6 = 0,007 \cdot 10^5 Pa \cdot m \quad (33)$$

$$\text{dla } H_2O \quad p \cdot l = 0,186 \cdot 10^5 Pa \cdot 0,6 = 0,016 \cdot 10^5 Pa \cdot m \quad (34)$$

Po wyznaczeniu emisyjności i poprawek wartość zdolności emisyjnej spalin wynosi zgodnie z wzorem (28):

$$\varepsilon_g = 1 \cdot 0,05107 + 1,1345 \cdot 0,03517 = 0,091$$

### Wyznaczanie zastępczej zdolności absorpcyjnej spalin $a_g$

Wartości poprawek  $\beta$  i  $\varepsilon_g$  dla pary wodnej i dwutlenku węgla wyznaczono tą samą metodologią jak przy zastępczej zdolności emisyjnej spalin (29-34). Po uzyskaniu tych wartości stosujemy zależność (Hobler, 1979):

$$a_g = \beta_{CO_2} \cdot \varepsilon_{g(CO_2)} \cdot \left(\frac{T_f}{T_w}\right)^{0,65} + \beta_{H_2O} \cdot \varepsilon_{g(H_2O)} \cdot \left(\frac{T_f}{T_w}\right)^{0,45} \quad (35)$$

$$a_g = 1 \cdot 0,0506 \cdot \left(\frac{991,39}{822,57}\right)^{0,65} + 1,1345 \cdot 0,042 \cdot \left(\frac{991,39}{822,57}\right)^{0,45} = 0,109$$

W celu określenia efektywnej zdolności emisyjnej ściany regeneratora należy zastosować wzór:

$$\varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_s + 1}{2}, \quad \varepsilon'_{w,Tw} = \frac{0,8 + 1}{2} = 0,9 \quad (36)$$

gdzie teoretyczna zdolność emisyjna ściany  $\varepsilon_s \approx 0,8$ .

Mając wartości współczynników emisyjności i absorpcyjności gazów spalinowych stosując wzór (27) otrzymuje się gęstość strumienia ciepła przekazywanego radiacyjnie:

$$\begin{aligned} q_R = & 0,9 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (0,091 \cdot 991,39^4 - 0,109 \cdot 822,57^4) \\ = & 1936,32 \frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

Następnie otrzymując wartość z wzoru (27) podstawiamy wartości liczbowe do zależności Hottela (26) i otrzymujemy wartość radiacyjnego współczynnika wnikania ciepła:

$$h_R = \frac{1936,32}{991,39 - 822,57} = 11,4696 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

### 4.3.3. Wyznaczanie temperatury ściany regeneratora

Temperatura średnia powierzchni ściany regeneratora oblicza się na podstawie bilansu ciepła wymienionego. Zatem:

$$\dot{Q}_{sp1} = \dot{Q}_{sp2} \quad (37)$$

gdzie strumień ciepła wymienionego wyznacza się na podstawie poniższych wzorów:

– strumień ciepła przekazywanego w przepływie spalin

$$\dot{Q}_{sp1} = m \cdot c_{w\_sp} \cdot (\overline{T_{spalin\_góra}} - \overline{T_{spalin\_dół}}) \quad (38)$$

gdzie ciepło właściwe spalin wynosi:

$$C_{w\_sp} = 0,137 \cdot 1,29 + 0,721 \cdot 1,202 + 0,019 \cdot$$

$$1,122 + 0,121 \cdot 2,1436 = 1,327 \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

$$\dot{Q}_{sp1} = 0,6673 \cdot 1327 \cdot (1617,55 - 607,62) = 894458,69W$$

– strumień ciepła przekazywanego między powierzchnią ścianki wypełnienia i spalinami:

$$\dot{Q}_{sp2} = (h_c + h_R) \cdot A \cdot (T_f - T_w) \quad (39)$$

$$\dot{Q}_{sp2} = (7,3053 + 11,4696) \cdot 282,2092 \cdot$$

$$(991,39 - 822,57) = 894494,46W$$

#### 4.4. Wyznaczanie składu spalin

Wyznaczanie składu spalin jest konieczne dla wyznaczenia ich właściwości, od których też zależą wartości współczynników wnikania ciepła.

##### 4.4.1. Obliczenie objętości składników spalin

Obliczenia składu chemicznego spalin wykonano dla paliwa gazowego GZ50. Poszczególne składniki gazu ziemnego wysoko metanowego GZ50 przyjęto wg. danych dostawcy (PGNiG):

Tab. 4. Skład paliwa gazowego (udziały objętościowe)

Zawartość w %	Zawartość w %	Zawartość w %	Zawartość w %
Metanu CH <sub>4</sub>	Etanu C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	Azot N <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>
98,14	0,91	0,84	0,11

Poniżej przedstawiono wyznaczanie składu spalin dla jednego pomiaru, dla którego zmierzone wartości zawartości CO<sub>2</sub>, O<sub>2</sub> oraz CO w spalinach wyniosły: CO<sub>2</sub> = 10,57%, O<sub>2</sub> = 2,1%, CO = 0%.

Współczynnik nadmiaru powietrza określono ze wzoru:

$$\lambda = \frac{1}{1 - \frac{79}{21} \cdot \frac{\left(O_2 - \frac{CO}{2}\right)}{N_2}} \quad (40)$$

$$\lambda = \frac{1}{1 - \frac{79}{21} \cdot \frac{\left(2,1078 - \frac{0}{2}\right)}{87,3131}} = 1,09$$

gdzie  $N_2 = 100 - (CO_2 + O_2)$

$$N = 100 - (10,5791 + 2,1078) = 87,31$$

Następnie przy wykorzystaniu  $\lambda = 1,09$  wyznaczono kolejne własności spalin:

– Teoretyczne zapotrzebowanie powietrza do spalania:

$$V_{ps}^{(t)} = 0,0238 \cdot (H_2 + CO) + 0,0952 \cdot CH_4 + 0,0476 \cdot \sum_{\substack{\text{wszystkie} \\ \text{składniki}}} \left(m + \frac{n}{4}\right) \cdot C_m H_n + 0,0714 \cdot$$

$$\cdot H_2S - 0,0476 \cdot O_2$$

$$V_{ps}^{(t)} = 0,0238 \cdot 0 + 0,0952 \cdot 98,14 + 0,0476 \cdot$$

$$\left(2 + \frac{6}{4}\right) \cdot 0,91 + 0,0714 \cdot 0 - 0,0476 \cdot 0 = 9,49$$

– Rzeczywiste zapotrzebowania powietrza do spalania:

$$V_{ps} = \lambda \cdot V_{ps}^{(t)} = 1,1 \cdot 9,4945 = 10,44 \frac{Nm^3}{Nm^3_{pal}} \quad (42)$$

– Skład spalin:

Sumaryczna objętość dwutlenków węgla i siarki:

$$V_{RO_2} = V_{CO_2} + V_{SO_2} = 0,01 \cdot (CO + CH_4 + \sum m \cdot C_m H_n + H_2S + CO_2) \quad (43)$$

$$V_{RO_2} = 0,01 \cdot (0 + 98,14 + 2 \cdot 0,91 + 0 + 0,11) = 1 \frac{Nm^3 RO_2}{Nm^3_{pal}}$$

Objętość azotu:

$$V_{N_2} = 0,01 \cdot N_2 + 0,79 \cdot \lambda \cdot V_{ps}^{(t)} \quad (44)$$

$$V_{N_2} = 0,01 \cdot 0,84 + 0,79 \cdot 1,1 \cdot 9,4945 = 8,25 \frac{Nm^3 N_2}{Nm^3_{pal}}$$

Objętość tlenu:

$$V_{O_2} = 0,21 \cdot (\lambda - 1) \cdot V_{ps}^{(t)} \quad (45)$$

$$V_{O_2} = 0,21 \cdot (1,1 - 1) \cdot 9,4945 = 0,19 \frac{Nm^3 O_2}{Nm^3_{pal}}$$

Objętość pary wodnej:

$$V_{H_2O} = 0,01 \cdot \left(H_2 + 2 \cdot CH_4 + \frac{n}{2} \cdot C_m H_n + H_2S + W_r\right) + 0,0161 \cdot \lambda \cdot V \quad (46)$$

$$V_{H_2O} = 0,01 \cdot \left(0,84 + 2 \cdot 98,14 + \frac{6}{2} \cdot 0,91 + 0 + 0\right) +$$

$$+ 0,0161 \cdot 1,1 \cdot 9,4945 = 2,16 \frac{Nm^3 H_2O}{Nm^3_{pal}}$$

Objętość spalin:

$$V_{sp} = V_{RO_2} + V_{N_2} + V_{O_2} + V_{H_2O} \quad (47)$$

$$V_{sp} = 1,0007 + 8,2592 + 0,1994 + 2,1666 = 11,62 \frac{Nm^3}{kg}$$

Objętość spalin suchych:

$$V_{sp\_suchych} = V_{sp} - V_{H_2O} \quad (48)$$

$$V_{sp\_suchych} = 11,6259 - 2,1666 = 9,45 \frac{Nm^3}{kg}$$

#### 4.4.2. Mieszanki gazów doskonałych, wyznaczenie gęstości, ciepła właściwego, lepkości spalin

Skład objętościowy mieszanki jest opisany za pomocą udziałów objętościowych  $r_i$ , które są równe:

$$r_i = \frac{V_i}{V} \quad (49)$$

gdzie  $V_i$  oznacza objętość, jaką zajmowałby składnik  $i$  przy ciśnieniu równym całkowitemu ciśnieniu mieszanki,  $V$  zaś jest całkowitą objętością zajmowaną przez mieszankę.

$$r_{CO_2} = \frac{V_{CO_2}}{V} = \frac{1,0007}{11,6248} = 0,086 \quad (50)$$

$$r_{N_2} = \frac{V_{N_2}}{V} = \frac{8,2583}{11,6248} = 0,710 \quad (51)$$

$$r_{O_2} = \frac{V_{O_2}}{V} = \frac{0,1992}{11,6248} = 0,017 \quad (52)$$

$$r_{H_2O} = \frac{V_{H_2O}}{V} = \frac{2,1666}{11,6248} = 0,186 \quad (53)$$

Zgodnie z definicją udziały objętościowe spełniają zależność:

$$\sum_i r_i = 1 \quad (54)$$

Udziały masowe wynoszą:

$$g_i = \frac{M_i r_i}{\sum_i M_i r_i} = \frac{M_i r_i}{M_m} \quad (55)$$

$$M = M_{CO_2} \cdot r_{CO_2} + M_{N_2} \cdot r_{N_2} + \quad (56)$$

$$+ M_{O_2} \cdot r_{O_2} + M_{H_2O} \cdot r_{H_2O}$$

$$M = 44 \cdot 0,086 + 28 \cdot 0,710 +$$

$$32 \cdot 0,017 + 18 \cdot 0,186 = 27,58 \frac{kg}{kmol}$$

Stała gazowa:

$$R = \frac{B}{M} = \frac{8,3147}{27,5820} = 0,30 \frac{kJ}{kg \cdot K} \quad (57)$$

Obliczanie gęstości w warunkach normalnych na podstawie prawa Avogadra:

$$\frac{M}{\rho} = V_m \quad (58)$$

$$\rho = \frac{M}{V_{sp}} = \frac{27,5820}{22,42} = 1,23 \frac{kg}{m^3} \quad (59)$$

Ciepło właściwe spalin obliczono ze wzoru:

$$C_p = \sum_i g_i \cdot c_{pi} \quad , \quad C_{p-CO_2} = 1,29 \frac{kJ}{kg \cdot K} \quad (60)$$

$$C_{p-N_2} = 1,202 \frac{kJ}{kg \cdot K} \quad , \quad C_{p-O_2} = 1,122 \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

$$C_{p-H_2O} = 2,1436 \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

$$C_p = 0,137 \cdot 1,29 + 0,721 \cdot 1,202 + 0,019 \cdot$$

$$1,122 + 0,121 \cdot 2,1436 = 1,327 \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

Lepkość dynamiczna mieszanki gazowej pod niskim ciśnieniem oblicza się przy pomocy półempirycznego równania Wilkego (Pohorecki i Wroński, 1979):

$$\mu_{sp} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \mu_i}{\sum_{j=1}^n x_j \cdot \Phi_{ij}} \quad (61)$$

gdzie:  $\mu_{sp}$  – lepkość dynamiczna mieszanki;  $n$  – liczba składników mieszanki;  $x_i(x_j)$  – ułamek molowy składnika  $i(j)$ ;  $\mu_i(\mu_j)$  – lepkość dynamiczna składnika  $i(j)$ ;  $M_i(M_j)$  – masa molowa składnika  $i(j)$  oraz :

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \left(1 + \frac{M_i}{M_j}\right)^{-1/2} \cdot \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{M_i}{M_j}\right)^{1/4}\right]^2 \quad (62)$$

$x \rightarrow r$

Przyjmując następujące oznaczenia dla poszczególnych składników mieszanki:

$$\begin{aligned} CO_2 \rightarrow 1 \quad \mu_{CO_2} &= 116 \cdot 10^{-6} \quad M_{CO_2} = 44 \\ N_2 \rightarrow 2 \quad \mu_{N_2} &= 177 \cdot 10^{-6} \quad \frac{m^2}{s} \quad M_{N_2} = 28 \quad \frac{kg}{kmol} \\ O_2 \rightarrow 3 \quad \mu_{O_2} &= 184 \cdot 10^{-6} \quad M_{O_2} = 32 \\ H_2O \rightarrow 4 \quad \mu_{H_2O} &= 1322 \cdot 10^{-6} \quad M_{H_2O} = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{sp} &= \frac{x_1 \cdot \mu_1}{x_1 \cdot \Phi_{11} + x_2 \cdot \Phi_{12} + x_3 \cdot \Phi_{13} + x_4 \cdot \Phi_{14}} + \\ &+ \frac{x_2 \cdot \mu_2}{x_1 \cdot \Phi_{21} + x_2 \cdot \Phi_{22} + x_3 \cdot \Phi_{23} + x_4 \cdot \Phi_{24}} + \\ &+ \frac{x_3 \cdot \mu_3}{x_1 \cdot \Phi_{31} + x_2 \cdot \Phi_{32} + x_3 \cdot \Phi_{33} + x_4 \cdot \Phi_{34}} + \\ &+ \frac{x_4 \cdot \mu_4}{x_1 \cdot \Phi_{41} + x_2 \cdot \Phi_{42} + x_3 \cdot \Phi_{43} + x_4 \cdot \Phi_{44}} \\ \mu_{sp} &= \frac{0,086 \cdot 116}{0,086 \cdot 1 + 0,710 \cdot 0,8013 + 0,017 \cdot 0,7935 + 0,186 \cdot 0,3578} + \\ &+ \frac{0,710 \cdot 177}{0,086 \cdot 1,2226 + 0,710 \cdot 1 + 0,017 \cdot 0,9803 + 0,186 \cdot 0,4388} + \\ &+ \frac{0,017 \cdot 184}{0,086 \cdot 1,2586 + 0,710 \cdot 1,0191 + 0,017 \cdot 1 + 0,186 \cdot 0,4343} + \\ &+ \frac{0,186 \cdot 1322}{0,086 \cdot 4,0777 + 0,710 \cdot 3,2778 + 0,017 \cdot 3,1205 + 0,186 \cdot 1} \end{aligned} \quad (63)$$

$$\mu_{sp} = 184,335 \cdot 10^{-6} Pa \cdot s$$

## 5. WYZNACZANIE SPRAWNOŚCI REGENERATORA NA PODSTAWIE POMIARÓW

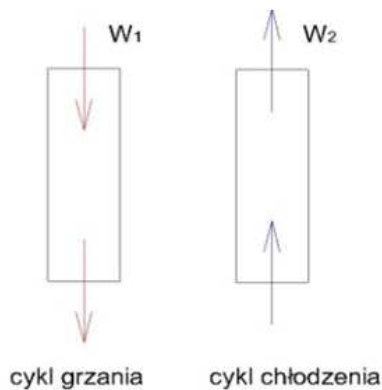
Całkowanie równań bilansowych regeneratora dostarcza rozwiązań w postaci pól temperatury gazów i wypełnień. Jednak ze względów aplikacyjnych istotna jest wielkość wymienianego strumienia ciepła. Metodologia obliczeń takiego strumienia regeneratorów opiera się na pojęciu efektywności wymiany ciepła wymiennika, nazywanej w rozważanym przypadku efektywnością regeneratora (Skiepmo i Shah, 2005). Efektywność ta definiowana jest, jako stosunek, obliczanego na podstawie wyznaczanych temperatur gazów, ilości ciepła  $Q$  wymienianego w regeneratorze podczas cyklu do ilości ciepła  $Q_{max}$ , którą byłaby wymieniana przy tych samych wlotowych właściwościach czynników wymieniających ciepło w rekuperatorze przeciwprądowym z wbudowaną nieskończenie wielką powierzchnią wymiany ciepła.

Ilość ciepła wymienionego w okresie grzania w przedziale czasu  $\tau_1$  dla regularnie periodycznego stanu pracy jest zbilansowana równoważną ilością ciepła przeniesionego w okresie chłodzenia regeneratora w przedziale czasu  $\tau_2$ , stąd:

$$Q = (\dot{W}_1 \cdot \tau_1) \cdot (\bar{t}_1' - \bar{t}_1'') = (\dot{W}_2 \cdot \tau_2) \cdot (\bar{t}_2'' - \bar{t}_2') \quad (64)$$

Zaś:

$$\dot{Q}_{max} = (\dot{W} \cdot \tau)_{min} \cdot (\bar{t}_1' - \bar{t}_2') \quad (65)$$



Rys. 5. Kierunek przepływu gazu przez regeneratore

Zatem, efektywność  $\varepsilon$  regeneratora wyznacza się na podstawie następującej zależności (Skiepmo, 1998):

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{(\dot{W}_1 \cdot \tau_1) \cdot (\bar{t}_1' - \bar{t}_1'')}{(\dot{W} \cdot \tau)_{min} \cdot (\bar{t}_1' - \bar{t}_2')} = \frac{(\dot{W}_2 \cdot \tau_2) \cdot (\bar{t}_2'' - \bar{t}_2')}{(\dot{W} \cdot \tau)_{min} \cdot (\bar{t}_1' - \bar{t}_2')} \quad (66)$$

W rezultacie bazując na cyklu grzania do wyznaczenia efektywności regeneratora stosuje się wzór:

$$\varepsilon = \frac{(\dot{W}_1 \cdot \tau_1) \cdot (\bar{t}_1' - \bar{t}_1'')}{(\dot{W} \cdot \tau)_{min} \cdot (\bar{t}_1' - \bar{t}_2')} \quad (67)$$

Zatem przy danych z eksperymentu strumieni pojemności cieplnej gazów  $\dot{W}_1$  oraz  $\dot{W}_{min}$  można wyznaczyć efektywność regeneratora dla cyklu grzania, jeśli doświadczenie zostaną określone temperatury spalin wlotową i wylotową oraz powietrza.

Zazwyczaj występuje następująca zależność (Skiepmo, 1998):

$$W_1 \cdot \tau_1 > W_2 \cdot \tau_2 \quad (68)$$

Przy zastosowaniu formuły (66) z uwzględnieniem (68) wyznaczenie efektywności regeneratora na podstawie cyklu chłodzenia, dla którego  $\dot{W}_2 \tau_2 = (\dot{W} \tau)_{min}$  prowadzi do wzoru:

$$\varepsilon = \frac{\bar{t}_2'' - \bar{t}_2'}{\bar{t}_1' - \bar{t}_2'} \quad (69)$$

W rezultacie wyznaczając doświadczalnie temperatury powietrza na wylocie i wlocie do/z regeneratora można w oparciu o wzór (69) wyznaczyć efektywność regeneratora dla cyklu chłodzenia.

## 6. KOMENTARZ UZYSKANYCH WYNIKÓW

Dokonano 10 niezależnych pomiarów w odniesieniu do prawego i lewego regeneratora zainstalowanego w Hucie Szkła Biaglass w Białymstoku. Wyniki obliczeń efektywności na podstawie metody  $\Lambda - \Pi$  oraz danych doświadczalnych obrazuje Tab. 5. Następnie wykonano obliczenia prowadzące do określenia efektywności regeneratorów na podstawie przedstawionej metodologii w punkcie 4 i 5 niniejszego opracowania.

Wyniki obliczeń efektywności wykazują znaczną rozbieżność między efektywnością wyznaczoną tylko i wyłącznie na podstawie danych doświadczalnych, a modelem teoretycznym zaproponowanym przez Baclica i Dragutinovica (1998). Prawdopodobnie różnica efektywności jest spowodowana tym, iż wynik oparty na parametrach eksploatacyjnych regeneratorów jest obarczony zbyt dużym błędem pomiarowym.

## 7. PODSUMOWANIE

W pracy pokazano jak wyznaczyć efektywność regeneratora na podstawie cyklu grzania i chłodzenia opierając się o parametry eksploatacyjne regeneratorów oraz na podstawie modelu teoretycznego. Pozytskane wyniki porównano z danymi określającymi efektywność na podstawie eksploatacyjnych danych pomiarowych zamieszczonych w Tab. 5.

Stwierdzono ich znaczną rozbieżność. Jako przyczynę wskazano zbyt duże błędy pomiarowe przyrządów eksploatacyjnych regeneratorów.

Tab. 5. Wyniki sprawności regeneratorów zainstalowanych w Hucie Szkła Biaglass w Białymstoku

Lp.	Data pomiaru	Cykl	Regenerator	Temperatura Spalin / Powietrza góra [°C]	Temperatura Spalin / Powietrza dół [°C]	Efektywność eksperymentalna	Wartość współczynnika wnikania ciepła $h$	Parametr $\Lambda$	Parametr $\Pi$	$U_1 = \frac{\Pi_1}{\Lambda_1}$	$\beta = \frac{U_1}{U_2}$	$\sigma = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2}$	Efektywność modelu $\eta_{REG}$
1.	08.08.2010	chłodzenia	lewy	1259,9	248,6	0,9478	7,0089	2,4036	0,1355	0,0564	0,9442	0,3970	0,8301
	08.08.2010	grzania	lewy	1334,3	326,0	0,9270	18,6975	6,0540	0,3614	0,0597			
2.	08.08.2010	chłodzenia	prawy	1242,6	235,9	0,9297	6,9779	2,3928	0,1349	0,0564	0,9442	0,3968	0,8310
	08.08.2010	grzania	prawy	1327,7	280,8	0,9674	18,6231	6,0299	0,3600	0,0597			
3.	12.08.2010	chłodzenia	lewy	1280,4	267,7	0,9477	7,0523	2,4184	0,1363	0,0564	0,9442	0,3986	0,8319
	12.08.2010	grzania	lewy	1345,8	349,6	0,9092	18,7391	6,0675	0,3622	0,0597			
4.	12.08.2010	chłodzenia	prawy	1278,8	273,2	0,9490	7,0603	2,4212	0,1365	0,0564	0,9442	0,3999	0,8314
	12.08.2010	grzania	prawy	1349,4	320,9	0,9361	18,6983	6,0543	0,3614	0,0597			
5.	19.08.2010	chłodzenia	lewy	1274,6	237,9	0,9431	6,9991	2,4002	0,1353	0,0564	0,9442	0,3950	0,8325
	19.08.2010	grzania	lewy	1354,7	364,3	0,8944	18,7654	6,0760	0,3627	0,0597			
6.	19.08.2010	chłodzenia	prawy	1259,1	252,9	0,9280	7,0157	2,4059	0,1356	0,0564	0,9442	0,3969	0,8319
	19.08.2010	grzania	prawy	1349,8	334,6	0,9203	18,7191	6,0610	0,3618	0,0597			
7.	30.08.2010	chłodzenia	lewy	1272,4	249,4	0,9409	7,0175	2,4065	0,1356	0,0564	0,9442	0,3971	0,8318
	30.08.2010	grzania	lewy	1344,6	334,6	0,9170	18,7162	6,0601	0,3618	0,0597			
8.	30.08.2010	chłodzenia	prawy	1272,7	268,5	0,9456	7,0492	2,4174	0,1363	0,0564	0,9442	0,3988	0,8317
	30.08.2010	grzania	prawy	1350,9	336,9	0,9164	18,7231	6,0623	0,3619	0,0597			
9.	03.09.2010	chłodzenia	lewy	1299,6	262,8	0,9476	7,0551	2,4194	0,1364	0,0564	0,9442	0,3986	0,8320
	03.09.2010	grzania	lewy	1365,9	347,9	0,9083	18,7479	6,0703	0,3624	0,0597			
10.	03.09.2010	chłodzenia	prawy	1294,9	279,2	0,9471	7,0791	2,4276	0,1368	0,0564	0,9442	0,3996	0,8320
	03.09.2010	grzania	prawy	1370,2	356,7	0,9015	18,7630	6,0752	0,3627	0,0597			

**Oznaczenia:**  $h_c$  – konwekcyjny współczynnik wnikania ciepła [ $W/m^2 \cdot K$ ],  $D_h$  – średnica hydrauliczna [m],  $T_f$  – średnia temperatura spalin [K, °C],  $T_w$  – średnia temperatura powierzchni ścian regeneratora [K, °C],  $G_f$  – gęstość strumienia masy spalin [ $kg/m^2 \cdot s$ ],  $\rho_f$  – gęstość rzeczywista spalin [ $kg/m^3$ ],  $\rho_N$  – gęstość spalin w warunkach normalnych [ $kg/Nm^3$ ],  $\dot{m}$  – strumień masowy spalin [ $kg/s$ ],  $\dot{V}$  – strumień objętości spalin [ $Nm^3/s$ ],  $h_R$  – radiacyjny współczynnik wnikania ciepła [ $W/m^2 \cdot K$ ],  $q_R$  – gęstość strumienia ciepła wymienionego [ $W/m^2$ ],  $\varepsilon'_s$  – efektywna zdolność emisyjna powierzchni ściany regeneratora,  $\sigma_o$  – stała Stefana Boltzmanna [ $W/m^2 \cdot K^4$ ],  $\varepsilon_g$  – zastępcza zdolność emisyjna spalin,  $a_g$  – zastępcza zdolność absorpcyjna spalin,  $w_0$  – prędkość masowa spalin w 0°C [m/s],  $w$  – prędkość masowa spalin [m/s],  $Re$  – liczba Reynoldsa,  $l_e$  – zastępcza droga promieniowania [m],  $C_w$  – ciepło właściwe spalin [kJ/kg · K],  $A$  – pole powierzchni wymiany ciepła [ $m^2$ ],  $k_w$  – przewodność cieplna [ $W/m \cdot K$ ],  $\Phi$  – współczynnik kształtu,  $a_m$  – dyfuzyjność cieplna [ $m^2/s$ ],  $\bar{c}_w$  – średnie ciepło właściwe wypełnienia regeneratora [J/kg · K],  $p_1$  – cykl grzania wypełnienia regeneratora [s],  $p_2$  – cykl pracy regeneratora [s],  $\delta$  – grubość cegły wypełnienia regeneratora [m],  $\tau_1$  – czas trwania okresu

grzania [s],  $h_j$  – współczynnik wnikania ciepła w j-tym okresie pracy,  $\Lambda$  – zredukowana długość regeneratora,  $\Pi$  – zredukowany okres pracy,  $F$  – powierzchnia wymiany ciepła [ $m^2$ ],  $W_j$  – strumień pojemności cieplnej,  $m_w$  – masa wypełnienia [kg],  $U$  – współczynnik wykorzystania,  $\beta$  – współczynnik nierównoważenia,  $\sigma$  – współczynnik asymetrii,  $\eta_{REG}$  lub  $\varepsilon$  – efektywność regeneratora,  $\dot{W}_1$  – strumień masy spalin [kg/s],  $\bar{t}_1$  – średnia temperatura spalin w okresie grzania [°C],  $\bar{t}_2$  – średnia temperatura powietrza w okresie chłodzenia [°C],  $\dot{W}_2$  – strumień masy powietrza [kg/s],  $\tau_2$  – czas trwania okresu chłodzenia [s],  $\beta_{H_2O}$  – wartość poprawki dla ciśnienia cząstkowego  $H_2O$ ,  $\beta_{CO_2}$  – wartość poprawki dla ciśnienia cząstkowego  $CO_2$ ,  $p_w$  – cząstkowe ciśnienie  $H_2O$ ,  $p_c$  – cząstkowe ciśnienie  $CO_2$ ,  $V_p$  – objętość pustek w jednej warstwie [ $m^3$ ],  $V_t$  – objętość łączna pustek i (prostok) wypełnień w jednej warstwie [ $m^3$ ],  $\varepsilon$  – porowatość układu cegieł,  $Y$  – powierzchnia wymiany ciepła w jednostce objętości [ $m^2/m^3$ ],  $Y$  – przekrój dla przepływu gazów [ $m^2$ ],  $K$  – pole powierzchni kanału wypełnienia [ $m^2$ ],  $M$  – masa molowa gazów [kg/kmol],  $\mu$  – lepkość dynamiczna mieszaniny gazowej [Pa · s],

**Indeksy:** 1 – (cykl) grzania wypełnienia regeneratora,  
2 – okres (cykl) chłodzenia wypełnienia regeneratora,  
sp – spaliny.

#### LITERATURA

1. **Baclic B. S., Dragutinovic G. D.** (1998), *Operation of counter-flow regenerators*, Vol. 4, Faculty of Engineering Sciences, University of Novi Sad, Yugoslavia.
2. **Bobowski J.** (2004), *Instrukcja obsługi komputerowego systemu sterowania wanną gazową nr 2 w Hucie Szkła „Biaglass” w Białymstoku*, opracowanie niepublikowane.
3. **Böhm H.** (1933), *Versuche zur Ermittlung der konvektiven Wärmeübergangszahlen an gemauerten engen Kanälen*, Arch. Eisenhuettenwes., Vol. 6, 423-431, 1932-1933.
4. **Gogół W.** (1976), *Wymiana ciepła, Tablice i wykresy*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej.
5. **Hausen H.** (1929), *Über die Theorie des Wärmeaustausches in Regeneratoren*, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 9, 3, 173-200.
6. **Hobler T.** (1979), *Ruch ciepła i wymienniki*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, wydanie V zmienione i uaktualnione.
7. **Hottel H. C., and McAdams, W.H.**, (1954) *Heat Transmission*, McGraw-Hill, New York.
8. **Husen H.** (1983), *Heat Transfer In Counterflow*, Parallel Flow and Cross Flow, McGraw-Hill, New York.
9. **Karolczak M.** (2004), *System automatyki wanny gazowej W2 w Biaglass Huta Szkła Białystok*, opracowanie niepublikowane.
10. **Kostowski E.** (1986), *Przepływ ciepła*, politechnika Śląska im. W. Pstrowskiego, Skrypty uczelniane Nr 1293, Gliwice.
11. **Kulakowski B.** (1998), *Explicit design of balanced regenerators, Regeneration and thermal energy storage*, Begell Hause, inc.
12. **Moffat R.J.** (1988), *Describing the Uncertainties In Experimental Results*, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 1988, 1, 3-17.
13. **Pohorecki R., Wroński S.** (1979), *Kinematyka i termodynamika procesów inżynierii chemicznej*, WNT Warszawa.
14. **Skiepmo T.**(1998), *Teoria wymienników z wypełnieniem*, dodatek F, w Madejski J.: *Teoria wymiany ciepła*, Politechnika Szczecińska, Szczecin 1998, wydanie II poprawione i uzupełnione.
15. **Skiepmo T., Shah R.K.** (2005), *Modeling and effect of leakages on heat transfer performance of fixed matrix regenerators*, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48, (2005) 1608-1632.
16. **Staniszewski B.** (1978), *Termodynamika*, PWN Warszawa, wydanie II.
17. **Wołkowycki G.** (2008), *Układ sterowania procesem topienia wsadu w wannie szklarskiej*, Praca magisterska Politechnika Białostocka 2008.
18. **Wołkowycki G.** (2011), *Doświadczalne wyznaczanie efektywności regeneratora o nieruchomym wypełnieniu na podstawie parametrów eksploatacyjnych regeneratora pieca szklarskiego*, *Acta Mechanica et Automatica*, Vol 5, No.1, str.121-131.
19. **Wrona J., Witek E.** (1994), *Regenerator – jego znaczenie dla dobrej pracy pieca szklarskiego i problemy eksploatacyjne*, *Gospodarka Paliwami i Energią*, 12/1994, str.20-23.

#### COMPARISON OF EFFICIENCY REGENERATOR TO FILL A STATIONARY DESIGNATED UNDER THE THEORETICAL MODEL AND EXPERIMENTAL DATA

**Abstract:** In the present study showing the effectiveness of the regenerator with a stationary filling are based on a theoretical model of efficiency, determined on the basis of measurements of operating parameters of regenerators working in Biaglass glassworks in Białystok. The scope of work includes filling characteristics of regenerators, a methodology based on determining the efficiency of a theoretical model, experimental determination of the effectiveness of regenerators and to compare the results of calculations and measurement.

## PROTOTYP KONTROLOWANEGO TŁUMIKA DRGAŃ PRACUJĄCEGO NA BAZIE RDZENIA GRANULOWANEGO

Robert ZALEWSKI\*

\*Instytut Podstaw Budowy Maszyn, Politechnika Warszawska, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa

[robertzalewski@wp.pl](mailto:robertzalewski@wp.pl)

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono propozycję konstrukcji prototypu tłumika drgań, pracującego na bazie rdzenia, utworzonego ze specjalnej struktury granulowanej. Idea specjalnej struktury granulowanej polega na umieszczeniu luźnego materiału granulowanego w szczelnej przestrzeni, w której w dalszym etapie wytwarza się częściową próżnię. Różnica pomiędzy ciśnieniem atmosferycznym, panującym na zewnątrz granulowanego konglomeratu i ciśnieniem wewnętrznym, powoduje powstawanie sił tarcia pomiędzy poszczególnymi ziarnami struktury. Siły wzajemnych oddziaływań ziaren są tym większe, im wyższa jest wartość rozpatrywanego podciśnienia wewnętrznego. W pracy skupiono się na analizie rezultatów eksperymentalnych szeregu rdzeni granulowanych ze szczególnym zwróceniem uwagi na możliwości zmiany ich właściwości dysypacyjnych.

### 1. WPROWADZENIE

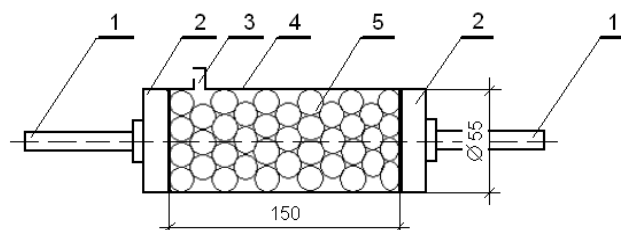
Kontrolowane tłumienie drgań i hałasu wciąż pozostaje w kręgu zainteresowania inżynierów i badaczy. Przełomowym okresem w tej dziedzinie był koniec ubiegłego wieku, kiedy to nastąpił wyraźny postęp inżynierii materiałowej i systemów informatycznych, umożliwiając komercyjne wykorzystanie materiałów należących do tzw., grupy materiałów inteligentnych. Od tego momentu badania nad możliwością eliminacji szkodliwych dla konstrukcji bądź jej użytkownika drgań podążają dwukierunkowo. Pierwszym z wspomnianych jest opracowanie nowych technologii wytwarzania znanych materiałów inteligentnych i równoległe prowadzenie prac związanych z miniaturyzacją i szeroko rozumianą modernizacją systemów elektronicznych, niezbędnych w procesie sterowania ich parametrami fizycznymi. Drugim, bardziej innowacyjnym, jest poszukiwanie nowych materiałów, których właściwości mechaniczne można kontrolować w zależności od zmiennych i często nieprzewidywalnych uwarunkowań zewnętrznych.

W niniejszej pracy przedstawiono koncepcję prototypu tłumika drgań o zmiennych właściwościach dysypacyjnych, pracującego na bazie rdzenia, zbudowanego ze specjalnych struktur granulowanych. Struktury te budowane są z materiałów granulowanych (luźnych ziaren) umieszczonych w hermetycznej osnowie plastomerowej w której wytwarza się częściową próżnię. Różnica pomiędzy ciśnieniem atmosferycznym, otaczającym z zewnątrz granulowany rdzeń, a podciśnieniem panującym w jego wnętrzu, powoduje powstawanie sił tarcia pomiędzy poszczególnymi ziarnami systemu. Siły te są tym większe, im mniejsze ciśnienie wewnętrzne panuje w rdzeniu. Pamiętając o oczywistych ograniczeniach, limitowanych wartościami ciśnienia atmosferycznego i próżni technicznej, parametr podciśnienia umożliwia swobodną i płynną zmianę globalnych właściwości fizycznych specjalnych struktur granulowanych.

Szczególną uwagę w pracy zwrócono na analizę wyników doświadczalnych, otrzymanych dla rodziny rdzeni granulowanych, wypełnionych ziarnami polipropylenu. Wzięto pod uwagę cykliczne obciążanie rdzeni za pomocą kinematycznego wymuszenia ruchu. Badania prowadzono dla trzech różnych częstości wymuszenia oraz skokowo zmiennego, pełnego zakresu możliwych do wytworzenia podciśnień. Dodatkowo zwrócono uwagę na podstawowe problemy napotymane w trakcie badań oraz sposoby na ich eliminację w proponowanym rozwiązaniu prototypu tłumika.

### 2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Ponieważ podstawowym elementem konstrukcyjnym tytułowego tłumika granulowanego jest wspomniany rdzeń, w części badawczej niniejszej pracy skupiono się na analizie rezultatów eksperymentalnych cylindrycznej próbki, wypełnionej materiałem sypkim.



**Rys. 1.** Schemat próbki badawczej użytej w eksperymentach (1 – uchwyty, 2 – tarcze stalowe, 3 – zawór, 4 – plastomerowa osnowa, 5 – ziarna)

Na Rys. 1 przedstawiono schematycznie próbkę badawczą rdzenia granulowanego.

Próbka tak składała się z dwóch sztywnych stalowych dysków, połączonych ze sobą szczelną i miękką osnową



plastomerową. Do tarcz przymocowano specjalne uchwyty, umożliwiające montaż rdzenia granulowanego w szczękach maszyny wytrzymałościowej.

Szczegółowe dane dotyczące schematu realizacji pojedynczego cyklu pomiarowego można odnaleźć w pracy Zalewskiego (2005).

W tym miejscu warto jednak nadmienić, że aby wypracować standardy badań próbek wypełnionych materiałem granulowanym, umieszczonym w szczelnej przestrzeni z podciśnieniem, konieczne było przeprowadzenie szeregu badań podstawowych.

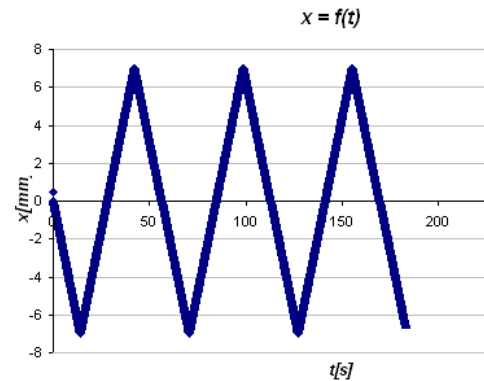
Fundamentalnymi eksperymentami, z punktu widzenia mechaniki specjalnych struktur granulowanych, były próby jednoosiowego rozciągania oraz ściskania. Na ich podstawie możliwe było oszacowanie wpływu parametrów technologicznych badanych konglomeratów, takich jak rodzaj wypełniacza granulowanego, stopień wypełnienia próbki materiałem sypkim oraz oszacowanie tzw. efektu skali (wpływu objętości badanych próbek na wartości podstawowych parametrów wytrzymałościowych tak rozumianego materiału). Ponieważ analiza rezultatów badań podstawowych była tematyką wcześniejszych prac autora (np. Bajkowski i Zalewski, 2008), w prezentowanym opracowaniu ograniczono ją do koniecznego minimum. Należy jednak zwrócić uwagę na fundamentalne wnioski wynikające z dotychczas prowadzonych prac badawczych nad specjalnymi strukturami granulowanymi. Skróceniowo można je wyrazić następująco:

- rdzenie granulowane (rozumiane całościowo jako szczelna powłoka plastomerowa ograniczająca luźny granulat oraz częściowa próżnia wytworzona w jej wnętrzu – podciśnienie) zachowują się jak typowe ciała lepkoplastyczne,
- parametr podciśnienia jest wygodnym czynnikiem pozwalającym na ciągłą (w pewnym ograniczonym zakresie) kontrolę podstawowych parametrów mechanicznych rdzeni,
- specjalne struktury granulowane zachowują się różnie w zależności od zadanego eksperymentalnie kierunku obciążenia.



Rys. 2. Maszyna wytrzymałościowa MTS 809

Badania cyklicznego obciążania próbek rdzeni granulowanych przeprowadzono na zrywarcie MTS 809, będącej na wyposażeniu Instytutu Podstaw Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej (Rys. 2).

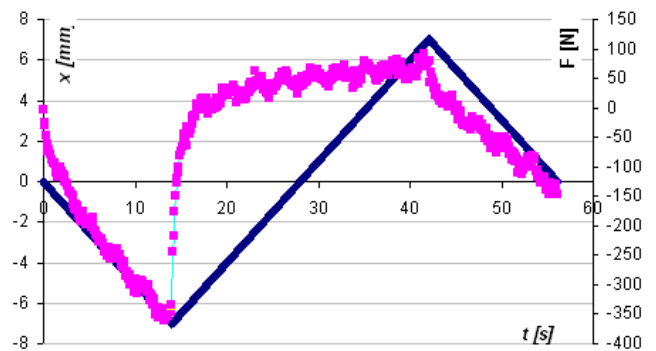


Rys. 3. Rodzaj wymuszenia kinematycznego

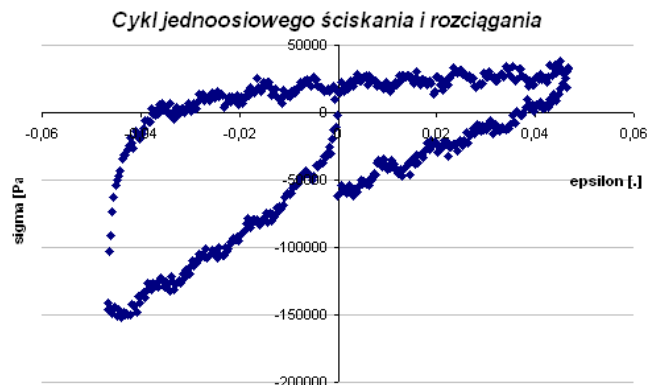
Aby wyeliminować siły wynikające z bezwładności elementów próbki badawczej, zastosowano trójkątny typ wymuszenia kinematycznego (Rys. 3).

Eksperymenty prowadzono z trzema różnymi częstotliwościami wymuszenia kinematycznego: 0,02; 0,25 oraz 1,8 Hz.

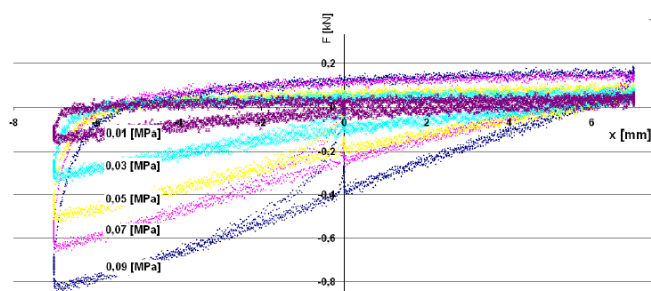
Charakterystyczne wyniki eksperymentów umieszczono kolejno na Rys. 4-7.



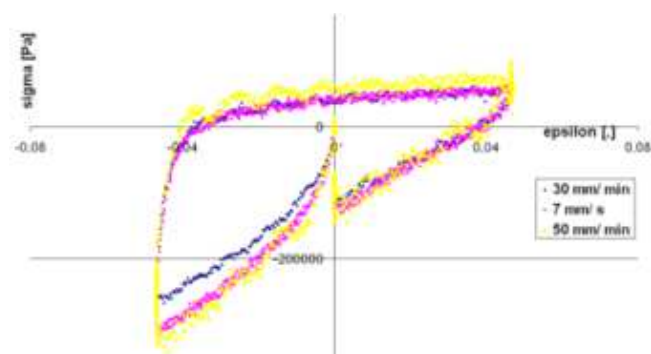
Rys. 4. Przykładowe wykresy:  $x=f(t)$  oraz  $F=f(t)$   
(materiał: polipropylen, średnica próbki: 55 mm, podciśnienie: 0,04 MPa, częstota wymuszenia: 0,02 Hz)



Rys. 5. Typowa pętla cyklicznego obciążania  
(materiał: polipropylen, średnica próbki: 55 mm, podciśnienie: 0,04 MPa, częstota wymuszenia: 0,02 Hz)



Rys. 6. Wpływ podciśnienie wewnętrznego



Rys. 7. Wpływ prędkości odkształcenia

Rys. 4 obrazuje charakter odpowiedzi materiału polipropylenowego, umieszczonego w powłoce cylindrycznej o średnicy 55 mm i podciśnieniu wewnętrznym  $p=0,04$  MPa. Na tle trójkątnego wymuszenia kinematycznego  $x=f(t)$  zaprezentowano odpowiadający mu przebieg eksperymentalnie zarejestrowanych wartości sił.

Już w tym etapie analizy danych widoczna jest asymetria charakterystyki siły w funkcji czasu ( $F=f(t)$ ). Zdecydowanie mniejsze siły potrzebne są do rozciągnięcia rdzenia granulowanego o zadaną eksperymentalnie wartość wydłużenia niż do jego ściśnięcia do analogicznego skrócenia próbki.

Zdecydowanie bardziej widoczne jest to zjawisko na Rys. 5. Charakterystyka naprężenie-odkształcenie rozpatrywanej próbki polipropylenowej jest widocznie asymetryczna.

Zabiegu przejścia na jednostki bezwymiarowe (naprężenie-odkształcenie) dokonano w celu umożliwienia porównywania wyników eksperymentalnych próbek rdzeni o różnych objętościach.

Szczegółowy opis procesu transformacji współrzędnych pomiarowych oraz założenia, których dokonano w trakcie jego realizacji można odnaleźć w pracach Zalewski (2005), (2009).

Najważniejszą, z punktu widzenia potencjalnych zastosowań inżynierskich, w tym tytułowego kontrolowanego tłumika drgań, charakterystyką rdzeni wykonanych ze specjalnych struktur granulowanych jest wykres ilustrujący wpływ wartości podciśnienia na możliwości dyssypacyjne konglomeratów. Przykładowe wyniki doświadczalne umieszczono na Rys. 6.

Na podstawie danych zilustrowanych na Rys. 6 zauważamy, że wpływ parametru podciśnienia jest niepodważalny. Zmiana parametru podciśnienia z  $p_1=0,01$  MPa na  $p_2=0,09$  MPa skutkuje wzrostem zarejestrowanej siły

maksymalnej o kilkaset procent.

Jak już wspomniano, specjalne struktury granulowane zachowują się w ujęciu makroskopowym jak typowe ciała lepkoplastyczne. Potwierdzenie tych obserwacji można odnaleźć w pracach Zalewski (2005) lub Zalewski i Bajkowski (2008), gdzie szczegółowo omówiono wyniki badań relaksacji naprężeń cylindrycznych próbek granulowanych.

W niniejszej pracy zwrócono uwagę na wpływ częstości wymuszenia kinematycznego (prędkości odkształcenia) na charakter odpowiedzi badanych rdzeni. Przykładowe wyniki eksperymentalne zilustrowano na Rys. 7.

Wraz ze wzrostem częstości wymuszenia obserwuje się zwiększanie możliwości dyssypacyjnych specjalnych struktur granulowanych.

Opis zjawisk lepkich dla tego typu materiałów nie jest jednoznacznie poznany. Należy pamiętać, że specjalne struktury granulowane wykazują dużo większy stopień nieliniowości niż klasyczne materiały konstrukcyjne takie jak metale czy polimery. Dodatkowo silnie nieliniowy wpływ parametru podciśnienia powoduje, że analiza wpływu prędkości odkształcenia na zachowanie badanych konglomeratów jest utrudniona. Tę tematykę poruszają wcześniejsze prace autora np. Zalewski (2008 a, b).

Dodatkowym problemem eksploatacyjnym specjalnych struktur granulowanych jest tzw. efekt skali. Mniejsze objętościowo próbki wykazują różne właściwości mechaniczne (reologiczne) niż ich większe odpowiedniki. Problem oszacowania efektu skali w rdzeniach granulowanych jest bardzo złożony. Podejmują go np. prace Zalewski (2005, 2010).

Podsumowując część eksperymentalną pracy warto zwrócić uwagę na złożoność zjawisk występujących w specjalnych strukturach granulowanych. Problematyczność ich komercyjnego zastosowania w aplikacjach inżynierskich komplikuje nieliniowy wpływ czynnika sterującego – podciśnienia, na makroskopowe właściwości mechaniczne konglomeratów.

Przed przystąpieniem do konstrukcji prototypu tłumika, pracującego na bazie specjalnych struktur granulowanych konieczne jest opanowanie podstawowych problemów, napotykanych w trakcie realizacji programu badań podstawowych.

### 3. KONCEPCJA PROTOTYPU TŁUMIKA PRACUJĄCEGO Z WYKORZYSTANIEM STEROWALNEGO RDZENIA GRANULOWANEGO

#### 3.1. Tłumiki magnetoreologiczne (MR)

Idea zbudowania prototypu tłumika granulowanego o kontrolowanych właściwościach dyssypacyjnych została zaczerpnięta z doświadczeń autora zdobytych podczas badań tłumików magnetoreologicznych (Zalewski i inni, 2008).

Choć ciecze magnetoreologiczne są jednym z bardziej rozpowszechnionych materiałów inteligentnych, ich wykorzystanie w aplikacjach inżynierskich wciąż przysparza pewnych trudności. Można je podzielić na dwie zasadnicze grupy: technologiczną i materiałową.

W grupie problemów technologicznych należy wspomnieć dobór odpowiednich materiałów konstrukcyjnych danego urządzenia MR, których cechy fizyczne muszą spełniać ściśle określone założenia. Ciecze magnetoreologiczne zmieniają swoje właściwości pod wpływem zewnętrznie przyłożonego pola magnetycznego. Materiały użyte do budowy urządzeń pracujących na ich bazie powinny zapewniać m.in. możliwość eliminacji zjawiska magnetyzmu szczątkowego – właściwości charakterystycznej dla wielu metali powszechnie stosowanych w konstrukcji maszyn.

Drugą grupą powszechnie napotykaną trudności jest użytkowanie samej cieczy magnetoreologicznej. Ciecz taka generalnie jest koloidalną zawiesiną cząsteczek ferromagnetycznych w cieczy nośnej. Fakt ten sprawia, że przy analizie jej właściwości mechanicznych nie można stosować równań zaczerpniętych z klasycznej mechaniki płynów. Wspomniany dynamiczny rozwój inżynierii materiałowej nie w pełni wyeliminował zjawisko sedymentacji cząstek stałych na dnie naczynia wypełnionego cieczą MR. Kolejnym problemem, nie do końca, poznanym jest wpływ temperatury na właściwości cieczy MR.

Jedną z największych przeszkód stojących na drodze pełniejszej komercjalizacji urządzeń MR w codziennych aplikacjach inżynierskich jest konieczność stosowania zaawansowanych sterowników. Konieczność analizy różnych sygnałów zewnętrznych w czasie rzeczywistym wymaga zastosowania skomplikowanych i tym samym drogich urządzeń elektronicznych.

W tym krótkim wstępie do niniejszego rozdziału nakreślono zaledwie zarys potencjalnych problemów, jakie napotyka się przy konstrukcji urządzeń wyposażonych w urządzenie MR. Ich całokształt sprawił, że autor uznał za zasadne zaproponowanie konstrukcji prototypu tłumika z rdzeniem granulowanym.

### 3.2. Elementy prototypu tłumika granulowanego

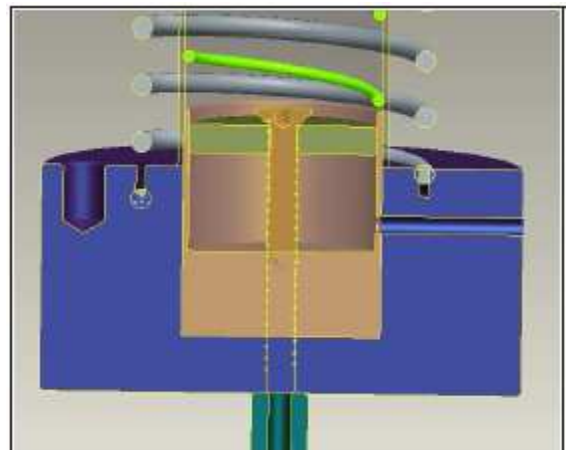
Podstawową zaletą proponowanego rozwiązania są aspekty ekonomiczne. Granulat wykorzystywany w budowie tłumika jest wielokrotnie tańszy niż odpowiadająca mu ciecz MR. Dodatkowo w miejscu złożonego sterownika elektronicznego, w rozpatrywanym przypadku, występuje stosunkowo tania pompka próżniowa.

Jedną z negatywnych cech struktur granulowanych, zaobserwowanych w eksploatacyjnych warunkach pracy (przy cyklicznym obciążeniu typowym dla pracy tłumika) jest tendencja do lokalnych zagęszczeń czynnika roboczego. Prowadzi to do sytuacji, w której po pewnej ilości cykli roboczych powstaje swoistego rodzaju przewężenie w próbce, wykazujące cechy podobieństwa do szyjki, obserwowanej przy jednoosiowym rozciąganiu cylindrycznych próbek metalowych.

Aby wyeliminować wyżej opisane zjawisko, w prototypie tłumika granulowanego przewidziano przestrzeń kompensacyjną w której umieszczono sprężynę. Poprzez specjalnie ukształtowany krążek, eliminuje ona sytuację, w której elementem roboczym staje się plastomerowa osłona (Rys. 8).

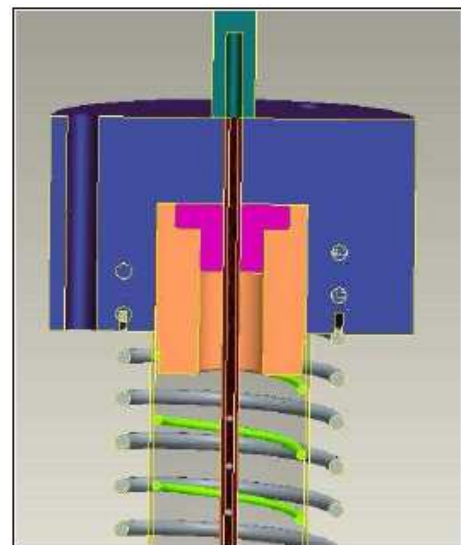
Ponieważ jak już wspomniano podciśnienie wewnątrz rdzenia ma zasadniczy wpływ na globalne właściwości

mechaniczne (dyssypacyjne) rdzenia granulowanego, bardzo ważnym jest utrzymanie stałego i jednorodnego ciśnienia wewnątrz struktury.



Rys. 8. Dolna podstawa tłumika granulowanego wraz ze sprężyną kompensującą upakowanie granulatu

W prototypie tłumika zaproponowano perforowaną rurkę z miękkiej gumy, umieszczoną osiowo wewnątrz rdzenia urządzenia. Zakończeniem rurki jest zawór, umożliwiający podłączenie do urządzenia pompy próżniowej (Rys. 9).



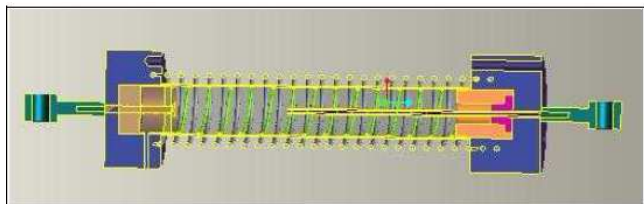
Rys. 9. Górna podstawa tłumika granulowanego uwzględniająca zawór oraz element gumowy zapewniający jednorodną wartość podciśnienia wewnętrznego

Jedynym zadaniem plastomerowej osnowy otaczającej luźny granulat jest zapewnienie szczelności. W proponowanym rozwiązaniu wyeliminowano możliwość przeniesienia przez nią naprężeń rozciągających. Zabieg taki był możliwy dzięki zapewnieniu odkształcenia wstępnego osnowy w porównaniu do długości roboczej rdzenia granulowanego. Szerzej problem ten został opisany w pracy Zalewskiego (2005).

Elementem zapewniającym powrót odkształconego rdzenia granulowanego do położenia pierwotnego jest sprężyna główna. Jej sztywność jest tak dobrana, aby przy

wysokich podciśnieniach (zbliżonych do próżni technicznej) umożliwić rozciągnięcie wstępnie odkształconego konglomeratu.

Schematyczną ilustrację prototypu tłumika granulowanego umieszczono na Rys. 10



**Rys. 10.** Poglądowy schemat prototypu kontrolowanego tłumika granulowanego

#### 4. PODSUMOWANIE

W stosunku do komercyjnie dostępnych tłumików i amortyzatorów o zmiennych właściwościach dyssypacyjnych, proponowany tłumik granulowany ma wiele zalet. Podstawową zaletą jest wspomniany aspekt ekonomiczny. Dodatkowo tłumik granulowany wydaje się być mniej wrażliwy na zmiany temperaturowe w stosunku do analogicznego tłumika MR.

Kolejną zaletą proponowanego rozwiązania jest jego mniejsza wrażliwość na zanieczyszczenia. Dodatkowo w przypadku granulowanych konglomeratów automatycznie eliminowany jest problem zachowania szczelności.

Podstawowym ograniczeniem granulowanego tłumika jest jego charakterystyka. Należy pamiętać o jej niesymetrycznym kształcie. Jednak w wielu inżynierskich zastosowaniach ta potencjalna wada staje się elementem poszukiwanym. Niejednokrotnie konstruktorowi urządzenia zależy na efektywnym tłumieniu drgań tylko w jednym, niepożądanym kierunku. W takim przypadku proponowane rozwiązanie prototypu wydaje się być optymalnym, zwłaszcza gdy użytkownikowi urządzenia umożliwi się kontrolowanie jego właściwości dyssypacyjnych za pomocą wygodnego parametru jakim jest podciśnienie.

#### LITERATURA

1. **Bajkowski J., Zalewski R.** (2008), Experimental research of the influence of underpressure on force values acquired in granular beams bending tests, *TRANSACTIONS of the VŠB, Technical University of Ostrava Metallurgical Series*, 1, 179-186.
2. **Zalewski R.** (2005), *Analiza właściwości mechanicznych struktur utworzonych z granulatom umieszczonych w przestrzeni z podciśnieniem*, Rozprawa Doktorska, Politechnika Warszawska.
3. **Zalewski R.** (2008a), Modeling of Rheological Properties of Special Granular Structures, *Machine Dynamics Problems*, Vol. 32, No 1, 113-121,
4. **Zalewski R.** (2008b), Impact of granular materials on stress relaxation tests results of elongated special granular structures, *Machine Dynamics Problems*, Vol. 32, No 2, 109-119.
5. **Zalewski R.** (2009), Adaptacja typowych związków konstytutywnych dla stali do opisu właściwości specjalnych struktur granulowanych, *Modelowanie Inżynierskie*, 37, 265-273.
6. **Zalewski R.** (2010), Efekt skali dla specjalnych struktur granulowanych poddanych próbom jednoosiowym, *Modelowanie Inżynierskie*, 40, 273-280.
7. **Zalewski R., Bajkowski J.** (2008), Wpływ podciśnienia na charakter procesów reologicznych specjalnych struktur granulowanych przy prostym rozciąganiu, *Streszczenia materiałów XXI Konferencji Naukowej „Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych”*, 17-19 Zakopane, 21-24 stycznia, (materiały w formie elektronicznej).
8. **Zalewski R., Grzesikiewicz W., Bajkowski J.** (2008), Some problems in modeling of devices with MR dampers, *Proceeding on “CAD in Machinery Design. Implementation and Educational Problems.”*, CADMD'2008, Lviv, 12-14.

#### PROPOSITION OF THE CONTROLLABLE GRANULAR DAMPER PROTOTYPE

**Abstract:** In presented paper a proposal of granular damper prototype has been presented. Granular damper works on the basis of a core made of special granular structure. Idea of special granular structure consists of placing loose granular grains into a hermetic envelope, wherein in the next stage a partial vacuum is generated. Difference between an atmospheric pressure, externally surrounding the core and internal one, causes occurring friction forces between single grains. Interacting friction forces are greater for higher values of internal underpressure. In presented work author focuses on analysis of experimental results obtained for the whole family of granular cores. Variations in energy dissipation possibilities are particularly described in this paper.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr N N501 069638 finansowanego ze środków Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego