

SPIS TREŚCI

Wiesław Barnat, Paweł Dziewulski, Tadeusz Niezgoda <i>Walidacja pian niemetalicznych w złożonym stanie odkształcenia</i>	5
Tomasz Boguszewski, Krzysztof Molski <i>Efekty naprężeniowe, deformacyjne i energetyczne w okolicy wierzchołkowej szczeliny z pojedynczym odgałęzieniem</i>	9
Tomasz Czapla, Mariola Jureczko, Mariusz Pawlak <i>Wyznaczanie współczynnika bezpieczeństwa wybranych części elektrowni wiatrowej</i>	16
Andrzej Grządziela <i>Diagnozowanie okrętowego układu napędowego z turbinowymi silnikami spalinowymi</i>	23
Andrzej Kazberuk <i>Wyznaczanie parametrów odporności na pękanie materiałów quasi-kruchych na próbkach cylindrycznych z karbami</i>	28
Roman Kulczycki-Żyhajło, Waldemar Kołodziejczyk, Gabriel Rogowski <i>Wybrane zagadnienia kontaktowe teorii sprężystości ośrodków warstwowych</i>	32
Adam Mazurkiewicz <i>Związki gęstości prześwieleniowej oraz zawartości składników mineralnych w ludzkiej kości beleczkowej z jej wytrzymałością</i>	39
Adam Mazurkiewicz, Tomasz Topoliński <i>Możliwości obliczeniowej oceny wartości modułu Younga dla kości beleczkowej</i>	43
Jerzy P. Okrajni <i>Badanie zmęczenia ciepłno-mechanicznego w ujęciu obowiązujących norm i jego komputerowe modelowanie</i>	47
Dariusz M. Perkowski, Roman Kulchytsky-Zhyhailo, Stanisław J. Matysiak <i>Zagadnienie kontaktowe z uwzględnieniem wytwarzania ciepła dla półprzestrzeni kompozytowej o strukturze periodycznej o brzegu prostopadłym do uwarstwienia</i>	61
Georgij Petriaszwili, Yuriy Pyryev <i>Badania eksperymentalne wyrywania arkusza z warstwy klejowej grzbietu książki</i>	68
Yuriy Pyryev, Georgij Petriaszwili <i>Modelowanie matematyczne procesu wyrywania arkusza z warstwy klejowej grzbietu książki</i>	71
Mykhaylo Savruk, Krzysztof Molski, Grzegorz Rogowski <i>Współczynniki intensywności naprężenia K_I dla płaskiej szczeliny tunelowej w przestrzeni sprężystej</i>	75
Robert Uścińowicz <i>Badania właściwości mechanicznych kompozytu Al-Zn przy różnych sposobach obciążania próbek</i>	83
Mirosław Witoś <i>Diagnozowanie zmęczenia materiału przy pomocy efektu magnetycznej pamięci metalu</i>	88
Krzysztof P. Wituszyński, Wiktor Jakubowski <i>Analiza toksyczności spalin pojazdów wyposażonych w silniki ZI w świetle obowiązujących przepisów prawa ruchu drogowego</i>	98

ABSTRACTS

Wiesław Barnat, Paweł Dziewulski, Tadeusz Niezgoda

The validations of constitutive models for non metallic foam under complex strain state

In the present article, the results of investigations of energy absorption foam structures weighted down were presented. The main objective of this study was the validations of constitutive models for non metallic foam. Investigations were conducted on Dynamic Testing System INSTRON in KMilS. The load was applied by input function kinematic.

Tomasz Boguszewski, Krzysztof Molski

Analysis of stresses, COD and energy released rate G for branching cracks

Mutual interactions between two neighboring singular stress fields for branching cracks are analyzed. Using the finite element method and ANSYS program, relative crack opening and range of validity of the singular stress fields have been obtained. Some special functions were chosen for describing crack face opening, including two different singular stress field exponents. Numerical results make it possible to explain the influence and applicability of stress intensity factors for such cracks and show qualitatively additional effects and cracking conditions around the crack tip for plane and anti-plane crack problems.

Tomasz Czapla, Mariola Jureczko, Mariusz Pawlak

Assignment of stress reserve factor for chosen wind turbine elements

Calculations were performed for horizontal axis wind turbine. Stress Reserve Factors were calculated for DLC 6.1 load case according to Germanischer Lloyd. Wind conditions were assumed for I-class wind turbine. As a first step, FEM calculation with using AnSYS software was performed with maximum values of principal stresses as an output. Then, based on FEM analysis results, Stress Reserve Factors were calculated. SRF values show that analyzed torsional support and planet gear have sufficient strength for extreme loads. Methodology of safety margin evaluation presented in this paper allows to assess if the object fulfills relevant standards demanding.

Andrzej Grządziela

Dianosing of combined COGAG type ships power plant

The paper presents a proposal method of diagnosing dynamics of ships combined propulsion system with gas turbine engines LM 2500 type with the use of DGPS and EGNOS systems. Two operational parameters were considered according acceleration, speed and distance of the ship during non-steady state. Methods of collecting and processing of measurement data were characterized, moreover calculated errors were presented as well. The discussion about helpfulness of both systems for positioning of vessel finalized the paper.

Andrzej Kazberuk

Determination of the fracture toughness parameters of the quasi-brittle material using cylindrical specimen

The method of determination of critical SIF of brittle and quasi-brittle material is presented. For the splitting cylindrical specimen with central diamond-shaped hole the stress intensity factors were calculated for arbitral vertex angle. The values of critical SIF was obtained considering the deformation fracture criterion based on Dugdale model of failure with assumption that fracture process zone starts from notch tip.

Roman Kulczycki-Żyhajło, Waldemar Kołodziejczyk, Gabriel Rogowski

Selected issues of theory of elasticity for layered bodies

Selected issues of contact theory of elasticity for pressing the rigid punch in non-homogeneous half-space are considered. Half-space consists of homogeneous half-space and a package of n isotropic homogeneous layers. Algorithm of calculation was based on integral transformation and was verified by modeling the layered bodies by periodic layers or layers, which the Young's module is changed along the thickness of the layer with the exponential dependence.

Adam Mazurkiewicz

Relations among dEXA density, mineral content and strength of human trabecular bone

In the paper, it was presented results of investigation relations between DEXA density, mineral content and strength of human trabecular bone. An agreement of evaluation strength of trabecular bone on the base DEXA density and mineral content of trabecular bone was proved.

Adam Mazurkiewicz, Tomasz Topoliński

Possibilities computational estimation of Young's module values of trabecular bone

In the paper, there were compared results of calculations of Young's module samples of trabecular bone obtained by two methods. First, there were calculated by used FEM software microCT station. Second, there were executed in Ansys software with used results measurement properties of single trabeculae by ultrasonic method. The values obtained from the method were from 43 to 50% in comparison to values obtained with use FEM software microCT station. Linear relationship between the results from both methods was described by determination coefficients $R^2 > 0,87$.

Jerzy P. Okrajni

The thermo-mechanical fatigue in standards and computer modelling

The main purpose of this work is the description of the mechanical behaviour of power plant components working under mechanical and thermal loading that cause the thermo-mechanical fatigue fracture in selected areas of the component surfaces. The computer modelling has been used to describe the local stress-strain behaviour of the chosen component. The stress and strain fields have been determined under thermal loading. Tensile thermal stresses of high values are created especially under conditions of sudden cooling during unsteady work of a power unit. The presented analysis is the part of the complex investigation method which main purpose is increasing accuracy of the TMF process description and thermo-mechanical life assessment.

Dariusz M. Perkowski, Roman Kulchytsky-Zhyhailo, Stanisław J. Matysiak

Contact problem with heat generation for a periodic stratified composite half-space with boundary normal to the layering

In the paper, the contact problem with heat generation for a non-homogeneous half-space is considered. The body is assumed to be a periodically layered two-constituted, linear-thermoelastic, periodically repeated layers and the boundary is normal to the layering. A rigid punch with parabolic cross-section moving with a constant velocity in the direction of layering generates frictional heat described by Coulumb law. It is assumed that the punch is thermal insulator and the generated heat is transferred to the composite half-space. The boundary beyond the contact zone is assumed to be free of loading and with zero temperature. The problem were solved within the framework of the homogenized model with microlocal parameters, cf. Woźniak (1987), Matysiak and Woźniak (1988).

Georgij Petriaszwili, Yuriy Pyryev

Experimental investigations of the pulling out the sheet from the book spine adhesive layer

Currently produced devices to evaluate the durability of books differ in design and testing parameters, which result in different value of the strength of the same books tested at different test apparatus. One of the most important parameters affecting the measurement result is the opening angle of the book. The research study investigated the influence of the angle of opening book on the Pull Test value of durability of the book spine adhesive layer.

The results of experimental studies allow to learn the influence of the angle of opening book for the strength value of the books tested on different testing machines.

Yuriy Pyryev, Georgij Petriaszwili

Mathematical modeling of the process of pulling out the sheet from the book spine adhesive layer

The research study proposed spine adhesive layer model with the paper pages which represents the actual geometry and material properties of the spine during opening and testing the book by Pull Test method.

Mykhaylo Savruk, Krzysztof Molski, Grzegorz Rogowski

Stress intensity factors K_I for a plane tunnel crack in elastic space

The present paper deals with determination of stress intensity factors K_I for a plane two-dimensional tunnel crack in elastic space when both crack faces are subjected to any normal pressure. Using the method of singular integral equations and numerical techniques Green's function was also obtained, which makes it possible to calculate values of stress intensity factors K_I at any point along both crack fronts. Approximate analytical solutions of high accuracy were found. Numerical values of K_I were compared with other solutions known from the literature, obtained by different authors.

Robert Uścińowicz

Investigations of mechanical properties of Al-Zn composite using various methods of specimens loading

In the work the analysis of influence the loading type of Al-Zn two-layer metallic composite on its mechanical properties was made. The results of tensile tests of flat composite samples made from the thin aluminium and zinc metallic strips using glue CX-80 were presented. Tests were carried out at the room temperature using two method of specimen loading controlled by signal of strain $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ and stress $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$.

Components of Al-Zn composite (aluminium and zinc) were tensile tested and Al-Zn* package. It was found, that applying the defined method of loading fundamentally influenced on the shape of tensile characteristics (curves), values of mechanical properties of materials and essentially differentiated values of hardening curves coefficients. The experimental data received these tests were compared with analogous values received from equations based on law of mixtures, which took into consideration the mechanical properties of composite components.

Mirosław Witoś

Fatigue material assesment on the base of magnetic shape memory phenomena

In the abstract there has been presented magnetic memory phenomena (MPM). Theoretical background is delivered with the examples of aerospace elements diagnosis. In the article advantages of technique (MPM) has been presented as well as difficulties met during the inspection for example small elements and such as: driving shafts or compressor's blades. Moreover indication of necessity of the reliability prove for the fatigue HCF and VHCF cracks has been highlighted.

Krzysztof P. Wituszyński, Wiktor Jakubowski

Analysis of the ZI engines cars exhaust-gas toxicity in the light of valid traffic regulations

Results concerning fulfilment of the exhaust-gas toxicity norms of cars with ZI engines equipped with catalytic converter and either OBD or EOBD gears are shown in the article. Measurements were taken with use of a multicomponent exhaust-gas analyzer type CET 200B and diagnostical information reader OPUS OBD Controller. Cars were examined in regional vehicle control station

CONTENTS

Wiesław Barnat, Paweł Dziewulski, Tadeusz Niezgoda <i>The validations of constitutive models for non metallic foam under complex strain state</i>	5
Tomasz Boguszewski, Krzysztof Molski <i>Analysis of stresses, COD and energy released rate G for branching cracks</i>	9
Tomasz Czaplą, Mariola Jureczko, Mariusz Pawlak <i>Assignment of stress reserve factor for chosen wind turbine elements</i>	16
Andrzej Grządziela <i>Dianosing of combined COGAG type ships power plant</i>	23
Andrzej Kazberuk <i>Determination of the fracture toughness parameters of the quasi-brittle material using cylindrical specimens</i>	28
Roman Kulczycki-Żyhajło, Waldemar Kołodziejczyk, Gabriel Rogowski <i>Selected issues of theory of elasticity for layered bodies</i>	32
Adam Mazurkiewicz <i>Relations among dexa density, mineral content and strength of human trabecular bone</i>	39
Adam Mazurkiewicz, Tomasz Topoliński <i>Possibilities computational estimation of Young's module values of trabecular bone</i>	43
Jerzy P. Okrajni <i>The thermo-mechanical fatigue in standards and computer modelling</i>	47
Dariusz M. Perkowski, Roman Kulchytsky-Zhyhailo, Stanisław J. Matysiak <i>Contact problem with heat generation for a periodic stratified composite half-space with boundary normal to the lauering</i>	61
Georgij Petriaszwili, Yuriy Pyryev <i>Eksperimental investigations of the pulling out the sheet from the book spine adhesive layer</i>	68
Yuriy Pyryev, Georgij Petriaszwili <i>Mathematical modeling of the process of pulling out the sheet from the book spine adhesive layer</i>	71
Mykhaylo Savruk, Krzysztof Molski, Grzegorz Rogowski <i>Stress intensity factors K_I for a plane tunnel crack in elastic space</i>	75
Robert Uścińowicz <i>Investigations of mechanical properties of Al-Zn composite using various methods of specimens loading</i>	83
Mirosław Witoś <i>Fatigue material assesment on the base of magnetic shape memory phenomena</i>	88
Krzysztof P. Wituszyński, Wiktor Jakubowski <i>Analysis of the zi engines cars exhaust-gas toxicity in the light of valid traffic regulations</i>	98

WALIDACJA PIAN NIEMETALICZNYCH W ZŁOŻONYM STANIE ODKSZTAŁCENIA

Wiesław BARNAT*, Paweł DZIEWULSKI*, Tadeusz NIEZGODA*

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny,
Wojskowa Akademia Techniczna, ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

wbarnat@tlen.pl, pdziewulski@wat.edu.pl, tniezgoda@wat.edu.pl

Streszczenie: W niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań energochłonności piany niemetalicznej obciążonej przemieszczeniem. Głównym celem pracy była walidacja modelu numerycznego spienionego polichloru winylu wraz z oceną zdolności pochłaniania energii przez podstawowy element konstrukcji energochłonnej obciążonej dynamicznie. Elementy energochłonne przebadano w KMiIS. Badania przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej Instron. Obciążenie realizowano przez wymuszenie kinematyczne.

1. WSTĘP

Współczesne konstrukcje energochłonne mają szerokie zastosowanie do ochrony życia osób przebywających w obiektach o szczególnym znaczeniu. Najbardziej rozpowszechnione – lekkie elementy energochłonne występują w konstrukcjach, dla których najistotniejszym jest uzyskanie masowego warunku wytrzymałościowego np. lotniczych.

Głównym zadaniem elementów absorbujących energię udaru jest ochrona życia i zdrowia ludzi lub ograniczenie zniszczenia całej konstrukcji w przypadku np. katastrofy śmigłowców, samochodów, wybuchu min-pułapek, improwizowanych ładunków wybuchowych itp.

W wielu publikacjach niektórzy autorzy rozpatrują to zagadnienie w aspekcie lokalnej utraty mikro stateczności i wynikającego stąd progresywnego zniszczenia (Bazle i inni, 2000; Gama i Ramamurty, 2003). Elementy pianowe posiadają dużą względną energię absorpcji (Barnat i Niezgoda, 2007) i mogą wspomóc proces propagacji niszczenia kompozytowych elementów energochłonnych. Podczas procesu rozproszenia energii udaru istotnym jest utrzymanie progresywnego (stałego) sposobu zniszczenia kompozytowego elementu energochłonnego a zwłaszcza z zastosowanym elementem pianowym.

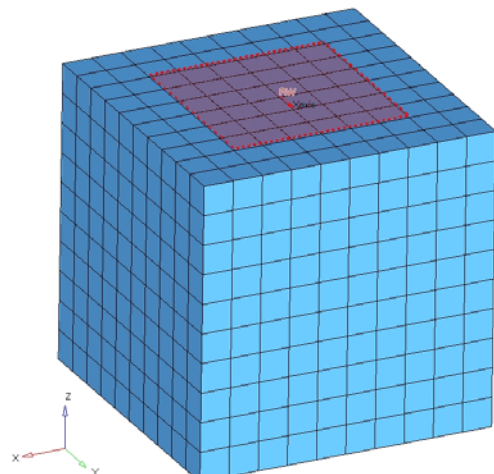
Postępujące w miarę równomiernie niszczenie sprawia, że praca zużyta na zniszczenie elementu energochłonnego powoduje znaczne ograniczenie skutków obciążenia udarowego konstrukcji. Pożądane jest zastosowanie konstrukcji energochłonnych w transporcie drogowym (Niezgoda i Barnat, 2006) i lotniczym. Innym zadaniem układu elementów energochłonnych może być rozpatrywanie ich jako układu rozpraszającego energię udaru ładunku wybuchowego na konstrukcję pojazdu militarnego szczególnie narażonego na wybuch prowizorycznych ładunków wybuchowych (Bielenberg i Reid, 2004).

Celem niniejszej pracy było przebadanie jednego z podstawowych rodzajów pianek niemetalicznych w aspekcie energochłonności. Wyniki eksperymentalne posłużyły

do walidacji modeli konstytutywnych pian wykorzystywanych w panelach ochronnych.

2. OPIS BADANYCH PRÓBEK

W artykule przedstawiono wyniki badań doświadczalnych piany budowlanej powszechnie stosowanej na rynku – firmy Kauffman. Model numeryczny badanej pianki przedstawiono na Rys 1

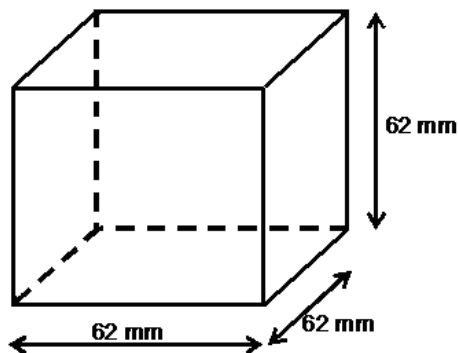


Rys. 1. Badana próbka spienionego polichloru winylu – model MES

Badaną pianę pocięto na próbki o jednakowym kształcie prostokątnym pokazanym na Rys. 2, o wymiarach 62 x 62 x 62 mm.

Próbki były poddane ścisaniu z prędkością 5m/s do uzyskania przemieszczenia 75%.

Ponadto w celu uzyskania pełnych charakterystyk pian dokonano eksperyment wyjaśniający wpływ złożonego stanu odkształcenia (ściskanie z równoczesnym ścinaniem) na dobór modelu konstytutywnego piany niemetalicznej. W takim przypadku piana była ścisana pod kątem 19°.



Rys. 2. Kształt i wymiary geometryczne badanej próbki

W badaniach numerycznych i doświadczalnych przyjęto dwa obiekty badań:

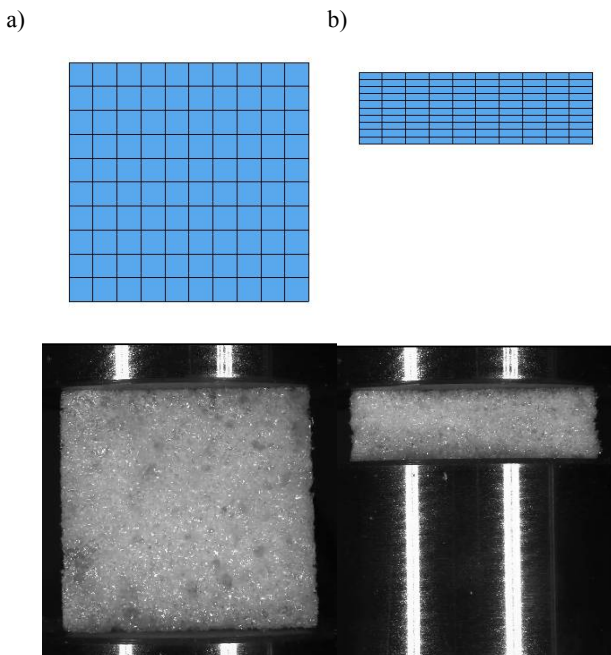
- Obiekt 1 – ściskany osiowo;
- Obiekt 2 ściskanie pod kątem.

Pianę zamodelowano w oprogramowaniu LS Dyna, wykorzystując konstytutywny model materiału MAT_Honey-comb. Podczas modelowania piany, istotnym jest prawidłowe zadeklarowanie takich danych materiałowych, jak: gęstość, moduł Younga, stała Poissona.

3. WYNIKI BADAŃ DLA PIERWSZEGO OBIEKTU BADAŃ

Jak już wspomniano, obiekt, poddano osiowemu ściskaniu, na maszynie wytrzymałościowej typu Instron.

Porównanie sposobu deformacji uzyskanej w sposób numeryczny i doświadczalny obiektu pierwszego, przedstawiono na Rys. 3.



Rys. 3. Sposób deformacji próbki ściskanej osiowo. Porównanie wyników MES z eksperymentem: a) początkowa deformacja obiektu 2, b) końcowa deformacja

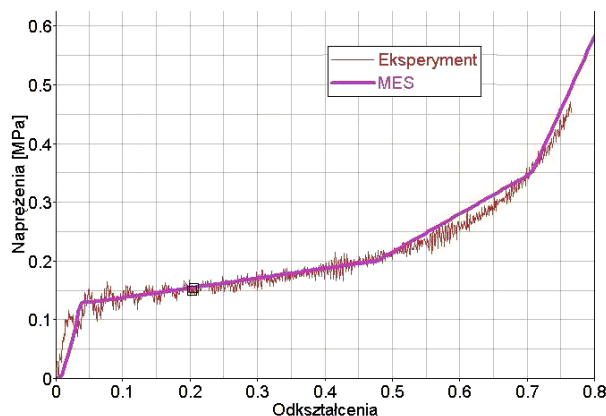
W celu dokładnego zapoznania się z charakterem niszczenia materiałów porowatych oraz oceną prawidłowości otrzymanych wyników doświadczalnych, dokonano kilku prób ściskania obiektu pierwszego.

Typowy charakter niszczenia, dla spienionego polichloroku winylu, przedstawiono na Rys. 3. Wykres siły ściskającej dla obiektu 1 przedstawiono na Rys. 4.

W początkowym okresie obciążenia próbka deformowała się w sprężystym zakresie. Zakres ten charakteryzuje się lokalnym zniszczeniem ścianek próbek.

Kolejnym etapem w procesie niszczenia próbki było zamykanie się porów. Charakterystycznym dla tego etapu, jest występowanie zwiększającej się siły ściskającej, inaczej niż w przypadku spienionego aluminium (Włodarczyk i inni, 2007).

W końcowym okresie obciążenia próba przebiegała poprzez ściskanie niemalże litego materiału, charakteryzującym się wzrostem siły obciążenia – końcowy przebieg wykresu na Rys. 4.



Rys. 4. Porównanie wykresów ściskania osiowego spienionego polichloroku winylu uzyskanych w wyniku eksperymentu i analizy MES

Po odciążeniu (w przeciwieństwie do spienionego aluminium, którego wyniki badań zostały przedstawione we wcześniejszych pracach (Włodarczyk i inni, 2007)) wystąpił sprężysty powrót ściskanego materiału do poprzedniej postaci.

Porównanie wykresów naprężeń ściskających i odkształceń, dla rzeczywistego obiektu i modelu numerycznego, przedstawiono na Rys. 5.

W wyniku odpowiedniego doboru parametrów modelu konstytutywnego materiału, uzyskano zadowalającą zgodność wyników.

Na podstawie uzyskanych rezultatów stwierdzono iż na obiekt 1 działała średnia siła normalna o wartości 0.775 kN. W wyniku procesu ściskania osiowego, obiekt 1 pochłonął energię równą 36 J, co przy masie badanego obiektu – 8.5 g odpowiada WEA, równej 4.23 kJ/kg.

4. WYNIKI BADAŃ DLA DRUGIEGO OBIEKTU BADAŃ

W tym punkcie artykułu przedstawiono wyniki badań nad złożonym stanem odkształcenia, podstawowego ele-

mentu pianowego. Ze względu na to, iż model piany, będzie wykorzystywany w elementach energochłonnych, które nie tylko będą osiowo ściskane, przeprowadzono walidację modeli numerycznych dla jednoczesnego ściskania ze ścinaniem.

W tym przypadku, blok piany został ściśnięty płytami pod kątem 20°. Porównanie form deformacji uzyskanych badań eksperymentalnych i doświadczalnych przedstawia Rys. 9.

W celu dokładnego zapoznania się z charakterem niszczenia materiałów porowatych, podobnie jak dla obiektu 1, dokonano kilku prób ściskania obiektu drugiego.

Typowy charakter złożonego stanu deformacji dla spienionego polichlorku winylu przedstawiono na Rys. 5.

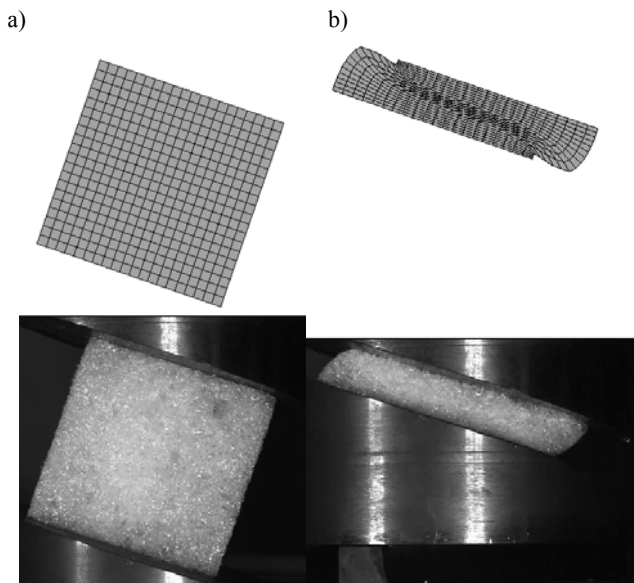
Wykres siły ściskająco – ścinającej, dla obiektu 1, przedstawiono na Rys. 6.

W początkowym okresie obciążenia próbka była ściskana i ścinana w sprężystym zakresie. Ze względu na złożony charakter stanu deformacji w badanym obiekcie, zdecydowano przedstawić wyniki w zależności siła - przemieszczenie.

Porównując wykresy siła-przemieszczenie dla poprzedniego obiektu badań stwierdzono, iż ścinanie nie wpływa pogarszająco na otrzymane wyniki.

W pierwszym etapie eksperymentu obiekt 2 odkształcał się w zakresie sprężystym.

W kolejnym etapie eksperymentu, proces niszczenia próbki polegał na zamykaniu się porów. Charakterystycznym dla tego etapu jest występowanie zwiększającej się siły ściskającej inaczej niż w przypadku spienionego aluminium (Włodarczyk i inni, 2007).

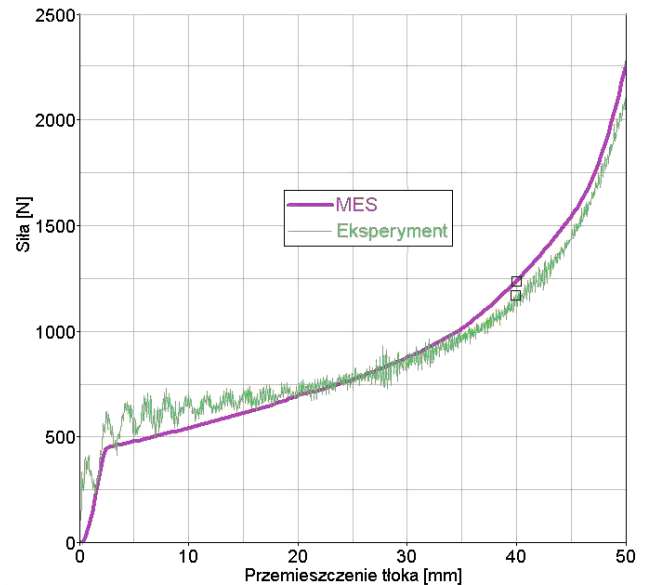


Rys. 5. Sposób deformacji próbki ściskanej w złożonym stanie odkształcenia. Porównanie wyników MES z eksperymentem. a) początkowa deformacja obiektu 2, b) końcowa deformacja obiektu 2.

W końcowym okresie obciążenia, próba przebiegała poprzez ściskanie litego materiału, charakteryzującym się wzrostem siły obciążenia – końcowy przebieg wykresu – Rys. 5.

Podobnie jak dla obiektu 1, po odciążeniu (w przeciwieństwie do spienionego aluminium) wystąpił sprężysty powrót badanej próbki materiału do poprzedniej postaci.

Porównanie wykresu zależności siły i odkształcenia dla rzeczywistego obiektu i modelu numerycznego przedstawiono na Rys. 6. W wyniku odpowiedniego doboru parametrów modelu konstytutywnego uzyskano zadowalającą zgodność wyników badań numerycznych z eksperymentalnymi.



Rys. 6. Wykres zbiorczy wyników eksperymentu

W wyniku oceny uzyskanych rezultatów stwierdzono, iż na obiekt 2 działała średnia siła 0.83 kN. Obiekt 2 pochłonął energię równą 38 J co przy masie badanego obiektu 8.5 g, odpowiada WEA, równej 4.47 kJ/kg. Wyniki uzyskane w sposób numeryczny są zgodne z wynikami otrzymanymi z badań eksperymentalnych. Dość zaskakująco dobre wyniki uzyskano dla złożonego stanu deformacji. Oznacza to, iż powinno się dążyć do takiego wykorzystywania pianowych elementów ochronnych.

5. ZAKOŃCZENIE

W mniejszym artykule przedstawiono podstawowe badania numeryczne nad doбором konstytutywnego modelu materiału wykorzystywanego w dynamiczne i analizie explicite, przez oprogramowanie LS Dyna.

Prowadzone, podstawowe prace, mają charakter poznawczy z ukierunkowaniem weryfikacji możliwości wykorzystywanego oprogramowania.

Za obiekt badań przyjęto klocek wykonany ze spienionego polichlorku winylu. W pracach skupiono się nad doбором globalnego modelu materiału, bez uwzględnienia wszelkiego rodzaju mikro zjawisk, występujących w materiałach porowatych. Badania lokalnych efektów zniszczenia tworzyw spienionych (utrata stateczności ścianek, mikro pęknięcia itp.) będą tematem dalszych prac.

Ze względu na dość skąpe dane materiałowe dotyczące badanego obiektu, konieczna była weryfikacja eksperymentalna badanego obiektu.

Wszystkie prace badawcze, zostały wykonane w Katedrze Mechaniki i Informatyki Stosowanej Wojskowej Akademii

Technicznej w Warszawie, na maszynie wytrzymałościowej Instron.

Na podstawie otrzymanych wyników wyznaczono energię odkształcenia dla każdego z badanych obiektów.

W wyniku oceny uzyskanych rezultatów stwierdzono, iż na obiekt 1 działała średnia siła normalna o wartości 0.775 kN. Obiekt 1 pochłonął energię równą 36 J, co przy masie badanego obiektu 8.5 g odpowiada WEA równej 4.23 kJ/kg.

W wyniku oceny uzyskanych rezultatów stwierdzono, iż na obiekt 2 działała średnia siła, która jest większa niż dla obiektu 1, o 6.62 %. W wyniku złożonego stanu odkształcenia obiekt 2 pochłonął również większą, o 5.25%, energię absorpcji, równą 38 J.

Na podstawie wstępnej oceny uzyskanych wyników można stwierdzić iż celowym jest takie stosowanie pianowych elementów energochłonnych które byłyby poddawane złożonemu stanowi odkształcenia.

W dalszych pracach planowane jest ponadto badanie wpływu porowatości na energię absorpcji. Uzyskanie optymalnej struktury porowatej pozwoli na otrzymanie maksymalnej energii absorpcji. Zaowocuje to zwiększeniem bezpieczeństwa chronionych obiektów.

LITERATURA

1. **Barnat W., Niezgoda T.** (2007), Badania energochłonności elementów podatnych w aspekcie zastosowanych materiałów, *Journal of Kones Powertrain and Transport*, Vol. 14. No 1.
2. **Bielenberg I., Reid J.** (2004), Modeling Crushable Foam for the SAFER Racetrack Barrier, *8 Międzynarodowa Konferencja Użytkowników LS-Dyna*.
3. **Firstov S. A., Podrezov Y. N., Lugovoi N. I., Slyunyaev V. N., Verbilo D. G.** (2001), Effect of the pore space structure on deformation energy absorption during compression of high-porosity composites, I, *Low Hardening Stage Powder Metallurgy and Metal Ceramics*, Vol. 39, 7-8.
4. **Gama B. A., Bogetti T. A., Fink B. K., Claar Ch-J. T. D., Eifert H. H., Gillespie Jr. J. W.** (2000), Aluminium foam integral armor: a new dimension, *Armor Design Composite Structures*, Vol. 52, 3-4, 381-395.
5. **Kumar P. S., Ramamurty U.** (2003), Effect of displacement-rate on the indentation behavior of an aluminium foam, *Materials Science and Engineering A347*, 330-337.
6. **Niezgoda T., Barnat W.** (2006), Analiza pasa bariery drogowej wzmocnionej elementami kompozytowymi w zastosowaniu do poprawy energochłonności elementów infrastruktury, *Górnictwo Odkrywkowe*, 5-6, 25-29.
7. **Włodarczyk J., Niezgoda T., Barnat W., Gieleta R., Dziewulski P.** (2007), Badania eksperymentalne energochłonności pian metalicznych, *IV Międzynarodowe Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji*, Augustów.

THE VALIDATIONS OF CONSTITUTIVE MODELS FOR NON METALLIC FOAM UNDER COMPLEX STRAIN STATE

Abstract: In the present article, the results of investigations of energy absorption foam structures weighted down were presented. The main objective of this study was the validations of constitutive models for non metallic foam. Investigations were conducted on Dynamic Testing System INSTRON in KMiIS. The load was applied by input function kinematic.

EFEKTY NAPRĘŻENIOWE, DEFORMACYJNE I ENERGETYCZNE W OKOLICY WIERZCHOŁKOWEJ SZCZELINY Z POJEDYNCZYM ODGAŁĘZIENIEM

Tomasz BOGUSZEWSKI*, Krzysztof MOLSKI*

*Katedra Budowy i Eksploatacji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

tboguszewski@doktoranci.pb.edu.pl, kmolski@pb.edu.pl

Streszczenie: W pracy analizowano pola naprężeń i względne przemieszczenia brzegów niewielkiego pęknięcia powstałego w wierzchołku płaskiej szczeliny pod pewnym kątem do jej płaszczyzny. Wykorzystując metodę elementów skończonych *MES* zbadano charakter, zasięg oraz wzajemne oddziaływanie sąsiadujących osobliwych pól naprężeń – w okolicy wierzchołkowej odgałęzienia i w ostrym narożu. Dla płaskiego i antypłaskiego stanu odkształcenia określono ilościowe i jakościowe różnice tych oddziaływań w zależności od kierunku nachylenia odgałęzionego pęknięcia i rodzaju obciążenia zewnętrznego. Względne rozwarście brzegów odgałęzionej szczeliny opisano odpowiednimi funkcjami uwzględniającymi charakter obu osobliwości oraz porównano kształty rozwarścia z przybliżonym rozwiązaniem wynikającym z lokalnych wartości współczynników intensywności naprężeń. Zaproponowano analityczno-numeryczną metodę wyznaczania uogólnionej wartości współczynnika uwalniania energii G w takich przypadkach.

1. WPROWADZENIE

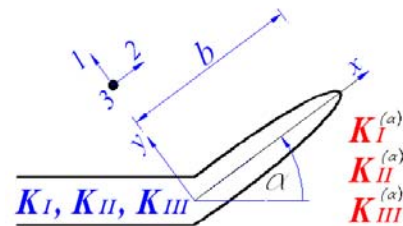
Obliczanie komponentów σ_{ij} pól naprężeń w okolicy wierzchołkowej pęknięcia jest ważnym elementem oceny wytrzymałości elementów konstrukcyjnych i nie stanowi problemu w sytuacji, gdy pęknięcie wzrasta stycznie do kierunku szczeliny głównej lub wtedy, gdy trajektoria szczeliny zmęczeniowej łagodnie się zakrzywia. Można wówczas zastosować znane rozwiązania analityczne opracowane przez Sneddon (1946) i Irwina (1957). Wyznaczone w ten sposób wartości naprężeń i względnych przemieszczeń stanowią podstawę do wyznaczania wielkości charakterystycznych decydujących o prędkości pęknięcia, w tym energii uwalnianej w czasie propagacji pęknięcia. Ma ona istotne znaczenie przy formułowaniu kryteriów pęknięcia, zwłaszcza w złożonych stanach obciążeń.

W przypadku, gdy pojedyncze odgałęzione pęknięcie powstaje pod pewnym kątem α do kierunku szczeliny głównej (Rys. 1), składniki względnych przemieszczeń jego brzegów nie są znane, a wartości współczynników intensywności naprężenia $K_I^{(\alpha)}$, $K_{II}^{(\alpha)}$ i $K_{III}^{(\alpha)}$ w otoczeniu wierzchołka nadpęknięcia mogą diametralnie odbiegać od ich odpowiedników K_I , K_{II} i K_{III} prawdziwych dla szczeliny głównej bez odgałęzienia. Zagadnieniom tym poświęcono wiele prac, jak np.: Palaniswamy i Knauss (1972), Husain i inni (1974), Chatterjee (1975), Wang (1978), Seweryn (2004), w których zaproponowano różne metody oszacowania pól przemieszczeń oraz zmian energii w zależności od kąta nadpęknięcia i obciążeń zewnętrznych.

Nawet niewielkie odgałęzione pęknięcie tworzy ostre wewnętrzne naroże, które, oprócz wierzchołka szczeliny, staje się kolejnym miejscem występowania osobliwego pola naprężeń. Ponieważ oba punkty osobliwe położone są blisko siebie, konieczne staje się zbadanie ich wzajemnego oddziaływania.

2. CEL I ZAKRES PRACY

Celem pracy było zbadanie oddziaływania sąsiadujących osobliwych pól naprężeń – wierzchołka i naroża – dla odgałęzionej szczeliny oraz wyznaczenie względnych przemieszczeń brzegów odgałęzienia, umożliwiających określenie wartości uwalnianej energii. Analizowano niewielkie odgałęzienie o długości b powstałe w wierzchołku szczeliny głównej pod kątem α . Rozpatrzono trzy niezależne przypadki obciążenia odniesione do płaszczyzny szczeliny głównej: dwuosiowe wszechstronne rozciąganie, ścinanie wzdłużne i ścinanie antypłaskie (poprzeczne). Wartości pól względnych przemieszczeń brzegów odgałęzienia wyznaczono metodą elementów skończonych – *MES*.



Rys. 1. Niewielkie pęknięcie o długości b powstałe pod kątem α do płaszczyzny szczeliny głównej oraz odpowiednie współczynniki intensywności naprężenia.

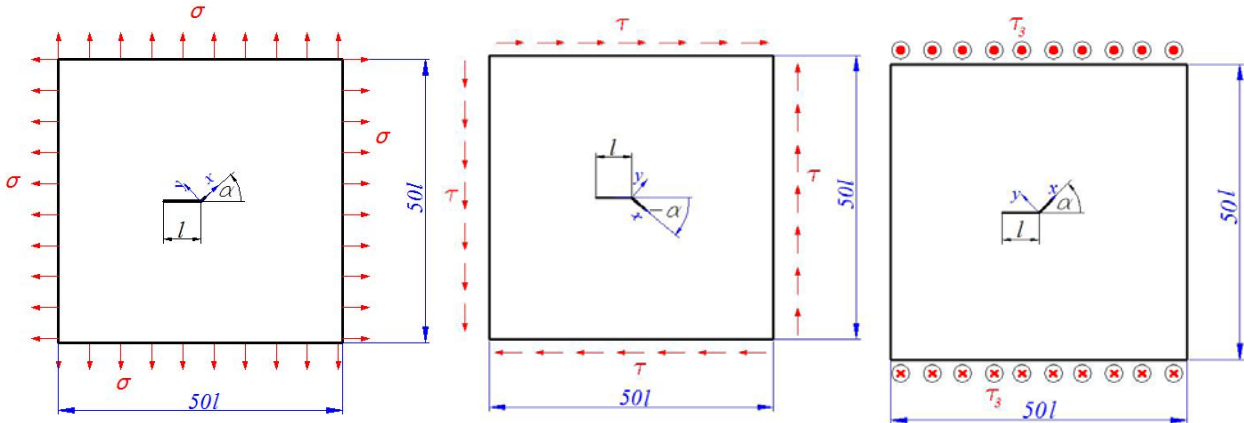
Zakres pracy obejmował:

- wybór geometrii pęknięcia i sposobu jego modelowania;
- dobranie odpowiedniej siatki elementów skończonych;
- obliczenie względnych przemieszczeń brzegów;
- aproksymację względnych przemieszczeń brzegów odgałęzionego pęknięcia odpowiednimi funkcjami uwzględniającymi charakter sąsiadujących osobliwości;
- obliczenie współczynnika G uwalniania energii;

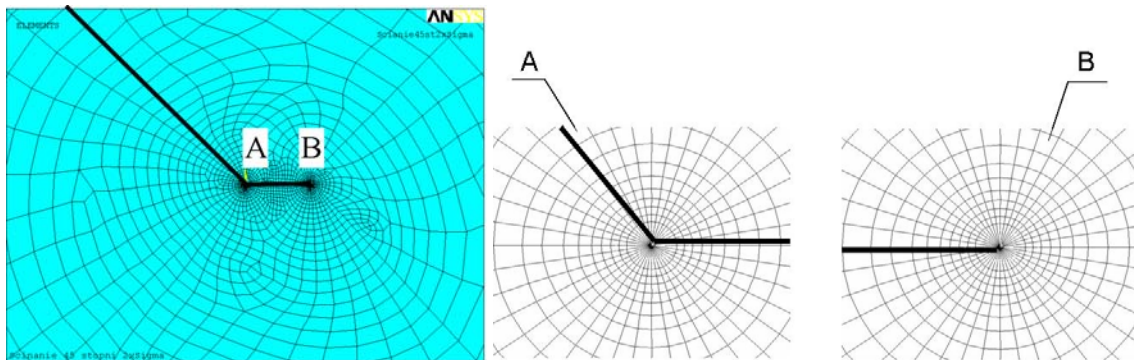
- wyznaczenie zasięgu oddziaływania osobliwych pól naprężeń w okolicy wierzchołka szczeliny i ostrego naroża przy założeniu, że wartości odpowiedniej funkcji opisującej osobliwość odbiegają o $\pm 1\%$ od wartości przemieszczeń otrzymanych metodą elementów skończonych *MES*.

3. MODEL NUMERYCZNY *MES*

Trzy płaskie prostokątne tarcze, przedstawione schematycznie na Rys. 2, opisano odpowiednio zagęszczoną siatką elementów skończonych (Rys. 3).



Rys. 2. Szczelina o długości l z niewielkim odgałęzieniem pod kątem α w tarczy: a) rozciąganej, b) ścinanej wzdłużnie c) oraz ścinanej poprzecznie. Obciążenia zewnętrzne odniesione są do płaszczyzny szczeliny głównej.



Rys. 3. Siatka elementów skończonych w okolicy naroża i wierzchołka odgałęzienia.

Przyjęto następujące obciążenia:

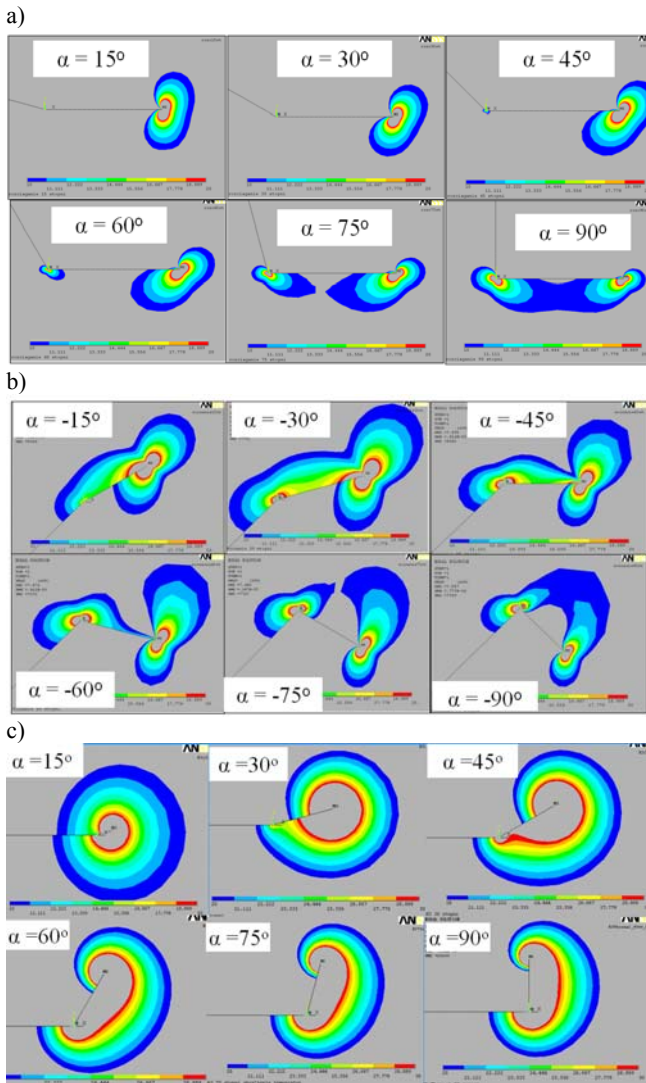
- dla rozciągania i ścinania wzdłużnego – jednorodne jednostkowe obciążenie nominalne, σ i τ , odniesione do płaszczyzny szczeliny głównej;
- dla ścinania poprzecznego, jednorodne jednostkowe naprężenie styczne τ_3 skierowane prostopadłe do płaszczyzny tarczy i również odniesione do płaszczyzny szczeliny głównej.

W rozpatrywanych przypadkach przyjęto jednostkową długość szczeliny głównej l oraz stosunek długości b/l równy 0,01 i 0,005, w celu sprawdzenia stabilności uzyskanego rozwiązania. Zmieniało kąt α nachylenia odgałęzienia w stosunku do szczeliny głównej w zakresie od 0° do 90° lub do -90° , co 15° . Kierunek odgałęzienia, wyrażony kątem α , dobrano w sposób odzwierciedlający rzeczywiste rozwarście szczeliny pod obciążeniem, unikając w rozwiązaniu *MES* fikcyjnego przenikania się zaciskanych brzegów. Do obliczeń wykorzystano program ANSYS. Dla przypadku rozciągania i ścinania wzdłużnego użyto ośmiowęzłowych elementów skończonych typu PLANE82 w płaskim stanie odkształcenia, natomiast dla przypadku ścinania poprzecznego – ośmiowęzłowego elementu PLANE77.

4. POLA NAPRĘŻEŃ W STREFIE ODGAŁĘZIENIA

Na Rys. 4a) – 4c) przedstawiono mapy naprężeń zredukowanych zgodnie z hipotezą H-M-H, dla okolicy odgałęzionego pęknięcia w trzech przypadkach obciążenia.

Wyniki obliczeń numerycznych wskazują, że wielkość osobliwego pola naprężeń tworzącego się w strefie ostrego naroża silnie zależy od kąta α . Jeżeli kąt ten jest niewielki, np. poniżej 45° , zasięg tego pola jest w zasadzie pomijalny w stosunku do naprężeń w okolicy wierzchołkowej szczeliny. Powyżej kąta 45° , a zwłaszcza dla kąta α bliskiego 90° , zarówno zasięg jak i wielkość pola naprężeń jest porównywalny z naprężeniami w strefie wierzchołkowej szczeliny i może być miejscem inicjacji dodatkowego pęknięcia zmęczeniowego powstającego za wierzchołkiem odgałęzienia. Widoczny jest również efekt łączenia się i wzajemnego wzmocnienia obu stref naprężeń, co powoduje zwiększenie zasięgu oddziaływania szczeliny z odgałęzionym pęknięciem.



Rys. 4. Pola naprężeń zredukowanych według hipotezy H-M-H w okolicy odgałężenia dla: a) wszechstronnego rozciągania, b) ścinania wzdłużnego, c) ścinania antypłaskiego. Obciążenia odniesione do płaszczyzny szczeliny głównej.

5. OPIS ANALITYCZNY ROZWARCIA SZCZELINY

Względne przemieszczenia brzegów odgałężenia uzyskane dla obciążeń wzdłużnych i poprzecznych, aproksymowano w każdym przypadku następującą funkcją:

$$\Delta u_j(x) = (A_j \cdot x^3 + B_j \cdot x^2 + C_j \cdot x + D_j) \cdot \sqrt{b-x} + x^{\lambda_j} \cdot E_j \cdot (1 - (x/b)^2) \quad (1)$$

której współczynniki A_j, B_j, C_j, D_j, E_j dopasowano za każdym razem metodą najmniejszych kwadratów do rozwiązania numerycznego *MES*. Wartości wykładników λ_j obliczono z równań charakterystycznych, zamieszczonych w pracy Seweryna (2004) dla zagadnień ostrych korbów. Przyjęta funkcja (1) uwzględnia charakter obu osobliwości związanych z ostrym narożem i wierzchołkiem szczeliny, dopasowując odpowiednie wielomiany do obliczonych wartości przemieszczeń. Początek układu współrzędnych przyjęto w ostrym narożu, a położenie wierzchołka odgałężenia odpowiada wartości b .

W celu wyznaczenia zasięgu oddziaływania członów osobliwych pól naprężeń w okolicy wierzchołkowej i w otoczeniu ostrego naroża, dokonano w każdym przypadku aproksymacji względnych przemieszczeń obydwu brzegów odgałężenia dla okolicy naroża wzorami (2) lub (3) oraz wierzchołka wzorem (4). Dla odróżnienia opisu przemieszczeń w okolicy ostrego naroża od przemieszczeń powierzchni odgałężenia za wierzchołkiem, oznaczono te pierwsze symbolem Δn_j , natomiast drugie Δw_j . Dla obciążeń wzdłużnych i poprzecznych opisano rozwarcie brzegów odgałężonej szczeliny przy narożu funkcjami:

$$\Delta n_j(x) = R_j + S_j \cdot x^{\lambda_j} \quad (2)$$

dla wszechstronnego rozciągania i ścinania antypłaskiego ($j=1$ i $j=3$), oraz

$$\Delta n_j(x) = R_j + S_j \cdot x^{\lambda_j} + T_j \cdot x \quad (3)$$

dla ścinania wzdłużnego ($j=2$). Współczynniki R_j, S_j, T_j obliczano dla każdego przypadku metodą najmniejszych kwadratów, dopasowując opis analityczny, dany wzorami (2) i (3), do wyników *MES*. We wzorze (3) dodano również pierwszy człon regularny o wykładniku $\lambda_j=1$ występujący w równaniu charakterystycznym, mający istotny wpływ na rozwiązanie.

Natomiast w okolicy wierzchołkowej wykorzystano klasyczne wzory na przemieszczenia względne w zależności od współczynnika $K_j^{(\alpha)}$:

$$\Delta w_j(x) = \frac{4\sqrt{2} \cdot (1-\nu^2)}{\sqrt{\pi} \cdot E} \cdot K_j^{(\alpha)} \cdot \sqrt{b-x}, \text{ dla } j = 1, 2 \quad (4)$$

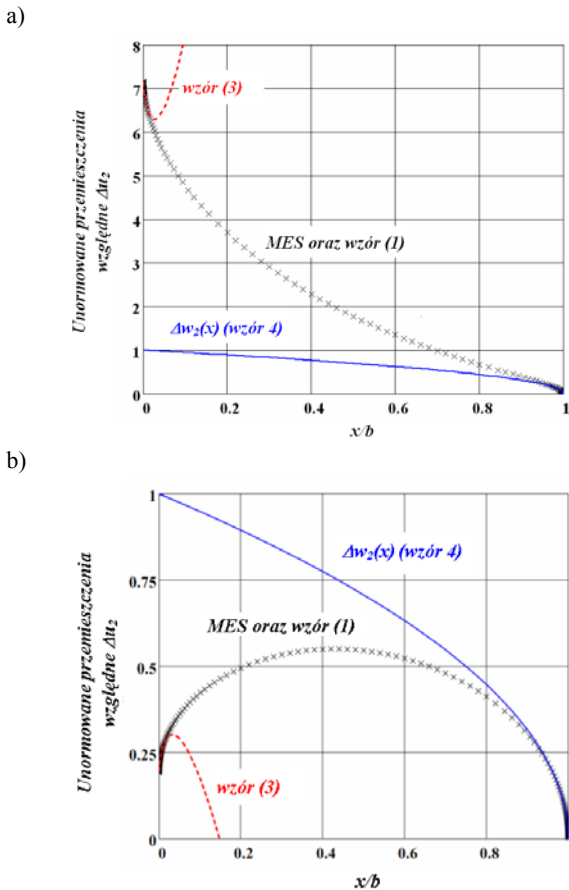
$$\Delta w_j(x) = \frac{4\sqrt{2} \cdot (1+\nu)}{\sqrt{\pi} \cdot E} \cdot K_j^{(\alpha)} \cdot \sqrt{b-x}, \text{ dla } j = 3$$

Dla zachowania przejrzystości wyników, wszystkie wyznaczone względne przemieszczenia brzegów małego odgałężenia unormowano względem wartości N_j opisanych wzorami (5), które odpowiadają przemieszczeniom brzegów w odległości b za wierzchołkiem hipotetycznej szczeliny prostoliniowej o współczynniku intensywności naprężenia $K_j^{(\alpha)}$.

$$N_j = \frac{4\sqrt{2} \cdot (1-\nu^2)}{\sqrt{\pi} \cdot E} \cdot K_j^{(\alpha)} \cdot \sqrt{b}, \text{ dla } j = 1, 2 \quad (5)$$

$$N_j = \frac{4\sqrt{2} \cdot (1+\nu)}{\sqrt{\pi} \cdot E} \cdot K_j^{(\alpha)} \cdot \sqrt{b}, \text{ dla } j = 3$$

Na rysunku 5a) przedstawiono unormowane przemieszczenia względne brzegów odgałężenia w kierunku osi x dla kąta $\alpha = -75^\circ$, przy obciążeniu ścinającym w płaszczyźnie szczeliny głównej. Dla porównania zamieszczono hipotetyczne przemieszczenia obliczone według wzorów (3) i (4). Widoczne są znaczące różnice ilościowe i jakościowe między rozwiązaniem *MES* a rozwiązaniami wykorzystującymi lokalne człony osobliwe przemieszczeń. W wyniku zastosowanie wzoru (1) do opisu rozwarcia brzegów na całej długości nadpęknięcia otrzymano krzywe praktycznie pokrywające się z rozwiązaniem *MES*, których nie pokazano na rysunkach 5 – 7 dla zachowania przejrzystości.



Rys. 5. Unormowane przemieszczenia względne brzegów odgałęzienia przy ścinaniu w płaszczyźnie szczeliny głównej: $\alpha = -75^\circ$ (Rys. 4a), $\alpha = -90^\circ$ (Rys. 4b), x – rozwiązanie MES, linia ciągła – obliczenia według $K_{II}^{(\alpha)}$ w wierzchołku odgałęzienia, linia przerywana – obliczenia na podstawie wzoru (3).

Tab. 1. Wpływ kąta α na rozwarcie brzegów odgałęzienia dla przypadku rozciągania wszechstronnego. Przemieszczenia wzdłużne i poprzeczne.

Rozciąganie wszechstronne				
Kąt α [$^\circ$]	Przemieszczenie wzdłużne		Przemieszczenie poprzeczne	
	Zasięg naroża [% b]	Zasięg wg. $K_{II}^{(\alpha)}$ [% b]	Zasięg naroża [% b]	Zasięg wg. $K_I^{(\alpha)}$ [% b]
45	9%	79%	1%	98%
60	3%	65%	1%	89%
75	13%	52%	1%	75%
90	3%	32%	1%	73%

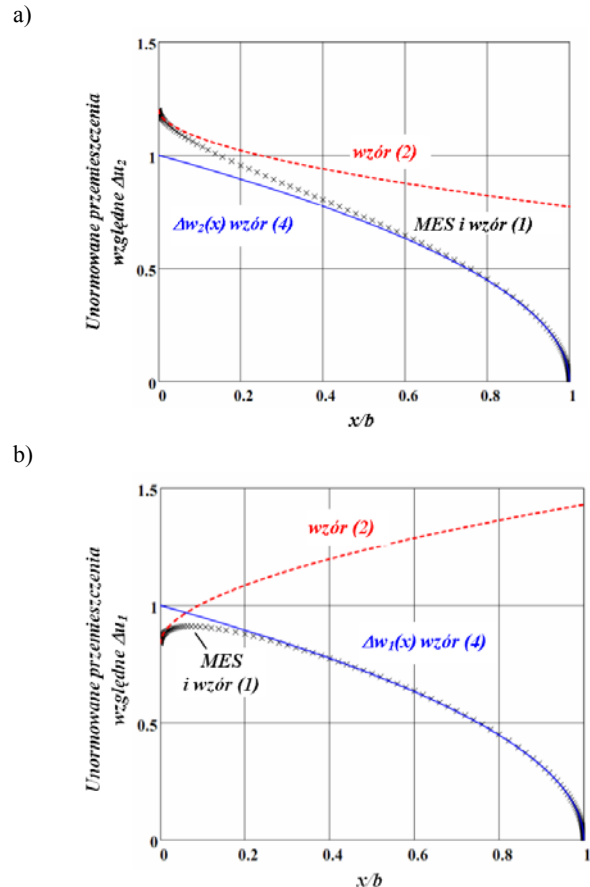
Podobne porównanie przedstawiono na rysunku 5b) dla odgałęzienia pod kątem $\alpha = -90^\circ$ i przy obciążeniu ścinającym τ w płaszczyźnie szczeliny głównej. Wybrane krzywe względnych przemieszczeń brzegów odgałęzionego pęknięcia przedstawiono również na rysunkach 6 i 7.

Wartości liczbowe analizy procentowego zasięgu poszczególnych członów osobliwych przedstawiono w tabelach 1 – 3.

Z przeprowadzonej analizy względnych przemieszczeń brzegów pęknięcia wynika, że zarówno kształt jak i wielkość rozwarcia zależą od kąta α oraz typu obciążenia, ponadto jest jakościowo odmienny od znanego rozwiązania

opartego na teorii szczelin prostoliniowych. W analizowanych przypadkach zasięg oddziaływania pola przemieszczeń pochodzącego od ostrego naroża zmieniał się od ok. 1% do 17% długości odgałęzienia, natomiast zasięg osobliwości wierzchołkowej zmieniał się w zakresie od 5% do 98% długości odgałęzienia.

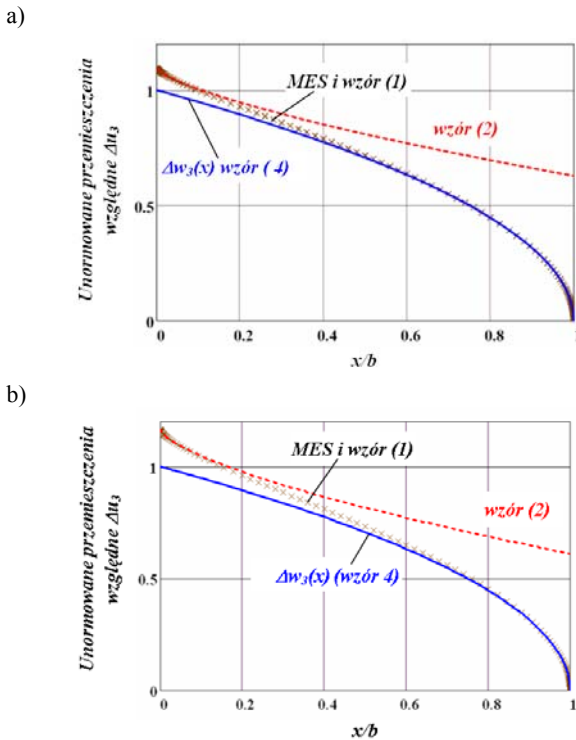
Wyznaczenie wartości przemieszczeń brzegów w strefie pośredniej (środkowej) odgałęzionego pęknięcia możliwe jest wyłącznie metodami numerycznymi, a wszelkie próby interpolacji, bez uwzględniania rozwiązania MES, obarczone były zbyt dużymi błędami.



Rys. 6. Przemieszczenia względne brzegów odgałęzienia przy rozciąganiu w płaszczyźnie szczeliny głównej, $\alpha = 90^\circ$, x – rozwiązanie MES, linia ciągła – obliczenia według $K_{II}^{(\alpha)}$ (Rys. 6a) oraz według $K_I^{(\alpha)}$ (Rys. 6b) w wierzchołku odgałęzienia, linia przerywana – obliczenia na podstawie wzoru (2).

Tab. 2. Wpływ kąta α na rozwarcie brzegów odgałęzienia dla przypadku ścinania w płaszczyźnie szczeliny. Przemieszczenia wzdłużne i poprzeczne.

Ścinanie w płaszczyźnie szczeliny				
Kąt α [$^\circ$]	Przemieszczenie wzdłużne		Przemieszczenie poprzeczne	
	Zasięg naroża [% b]	Zasięg wg. $K_{II}^{(\alpha)}$ [% b]	Zasięg naroża [% b]	Zasięg wg. $K_I^{(\alpha)}$ [% b]
-45	5%	25%	3%	72%
-60	4%	14%	3%	25%
-75	1%	5%	3%	26%
-90	2%	7%	3%	27%



Rys. 7. Przesunięcie względne brzegów odgałżenia dla ścinania antypłaskiego: a) $\alpha=75^\circ$, b) $\alpha=90^\circ$, x – MES, linia ciągła – obliczenia według $K_{III}^{(\alpha)}$ w wierzchołku odgałżenia, linia przerywana – obliczenia na podstawie wzoru (2).

Tab. 3. Wpływ kąta α na rozwarcie brzegów odgałżenia dla przypadku ścinania antypłaskiego.

Ścinanie antypłaskie		
Kąt α [°]	Przesunięcie wzdłużne	
	Zasięg naroża [% b]	Zasięg wg. $K_{III}^{(\alpha)}$ [% b]
45	8%	88%
60	10%	67%
75	11%	53%
90	17%	22%

6. WSPÓLCZYNNIK UWALNIANIA ENERGII

Wielkość energii uwalnianej w wyniku powstania odgałżenia o długości b i wyrażonej współczynnikiem G , wyznaczono z następującego wzoru:

$$G(\alpha) = \left| \begin{matrix} G_1(\alpha) + \\ G_2(\alpha) + \\ G_3(\alpha) \end{matrix} \right| = \lim_{b \rightarrow 0} \frac{1}{2 \cdot b} \left| \begin{matrix} \int_0^b \sigma_{\alpha\alpha}(x) \cdot \Delta u_1(x) \cdot dx + \\ \int_0^b \tau_{xy}(x) \cdot \Delta u_2(x) \cdot dx + \\ \int_0^b \tau_{yz}(x) \cdot \Delta u_3(x) \cdot dx \end{matrix} \right| \quad (6)$$

gdzie: $\sigma_{\alpha\alpha}$, τ_{xy} , τ_{yz} – naprężenie normalne i styczne w płaszczyźnie odgałżenia wynikające z rozwiązania analitycznego dla szczeliny głównej, Δu_j – względne przemieszczenia (wzdłużne lub poprzeczne) brzegów odgałżenia opisane wzorem (1), b – długość odgałżenia.

Tab. 4. Unormowane wartości współczynników $G_j^*(\alpha)$ dla rozciągania obliczone proponowaną metodą oraz według Palaniswamy i Knaussa (1972)

Kąt α [°]	Dwuosiowe rozciąganie					
	Obecne rozwiązanie			Rozwiązanie według [7]		
	$G_I(\alpha)$	$G_{II}(\alpha)$	$G(\alpha)$	$G_{IPK}(\alpha)$	$G_{IIPK}(\alpha)$	$G_{PK}(\alpha)$
0	0,992	0,000	0,992	1,000	0,000	1,000
15	0,943	0,016	0,959	0,949	0,016	0,966
30	0,806	0,057	0,864	0,814	0,057	0,870
45	0,619	0,105	0,723	0,628	0,103	0,731
60	0,420	0,140	0,559	0,433	0,134	0,567
75	0,249	0,148	0,397	0,266	0,140	0,406
90	0,124	0,131	0,255	0,140	0,119	0,259

Tab. 5. Unormowane wartości współczynników $G_j(\alpha)$ dla ścinania w płaszczyźnie szczeliny obliczone proponowaną metodą oraz według Palaniswamy i Knaussa (1972)

Kąt α [°]	Ścinanie w płaszczyźnie szczeliny					
	Obecne rozwiązanie			Rozwiązanie według Palaniswamy i Knaussa (1972)		
	$G_I(\alpha)$	$G_{II}(\alpha)$	$G(\alpha)$	$G_{IPK}(\alpha)$	$G_{IIPK}(\alpha)$	$G_{PK}(\alpha)$
0	0,000	1,009	1,009	0,000	1,000	1,000
15	0,149	0,904	1,053	0,151	0,904	1,055
30	0,537	0,637	1,174	0,536	0,629	1,165
45	1,009	0,320	1,329	0,997	0,320	1,317
60	1,381	0,08	1,461	1,351	0,088	1,439
75	1,529	-0,011	1,518	1,479	0,001	1,480
90	1,422	0,039	1,461	1,385	0,042	1,427

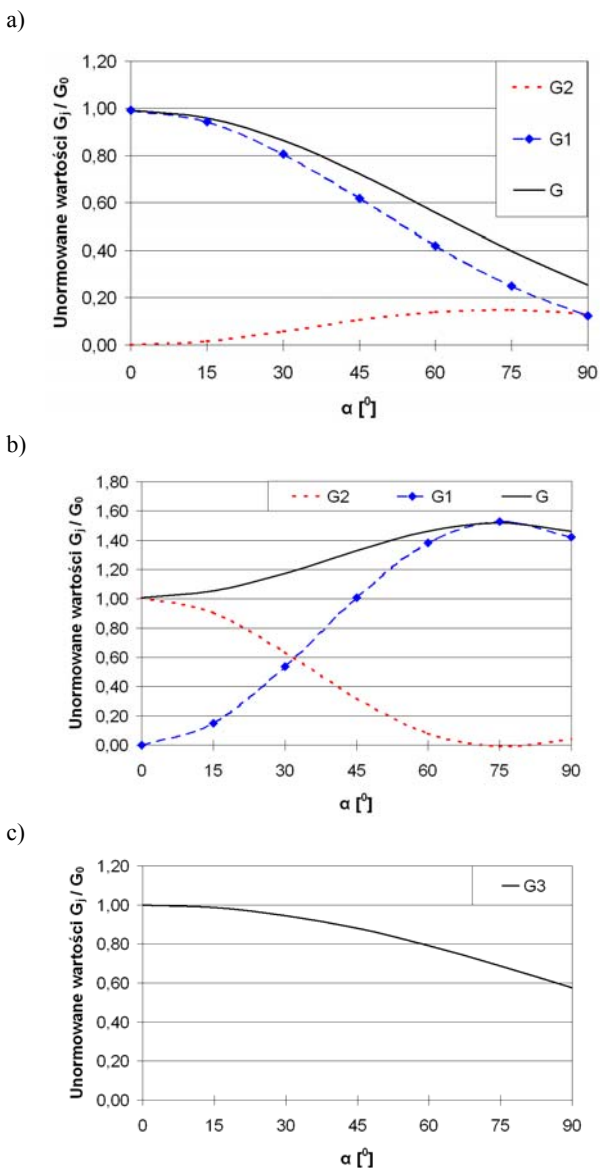
Tab. 6. Unormowane wartości współczynników $G_{III}(\alpha)$ dla ścinania antypłaskiego obliczone proponowaną metodą oraz według Palaniswamy i Knaussa (1972)

Ścinanie antypłaskie		
Kąt α [°]	Obecne rozwiązanie	Rozwiązanie według Palaniswamy i Knaussa (1972)
	$G_{III}(\alpha)$	$G_{PK}(\alpha)$
0	1,000	1,000
15	0,986	0,989
30	0,945	0,945
45	0,879	0,869
60	0,792	0,778
75	0,688	0,680
90	0,574	0,558

Wzór ten wyraża klasyczną definicję współczynnika uwalniania energii prawdziwą dla szczeliny prostoliniowej z tą różnicą, że obecnie wartości względnych przemieszczeń brzegów pęknięcia na długości b nie są znane. Zmienna x , (wzdłuż odgałżenia) związana jest z lokalnym układem współrzędnych (Rys. 1). Wartości naprężeń normalnych i stycznych, uwalnianych wzdłuż powierzchni odgałżenia, są znane i zależą od wartości współczynników K_I , K_{II} i K_{III} szczeliny głównej, natomiast funkcje względnych przemieszczeń brzegów odgałżenia nie są znane (oprócz kąta $\alpha=0$) i muszą być wyznaczone metodami numerycznymi. Zagadnienie to rozwiązano obecnie dla trzech niezależnych przypadków obciążenia zdefiniowanych wcześniej i przyłożonych dostatecznie daleko od szczeliny z nadpęk-

nięciem. Unormowane wartości $G_j(\alpha)$ współczynnika $G(\alpha)$ dla odpowiednich obciążeń przedstawiono w tabelach 4, 5 i 6. Zostały one odpowiednio unormowane względem wartości $G_0(\alpha)$ dla kąta $\alpha=0$. Dla porównania zamieszczono hipotetyczne wartości unormowane $G_{jPK}(\alpha)$ wyliczone według wzorów podanych w pracy Palaniswamy i Knaussa (1972) w oparciu o lokalne współczynniki intensywności naprężenia $K_I^{(\alpha)}$, $K_{II}^{(\alpha)}$ i $K_{III}^{(\alpha)}$.

Wyniki obliczeń unormowanych współczynników $G_I(\alpha)$, $G_{II}(\alpha)$ i $G_{III}(\alpha)$ przedstawiono na Rys. 7a) – 7c).



Rys. 8. Unormowane wartości energii uwalnianej $G_j(\alpha)$ dla a) rozciągania, b) ścinania wzdłużnego i c) ścinania poprzecznego.

7. WNIOSKI

W czasie powstawania odgałęzienia w wierzchołku szczeliny głównej tworzy się ostre naroże, które po stronie wklęsłej generuje dodatkowe osobliwe pole naprężeń. Wykładnik potęgowy opisujący osobliwość wynika z równania

charakterystycznego i zależy od kąta α oraz rodzaju obciążenia.

Analiza numeryczna wykazała, że wpływ osobliwości związanej z wklęsłym narożem jest nieistotny dla małych kątów α , od 0° do ok. 45° , natomiast powyżej tej wartości oddziaływanie naroża ma istotne znaczenie zarówno przy opisie kształtu rozwarcia brzegów odgałęzienia jak i rozkładzie naprężeń.

Zasięg oddziaływania poszczególnych pojedynczych członów osobliwych, również w istotny sposób zależy od rodzaju obciążenia i wartości kąta α . Oba rodzaje osobliwości determinują lokalnie kształt względnego rozwarcia brzegów odgałęzienia. Oddziaływanie naroża nie przekracza ok. 17% długości odgałęzienia, natomiast oddziaływanie wierzchołka szczeliny jest zawsze większe i dochodzi do kilkudziesięciu procent długości odgałęzienia, zależnie od kąta α i rodzaju obciążenia. Stwierdzono, że kształt względnego rozwarcia brzegów odgałęzienia znacząco odbiega pod względem jakościowym od kształtu rozwarcia okolicy wierzchołka szczeliny prostej. Zaproponowana metoda wyznaczania współczynnika $G(\alpha)$ umożliwia uogólnienie koncepcji współczynnika uwalniania energii w sytuacji powstawania odgałęzienia w innym kierunku niż styczny do szczeliny głównej. Przeprowadzona analiza pozwoliła opisać ilościowo i jakościowo wartość energii uwalnianej w czasie powstawania odgałęzienia pod kątem α w wierzchołku szczeliny głównej, przy czym możliwe było wyznaczenie nie tylko wartości całkowitej współczynnika uwalniania energii, ale również poszczególnych jego składników $G_I(\alpha)$, $G_{II}(\alpha)$ i $G_{III}(\alpha)$.

W przypadku rozciągania maksymalna wartość G_{max} odpowiadała kątowi $\alpha=0$. Współczynnik $G_I(\alpha)$ malał monotonicznie ze wzrostem kąta pęknięcia, natomiast współczynnik $G_{II}(\alpha)$ wzrastał od zera.

W przypadku ścinania wzdłużnego szczeliny głównej, maksimum uwalnianej energii odpowiadało kątowi około 75 stopni. Wartości współczynnika $G_{II}(\alpha) < 0$ występujące w okolicy tego kąta, wynikają z całkowania iloczynu ujemnej funkcji naprężeń stycznych i dodatniej funkcji przemieszczeń.

Wartości $G_j(\alpha)$ obliczane metodą bezpośrednią, przez całkowanie iloczynu przemieszczeń i uwalnianych naprężeń, są zbliżone do ich odpowiedników obliczanych z lokalnych wartości współczynników intensywności naprężeń $K_j^{(\alpha)}$ dla wierzchołka odgałęzienia. W rozpatrywanym zakresie zmian kąta α różnice te są w zasadzie pomijalne. Dla rosnących kątów α wartości współczynników $G_I(\alpha)$, $G_{II}(\alpha)$, $G_{III}(\alpha)$ coraz bardziej odbiegają od ich odpowiedników wyliczonych z lokalnych współczynników intensywności naprężenia.

LITERATURA

1. **Boguszewski T., Molski K.** (2008), Energetyczne aspekty wzrostu szczelin rozgałęzionych, *XVI Francusko-Polskie Seminarium Mechaniki*, Instytut PBM PW, Warszawa, 13-20.
2. **Chatterjee S.N.** (1975) The stress field in the neighborhood of a branched crack in infinite elastic sheet, *Int. J. Solid Struct.*, 11.
3. **Husain M.A., Pu S.L., Underwood J.** (1974), *Strain energy release rate for a crack under combined Mode-I and II*, ASTM STP, 560, 2-28.

4. **Irwin G.R.** (1957), Analysis of stress and strains near the end of crack traversing a plate, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 24, 361-365.
5. **Ishida M., Nishino T.**, (1982) Formulae of Stress Intensity Factor of Bent Cracks in Plane Problems, *Trans. Japan Soc. Mech. Engr.*, Vol 48-430, 729-738.
6. **Murakami Y.**, ed. (1987), *Stress Intensity Factors Handbook*, Sec. 7, *Nonlinear Shaped Cracks in an Infinite Plate*, Pergamon Press, 349-372.
7. **Palaniswamy K., Knauss E.G.** (1972), Propagation of a crack under general in-plane tension, *Int. J. Fract. Mech.*, 8, 114-117.
8. **Seweryn A.** (2004), *Modelowanie zagadnień kumulacji uszkodzeń i pękania w złożonych stanach obciążeń*, Białystok, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, 2004.
9. **Sneddon I.N.** (1946), The distribution of stress in the neighborhood of crack in a elastic solid, *Proc. Roy Soc. London*, A 187, 229-260,
10. **Tada H., Paris P., Irwin G.R.** (1973), *The stress analysis of crack handbook*, Boston, Academic Press.

ANALYSIS OF STRESSES, COD AND ENERGY RELEASED RATE G FOR BRANCHING CRACKS

Abstract: Mutual interactions between two neighboring singular stress fields for branching cracks are analyzed. Using the finite element method and ANSYS program, relative crack opening and range of validity of the singular stress fields have been obtained. Some special functions were chosen for describing crack face opening, including two different singular stress field exponents. Numerical results make it possible to explain the influence and applicability of stress intensity factors for such cracks and show qualitatively additional effects and cracking conditions around the crack tip for plane and anti-plane crack problems.

WYZNACZANIE WSPÓLCZYNNIKA BEZPIECZEŃSTWA WYBRANYCH CZĘŚCI ELEKTROWNI WIATROWEJ

Tomasz CZAPLA*, Mariola JURECZKO*, Mariusz PAWLAK*

*Politechnika Śląska, Wydział Mechaniczny Technologiczny, ul. Konarskiego 18a, 44-100 Gliwice

Tomasz.Czapla@polsl.pl, Mariola.Jureczko@polsl.pl, Mariusz.Pawlak@polsl.pl

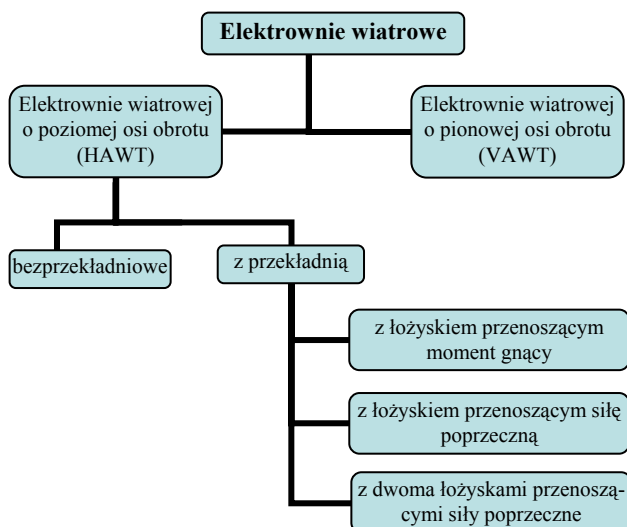
Streszczenie: Obliczenia przeprowadzono dla elektrowni wiatrowej o poziomej osi obrotu. Wartości współczynników bezpieczeństwa wybranych części wyznaczono dla wariantu obciążenia DLC 6.1, według Germanischer Lloyd. Założono warunki atmosferyczne odpowiadające I – szej klasie elektrowni wiatrowej. Po przeprowadzeniu analizy wytrzymałościowej wybranych części w programie AnSYS, na podstawie której wyznaczono maksymalne wartości bezwzględne naprężeń głównych, przystąpiono do wyznaczenia odpowiadających im współczynników bezpieczeństwa. Z uzyskanych wyników można wywnioskować, iż analizowany wspornik oraz kosz satelitów charakteryzują się wystarczającą wytrzymałością na działanie obciążeń ekstremalnych. Przedstawiona w niniejszym artykule metodyka wyznaczania zapasu wytrzymałości części konstrukcyjnych elektrowni pozwala na ocenę spełnienia przez analizowany obiekt wymagań zawartych w odpowiednich normach.

1. WPROWADZENIE

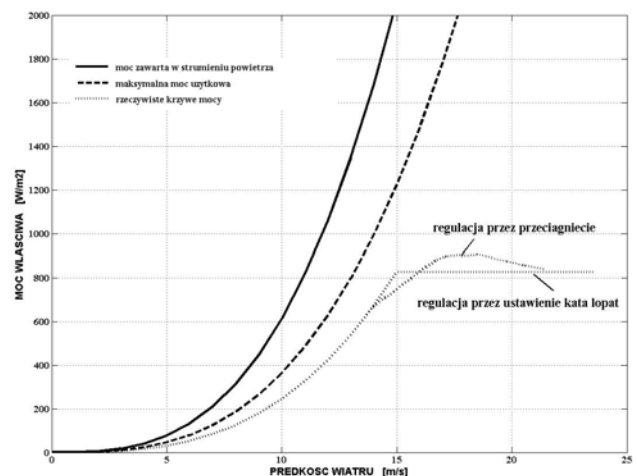
Elektrownia wiatrowa przekształca energię wiatru na energię mechaniczną na wale, aby ostatecznie wytworzyć energię elektryczną w generatorze. Jej najważniejszym elementem jest wirnik, za pośrednictwem którego dochodzi do powyższych przekształceń. Od konstrukcji i parametrów wirnika elektrowni wiatrowej zależą właściwości całej elektrowni, jak np. jej moc i prędkość obrotowa oraz jej gabaryty. W oparciu o zastosowaną konfigurację elektrowni wiatrowej dobierane są jej inne elementy konstrukcyjne, takie jak np. wirnik, przekładnia bądź jej brak, rodzaj łożysk, generator czy wysokość wieży.

Podział elektrowni wiatrowych ze względu na sposób łożyskowania przedstawiono na Rys. 1.

Elektrownie wiatrowe charakteryzowane są m.in. przez parametry pracy, takie jak moc nominalna oraz prędkości wiatru: załączania, nominalna i wyłączania. Moc użyteczna elektrowni wiatrowej zmienia się wraz ze zmianą prędkości wiatru (dwukrotnie zwiększona prędkość wiatru zwiększa moc turbiny wiatrowej ośmiokrotnie). Zależność mocy elektrowni wiatrowej od prędkości wiatru obrazuje krzywa mocy, przedstawiona na Rys. 2, będąca podstawową charakterystyką, którą należy brać pod uwagę przy planowaniu budowy elektrowni. Bardzo ważne jest, aby krzywa mocy była jak najbardziej stroma i osiągała maksimum przy jak najniższej prędkości wiatru.



Rys. 1. Podział elektrowni wiatrowych ze względu na sposób łożyskowania



Rys. 2. Krzywe obrazujące możliwości wykorzystania mocy zawartej w strumieniu powietrza

Charakterystyczne punkty krzywej mocy to:

- punkt załączenia (ang. cut –in) tj. prędkość wiatru przy której na wale pojawia się moment mechaniczny, a elektrownia zaczyna produkować energię elektryczną (zwykle od $2,5 \text{ m/s}$ do 5 m/s);
- punkt osiągania mocy nominalnej elektrowni (zwykle od 11 m/s do 15 m/s);
- punkt wyłączenia (ang. cut –off) tj. prędkość wiatru przy której układ sterowania zatrzymuje elektrownię za względu na zagrożenie uszkodzenia jej konstrukcji (zwykle od 23 m/s do 27 m/s);

Nowoczesne elektrownie wiatrowe po osiągnięciu maksimum mocy utrzymują stały, wysoki poziom produkcji energii. Zakresy prędkości wiatru dla poszczególnych stanów pracy elektrowni wiatrowej omówiono w pracy Marcinkowskiej (2003).

1.1. Metody regulacji mocy elektrowni wiatrowej

W celu optymalnego wykorzystania energii wiatru i jednocześnie zabezpieczenia elektrowni wiatrowej przed uszkodzeniem stosuje się kilka metod regulacji mocy oddawanej przez elektrownię wiatrową. Ogólnie wyróżnia się regulację aktywną, tj. zmianę kąta ustawienia łopaty bądź kierunku ustawienia gondoli elektrowni w stosunku do kierunku wiatru za pomocą siłowników, oraz regulację samoczynną, polegającą na zastosowaniu profilu płata powodującego zahamowanie wirnika przy dużych prędkościach wiatru, co opisano m.in. w pracy Hansena (2002) czy publikacji Petru (2001).

Moc generowana przez elektrownię wiatrową zależy od momentu napędowego wirnika, który z kolei zależy od wartości wektora prędkości wiatru. Jeśli wartość generowanej mocy przekroczy wartość maksymalną, to w przypadku regulacji mocy poprzez zmianę kąta ustawienia łopaty w stosunku do prędkości wiatru (ang. pitch control), wysyłany jest sygnał do mechanizmu ustawienia łopat, aby pomimo dużej wartości wektora prędkości wiatru moment napędowy wirnika został zmniejszony. W sytuacji odwrotnej mechanizm regulacji tak ustawia łopaty, aby moment napędowy wirnika wzrastał. Zazwyczaj podczas obrotu wirnika łopaty przestawiane są o ułamki stopnia. Zaletą tej metody regulacji mocy jest zmniejszenie obciążeń aerodynamicznych (co z kolei pozwala zmniejszyć masy elementów nośnych konstrukcji), precyzja, możliwość utrzymania stałej prędkości wirnika oraz większa wydajność elektrowni wiatrowej. Natomiast wadą tej metody regulacji mocy jest konieczność stosowania skomplikowanych i drogiej konstrukcji piasty wirnika, umożliwiających zmianę kąta ustawienia łopat oraz układów automatycznej regulacji.

Innym przykładem regulacji aktywnej jest metoda polegająca na zmianie kierunku ustawienia gondoli elektrowni wiatrowej w stosunku do kierunku wiatru za pomocą siłowników (ang. yaw control).

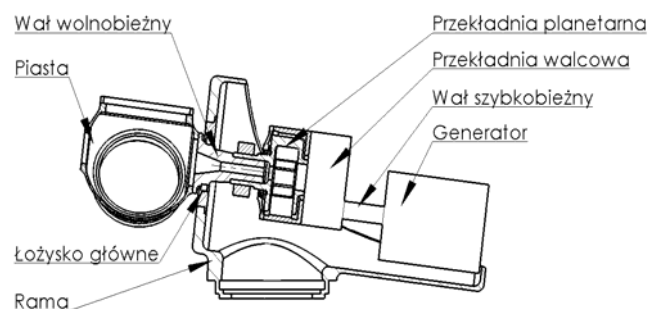
Przykładem regulacji samoczynnej jest metoda przez przeciągnięcie (ang. stall regulation) wykorzystująca naturalne zjawisko aerodynamiczne wirnika, polegające na spadku wartości siły nośnej na łopacie wraz ze wzrostem

kąta natarcia, kiedy to łopata wchodzi w zakres przeciągnięcia (utykania). Zjawisko to zachodzi wówczas, gdy przepływ laminarny powietrza nad łopata załamuje się, tzn. następuje oderwanie się strug powietrza od profilu. Łopaty projektuje się tak, aby zjawisko przeciągnięcia postępowało od jej osi obrotu. Im większa prędkość wiatru, tym większa część łopaty ulega przeciągnięciu. Zaletą tej metody regulacji jest brak układu automatycznej regulacji oraz mniej skomplikowane konstrukcje piasty wirnika (łopaty przymocowane są pod stałym kątem). Natomiast do wad tej metody zalicza się wysoki poziom hałasu i drgań łopat oraz brak możliwości ustawienia łopaty w tzw. „chorągiewkę”, gdy prędkość wiatru przekracza wartość dopuszczalną, kiedy to wirnik elektrowni powinien być zatrzymany.

Krzywe obrazujące możliwości wykorzystania energii zawartej w strumieniu powietrza dla omówionych metod regulacji przedstawiono na Rys.2.

2. PRZYJĘCIE WARIANTU OBCIĄŻEŃ PROJEKTOWYCH

Wyznaczenie wartości współczynnika bezpieczeństwa (ang. Stress Reserve Factor, w skrócie SRF) podstawowych części elektrowni, tj.: piasty, łożyska głównego, wału wolnobieżnego i szybkobieżnego, przekładni planetarnej oraz walcowej oraz generatora, które to zostały przedstawione na Rys. 3, zostało przeprowadzone dla wariantu obciążenia DLC 6.1 według Alternative (2005). Oznacza to, iż obliczenia projektowe realizowane były dla elektrowni wiatrowej w stanie zatrzymania (przestój bądź bieg jałowy) dla ekstremalnych warunków jej obciążenia związanych z warunkami atmosferycznymi.



Rys. 3. Podstawowe części konstrukcyjne elektrowni wiatrowej

Klasy elektrowni wiatrowych zdefiniowane są w kategoriach prędkości wiatru i parametrów związanych ze zjawiskiem turbulencji. W obliczeniach założono warunki atmosferyczne odpowiadające I-szej klasie elektrowni wiatrowej. A zatem przyjęto, iż prędkość wiatru, przy której układ sterowania zatrzymuje elektrownię równa się prędkości odniesienia i wynosi 50 m/s . Natomiast wartość rocznej średniej prędkości wiatru na wysokości piasty przyjęto 10 m/s .

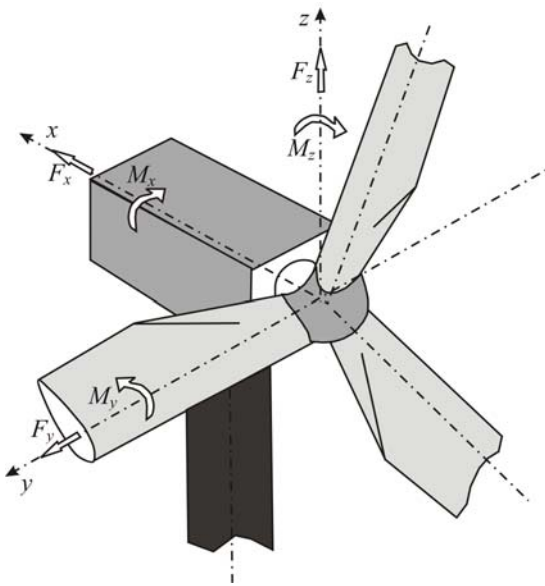
Elektrownia, dla której przeprowadzono obliczenia to elektrownia o poziomej osi obrotu typu up-wind z systemem regulacji mocy typu pitch control.

3. WYZNACZENIE OBCIĄŻEŃ PROJEKTOWYCH

Lokalne układy współrzędnych przyjęto na podstawie normy PN – IEC 61400 - 1, według Guidelines (2002).

3.1. Sposób obciążenia piasty elektrowni wiatrowej

Stały układ współrzędnych przyjęty dla określenia obciążenia piasty i jej odkształceń przedstawiono na Rys. 4. Początek tego układu pokrywa się z środkiem wirnika. Oś x pokrywa się z osią wału głównego w kierunku downwind. Oś z jest prostopadła do osi wału głównego w płaszczyźnie pionowej przechodzącej przez oś wału. Oś y jest prostopadła do osi wału głównego i skierowana poziomo na prawo, tworzą prawoskrętny układ współrzędnych. Układ ten obraca się wraz z wirnikiem elektrowni.



Rys. 4. Układ współrzędnych przyjęty dla określenia obciążenia piasty

Tab. 1. Wyznaczone wartości obciążenia piasty

	Łopata 1	Łopata 2	Łopata 3
F_x [kN]	300	-350	-150
F_y [kN]	-70	20	40
F_z [kN]	-65	80	-15
M_x [kNm]	2400	-200	-370
M_y [kNm]	-7500	5700	1700
M_z [kNm]	-80	20	-25

Podczas projektowania piasty elektrowni wiatrowej należy rozpatrywać obciążenia działające w płaszczyźnie styku kołnierza piasty z łopatami. Wówczas obciążenie to składa się z następujących wielkości:

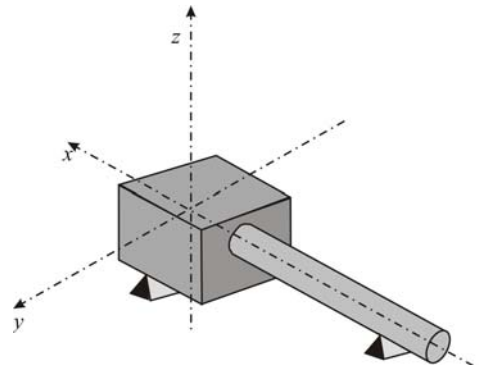
- Moment gnący działający w kierunku równoległym do lokalnej cięciwy łopaty M_y ;
- Moment zginający działający w kierunku prostopadłym do lokalnej cięciwy łopaty tj. w kierunku rozpiętości łopaty M_z ;

- Moment skręcający M_x ;
- Siła poprzeczna działająca w kierunku równoległym do lokalnej cięciwy łopaty F_y ;
- Siła poprzeczna działająca w kierunku prostopadłym do lokalnej cięciwy łopaty F_z ;
- Siła odśrodkowa działająca wzdłuż rozpiętości łopaty F_x .

Wyznaczone wartości sił i momentów na piaście, przy przyjętym wariancie obciążeń projektowych DLC 6.1, przedstawiono w Tab. 1.

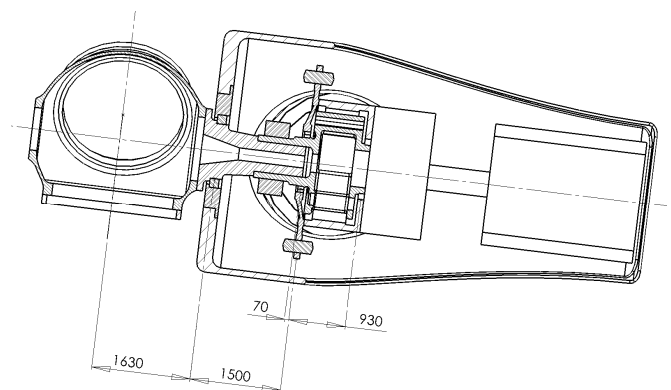
3.2. Sposób obciążenia przekładni planetarnej elektrowni wiatrowej

Stały układ współrzędnych przyjęty dla określenia obciążenia przekładni planetarnej i jej odkształceń przedstawiono na Rys. 5. Początek tego układu pokrywa się z środkiem wirnika.



Rys. 5. Układ współrzędnych przyjęty dla określenia obciążenia przekładni planetarnej

Na Rys. 6 przedstawiono wymiary rozważanych części konstrukcyjnych elektrowni wiatrowej istotne ze względu na sposób obciążenia przekładni planetarnej.



Rys. 6. Wymiary istotne ze względu na obciążenie przekładni planetarnej

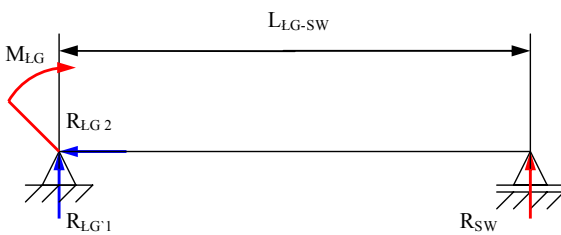
Siły oraz momenty obciążające przekładnię podano w układzie współrzędnych związanych ze środkiem łożyska głównego do miejsca utwierdzenia przekładni. Obciążenie to składa się z następujących wielkości:

- Moment gnący działający w środku łożyska głównego M_{LG} ;

- Siła poprzeczna działająca w łożysku przednim przekładni F_{PL} ;
- Siła poprzeczna działająca w łożysku tylnym przekładni F_{TL} ;
- Reakcja działająca w sworzniach wspornika R_{SW} ;
- Reakcja poprzeczna działająca w łożysku głównym R_{LG1} ;
- Reakcja wzdłużna działająca w łożysku głównym R_{LG2} .

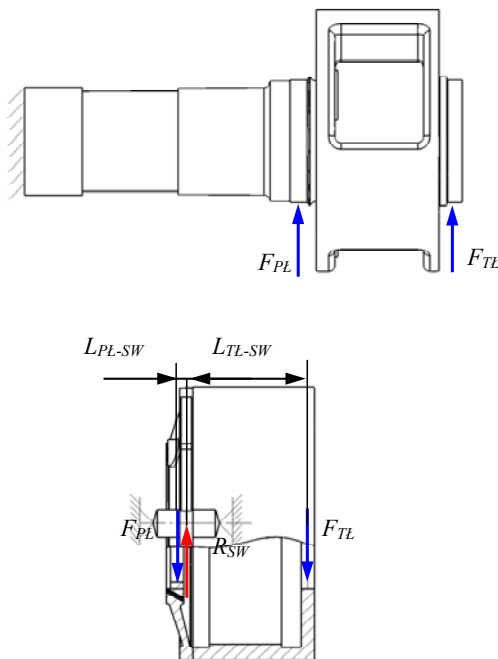
W celu określenia stanu obciążenia modelu numerycznego przekładni planetarnej wyznaczono wartości reakcji podporowych w miejscu jej utwierdzenia, traktując zespół wał - przekładnia, jako belkę sztywną.

Uproszczony schemat zespołu wał - przekładnia wraz z sposobem jego podparcia przedstawiono na Rys. 7.



Rys. 7. Sposób obliczenia reakcji w sworzniach wspornika

Natomiast na Rys. 8 przedstawiono sposób obciążenia poszczególnych części przekładni planetarnej.



Rys. 8. Sposób obciążenia komponentów przekładni

Łożysko główne, zaznaczone na Rys. 3, absorbuje siłę poprzeczną, zatem w obliczeniach wzięto pod uwagę jedynie moment działający w środku łożyska M_{LG} , rozpatrując jego składowe względem przyjętego układu współrzędnych.

Z warunków równowagi dla przypadków przedstawionych na Rys. 7 i Rys. 8 wynikają następujące zależności:

$$R_{SW} = M_{LG} / L_{LG-SW} \quad (1)$$

$$F_{PL} = R_{SW} \cdot L_{TL-SW} / (L_{PL-SW} + L_{TL-SW}) \quad (2)$$

$$F_{TL} = R_{SW} \cdot L_{PL-SW} / (L_{PL-SW} + L_{TL-SW}) \quad (3)$$

gdzie: L_{PL-SW} - odległość środka ciężkości przedniego łożyska przekładni planetarnej od środka ciężkości sworznia wspornika; L_{TL-SW} - odległość środka ciężkości tylniego łożyska przekładni planetarnej od środka ciężkości sworznia wspornika; L_{LG-SW} - odległość środka ciężkości łożyska głównego przekładni planetarnej od środka ciężkości sworznia wspornika.

Wspornik został utwierdzony w sposób naturalny, tj. zastosowano elementy sprężyste połączone ze sworzniami mocującymi. Kosz satelitów połączono z wałem, wał zaś utwierdzono w jego przedniej części (nie analizowano naprężenia w wale - dodano go jedynie w celu wiernego zadania stanu obciążenia kosza satelitów).

W Tab. 2 i 3 zestawiono wyznaczone wartości obciążeń, przy przyjętym wariancie obciążeń projektowych DLC 6.1, odpowiednio dla wspornika przekładni i kosza satelitów.

Z momentów działających względem osi z i y wyznaczono siły wypadkowe, których linie działania odchylone są od pionu pod kątem α .

Tab.2. Wyznaczone wartości obciążenia wspornika

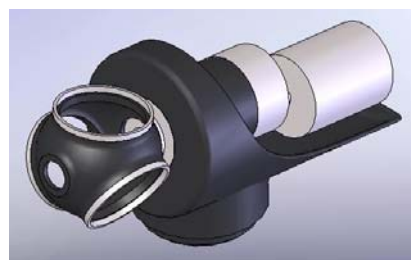
Momenty w łożysku głównym [kNm]			Wypadkowa sił poprzecznych działających w łożyskach [kN]		
M_{LGx}	M_{LGy}	M_{LGz}	F_{PL}	F_{TL}	α
-520	3600	2000	2553	192	29

Tab.3. Wyznaczone wartości obciążenia kosza satelitów

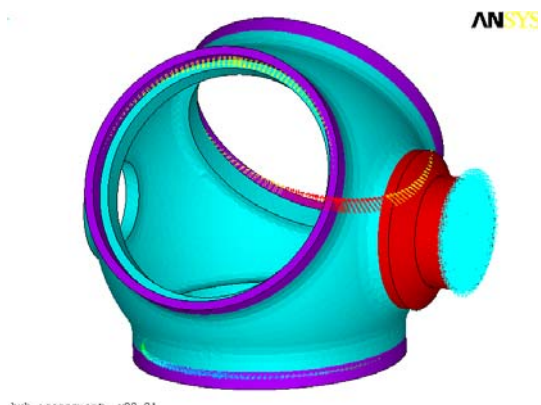
Momenty w łożysku głównym [kNm]			Wypadkowa sił poprzecznych działających w łożyskach [kN]		
M_{LGx}	M_{LGy}	M_{LGz}	F_{PL}	F_{TL}	α
3600	-330	600	425	32	61

4. MODELE NUMERYCZNE WYBRANYCH CZĘŚCI ELEKTROWNI

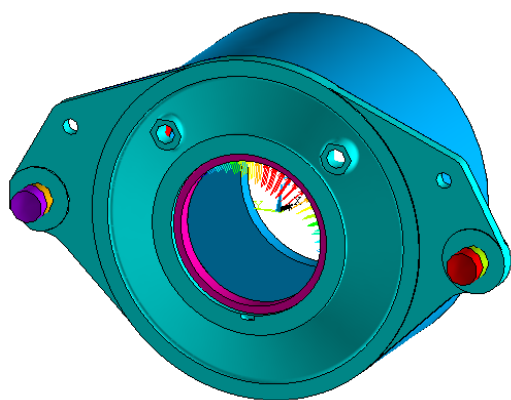
Założono własności izotropowe materiałów wybranych części konstrukcyjnych elektrowni wiatrowej. Jako materiał piasty oraz wspornika przyjęto żeliwo o gęstości 7200 kg/m^3 , module Younga $1.7e^{11} \text{ Pa}$ oraz współczynnika Poissona 0.3. Natomiast jako materiał łożysk łopat, wału głównego oraz kosza satelitów przyjęto stal o module Younga $2.1e^{11} \text{ Pa}$.



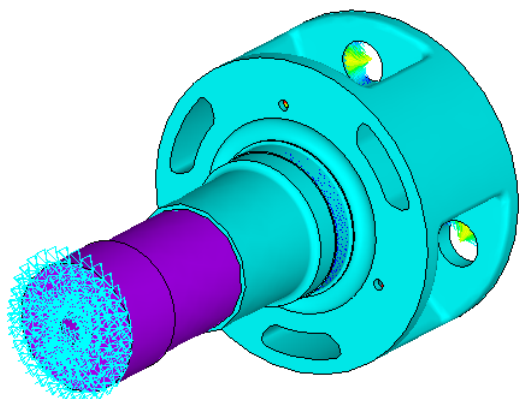
Rys. 9. Model geometryczny wybranych części konstrukcyjnych elektrowni wiatrowej



Rys. 10. Przykładowy wariant obciążeń siłami F_y , obciążeniem ciągłym na łożyskach każdej z łopat przy sztywno utwierdzonej części wału głównego



Rys. 11. Model numeryczny wspornika z zaznaczonym obciążeniem



Rys. 12. Model numeryczny kosza satelitów z zaznaczonym obciążeniem

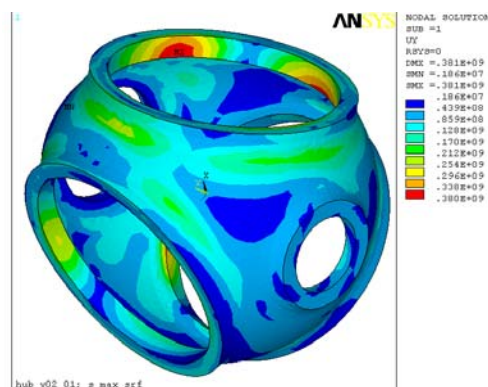
Model geometryczny rozważanych podczas obliczeń wytrzymałościowych części konstrukcyjnych elektrowni wiatrowej przedstawiono na Rys. 9.

Na Rys. 10 przedstawiono model numeryczny piasty elektrowni wiatrowej utworzony w programie AnSYS wraz z zaznaczonym przykładowym wariantem jej obciążeń. Model ten składał się z 99786 węzłów oraz 58423 elementów typu solid 92. Kolorem błękitnym oznaczono piastę wirnika, czerwonym – wał wolnobieżny, a kolorem fioletowym łożyska.

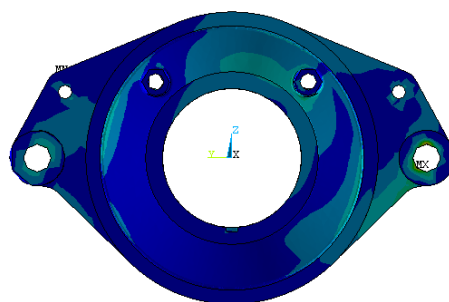
Natomiast na Rys. 11 – 12 przedstawiono modele numeryczne odpowiednio wspornika oraz kosza satelitów, utworzone w programie AnSYS wraz z zaznaczonymi obciążeniami. Model numeryczny wspornika składał się z 112555 węzłów oraz 68561 elementów typu solid 92. Natomiast model numeryczny kosza satelitów składał się z 101234 węzłów oraz 61651 elementów typu solid 92.

4. ANALIZA NUMERYCZNA WYBRANYCH CZĘŚCI ELEKTROWNI WIATROWEJ

Analiza wytrzymałościowa modelu numerycznego piasty wirnika elektrowni wiatrowej została przeprowadzona w programie AnSYS, dla kilku wariantów obciążeń DLC 6.1. Siły zadawane były jako ciśnienia wywierane na łożyska łopat. Dla każdego węzła i każdego obciążenia jednostkowego rozważano sześć składowych naprężeń: naprężenia normalne w kierunkach x -, y - i z oraz naprężenia styczne w płaszczyznach xy , xz - i yz . Wartości te wyznaczono dla każdego z analizowanych wariantów obciążeń.

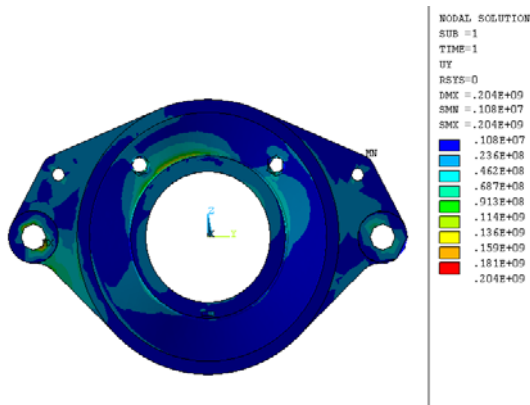


Rys. 13. Mapa maksymalnych naprężeń $|\sigma|_{\max}$ dla modelu numerycznego piasty wirnika

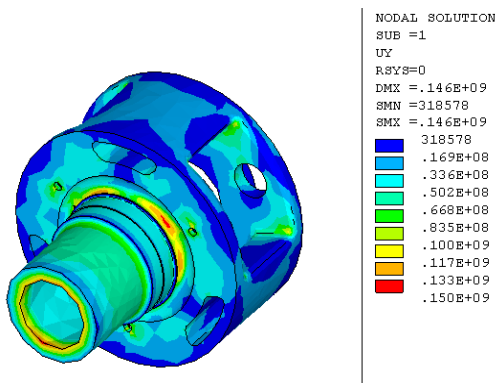


Rys. 14. Mapa maksymalnych naprężeń $|\sigma|_{\max}$ dla modelu numerycznego wspornika – widok z przodu

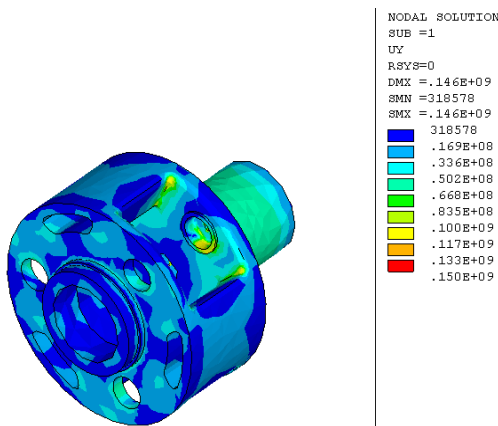
Następnie uzyskane w ten sposób wartości naprężeń, dla wszystkich rozpatrywanych wariantów obciążeń DLC 6.1 w przypadku piasty wirnika, zostały zsumowane i na tej podstawie wyznaczono naprężenia główne σ_1 , σ_2 i σ_3 . Natomiast w przypadku wspornika i kosza satelitów naprężenia główne σ_1 , σ_2 i σ_3 zostały wyznaczone bezpośrednio w programie AnSYS.



Rys. 15. Mapa maksymalnych naprężeń $|\sigma|_{max}$ dla modelu numerycznego wspornika – widok z tyłu



Rys. 16. Mapa maksymalnych naprężeń $|\sigma|_{max}$ dla modelu numerycznego kosza satelitów – widok z przodu



Rys. 17. Mapa maksymalnych naprężeń $|\sigma|_{max}$ dla modelu numerycznego kosza satelitów – widok z tyłu

Wartości naprężeń $|\sigma|_{max}$, wykorzystywane do wyznaczenia współczynnika bezpieczeństwa SRF dla rozpatrywanych części elektrowni, zostały wyznaczone poprzez wybór maksymalnych wartości bezwzględnych ze wszystkich uzyskanych wartości naprężeń głównych dla danej części konstrukcyjnej.

Na Rys. 13. ÷ rys.17 przedstawiono mapy maksymalnych naprężeń głównych $|\sigma|_{max}$ dla modeli numerycznych odpowiednio piasty wirnika, wspornika i kosza satelitów (w przypadku dwóch ostatnich przedstawiono widok z przodu i z tyłu).

Maksymalne wartości naprężeń głównych $|\sigma|_{max}$ dla

omawianych elementów zestawiono w Tab. 4 z podaniem numeru węzła, w którym wartość ta wystąpiła.

Tab.4. Wyznaczone maksymalne wartości naprężeń głównych $|\sigma|_{max}$ dla omawianych elementów elektrowni

	piasta	wspornik	Kosz satelitów
$ \sigma _{max} 10^8$ [Pa]	3,809	1,409	1,375
Nr węzła	46133	8635	9540

5. WYZNACZENIE WSPÓŁCZYNNIKA BEZPIECZEŃSTWA

Po przeprowadzeniu analizy wytrzymałościowej wybranych części konstrukcyjnych elektrowni wiatrowej, na podstawie której wyznaczono maksymalne wartości bezwzględne naprężeń głównych $|\sigma|_{max}$, przystąpiono do wyznaczenia odpowiadających im współczynników bezpieczeństwa SRF, według Guideline (2003).

Wartość współczynnik bezpieczeństwa SRF wyznacza na podstawie zależności:

$$SRF = \frac{R_e}{\gamma_f \cdot \gamma_m \cdot \gamma_n \cdot |\sigma|_{max}} \quad (4)$$

gdzie: γ_f – współczynnik zależny od przyjętego wariantu obciążeń elektrowni [-]; γ_m – współczynnik materiałowy [-]; γ_n – współczynnik określający konsekwencje awarii [-]; $|\sigma|_{max}$ – maksymalna wartość bezwzględna naprężenia głównego [MPa]; R_e – granica plastyczności dla materiału wspornika i piasty (według EN-GJS-400-18U-LT; $R_e = 220$ [MPa]); R_e – granica plastyczności dla materiału kosza satelitów (według EN-GJS-700-2U $R_e = 380$ [MPa]).

Najmniejsze wartości współczynnika bezpieczeństwa SRF wyznaczone dla węzłów modeli numerycznych analizowanych części, w których wystąpiły największe wartości naprężeń głównych $|\sigma|_{max}$ (Tab. 4), zestawiono w Tab. 5.

Tab. 5. Wyznaczone wartości współczynników bezpieczeństwa SRF dla analizowanych części

	piasta	wspornik	Kosz satelitów
SFR [-]	0,4	1,42	2,51
Nr węzła	46133	8635	9540

6. ANALIZA WYNIKÓW I WNIOSKI

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, iż analizowane części konstrukcyjne elektrowni wiatrowej charakteryzują się wystarczającą wytrzymałością na działanie obciążeń ekstremalnych.

Mała wartość współczynnika bezpieczeństwa SRF występująca w piastce wirnika elektrowni zlokalizowana jest w miejscu połączenia grubego kołnierza piasty z cienką ścianką. Sposobem na zwiększenie wartości tego współ-

czynnika bezpieczeństwa jest zaokrąglenie krawędzi oraz wykonanie łagodniejszego przejścia między kołnierzem a resztą piasty.

Uzyskane duże wartości współczynnika bezpieczeństwa SRF pozwalają na modyfikację analizowanej elektrowni, w celu osiągnięcia przez nią większej mocy. Jest to istotna cecha w przypadku nowoprojektowanych obiektów.

Wykorzystanie przedstawionej w niniejszej pracy metodyki wyznaczania zapasu wytrzymałości części elektrowni pozwala na ocenę spełnienia przez analizowany obiekt wymagań zawartych w odpowiednich normach. Wyznaczenie wartości współczynnika bezpieczeństwa SRF, z uwzględnieniem współczynników takich, jak np. współczynnik koncentracji naprężeń, współczynnik zależny od rodzaju materiału czy współczynnik zależny od rodzaju obciążenia, daje lepszy i bardziej wiarygodny obraz wytrzymałości analizowanej konstrukcji przy zadanym obciążeniu, niż np. mapy naprężeń zredukowanych itp.

Wyznaczone wartości współczynnika bezpieczeństwa SRF mówią jedynie o wytrzymałości na obciążenia maksymalne, występujące w ekstremalnych przypadkach pracy turbiny wiatrowej i nie uwzględniają zmęczenia materiału. W celu pełnej oceny trwałości elektrowni wiatrowej należałoby przeprowadzić również analizę zmęczeniową.

LITERATURA

1. **Hansen Martin O. L.** (2002), *Aerodynamics of wind turbines*, Published by James & James.
2. **Marcinkowska M.** (2003), Selection of design feature of blade of wind turbine – optimization assumption, *Proceedings of the Scientific Conference Applied Mechanics, Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej* nr 21/2003, 171 – 178.
3. **Petru T.** (2001), Modeling of wind turbines for power system studies, *Technical report no 391L*, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.
4. *Alternative interpretation of load case DLC 6.1 of IEC 61400-1 (2005)*, Edition 2 applying EN 61400-1, DWL-An-Extern-001, Rev.1.
5. *Guidelines for Design of Wind Turbines* (2002), Publication from DNV/Risø.
6. *Guideline for The Certification of Wind Turbines* (2003), Edition 2003, Germanischer Lloyd Wind Energie GmbH.
7. www.gl-group.com

ASSIGNMENT OF STRESS RESERVE FACTOR FOR CHOSEN WIND TURBINE ELEMENTS

Abstract: Calculations were performed for horizontal axis wind turbine. Stress Reserve Factors were calculated for DLC 6.1 load case according to Germanischer Lloyd. Wind conditions were assumed for I-class wind turbine. As a first step, FEM calculation with using ANSYS software was performed with maximum values of principal stresses as an output. Then, based on FEM analysis results, Stress Reserve Factors were calculated. SRF values show that analyzed torsional support and planet gear have sufficient strength for extreme loads. Methodology of safety margin evaluation presented in this paper allows to assess if the object fulfills relevant standards demanding.

DIAGNOZOWANIE OKRĘTOWEGO UKŁADU NAPĘDOWEGO Z TURBINOWYMI SILNIKAMI SPALINOWYMI

Andrzej GRZĄDZIELA*

*Akademia Marynarki Wojennej, Wydział Mechaniczno-Elektryczny, ul. inż. J. Śmidowicza 69, 81-103 Gdynia

a.grzadziela@amw.gdynia.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono propozycję metodyki oceny dynamiki okrętowego układu napędowego z silnikami turbinowymi LM 2500 z wykorzystaniem systemów DGPS i EGNOS. Rozpatrzone wytypowane parametry eksploatacyjne oraz ich powiązanie z przyspieszeniem, prędkością i drogą okrętu w stanie nieustalonym. Scharakteryzowano sposób przetwarzania i gromadzenia danych oraz omówiono powstałe przy pomiarze błędy a także przeprowadzono dyskusję nad przydatnością obu systemów dla pozycjonowania jednostki.

1. WSTĘP

Ocena stanu technicznego okrętowego układu napędowego stanowi podstawę do uzyskania niezbędnych dokumentów certyfikacyjnych zarówno przy nowo budowanych jednostkach jak i dla statków remontowanych. Próby techniczne silników realizowane są podczas pracy na uwięzi (na tzw. palu) oraz w warunkach morskich. Celem prowadzonych badań jest:

- weryfikacja podstawowych parametrów technicznych okrętu będących przedmiotem zamówienia armatorskiego;
- ocena jakości wykonanych czynności regulacyjnych i naprawczych w zakresie silników napędu głównego, pracy pędnika oraz czystości (chropowatości bezwzględnej) kadłuba okrętowego;
- zdolności układu napędowego do krótkotrwałej pracy przy przeciążeniu.

Przedstawione zadania realizowane są w ustalonych stanach obciążeń. Próby stoczniove na uwięzi są praktycznie tylko pomiarami testowymi mającymi na celu sprawdzenie i dopuszczenie jednostki do prób morskich. Badania w morzu są wykonywane na otwartych akwenach lub na tzw. mili pomiarowej. Prowadzone pomiary w kursie i kontrkursie mają na celu określenie maksymalnej trwałej prędkości przy jednoczesnym sprawdzeniu zakresu parametrów eksploatacyjnych elementów transmisji momentu obrotowego. Badania są często obciążone dużymi błędami wynikającymi z tolerancji przyrządów pomiarowych. Innym problemem jest brak jednoznacznie identyfikujących stan techniczny elementów układu napędowego procedur dla oceny pracy jednostki w stanach nieustalonych. Zakres badań zdawczych obejmuje zagadnienia zmian parametrów technicznych silników w zakresie tzw. pola parametrów kontraktowych przy jednoczesnej kontroli rozwinięcia przez silnik lub silniki kontraktowej mocy ciągłej – rysunek 1.

2. ANALIZA PARAMETRÓW EKSPLOATACYJNYCH OKRĘTOWEGO UKŁADU NAPĘDOWEGO

Przedstawiona na rysunku 1 charakterystyka pracy silnika turbinowego jest dokumentem na podstawie, którego dokonuje się oceny stanu technicznego silnika w stanach ustalonych. Moment i moc zapotrzebowaną przez pędnik śrubowy można określić w postaci zależności (Charchalis, 2001; Wojnowski, 1998):

$$M = k_M \cdot \rho \cdot n_{WS}^2 \cdot D^5 \quad (1)$$

$$N_S = 2 \cdot \pi \cdot M \cdot n_{WS} = 2 \cdot \pi \cdot k_M \cdot \rho \cdot n_{WS}^3 \cdot D^5 \quad (2)$$

gdzie: k_M – bezwymiarowy współczynnik momentu; ρ – gęstość wody (dla Bałtyku Południowego $\rho=1025$ kg/m³); D – średnica śruby [m]; M – moment zapotrzebowany [Nm]; N_S – moc na stożku śruby [W], n_{WS} – prędkość obrotowa śruby [obr/s].

Zakładając wstępnie, że śruba ma stałą średnicę $D = idem$ oraz że pracuje w ośrodku o stałej gęstości, należy zauważyć, że moment zapotrzebowany przez pędnik zależy od kwadratu prędkości obrotowej n_{WS} oraz bezwymiarowego współczynnika momentu k_M , który z kolei zależy od bezwymiarowego współczynnika posuwu określonego jako:

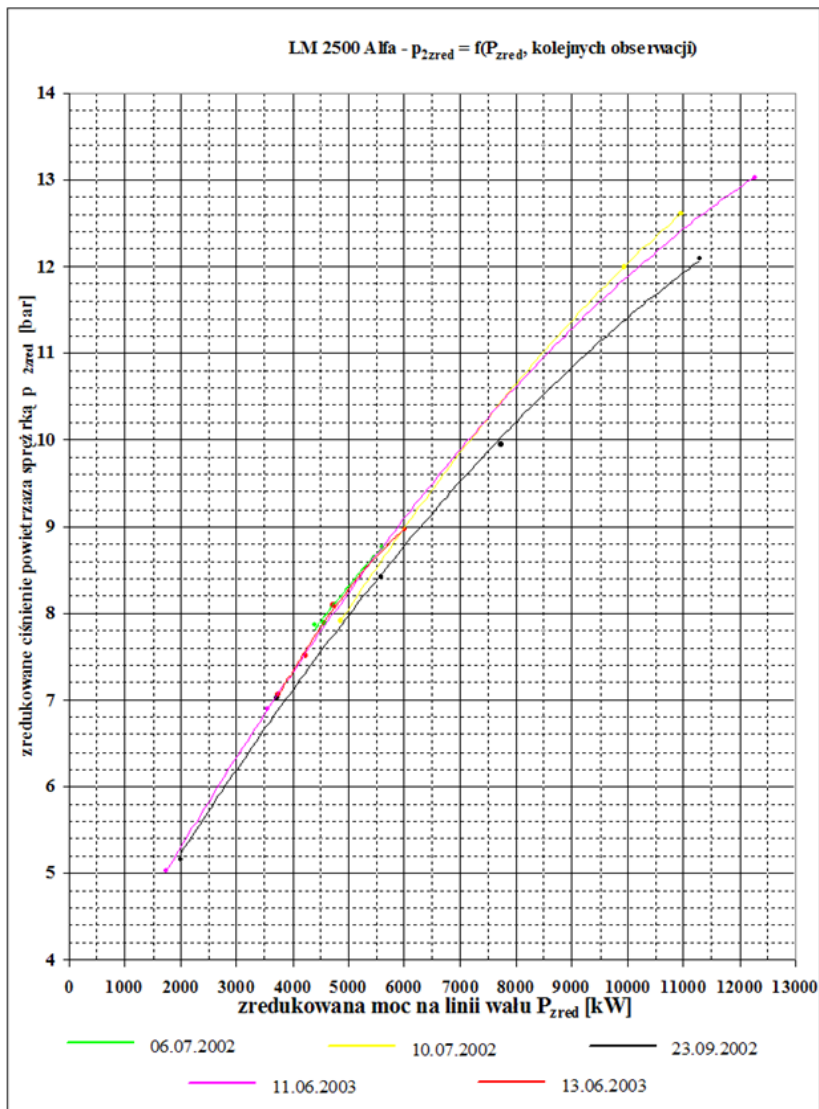
$$J = \frac{v_p}{D \cdot n_{WS}} \quad (3)$$

gdzie: v_p – postępową prędkość śruby względem wody.

Badania eksperymentalne dowiodły, że w stanach ustalonych dla podobnych wyporności kadłuba oraz przy podobnych warunkach pogodowych iloraz v_p/n_{WS} jest prawie niezmienny, co w analizie stanów ustalonych skutkuje twierdzeniem, że przy stałej prędkości pływania można przyjąć uproszczenie, że $J=idem$ oraz $k_M = idem$ – rysunek 2 (Kruppa, 1976). Należy jednak zauważyć, że większość kolizji morskich następuje w trakcie manewrowania, a więc poza stanami ustalonymi. Zatem modelowanie oraz badania

morskie zachowania się układu kadłub – silnik – śruba w stanach nieustalonych pozwalają nie tylko na weryfikację przyjętych uproszczeń, ale przede wszystkim skutkować mogą prognozowaniem zachowania się jednostki podczas

awaryjnych manewrów np. CAŁA NAPRZÓD – CAŁA WSTECZ, a także umożliwić mogą obserwację charakterystycznych parametrów diagnostycznych w procesie akceleracji i deceleracji.



Rys. 1. Przykładowe pole pracy okrętowego silnika turbinowego

Procesy zwiększania prędkości pływania okrętów odbywają się zawsze przy włączonym napędzie śruby i dlatego niezależnie od rozwiązań konstrukcyjnych analiza procesu może być podobna. Po uwzględnieniu zależności (1) i (2) równania dynamiki ruchu okrętu przyjmą postać:

$$(m + \Delta m) \frac{dv}{dt} = \sum_{i=1}^k T_{ei} - R(v) \sum_{i=1}^k M_i = \sum_{i=1}^k (M_s + M_t) \quad (4)$$

gdzie: R – opór okrętu, T_e – napór pędnika, M_s – moment silnika/ów napędu głównego, M_t – moment oporowy (występują ze znakiem minus); m – masa okrętu, Δm – masa wody towarzyszącej.

Dla przyspieszania okrętu powinna występować nadwyżka rzeczywistej siły naporu nad wielkością oporu pływania w stanie ustalonym. Z kolei wielkość siły naporu (5) zależy od zapotrzebowanego momentu śruby, który przedstawia zależność (1).

$$T = k_T \cdot \rho \cdot n_{ws}^2 \cdot D^4 \quad (5)$$

Dla śrub o skoku ustalonym wzrost prędkości pływania może być realizowany tylko poprzez zwiększenie prędkości obrotowej silnika napędowego i tym samym prędkości obrotowej śruby, co uzyskuje się to poprzez zwiększenie ilości paliwa dostarczanego do silnika w jednostce czasu. Im większy będzie nadmiar rzeczywistej siły naporu śruby T_e wobec wielkości oporu pływania R , tym krótsze będą czasy oraz drogi manewru – rysunek 3. Aby określić wielkości liczbowe analizowanych parametrów przedstawiono je w postaci analitycznej. Posłużono się pierwszym z równań (4) uwzględniając, że:

$$(m + \Delta m) \frac{dv}{ds} = \sum_{i=1}^k T_{ei} - R(v) \quad (6)$$

Równanie (6) po scałkowaniu w przedziale prędkości, tzn. równanie procesu przyspieszania od v_1 do v_2 , przyjmie postać:

$$(m + \Delta m) \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \int_{v_1}^{v_2} (\sum T_e - R) ds. \quad (7)$$

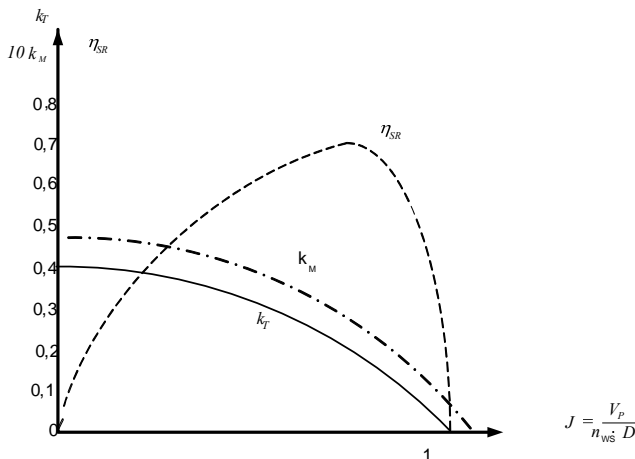
Z równania (7) wynika, że w czasie przyspieszania statku, akumulowana przez niego energia kinetyczna ruchu wzrasta kosztem nadmiaru siły naporu śrub $\sum T_e$ wobec wielkości jego bieżącego oporu R . Czas manewru w funkcji naporu śrub napędowych można uzyskać z pierwszego z równań (4). Jest to czas przyspieszania od prędkości v_1 do v_2 . Po przekształceniu otrzymano:

$$dt = (m + \Delta m) \frac{dv}{\sum T_e - R}, \quad t = (m + \Delta m) \cdot \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{\sum T_e - R}. \quad (8)$$

By uzyskać wielkość drogi manewru pomnożono pierwsze z równań (8) przez prędkość pływania v . Uzyskano w ten sposób drogę przebytą przez okręt w czasie przyspieszania go od prędkości v_1 do v_2 . Po dalszych przekształceniach uzyskano:

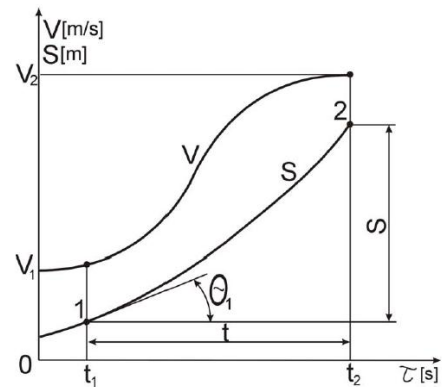
$$ds = v \cdot dt = (m + \Delta m) \frac{v \cdot dv}{\sum T_e - R}. \quad (9)$$

$$s = (m + \Delta m) \cdot \int_{v_1}^{v_2} \frac{v \cdot dv}{\sum T_e - R}$$

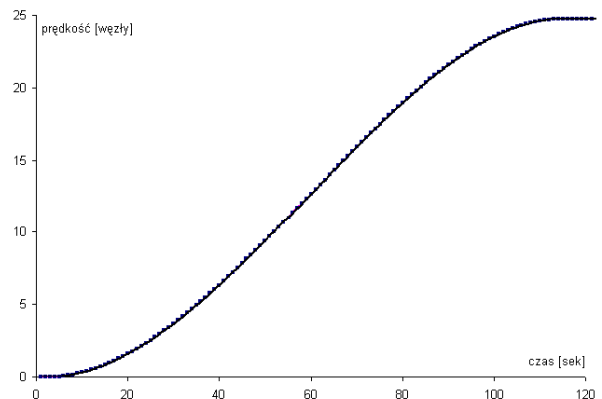


Rys. 2. Charakterystyka hydrodynamiczna śruby swobodnej, gdzie: η_{SR} – sprawność pędnika, v_p – prędkość postępową śruby okrętowej, J – współczynnik posuwu, n_{WS} – prędkość obrotowa wału śrubowego, D – średnica śruby okrętowej, k_M – współczynnik momentu, k_T – współczynnik naporu

Analizując równania (8) i (9) należy zauważyć, że w badaniach eksperymentalnych najważniejszym czynnikiem, mającym wpływ na jakość otrzymanych wyników jest możliwość dokładnego określenia parametrów ruchu kadłuba. Znajomość charakterystyk hydrodynamicznych śruby oraz program obliczeń oporu całkowitego pozwala na wyznaczenie charakterystyk napędowych dla stanów nieustalonych. Tak, więc zarówno dla potrzeb modelowania jak i dla badań morskich podstawową potrzebą jest dokładna informacja o chwilowej pozycji środka ciężkości okrętu, którą może zapewnić system GPS lub jego wersje różnicowe.



Rys. 3. Podstawowe zależności i parametry zwiększania prędkości okrętu



Rys. 4. Zmiany prędkości postępowej okrętu

3. ANALIZA PRZYDATNOŚCI SYSTEMÓW DGPS I EGNOS DLA DYNAMICZNEGO POZYCJONOWANIA JEDNOSTKI

Powszechność wykorzystania systemu GPS w szeroko rozumianej nawigacji zapewnia uzyskiwanie dokładności określenia pozycji na poziomie 13m ($p=0.95$) w płaszczyźnie horyzontalnej (Cydejko i Oszczak, 2003; Gautier i inni, 2005). Większość współczesnych odbiorników GPS wykorzystywanych w nawigacji morskiej umożliwia korektę pozycji poprzez wykorzystanie pomiarów różnicowych, zapewniających zwiększenie dokładności. Z tego względu w ramach badań podjęto próbę oceny, polegającą na porównaniu dokładności wyznaczenia współrzędnych pozycji dla dwóch rozwiązań różnicowych systemu GPS możliwych do zastosowania w procesie pomiaru parametrów ruchu okrętu, niezbędnych do wyznaczenia charakterystyk napędowych, na obszarze Bałtyku Południowego, tj:

- różnicowy system DGPS wykorzystujący stację referencyjną Rozewie (301KHz),
- Europejski Geostacjonarny Satelitarny System Wspomagania Nawigacyjnego EGNOS wykorzystujący korekty różnicowe transmitowane przez łącze satelitarne.

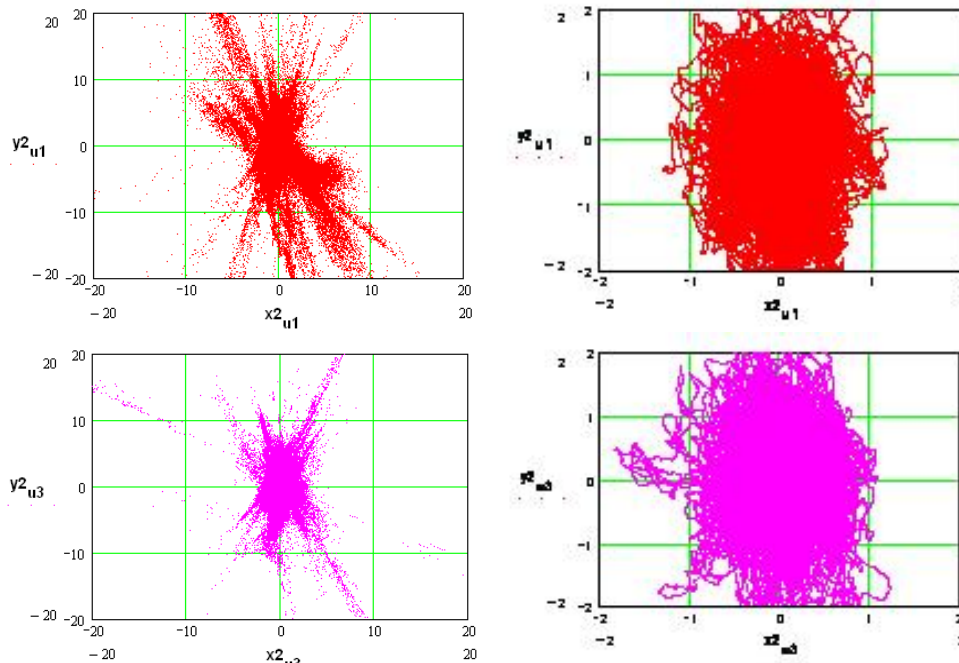
Dla oceny dwóch rozwiązań różnicowych GPS: DGPS LF/MF oraz EGNOS i możliwości ich zastosowania dla oceny charakterystyk napędowych przeprowadzono dwutygodniową kampanię pomiarową, której postawiono następujące cele:

- określenie horyzontalnej dokładności wyznaczenia pozycji przez system EGNOS w długotrwałej sesji pomiarowej.
- w oparciu o równoległe pomiary DGPS LF/MF dokonanie analizy porównawczej pomiędzy systemem EGNOS oraz rozwiązaniem DGPS wykorzystującym referencyjne stacje morskie celem ustalenia optymalnego rozwiązania pozycyjnego dla pomiarów charakterystyk napędowych (Gautier i inni, 2001; Global Positioning System Standard Positioning Service).

Punkt referencyjny dla odbiorników EGNOS oraz DGPS wyznaczono na maszcie portu handlowego w Gdyni. Podstawowe założenia pomiarowe obejmowały: długość sesji pomiarowej – 2 tygodnie (ok. 2.5 mln. pomiarów), L1-pomiary kodowe, minimalna wysokość topocentryczna >5 deg, parametry sygnału: SS/SNR 40/19, PDOP <10 deg, HDOP <6 deg. Rejestracji dokonano z wykorzystaniem standardu NMEA-0183, depeza GGA co 1 s, z następującymi parametrami: przepływość binarna -4800 bodów, 8 bitów danych (bit 7=0, najbardziej znaczący bit = 0), bez kontroli parzystości, 1 bit stopu, logicznej „1” odpowiada

napięcie od -15V do 0.5V, logicznemu zeru odpowiada napięcie od +4V do 15V. Dla realizacji tej transmisji używano 9-cio stykowe złącze RS 232C. Przykładowe wyniki pomiarów zobrazowano w formie graficznej na rysunku 6.

W tabeli 1 zestawiono wartości statystyk błęd określenia pozycji dla obu analizowanych systemów. Nadmienić w tym miejscu należy, że dodatkowo prezentowaną miarą jest błąd pozycji z $p=0.95$ obliczony z populacji. W wyniku badań stwierdzono, że dla pomiaru współrzędnych pozycji – niezbędnych dla wyznaczenia przebytej drogi, system DGPS wykorzystujący stację referencyjną w Rozewiu zapewnia utrzymanie dokładności pomiaru przebytej drogi poniżej 2m ($p=0.95$) przy dostępności 99.9967% (1.999.934 wyznaczeń, na 2.000.000 możliwych). Natomiast wykorzystanie systemu EGNOS dla przeprowadzonych badań jest niewskazane, bowiem pomimo zadawalającej dokładności określenia pozycji dostępność systemu wyniosła 88.7266 % (1.774.532 wyznaczeń, na 2.000.000 możliwych).



Rys. 6. Rozkład pozycji względem wartości oczekiwanej systemu EGNOS (lewa kolumna) i DGPS (prawa kolumna) w czasie kampanii pomiarowej

Przeprowadzone badania wykazały, że system DGPS wykorzystujący lokalne stacje referencyjne może być z powodzeniem stosowany dla wyznaczania przebytej drogi podczas wyznaczania charakterystyk napędowych jednostek, gwarantując przy tym bardzo wysoką dostępność serwisu.

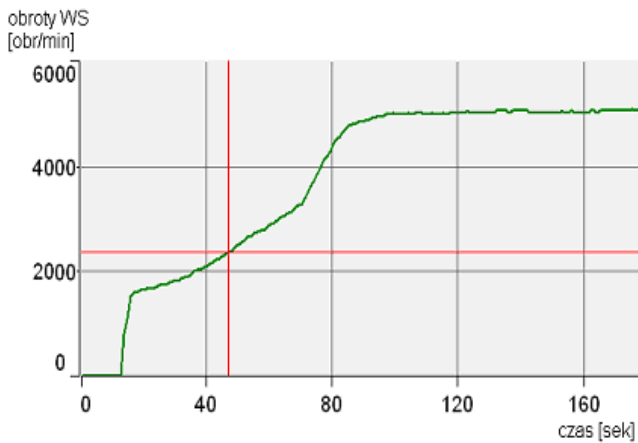
Badania pilotażowe przeprowadzono na okrętach podczas rutynowych badań diagnostycznych silników napędu głównego. Program badań obejmował:

- pomiar parametrów układu napędowego;
- pomiar przyrostu prędkości kadłuba;
- pomiar przebytej drogi wg. wskazań odbiornika DGPS.

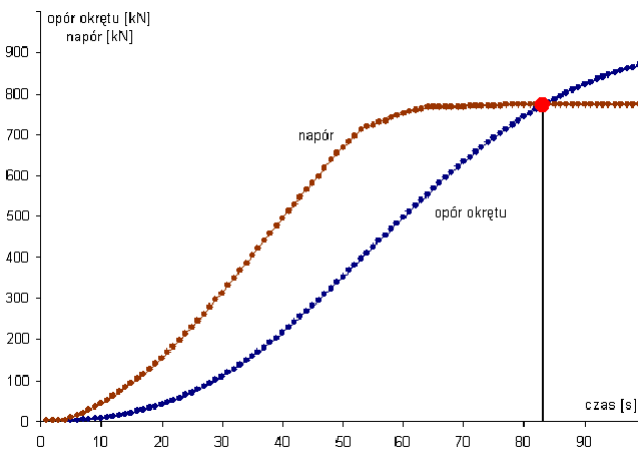
Przeprowadzenie pomiaru czasu ruszania okrętu z miejsca wykonano dwukrotnie, aż do momentu osiągnięcia przez okręt prędkości 25 węzłów. W związku z tym, że częstotliwość pomiarów systemu DGPS wynosiła $f=1$ Hz, wystąpić mógł błąd odczytu faktycznej pozycji okrętu. Przy obliczeniu przebytej drogi dokonano korekcji pozycji o przemieszczenie 10,5 m. Na podstawie wyników pomiarów sporządzono wykres zmian prędkości postępowej okrętu oraz wykres zmian prędkości obrotowej wału turbiny napędowej w zależności od czasu – rysunek 7, a także zmianę wartości oporu i naporu w funkcji czasu – rysunek 8.

Tab. 1. Analiza porównawcza dokładności określenia pozycji w płaszczyźnie horyzontalnej systemów DGPS LF/MF oraz EGNOS

Numer pomiaru	DGPS			Numer pomiaru	EGNOS		
	rms (p=0.65) [m]	2rms (p=0.95) [m]	95 % z populacji [m]		rms (p=0.65) [m]	2rms (p=0.95) [m]	95 % z populacji [m]
000001-500.000	0.8824	10.76	1.6171	000001-500.000	4.6205	9.2411	9.3202
500.001-999.999	0.8566	10.71	1.6146	500.001-999.999	4.1557	8.3114	7.4831
1.000.000-1.500.000	0.8335	10.66	1.5562	1.000.000-1.500.000	1.8219	3.6439	3.1172
1.500.001-2.000.000	0.8615	10.72	1.6084	1500001-1.700.000	3.5034	7.0069	5.9393
Σ	0,8587	0.717	1.6021	Σ	3.7120	7.4240	6.6970



Rys. 7. Zmiany prędkości obrotowej wału turbiny napędowej



Rys. 8. Zależność prędkości obrotowej wału turbiny od prędkości postępowej okrętu

4. WNIOSKI

Zastosowanie analiz parametrów eksploatacyjnych w stanach nieustalonych ma wiele ograniczeń oraz narzuca rygorystyczne wymogi powtarzalności badań. Użytkowane systemy pomiarowe mogą współcześnie podolać powyższym wymaganiom a uzyskane wyniki mogą stanowić doskonałą platformę nowych, kompleksowych badań diagnostycznych nie tylko okrętowego układu napędowego, ale także urządzeń sterowych, nawigacyjnych itp. Przed-

stawione wyniki analiz i badań pilotażowych stanowią podstawę dla wdrożenia pomiarów wszystkich parametrów eksploatacyjnych w stanach nieustalonych dla potrzeb okrętowego, wielosymptomowego systemu diagnostycznego.

LITERATURA

1. **Charchalis A.** (2001), *Opory okrętów wojennych i pędniki okrętowe*, AMW, Gdynia.
2. **Cydejko J., Oszczak S.** (2003), The Maritime Tests of EGNOS System Test Bed (ESTB) Performance in Poland, *11th IAIN World Congress Proceedings* Berlin.
3. **Gauthier L., P. Michel P., Ventura-Traveset J., Benedicto J.** (2001), EGNOS: The First Step in Europe's Contribution to the Global Navigation Satellite System, *ESA bulletin*, No 105.
4. **Gauthier L., Ventura-Traveset J., Toran F., Lathievant Ch., Bedu J.** (2005), EGNOS Operations and Their Planned Evolution, *ESA bulletin*, No 124.
5. **Kruppa C.** (1976), Practical aspects in the design of high speed small propellers, *Int. Shipbuilding Progress*, Vol. 23, Nr. 268.
6. **Wojnowski W.** (1998), *Okrętowe silownie spalinowe – cz. I*, AMW, Gdynia.
7. *Global Positioning System Standard Positioning Service, Performance Standard*, Assistant Secretary of Defense, 2001.

DIANOSING OF COMBINED COGAG TYPE SHIPS POWER PLANT

Summary: The paper presents a proposal method of diagnosing dynamics of ships combined propulsion system with gas turbine engines LM 2500 type with the use of DGPS and EGNOS systems. Two operational parameters were considered according acceleration, speed and distance of the ship during non-steady state. Methods of collecting and processing of measurement data were characterized, moreover calculated errors were presented as well. The discussion about helpfulness of both systems for positioning of vessel finalized the paper.

WYZNACZANIE PARAMETRÓW ODPORNOŚCI NA PĘKANIE MATERIAŁÓW QUASI-KRUCHYCH NA PRÓBKACH CYLINDRYCZNYCH Z KARBAMI

Andrzej KAZBERUK*

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

a.kazberuk@pb.edu.pl

Streszczenie: Zaproponowano metodę wyznaczania krytycznego współczynnika intensywności naprężeń materiału na ścisanych próbkach o przekroju kołowym z centralnie umieszczonym otworem w postaci rombu. Proces zniszczenia próbki postępuje od wierzchołka karbu typu V. Znając wartość obciążenia niszczącego oraz standardowe stałe materiałowe oblicza się krytyczny współczynnik intensywności naprężeń wykorzystując odkształceniowe kryterium pękania oparte na modelu Dugdale'a. Zagadnienie koncentracji naprężeń w otoczeniu wierzchołków otworu rozwiązano metodą osobliwych równań całkowych.

1. WPROWADZENIE

Zastosowanie metod liniowej mechaniki pękania do analizy procesów zniszczenia elementów konstrukcji betonowych i żelbetowych ma ponad półwieczną historię. Obszerny i aktualny przegląd dokonań w tej dziedzinie zawierają prace Brandta (1979) i kompendium *Comprehensive Structural Integrity* (2003).

Podstawowym parametrem materiałowym w mechanice pękania jest krytyczny współczynnik intensywności naprężeń wyznaczany doświadczalnie na próbkach ze szczelinami. W przypadku metali procedura określania tego parametru jest znormalizowana i powszechnie stosowana. Proces pękania zaczyna się w tym przypadku, od szczeliny inicjowanej zmęczeniowo. Dla materiałów kruchych takich jak beton, ceramika czy skały uzyskanie szczeliny początkowej o ściśle określonych parametrach jest trudne. Zazwyczaj, wytwarza się je na etapie formowania próbki (Golewski, Sadowski 2006). Uzyskuje się w ten sposób szczeliny o dość znacznej (2-3 mm) szerokości i promieniu zaokrąglenia wierzchołka. Tym samym, wymiary całej próbki belkowej muszą być duże, co podnosi koszty badań. Ostatnie zalecenia RILEM (*Comprehensive* 2003) dopuszczają wyznaczanie krytycznego współczynnika intensywności naprężeń na rozłupywanych próbkach prostopadłościennych i cylindrycznych ze szczeliną wycinaną za pomocą pił diamentowych.

W pracy zaproponowano metodę wyznaczania krytycznego współczynnika intensywności naprężeń materiału na ścisanych próbkach o przekroju kołowym z centralnie umieszczonym otworem w postaci rombu. Proces zniszczenia próbki postępuje w tym przypadku od wierzchołka karbu typu V, a nie jak ma to miejsce w podejściu klasycznym, od wierzchołka szczeliny. Znając wartość obciążenia niszczącego oraz standardowe stałe materiałowe oblicza się krytyczny współczynnik intensywności naprężeń wykorzy-

stując odkształceniowe kryterium pękania (Savruk i inni, 2003) oparte na modelu Dugdale'a (1960).

Wybór kształtu koncentratora naprężeń w postaci otworu wynika ze studialnego charakteru pracy i chęci porównań obliczanych wartości współczynników intensywności naprężeń, dla niektórych wartości kąta rozwarcia ramion rombu, z opublikowanymi (Noda i in. 1996, Savruk 1988). Prezentowane podejście może być z powodzeniem zastosowane do analizy procesu pękania w otoczeniu dowolnych symetrycznych koncentratorów naprężeń, w tym korbów ostrych i zaokrąglonych osłabiających przekrój próbki.

2. ZALEŻNOŚĆ POMIĘDZY WSPÓŁCZYNNIKAMI INTENSYwnOŚCI I KONCENTRACJI NAPRĘŻEŃ DLA KARBÓW OSTRYCH I ZAOKRĄGLONYCH

Wielkość naprężeń w wierzchołku karbu o kącie rozwarcia 2β zaokrąglonego krzywą o małym promieniu ρ określa wzór

$$\sigma_{\max} = R_I K_I^V \rho^{-\lambda} / \sqrt{2\pi} \quad (1)$$

gdzie K_I^V to uogólniony współczynnik intensywności naprężeń dla odpowiedniego karbu ostrego, a R_I nazywany jest współczynnikiem wygładzenia naprężeń (Benthem 1987). Wykładnik osobliwości λ przyjmuje się jako najmniejszy dodatni pierwiastek równania charakterystycznego

$$(1 - \lambda) \sin 2\alpha + \sin(2\alpha(1 - \lambda)) = 0, \quad \alpha = \pi - \beta. \quad (2)$$

Zależność parametru λ od kąta β również można aproksymować funkcją (Savruk, Kazberuk 2009):

$$\lambda \approx 1,247 \cos \beta - 1,312 \cos^2 \beta + 0,8532 \cos^3 \beta - 0,2882 \cos^4 \beta, \quad (3)$$

W pracy (Savruk i Kazberuk 2006) zaproponowano formułę aproksymacyjną do wyznaczania wartości współczynnika wygładzenia naprężeń R_I . Wzór dotyczy karbów zaokrąglonych łukiem kołowym i umożliwia oszacowanie R_I z błędem nie przekraczającym 0.4% dla dowolnego β . Uwzględniając niewielkie zmiany wprowadzone w pracy (Savruk i Kazberuk 2009) zależność ta ma postać następującą:

$$R_I = \frac{1 + 28,75\gamma + 98,04\gamma^2 - 102,1\gamma^3 + 47,4\gamma^4 - 8,465\gamma^5}{1 + 20,71\gamma} \quad (4)$$

gdzie $\gamma = \pi/2 - \beta$.

Wzory postaci (1) publikowało wielu autorów, m. in. Creager i Paris (1967), Neuber (1977), Benthem (1987), Lazzarin i Tovo (1996), obliczając wartości współczynnika wygładzenia naprężeń bądź jego analogów. W celu rozwiązania zagadnienia własnego na drodze analitycznej bądź numerycznej, odwzorowywano kształt nieskończonego klina wykorzystując różne krzywe gładkie mające w otoczeniu wierzchołka zmienny promień krzywizny (karby paraboliczne, hiperboliczne). W pracach Savruka i Kazberuka (2006, 2007) wykazano, że wielkość koncentracji naprężeń w wierzchołku rozrywanego symetrycznego karbu zależy od kształtu karbu w otoczeniu wierzchołka. Zatem określenie jednoznacznej zależności $R_I(\beta)$ możliwe jest jedynie dla ściśle określonej geometrii karbu. Słuszność takiego podejścia została udokumentowana w pracach Savruka i Kazberuka (2007, 2008).

3. KONCENTRACJA NAPRĘŻEŃ W WIERZCHOŁKU OTWORU ROMBOWEGO W ŚCISKANEJ PRÓBKCE WALCOWEJ

Rozważa się próbkę o przekroju kołowym osłabioną centralnie umieszczonym otworem o kształcie rombu (Rys. 1). Wierzchołki otworu są zaokrąglone łukami kołowymi o promieniu ρ . Stosunek wielkości promienia zaokrąglenia karbu do połowy rzutu długości rombu na oś x określa parametr $\varepsilon = \rho/l$. Stosunek wielkości otworu do promienia próbki R oznaczono jako $\gamma = l/R$. Zakłada się, że brzeg otworu (gładki kontur L) jest wolny od obciążeń zewnętrznych. Próbkę poddana jest działaniu równoważących się sił P przyłożonych wzdłuż średnicy walca. Siły te wywołują w wierzchołku A otworu koncentrację naprężeń rozciągających. Ze względu na wymaganą dokładność wyznaczenia wielkości naprężeń na brzegu analizowanego obszaru, obliczenia przeprowadzono metodą osobliwych równań całkowych (Savruk 1981).

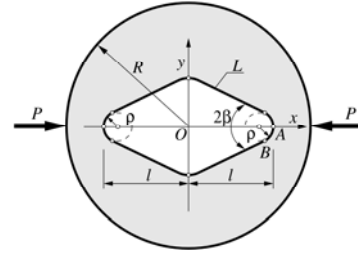
Zespolone potencjały naprężeń (Muskhelishvili 2003) zagadnienia brzegowego zapisano w postaci

$$\Phi_*(z) = \Phi_0(z) + \Phi(z), \quad \Psi_*(z) = \Psi_0(z) + \Psi(z), \quad (4)$$

gdzie potencjały

$$\Phi_0(z) = -\frac{\gamma}{2\pi} \frac{P}{l} \frac{R^2 + z^2}{R^2 - z^2}, \quad \Psi_0(z) = \frac{2\gamma}{\pi} \frac{P}{l} \frac{R^4}{(R^2 - z^2)^2}$$

opisują jednorodne pole naprężeń w ściskanym obszarze kołowym, a funkcje $\Phi(z)$ i $\Psi(z)$ określają poszukiwane zaburzenie naprężeń wywołane obecnością otworu L . Warunek graniczny na konturze karbu przyjmuje postać



Rys. 1 Otwór rombowy w obszarze kołowym

$$\sigma_n + i\tau_{ns} = p(t) = -\left\{ \Phi_0(t) + \overline{\Phi_0(t)} + \frac{dt}{dt} \left[t \overline{\Phi'_0(t)} + \overline{\Psi_0(t)} \right] \right\}, \quad t \in L \quad (5)$$

Przedstawienie całkowe rozwiązania zadania granicznego zapisano w postaci (Savruk 1981)

$$\Phi(z) = \frac{1}{\pi} \int_L \left[f_1(t, z) g'(t) dt + f_2(t, z) \overline{g'(t) dt} \right]$$

$$\Psi(z) = \frac{1}{\pi} \int_L \left[h_1(t, z) g'(t) dt + h_2(t, z) \overline{g'(t) dt} \right]$$

gdzie

$$f_1(t, z) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{t-z} + \frac{\bar{t}}{z\bar{t}-R^2} \right], \quad f_2(t, z) = \frac{z(\bar{t}-R^2)(z\bar{t}-2R^2)}{2R^2(z\bar{t}-R^2)^2},$$

$$h_1(t, z) = \frac{1}{2} \left[-\frac{\bar{t}}{(t-z)^2} + \frac{\bar{t}^3}{(z\bar{t}-R^2)^2} \right],$$

$$h_2(t, z) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{t-z} + \frac{\bar{t} \left[4R^4 - 3R^2 \bar{t}(z+t) + z\bar{t}^2(z+t) \right]}{(z\bar{t}-R^2)^3} \right].$$

Spełniając warunek graniczny (5), uzyskuje się osobliwe równanie całkowe

$$\frac{1}{\pi} \int_L \left[K(t, t') g'(t) dt + L(t, t') \overline{g'(t) dt} \right] = p(t'), \quad t' \in L, \quad (6)$$

którego jądra mają postać

$$K(t, t') = f_1(t, t') + \overline{f_2(t, t')} + \frac{dt'}{dt} \left[t' \overline{g_2(t, t')} + \overline{h_2(t, t')} \right]$$

$$L(t, t') = f_2(t, t') + \overline{f_1(t, t')} + \frac{dt'}{dt} \left[t' \overline{g_1(t, t')} + \overline{h_1(t, t')} \right]$$

gdzie $g_\alpha(t, t') = f_\alpha'(t, t')$, $\alpha = 1, 2$.

Równanie konturu otworu L zapisano w postaci parametrycznej $t = l\omega(\xi)$, ($0 \leq \xi \leq 2\pi$). Dokonując zamiany zmiennych, równanie całkowe (6) zapisuje się w postaci kanonicznej

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [M(\xi, \eta)u(\xi) + N(\xi, \eta)\overline{u(\xi)}] d\xi = p(\eta), \quad 0 \leq \eta \leq 2\pi, \quad (7)$$

$$M(\xi, \eta) = IK(\omega(\xi), \omega(\eta)), \quad N(\xi, \eta) = IL(\omega(\xi), \omega(\eta)), \\ u(\xi) = g'(\omega(\xi))\omega'(\xi), \quad p(\eta) = p(\omega(\eta)).$$

Poszukiwana 2π -okresowa ciągła funkcja $u(\xi)$ ma quasi-osobliwości w otoczeniu wierzchołków rombu. W celu zagęszczenia węzłów kwadratur całkowania i węzłów kolokacji w otoczeniu wierzchołków otworu zastosowano następującą zamianę zmiennych (Savruk, Kazberuk 2007)

$$\xi = G(\tau) = \tau - (1/4)\sin 4\tau, \quad 0 \leq \tau \leq 2\pi; \\ \eta = G(\theta), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad (8)$$

W rezultacie uzyskuje się równanie całkowe postaci

$$\frac{1}{\pi} \int [M(\xi, \eta)u_*(\tau) + N(\xi, \eta)\overline{u_*(\tau)}] G'(\tau) d\tau = p(\theta), \quad (9)$$

przy $0 \leq \theta \leq 2\pi$ oraz $u_*(\tau) = u(G(\tau))$, $p_*(\theta) = p(G(\theta))$.

Dyskretnym analogiem równania całkowego jest algebraiczny układ równań liniowych (Savruk 1981)

$$\frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{4n} [M(\xi_k, \eta_m)u_*(\tau_k) + N(\xi_k, \eta_m)\overline{u_*(\tau_k)}] G'(\tau_k) = p_*(\theta_m), \quad (10)$$

gdzie

$$\xi_k = G(\tau_k), \quad \tau_k = \frac{\pi(2k-1)}{4n}, \\ \eta_m = G(\theta_m), \quad \theta_m = \frac{2\pi(m-1)}{4n}, \quad k, m = \overline{1, 4n}.$$

Uwzględniając symetrię zadania względem osi Ox i Oy , rząd układu równań (10) zostaje zmniejszony czterokrotnie. Nakładając warunki wynikające z symetrii na poszukiwaną postać funkcji rozwiązania $u_*(2\pi - \tau) = \overline{u_*(\tau)}$ i $u_*(\pi - \tau) = -\overline{u_*(\tau)}$, a także warunki zerowania się naprężeń stycznych w punktach leżących na osiach symetrii, otrzymuje się układ \bar{n} zespolonych równań algebraicznych z \bar{n} niewiadomych wartości funkcji $u_*(\tau_k)$, $k = \overline{1, \dots, n}$. Po jego rozwiązaniu wyznacza się zespolone potencjały naprężeń (4), określające stan naprężeń i odkształceń w całej płaszczyźnie sprężystej. Obliczenie wartości naprężenia normalnego σ_s w punktach leżących na brzegu otworu przeprowadza się korzystając bezpośrednio ze znalezionej funkcji $u_*(\tau)$ (Savruk i in. 1989). Współczynnik koncentracji naprężeń w wierzchołku A (Rys.1) otworu oblicza się korzystając ze wzoru

$$k_A = -4\text{Im}[u_*(0)/\omega'(0)], \quad (11)$$

Obliczenia przeprowadzono dla dwóch niezależnych parametrów – γ zmieniającego się od 0,05 do 0,9875 i kąta rozwarcia ramion rombu 2β od 0 do $\pi/4$. Uogólnione

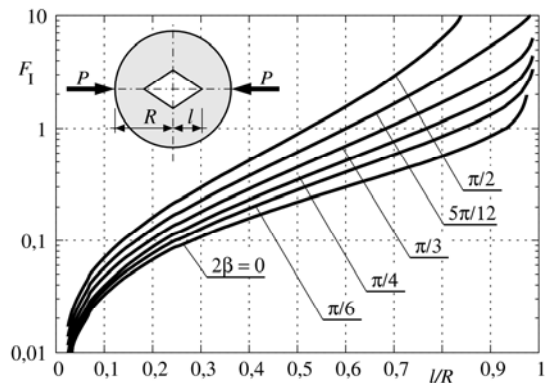
współczynniki intensywności naprężeń K_I^V w ostrym narożu otworu obliczono ze wzoru (Savruk, Kazberuk 2006)

$$K_I^V = (\sqrt{2\pi}/R_1) l^\lambda \lim_{\rho \rightarrow 0} \varepsilon^\lambda (\sigma_s)_{\max}. \quad (12)$$

Zadawalającą dokładność przejścia granicznego (12) osiągnięto przy wartościach ε równych od 0,00001 do 0,0001 w zależności od wielkości kąta β . Przebieg wartości bezwymiarowego współczynnika intensywności naprężeń

$$F_I^V = K_I^V / (Pl^{\lambda-1} \sqrt{\pi}) \quad (13)$$

w funkcji parametru γ przedstawiono na Rys. 2.



Rys. 2 Uogólniony bezwymiarowy współczynnik intensywności naprężeń F_I^V w funkcji parametru $\gamma=l/R$.

Obliczone wartości bezwymiarowego współczynnika intensywności naprężeń dla $2\beta = 0$ zgadzają się z wartościami podawanymi w literaturze dla tarczy kołowej osłabionej szczeliną (patrz np. Savruk 1988), różnice w wynikach nie przekraczają 0,1%.

Dla kilku wybranych wartości parametru $\gamma = \{0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5\}$ przeprowadzono aproksymację funkcji bezwymiarowego, uogólnionego współczynnika intensywności naprężeń w zależności od kąta rozwarcia ramion wierzchołka rombu. W przedziale $0 \leq \beta \leq \pi/4$ funkcję przybliżyła z błędem nie przekraczającym 0,5%, wielomian 3-go stopnia postaci

$$F_I^V \approx a + bx + cx^2 + dx^3, \quad x = \text{tg } \beta, \quad (14)$$

Wartości współczynników we wzorze (14) podano w Tab. 1.

Tab. 1. Współczynniki wielomianu (14) aproksymującego wartość uogólnionego współczynnika intensywności naprężeń

$\gamma = l/R$	a	b	C	D
0,2	0,06748	0,00226	0,1233	-0,0321
0,3	0,19843	0,01522	0,2074	-0,0335
0,4	0,15828	0,04529	0,3135	0,0000
0,5	0,22079	0,09856	0,4471	0,1195

4. KRYTYCZNY WSPÓLCZYNNIK INTENSYWNOŚCI NAPRĘŻEŃ

Przeprowadzając badania na opisywanych próbkach i wykorzystując wzór (13) można w sposób doświadczalny wyznaczyć funkcję krytycznego współczynnika intensywności naprężeń $K_{Ic}^V(\beta)$, będącą podstawą naprężeniowych kryteriów zniszczenia elementów konstrukcji (Seweryn 2003). Dla kąta rozwarcia ramion karbu $\beta=0$, czyli dla przypadku szczeliny fizycznej, możliwe jest (*Comprehensive Structural Integrity 2003*) wyznaczenie stałej materiałowej K_{Ic} . Wartość tej stałej można również ustalić wykorzystując kryterium odkształceniowe przedstawione w pracy Savruka i innych (2003), wiążące funkcję krytycznego uogólnionego współczynnika intensywności naprężeń z funkcją rozwarcia rysy $\delta_I(\beta)$ w wierzchołku karbu V. Dla materiałów kruchych, dla których zasięg strefy plastycznej jest mały w porównaniu z wymiarami karbu, wartości funkcji $\delta_I(\beta)$ zależą jedynie od stałych materiałowych. Na podstawie (Savruk i inni 2003) krytyczny, uogólniony współczynnik intensywności naprężeń wyraża się zależnością

$$K_{Ic}^V(\beta) = (\sigma_Y)^{1-2\lambda} \left[K_{Ic}^2 / \bar{\delta}_I(\beta) \right]^\lambda, \quad (15)$$

gdzie naprężenie σ_Y odpowiada granicy plastyczności materiału. Bezwymiarową wartość względnego rozwarcia rysy $\delta_I(\beta)$ można obliczyć ze wzoru (Savruk i inni 2003)

$$\bar{\delta}_I(\beta) = \frac{4}{\pi^2} \frac{\lambda}{1-\lambda} \left[\frac{\Gamma(1-\lambda)\Gamma(1/2)}{2\Gamma(3/2-\lambda)} \right]^{1/\lambda}. \quad (16)$$

Wykorzystując (13) i (15) krytyczny współczynnik intensywności naprężeń jest obliczany z zależności

$$K_{Ic} = \left[\sqrt{\pi} F_I^V \bar{\delta}_I(\beta) P_c I^{\lambda-1} (\sigma_Y)^{2\lambda-1} \right]^{1/(2\lambda)}, \quad (17)$$

w której P_c jest siłą niszczącą próbkę.

5. WNIOSKI

Przedstawioną w pracy metodę można zastosować do dostatecznie dokładnego wyznaczania krytycznego współczynnika intensywności naprężeń materiałów kruchych i quasi-kruchych na próbkach o różnych kształtach z wykształconymi koncentratorami naprężeń w postaci szczelin oraz karbów ostrych i zaokrąglonych.

Zastosowanie odkształceniowego kryterium zniszczenia, zawierającego jedynie standardowe stałe materiałowe pozwala na określenie krytycznego współczynnika intensywności naprężeń materiału na podstawie badań przeprowadzonych na próbkach z karbami co istotnie ułatwia wykonanie próbek – formowanych lub wycinanych z konstrukcji.

Zaprezentowane podejście może być również z powodzeniem zastosowane do analizy procesu pęknięcia w otoczeniu koncentratorów naprężeń umieszczonych w dowolnym elemencie konstrukcyjnym.

LITERATURA

1. **Benthem J.P.** (1987), Stresses in the region of rounded corners, *Int. J. Solids Struct.*, 23, 239-252.
2. **Brandt A.M.**, (1979) Badania doświadczalne w mechanice zniszczenia kompozytów o matrycach cementowych, Prace IPPT PAN, 29, Warszawa.
3. **Comprehensive Structural Integrity**, (2003), I. Milne, R. O. Ritchie, B. Karihaloo eds., v. 2, Fundamental Theories and Mechanisms of Failure, Elsevier.
4. **Creager M., Paris P.C.** (1967), Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking, *Int. J. Fract. Mech.*, 3, 247-252.
5. **Dugdale D.S.** (1960), Yielding of steel sheets containing slits, *J. Mech. Phys. Solids*, 8, 2, 100-104.
6. **Golewski G., Sadowski T.** (2006), Model kruchych uszkodzeń betonu, *Materiały budowlane*, 2, 11-14.
7. **Lazzarin P., Tovo R.** (1996), A unified approach to the evaluation of linear elastic stress field in the neighbourhood of crack and notches, *Int. J. Fract.*, 78, 3-19.
8. **Muskhelishvili N.I.** (2003) *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*, Springer.
9. **Neuber H.** (1977), Die halb elliptische Kerbe mit Riss als Beispiel zur Korrelation von Mikro- und Makrospannungskonzentrationen, *Ing.-Arch.*, 46, 389-399.
10. **Noda N.-A., Oda K., Inoue T.** (1996), Analysis of newly-defined stress intensity factors for angular corners using singular integral equations of the body force method, *Int. J. Fract.*, 76, 243-261.
11. **Savruk M. P., Kazberuk A.** (2008) Plane periodic boundary-value problem of elasticity theory for a half-plane with curvilinear edge. *Material Science*, 44(4), 461-470.
12. **Savruk M.P.** (1981), *Dvumernye zadachi uprugosti dla tel s trešinami*, Nauk. Dumka.
13. **Savruk M.P.** (1988) *Koëfficienty intensywnosti naprężenij v telah s trešinami, Meh. razrušeniâ i pročnosť materialov*. Sprav. posobie pod red. V.V.Panasüka, t.2, Nauk. Dumka.
14. **Savruk M.P., Kazberuk A.** (2006), Relationship between the stress intensity and stress concentration factors for sharp and rounded notches, *Materials Science*, 42, 725-738.
15. **Savruk M.P., Kazberuk A.** (2007), A unified approach to problems of stress concentration near V-shaped notches with sharp and rounded tip, *Int. Appl. Mech.*, 43, 2, 182-196.
16. **Savruk M.P., Kazberuk A.** (2009) Fracture mechanics problems for solids with V-shaped notches, *Materials Science*, 45, 2, (w druku).
17. **Savruk M.P., Osiv P.N., Prokopčuk I.V.** (1989), *Čislennyj analiz v ploskih zadačah teorii trešin*, Nauk. Dumka.
18. **Savruk M.P., Zavadovs'kyi A.M., Panasyuk V.E., Bida N.M.** (2003), Deformation fracture criterion for bodies with V-notches under symmetric loading, *Materials Science*, 39, 2, 185-196.
19. **Seweryn A.** (2003) *Metody numeryczne w mechanice pęknięcia*. Warszawa, IPPT PAN.

DETERMINATION OF THE FRACTURE TOUGHNESS PARAMETERS OF THE QUASI-BRITTLE MATERIAL USING CYLINDRICAL SPECIMENS

Abstract: The method of determination of critical SIF of brittle and quasi-brittle material is presented. For the splitting cylindrical specimen with central diamond-shaped hole the stress intensity factors were calculated for arbitral vertex angle. The values of critical SIF was obtained considering the deformation fracture criterion based on Dugdale model of failure with assumption that fracture process zone starts from notch tip.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego W/WM/2/09.

WYBRANE ZAGADNIENIA KONTAKTOWE TEORII SPRĘŻYSTOŚCI OŚRODKÓW WARSTWOWYCH

Roman KULCZYCKI-ŻYHAJŁO*, Waldemar KOŁODZIEJCZYK*, Gabriel ROGOWSKI*

*Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

ksh@pb.edu.pl, waldekk@pb.edu.pl, gabrielkis@doktoranci.pb.edu.pl

Streszczenie: Rozpatrzono wybrane zagadnienia kontaktowe teorii sprężystości dotyczące wciskania nieodkształcalnego stempla w półprzestrzeni niejednorodną. Rozpatrywana półprzestrzeń składa się z półprzestrzeni jednorodnej oraz pakietu n izotropowych jednorodnych warstw. Algorytm rozwiązywania, oparty na wykorzystaniu przekształceń całkowych, zweryfikowano, modelując ośrodki warstwowe o strukturze periodycznej oraz warstwy, których moduł Younga zmienia się wzdłuż grubości według zależności wykładniczej.

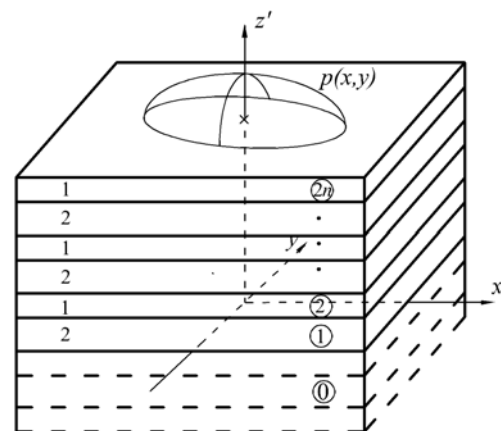
1. WPROWADZENIE

Postępy w technologii powłokowej powodują coraz szersze wykorzystywanie warstw wierzchnich dla poprawienia właściwości trybologicznych powierzchni ślizgowych. Pozwalają one zmniejszyć współczynniki tarcia i wielkość zużycia, a jednocześnie nie powodują zmiany masy materiału. Punktem słabości w użyciu warstw wierzchnich jest ich pęknięcie (rozdzielenie, rozerwanie) bądź też rozwarstwienie i odłupywanie się na złączu warstwa/podłoże. W większości opracowań (Abdul-Bagi i Van der Giessen, 2002; Bragallini i inni, 2003; Chen i Engel, 1972; Diao i inni, 1994; Diao, 1999; Houmid Bennani i Takadoun, 1999; Kouitaj Njiwa i inni, 1998, 1999); Kulchytsky-Zhyhailo i Rogowski (2007); Torskaya i Goryacheva, 2003; Schwarzer, 2000; Schwarzem i inni, 1999; Shi i Ramalingman, 2001) zakłada się, że warstwa jest jednorodna lub rozpatruje się kilka warstw (przeważnie 2-4 warstwy) o stałych właściwościach mechanicznych. Równolegle są rozwiązywane zagadnienia, w których moduł Younga lub moduł Kirchhoffa zmieniają się wzdłuż grubości warstwy według zależności wykładniczej (Guler i Erdogan, 2004, 2006, 2007; Kashtalyan i Menshykova, 2007) (metody analityczno-numeryczne) lub potęgowej (Fischer-Cripps, 2003; Giannakopoulos i Pallot, 2000; Giannakopoulos i Suresh, 1997; Suresh i inni, 1997) (metody analityczno-numeryczne oraz metoda elementów skończonych). Dwuwymiarowe zagadnienia kontaktowe, w których warstwę o zmieniającym się wzdłuż jej grubości współczynnikiem Kirchhoffa zastąpiono pakietem warstw, rozpatrzono w Liao-Liang i Yue-Sheng (2006, 2007). Weryfikację stosowania modelu homogenizowanego do opisu ośrodka warstwowego o strukturze periodycznej poprzez rozwiązywanie zagadnień przewodnictwa ciepła i teorii sprężystości dla pakietu $2n$ warstw przeprowadzono w pracach: Kołodziejczyk i Kulchytsky-Zhyhailo (2005, 2007a, b), Kulchytsky-Zhyhailo i Matysiak (2005a, b), Kulchytsky-Zhyhailo i inni (2007).

W niniejszej pracy zweryfikujemy metodę rozwiązywania zagadnień kontaktowych teorii sprężystości dla ośrodka jednorodnego pokrytego pakietem n jednorodnych izotropowych warstw. Pokażemy, że proponowane podejście może być wykorzystane do modelowania warstwy o zmieniających wzdłuż jej grubości właściwościach mechanicznych. Zaletą proponowanego podejścia jest możliwość rozwiązywania wybranych zagadnień przestrzennych.

2. ODEL MATEMATYCZNY ZAGADNIENIA

Rozpatrzmy jednorodną izotropową półprzestrzeń sprężystą pokrytą pakietem n jednorodnych izotropowych warstw, w którą wciskany jest nieodkształcalny gładki stempel (Rys. 1). Pomiedzy ośrodkami sprężystymi, z których składa się rozważany ośrodek niejednorodny, zachodzą warunki idealnego kontaktu mechanicznego.



Rys. 1. Schemat zagadnienia

Przyjmujemy, że główne promienie krzywizny powierzchni podstawy stempla są dużo większe od charakte-

rystycznego wymiaru obszaru kontaktu. Ponadto zakładamy, że siły styczne działające w obszarze kontaktu na skutek tarcia wywierają znikomy wpływ na kształt i rozmiary obszaru kontaktu oraz rozkład ciśnienia kontaktowego (Johnson, 1985). Rozkład przemieszczeń i naprężeń w rozpatrywanym ośrodku niejednorodnym otrzymuje się z rozwiązania następującego brzegowego zagadnienia teorii sprężystości:

– równania (Nowacki, 1970):

$$(1 - 2\nu_i)\Delta \mathbf{u}_i + \text{grad}\theta_i = 0 \quad (1)$$

– warunki brzegowe (Chen i Engel, 1972):

$$\sigma_{z'z'}^{(n)}(x, y, h) = -p(x, y), (x, y) \in \Omega, \quad (2)$$

$$\sigma_{z'z'}^{(n)}(x, y, h) = 0, (x, y) \notin \Omega,$$

$$\sigma_{xz'}^{(n)}(x, y, h) = \sigma_{yz'}^{(n)}(x, y, h) = 0,$$

$$\mathbf{u}_{i-1}(x, y, h_i) = \mathbf{u}_i(x, y, h_i), \mathbf{p}_{i-1}(x, y, h_i) = \mathbf{p}_i(x, y, h_i) \quad (3)$$

$$\mathbf{p}_i = \left\{ \sigma_{xz'}^{(i)}, \sigma_{yz'}^{(i)}, \sigma_{z'z'}^{(i)} \right\}, i = 1, \dots, n,$$

$$\sigma^{(i)} \rightarrow 0, x^2 + y^2 + z'^2 \rightarrow \infty, i = 0, 1, \dots, n, \quad (4)$$

gdzie: \mathbf{u} – wektor przemieszczenia, σ – tensor naprężenia, $\theta = \text{div}\mathbf{u}$ – odkształcenie objętościowe, ν – współczynnik Poissona, x, y, z' – bezwymiarowe współrzędne kartezjańskie odniesione do charakterystycznego liniowego wymiaru a obszaru kontaktu Ω , x, y, z – pomocnicze współrzędne kartezjańskie ($z = h - z'$), $p(x, y)$ – ciśnienie kontaktowe, $z' = h_i$ – dolna powierzchnia i -tej warstwy, $z' = h$ – powierzchnia ośrodka niejednorodnego, $h = H/a$, H – grubość pakietu n warstw, i – indeks odpowiadający numerowi ośrodka sprężystego.

W zagadnieniach, w których ciśnienie kontaktowe jest nieznanne, obliczamy je spełniając: warunek powstania wspólnej powierzchni kontaktu (rzeczywistą powierzchnię podstawy stempla aproksymujemy paraboloidą):

$$u_{z'}^{(n)}(x, y, h) = ax^2/2R_x + ay^2/2R_y - u_{z0}, (x, y) \in \Omega \quad (5)$$

oraz warunek równowagi:

$$\iint_{\Omega} p(x, y) dx dy = \frac{S}{a^2} p_0 \quad (6)$$

gdzie: u_{z0} – przemieszczenie pionowe stempla, R_x i R_y – główne promienie krzywizny powierzchni podstawy stempla w punkcie początkowego zetknięcia, $p_0 = P/S$ – średnie ciśnienie kontaktowe, S – pole obszaru kontaktu, P – siła docisku.

3. METODA ROZWIĄZYWANIA

Proponowana metoda rozwiązywania opiera się na stosowaniu dwuwymiarowego przekształcenia całkowego Fouriera (Sneddon, 1972):

$$f_F(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp(-ix\xi - iy\eta) dx dy \quad (7)$$

za pomocą którego otrzymano zależności w postaci całkowej pomiędzy składowymi wektora przemieszczenia i tensora naprężenia a ciśnieniem kontaktowym. Uzyskane równania zawierają $6n+3$ nieznanymi funkcji argumentów przekształcenia całkowego. Do ich wyznaczenia służy układ $6n+3$ równań liniowych powstały ze spełnienia warunków brzegowych (2) i (3). Wykazano, że otrzymany układ równań można sprowadzić do dwóch niezależnych układów równań. Pierwszy układ zawiera $2n+1$ równań i jest jednorodny, czyli posiada trywialne rozwiązanie. Drugi układ składa się z $4n+1$ równań jednorodnych i jednego równania niejednorodnego. Elementy macierzy są funkcjami jednej zmiennej s ($s^2 = \xi^2 + \eta^2$). Umożliwia to zapisanie otrzymanych zależności w postaci:

$$\begin{cases} \mathbf{u}^{(i)} \\ \sigma^{(i)} \end{cases} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \begin{matrix} \mathbf{u}_{F0}^{(i)}(C_m(s)) \\ \sigma_{F0}^{(i)}(C_m(s)) \end{matrix} \right\} s ds \int_0^{2\pi} p_F(s, \phi) \exp(isr \cos(\phi - \phi)) d\phi \quad (8)$$

$$i = 0, 1, \dots, n,$$

gdzie $p_F(\xi, \eta)$ – transformata Fouriera ciśnienia kontaktowego, r, ϕ – współrzędne biegunowe w przestrzeni oryginalów, s, ϕ – współrzędne biegunowe w przestrzeni transformacji, funkcje $C_m(s)$ – rozwiązanie układu równań: $A_{ij}(s)C_j(s) = \delta_{i,4n+2}$, $i, j = 1, 2, \dots, 4n+2$, $\delta_{i,4n+2}$ – symbol Kroneckera.

4. WERYFIKACJA ALGORYTMU OBLICZEŃ

4.1. Rozwiązanie trójwymiarowego zagadnienia kontaktowego wciskania paraboloidy w półprzestrzeń homogenizowaną

Rozpatrzmy wciskanie nieodkształcalnej paraboloidy w półprzestrzeń warstwową o strukturze periodycznej. Komórkę periodyczności tworzą dwie warstwy o grubościach l_1 i l_2 , modułach Younga E_1 i E_2 oraz współczynnikach Poissona ν_1 i ν_2 . Mechaniczne właściwości półprzestrzeni opisujemy za pomocą modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi (Matysiak i Woźniak, 1987; Woźniak, 1987). Korzystając z dwuwymiarowego przekształcenia całkowego Fouriera (7), otrzymujemy zależności całkowite pomiędzy składowymi wektora makroprzemieszczenia i składowymi tensora naprężenia a ciśnieniem kontaktowym:

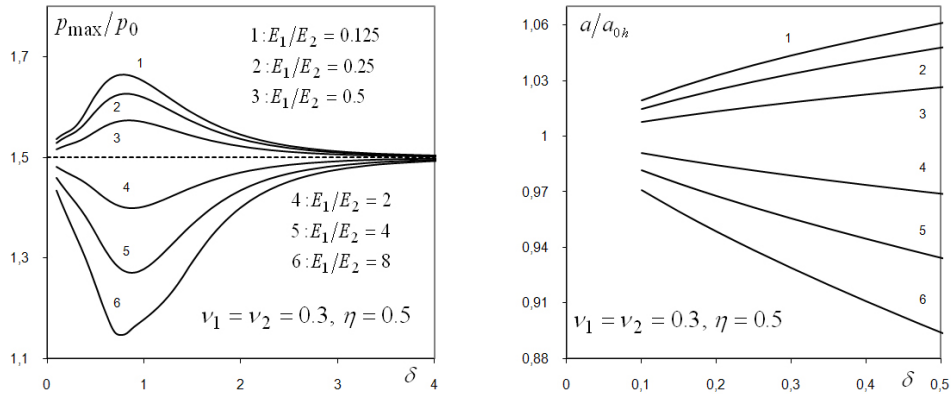
$$\begin{cases} \mathbf{U} \\ \sigma^{(i)} \end{cases} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{matrix} \mathbf{U}_{F0}(\xi, \eta, x, y, z') \\ \sigma_{F0}^{(i)}(\xi, \eta, x, y, z') \end{matrix} \right\} p_F(\xi, \eta) \cdot \exp(ix\xi + iy\eta) d\xi d\eta, \quad (9)$$

$$i = 1, 2,$$

gdzie: \mathbf{U} – wektor makroprzemieszczenia, $\sigma^{(i)}$ – tensor naprężenia w i -tej warstwie komórki periodyczności. Spełniając warunek kontaktowy (5), otrzymujemy dwuwymiarowe równanie całkowite, które posiada rozwiązanie analityczne. Obszarem kontaktu jest elipsa a ciśnienie kontaktowe opisuje rozkład Hertza.

4.2. Osiowo-symetryczne zagadnienie kontaktowe dotyczące wciskania nieodkształcalnej kuli w półprzestrzeń warstwową o strukturze periodycznej

Półprzestrzeń warstwową, której struktura jest opisana w podrozdziale 4.1. modelujemy pakietem $2n$ warstw połączonych z ośrodkiem homogenizowanym. W pracy Kołodziejczyka i Kulchytyskiego-Zyhailo (2007a, b) wykazano,



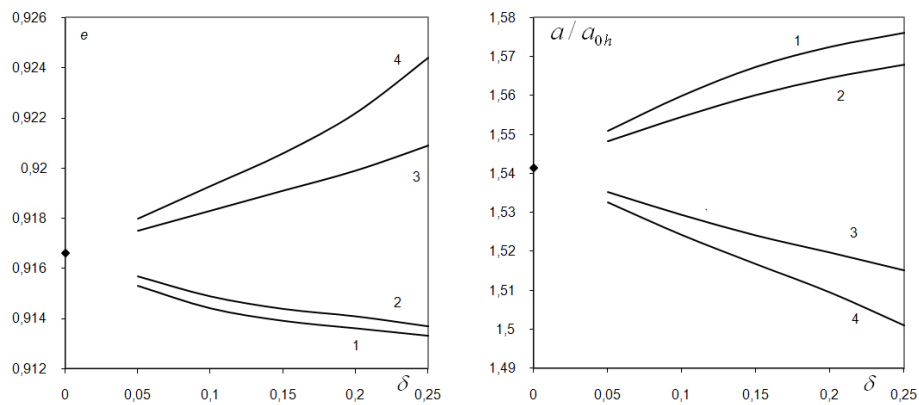
Rys. 2. Zależność parametrów kontaktowych: a/a_{0h} (a – promień koła kontaktu, a_{0h} – promień koła kontaktu w zagadnieniu, w którym półprzestrzeń warstwową modelujemy ośrodkiem homogenizowanym) i $p(0)/p_0$ od stosunku grubości komórki periodyczności do promienia koła kontaktu δ ($\eta=l_1/(l_1+l_2)$)

4.3. Trójwymiarowe zagadnienie kontaktowe dotyczące wciskania paraboloidy w półprzestrzeń warstwową o strukturze periodycznej

Trójwymiarowe zagadnienie kontaktowe ($R_x \neq R_y$) analizowane w ramach modelu opisanego w rozdziale 3.2.

że półprzestrzeń znajdującą się w pewnej odległości od obszaru kontaktu należy opisywać za pomocą modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi. W rozpatrzonych tu i poniżej osiowosymetrycznych zagadnieniach kontaktowych ($R_x=R_y$ w warunku kontaktowym (5)) promień koła kontaktu i rozkład ciśnienia kontaktowego są nieznanymi. Obliczamy je, sprowadzając zagadnienie kontaktowe do równania całkowego, które rozwiązujemy numerycznie.

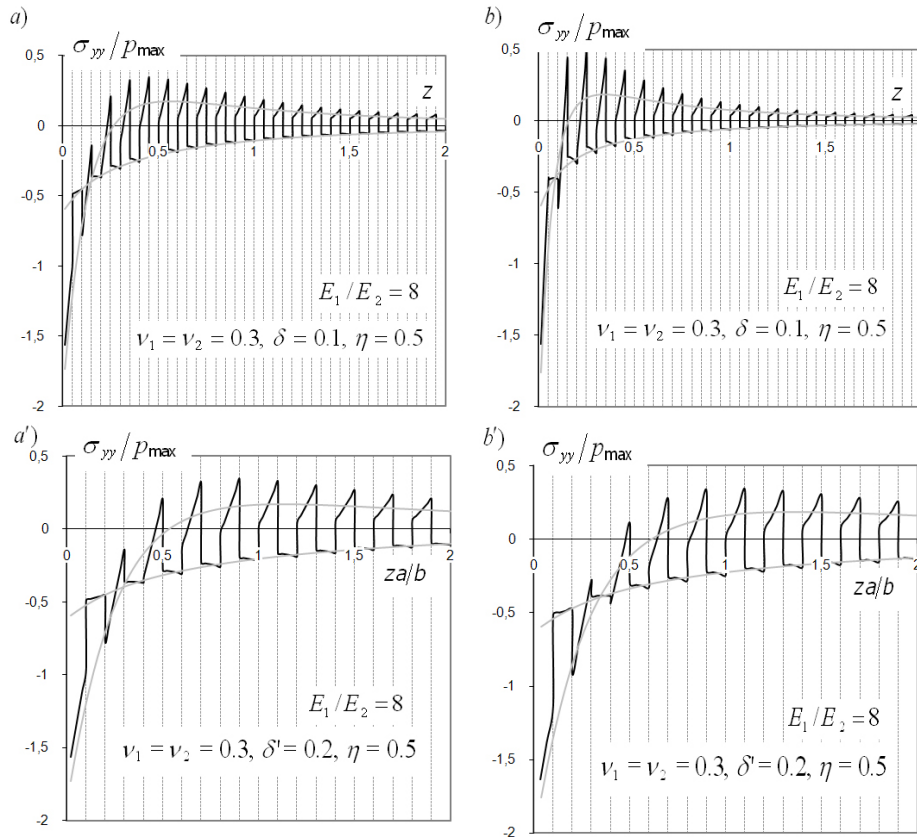
rozpatrujemy przy założeniu, że obszar kontaktu jest elipsą o nieznanym kształcie i rozmiarach, a ciśnienie kontaktowe jest opisane rozkładem Hertza. Założenia te można przyjąć, gdy parametr δ (stosunek grubości komórki periodyczności do większej półosi elipsy kontaktu a) jest mały.



Rys. 3. Zależność mimośrodu elipsy kontaktu e i parametru a/a_{0h} od parametru δ (1: $E_1/E_2=0.125$; 2: $E_1/E_2=0.25$; 3: $E_1/E_2=4$; 4: $E_1/E_2=8$, $\nu_1=\nu_2=0.3$, $R_y/R_x=0.25$; \blacklozenge - rozwiązanie dla ośrodka homogenizowanego, a_{0h} - promień koła kontaktu, który powstaje w osiowosymetrycznym zagadnieniu wciskania kuli z promieniem ekwiwalentnym $R_e=(R_x R_y)^{1/2}$ w półprzestrzeń homogenizowaną)

Naprężenie σ_{yy} na każdej granicy rozdziału warstw doświadczają skoku (Rys. 4). Otrzymany obraz ma dwie obwiednie, których przybliżenie daje model homogenizowany. Obliczenia wykazały, że przy ustalonej wartości parametru $\delta=\delta a/b$ różnica pomiędzy rozkładami naprężeń uzyskanymi w ramach klasycznej teorii sprężystości a odpowiednimi rozkładami uzyskanymi na podstawie modelu homogeni-

zowanego dla różnych wartości stosunku a/b jest porównywalna. Pozwala to wnioskować, że przy ocenie możliwości zastąpienia ośrodka warstwowego o strukturze periodycznej ośrodkiem homogenizowanym należy uwzględnić wielkość stosunku pomiędzy grubością komórki periodyczności a mniejszym liniowym wymiarem obszaru kontaktu.

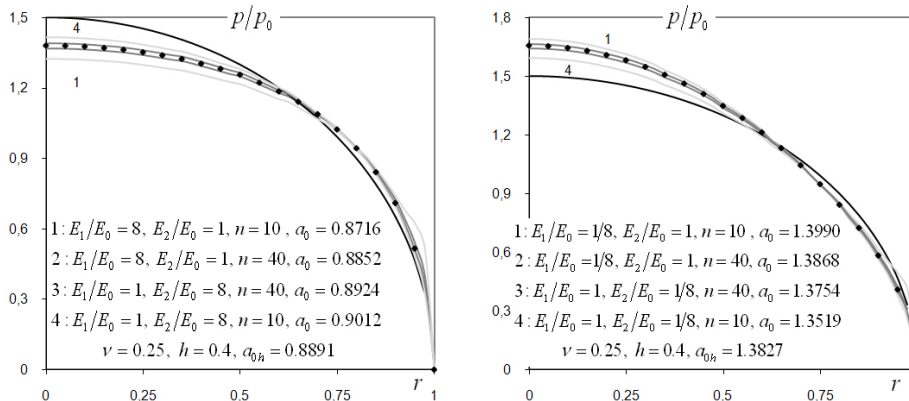


Rys. 4. Rozkład naprężeń σ_{yy}/p_{max} ($p_{max}=1.5p_0$) wzdłuż osi z : a), b) przy stałym współczynniku $\delta=0.1$, a'), b') przy stałym współczynniku $\delta'=\delta a/b=0.2$; a), a') $a/b=2$, b), b') $a/b=4$, jasnoszare linie – model homogenizowany, czarne linie – ośrodek niejednorodny, linie przerywane – granice warstw; δ' – stosunek grubości komórki periodyczności do mniejszej półosi elipsy kontaktu b .

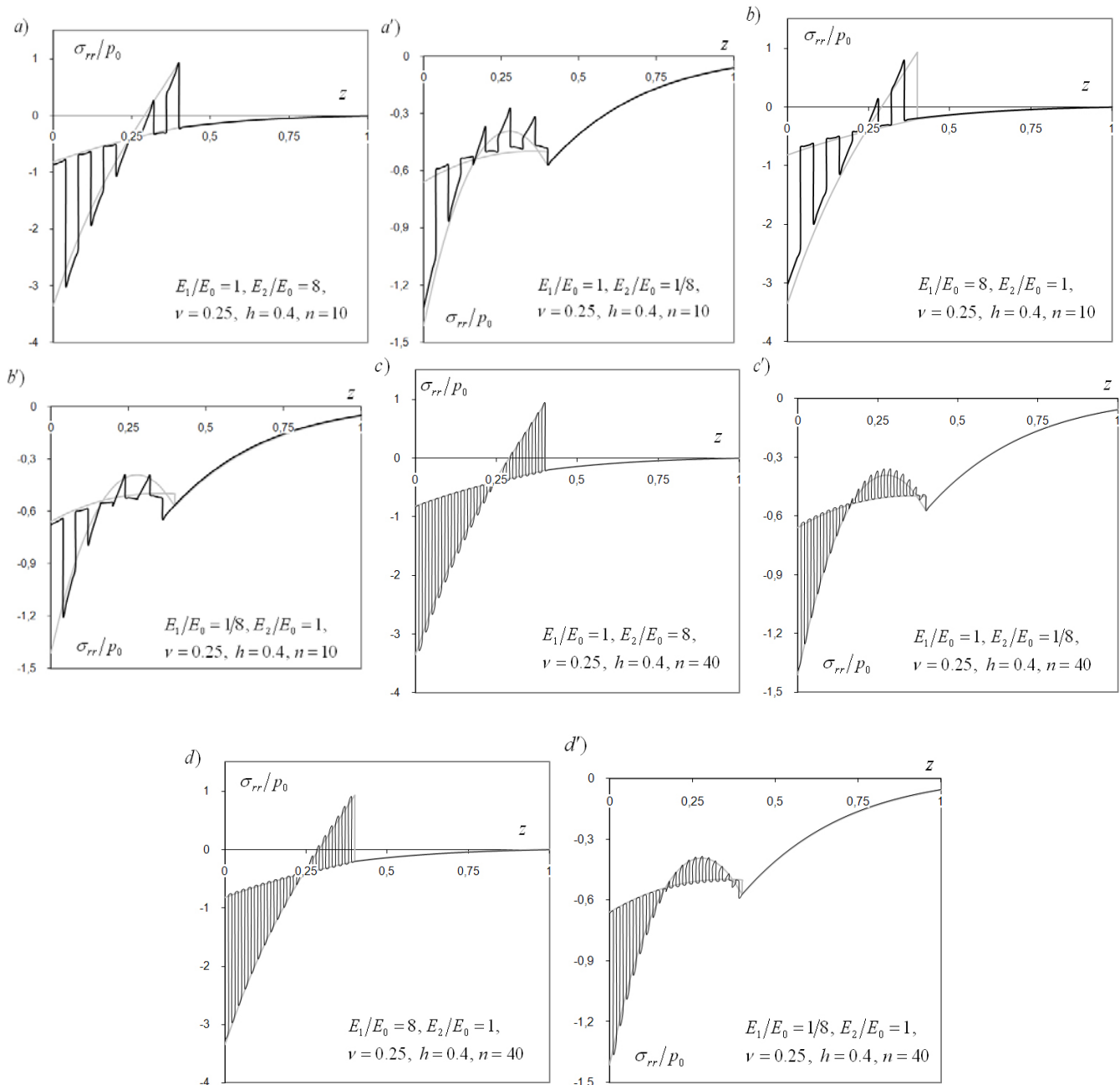
4.4. Osiowo-symetryczne zagadnienie kontaktowe wciśnięcia kuli w półprzestrzeń warstwową pokrytą pakietem warstw o zmieniających się w sposób periodyczny właściwościach mechanicznych

Rozpatrzono zagadnienie wciśnięcia nieodkształcalnej kuli w jednorodną izotropową półprzestrzeń (moduł Younga E_0 i współczynnik Poissona ν_0) pokrytą warstwą niejednorodną o strukturze rozważanej w rozdziałach 4.1.-4.3. Oblicze-

nia przeprowadzono dla warstwek o jednakowej grubości oraz różnej kolejności ułożenia. W celu ograniczenia liczby parametrów założono, że $\nu_0=\nu_1=\nu_2$ oraz $E_1=E_0$ (lub $E_2=E_0$). Otrzymane rozwiązanie porównano z rozwiązaniem zagadnienia, w którym niejednorodną warstwę kompozytową opisano za pomocą modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi.



Rys. 5. Rozkład bezwymiarowego ciśnienia kontaktowego ($n=10$ – linie jasnoszare, $n=40$ – linie ciemnoszare, ośrodek homogenizowany – czarne romby, rozkład Hertza – czarna linia, $a_0 = a/a'$, $a_{0h}=a_h/a'$, a – promień koła kontaktu, a_{0h} – promień koła kontaktu w zagadnieniu, w którym warstwę kompozytową modelujemy ośrodkiem homogenizowanym, a' – promień koła kontaktu w zagadnieniu dotyczącym jednorodnej izotropowej półprzestrzeni z właściwościami mechanicznymi E_0 i ν_0).

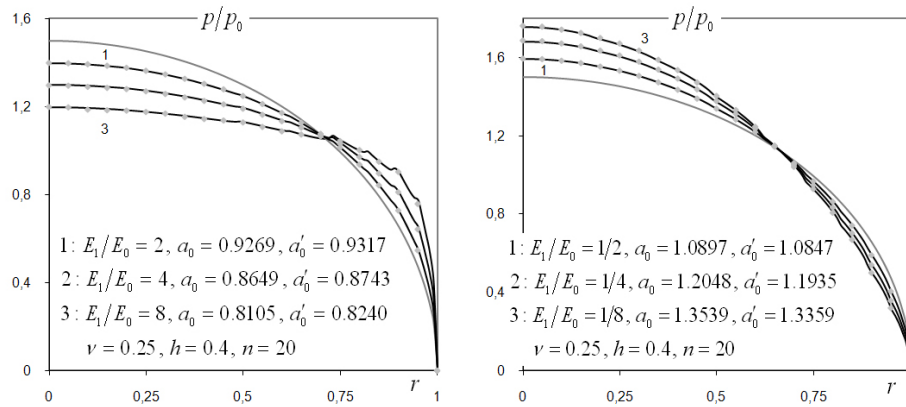


Rys. 6. Rozkład bezwymiarowego naprężenia σ_{rr} wzdłuż osi z ($a-d$ ($a'-d'$) – moduł Younga jednej z warstwek komórki periodyczności jest większy (mniejszy) od modułu Younga jednorodnej izotropowej półprzestrzeni, a, b (a', b') – $n=10$, c, d (c', d') – $n=40$, a, c (a', c') – $E_1/E_0=1$, b, d (b', d') – $E_2/E_0=1$, szare linie – rozwiązanie zagadnienia, w którym niejednorodną warstwę kompozytową zastępujemy jednorodną warstwą homogenizowaną)

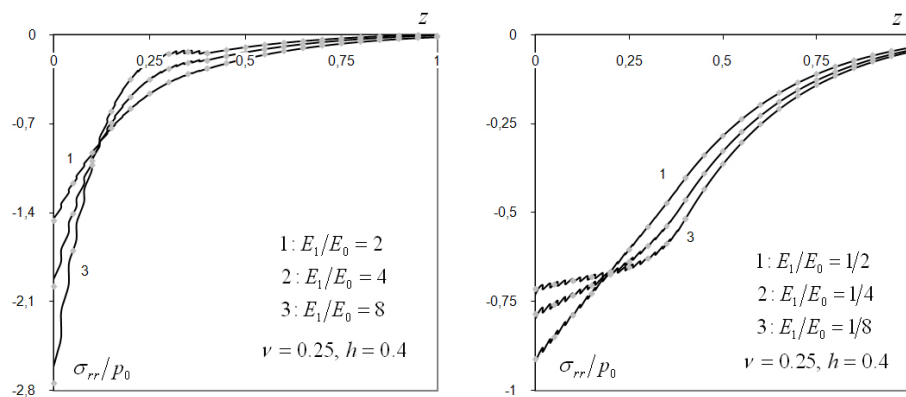
4.5. Osiowo-symetryczne zagadnienie kontaktowe wciśnięcia kuli w półprzestrzeń warstwową pokrytą warstwą, której moduł Younga zmienia się wzdłuż grubości według zależności wykładniczej

Rozpatrzono zagadnienie wciśnięcia nieodkształcalnej kuli w jednorodną izotropową półprzestrzeń (moduł Younga E_0 i współczynnik Poissona ν) pokrytą warstwą materiału, której współczynnik Poissona jest stały i równy ν , a moduł Younga zmienia się wzdłuż jej grubości według

zależności wykładniczej: $E(z')=E_0 \exp(\beta z')$, $\beta=\ln(E_1/E_0)/h$, $z' \leq h$, gdzie E_1 – moduł Younga na powierzchni warstwy wierzchniej. Powyższa zależność została tak dobrana, że moduł Younga w całym ośrodku zmienia się w sposób ciągły. Analityczne rozwiązanie zagadnienia otrzymane według algorytmu (Guler i Erdogan, 2004, 2006, 2007; Kulczycki, 2002; Kulczycki i Rogowski, 2005) porównamy z rozwiązaniem, które uzyskamy, zastępując warstwę o zmiennych właściwościach mechanicznych pakietem n warstwek o stałych właściwościach.



Rys. 7. Rozkład bezwymiarowego ciśnienia kontaktowego (czarne linie – rozwiązanie zagadnienia dotyczącego pakietu warstwek, szare romby – metoda analityczna, szara linia – rozkład Hertza, $a_0 = a/a'$, $a'_0 = a_{an}/a'$, a – promień koła kontaktu w zagadnieniu dotyczącym pakietu warstwek, a_{an} – promień koła kontaktu w zagadnieniu rozwiązywanym metodą analityczną, a' – promień koła kontaktu w zagadnieniu dotyczącym jednorodnej izotropowej półprzestrzeni z właściwościami mechanicznymi E_0 i ν_0)



Rys. 8. Rozkład bezwymiarowego naprężenia σ_{rr} wzdłuż osi z (czarne linie – rozwiązanie zagadnienia dotyczącego pakietu warstwek, szare romby – metoda analityczna)

5. PODSUMOWANIE

Zaproponowano i zweryfikowano metodę rozwiązywania przestrzennych zagadnień kontaktowych dotyczących jednorodnego ośrodka izotropowego połączonego z pakietem n izotropowych jednorodnych warstw. Powyższą metodę można wykorzystać:

- do weryfikacji stosowalności modeli homogenizowanych do opisu ośrodków warstwowych o strukturze periodycznej;
- do analizy powyższych zagadnień, gdy model homogenizowany nieadekwatnie opisuje ośrodek niejednorodny;
- do analizy zagadnień dotyczących warstwy wierzchniej o zmieniających się wzdłuż grubości wartościach mechanicznych (w tym także w przypadku ciągłej zmiany właściwości mechanicznych).

LITERATURA

1. Abdul-Baqi A., Van der Giessen E. (2002), Numerical analysis of indentation-induced cracking of brittle coatings on ductile substrates, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 39, 1427-1442.
2. Bragallini G.M., Cavatorta M.P., Sainsot P. (2003), Coated

- contact: a strain approach, *Tribology International*, Vol. 36, 935-941.
3. Chen W.T., Engel P. (1972), Impact and contact stress analysis in multilayered media, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 8, 1257-1281.
4. Diao D. F., Kato K., Hayashi K. (1994), The maximum tensile stress on a hard coating under sliding friction, *Tribology International*, Vol. 27, 267-272.
5. Diao D.F. (1999), Finite element analysis on local yield map and critical maximum contact pressure for yielding in hard coating with an interlayer under sliding contact, *Tribology International*, Vol. 32, 25-32.
6. Fischer-Cripps A.C. (2003), Analysis of instrumented indentation test data for functionally graded materials, *Surface and Coating Technology*, Vol. 168, 136-141.
7. Giannakopoulos A.E., Pallot P. (2000), Two-dimensional contact analysis of elastic graded materials, *J. Mech. Physics Solids*, Vol. 48, 1597-1631.
8. Giannakopoulos A.E., Suresh S. (1997), Indentation of solids with gradients in elastic properties: Part II. Axisymmetric indenters, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 34, 2393-2428.
9. Guler M.A., Erdogan F. (2004), Contact mechanics of graded coatings, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 41, 3865-3889.
10. Guler M.A., Erdogan F. (2006), Contact mechanics of two deformable elastic solids with graded coatings, *Mechanics of Materials*, Vol. 38, 633-647.

11. **Guler M.A., Erdogan F.** (2007), The frictional sliding contact problems of rigid parabolic and cylindrical stamps on graded coatings, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 49, 161-182.
12. **Houmid Bennani N., Takadoum J.** (1999), Finite element model of elastic stresses in thin coatings submitted to applied forces, *Surface & Coatings Technology*, Vol. 111, 80-85.
13. **Johnson K.L.** (1985): *Contact Mechanics*, Cambridge University Press. Cambridge.
14. **Kashalyan M., Menshykova M.** (2007), Three-dimensional elastic deformation of a functionally graded coating/substrate system, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 44, 5272-5288.
15. **Kołodziejczyk V., Kulchytsky-Zyhailo R.** (2007), Pressure of the lateral surface of a cylinder on a periodically layered half space, *Materials Science*, Vol. 43, 51-57.
16. **Kouitat Njiwa R., Consiglio R., J. von Stebut** (1998), Boundary element modeling of coated materials in static and sliding ball-flat elastic contact, *Surface & Coatings Technology*, Vol. 102, 148-153.
17. **Kouitat Njiwa R., J. von Stebut** (1999), Boundary element numerical modelling as a surface engineering tool: application to very thin coatings, *Surface & Coatings Technology*, 116-119 (1999), 573-579.
18. **Kulchytsky-Zyhailo R., Kołodziejczyk V.** (2005), Stress field caused by Hertz's pressure in non-uniform half-plane with periodic structure, *Friction and Wear*, Vol.26, No. 4, 358-366.
19. **Kulchytsky-Zyhailo R., Kołodziejczyk V.** (2007), On axisymmetrical contact problem of pressure of a rigid sphere into a periodically two-layered semi-space. *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 49, 704-711.
20. **Kulchytsky-Zyhailo R., Matysiak S.J.** (2005), On heat conduction problem in a semi-infinite periodically laminated layer, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, 123-132.
21. **Kulchytsky-Zyhailo R., Matysiak S.J.** (2005), On some heat conduction problem in a periodically two-layered body: Comparative results, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, 332-340.
22. **Kulchytsky-Zyhailo R., Matysiak S.J., Perkowski D.** (2007), On displacements and stresses in a semi-infinite laminated layer: comparative results, *Meccanica*, Vol. 42, 117-126.
23. **Kulchytsky-Zyhailo R., Rogowski G.** (2007), Stresses of hard coating under sliding contact, *J. Theoretical Applied Mechanics*, Vol. 45, No. 4, 753-772.
24. **Kulczycki R.** (2002), *Przestrzenne zagadnienia kontaktowe termosprężystości*, Wyd. PB, Białystok.
25. **Kulczycki R., Rogowski G.** (2005), Pole naprężeń w półpłaszczyźnie niejednorodnej wywołane ciśnieniem Hertza, *Materiały III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji*, Augustów.
26. **Liao-Liang Ke, Yue-Sheng Wang** (2007), Two-dimensional sliding frictional contact of functionally graded materials, *European Journal of Mechanics and Solids*, Vol. 26, 171-188.
27. **Liao-Liang Ke, Yue-Sheng Wang** (2006), Two-dimensional contact mechanics of functionally graded materials with arbitrary spatial variations of material properties, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 43, 5779-5798.
28. **Matysiak S.J., Woźniak Cz.** (1987), Micromorphic effects in a modeling of periodic multilayered elastic composites, *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 25, 549-559.
29. **Nowacki W.** (1970): *Teoria sprężystości*, Warszawa, PWN.
30. **Schwarzer N.** (2000), Coating due to analytical modelling of mechanical contact problems on multilayer systems, *Surface & Coatings Technology*, Vol. 133-134, 397-402.
31. **Schwarzer N., Richter F., Hecht G.** (1999), The elastic field in a coated half-space under Hertzian pressure distribution, *Surface & Coatings Technology*, Vol. 114, 292-304.
32. **Shi Z., Ramalingam S.** (2001), Stresses in coated solids due to normal and shear tractions on an elliptical region, *Surface & Coatings Technology*, Vol. 138, 192-204.
33. **Sneddon I.N.** (1972): *The Use of Integral Transforms*, McGraw-Hill, New York.
34. **Suresh S., Giannakopoulos A.E., Alcalá J.** (1997), Spherical indentation of compositionally graded metal-ceramic composites: theory and experiments, *Acta mater.*, Vol. 45, 1307-1321.
35. **Torskaya E.V., Goryacheva I.G.** (2003), The effect of interface imperfection and external loading on the axi-symmetric contact with a coated solid, *Wear*, Vol. 254, 538-545.
36. **Woźniak Cz.** (1987), A nonstandard method of modelling of thermoelastic periodic composites, *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 25, 483-499.

SELECTED ISSUES OF THEORY OF ELASTICITY FOR LAYERED BODIES

Abstract: Selected issues of contact theory of elasticity for pressing the rigid punch in non-homogeneous half-space are considered. Half-space consists of homogeneous half-space and a package of n isotropic homogeneous layers. Algorithm of calculation was based on integral transformation and was verified by modeling the layered bodies by periodic layers or layers, which the Young's module is changed along the thickness of the layer with the exponential dependence.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr S/WM/2/08 realizowanego w Politechnice Białostockiej, finansowanego ze środków Komitetu Badań Naukowych.

ZWIĄZKI GĘSTOŚCI PRZEŚWIETLENIOWEJ ORAZ ZAWARTOŚCI SKŁADNIKÓW MINERALNYCH W LUDZKIEJ KOŚCI BELECZKOWEJ Z JEJ WYTRZYMAŁOŚCIĄ

Adam MAZURKIEWICZ*

* Katedra Podstaw Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki, Wydział Mechaniczny, Uniwersytet Technologiczno - Przyrodniczy, ul. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz

fazipkm@utp.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań związków gęstości prześwietleniowej oraz zawartości składników mineralnych w ludzkiej kości beleczkowej z jej wytrzymałością. Dokonano oceny stopnia zgodności szacowania wytrzymałości kości na podstawie pomiaru gęstości prześwietleniowej kości, w porównaniu z szacowaniem wytrzymałości na podstawie zawartości składników mineralnych w kości.

1. WPROWADZENIE

W ocenie jakości kości metodą najczęściej stosowaną w praktyce klinicznej jest densytometria. Jako jedną z najczęściej stosowanych metod densytometrycznych (Badurski i inni, 1994; Keyak i inni, 1998), można wymienić DEXA (Dual Energy X-ray Absorptiometry). Metoda ta polega na prześwietleniu badanego obszaru ciała dwiema wiązkami promieni o różnej energii. Na podstawie obliczeń osłabienia obu wiązek przy przejściu przez ciało oblicza się gęstość kości. Następnie odnosi się wynik pomiaru gęstości kości danego osobnika do gęstości kości w grupie kontrolnej ludzi młodych z prawidłową masą kostną. Na tej podstawie ocenia się spadek masy kostnej u danego osobnika. Różnica wartości obu tych gęstości jest wyznacznikiem jakości kości. W taki sposób ocenia się ryzyko wystąpienia złamania u danego osobnika, a więc także wytrzymałość kości. Jest to więc także pośrednia ocena wytrzymałości na podstawie oceny gęstości kości.

Poważną wadą tej grupy metod jest to, że nie uwzględnia ona indywidualnych cech osobniczych budowy ciała pacjentów. Przyjmuje się, że przy zbliżonym wieku czy wadze, budowa kości u osobników tej samej płci jest podobna, co nie zawsze jest prawdą.

Stąd w pracy podjęto próbę odpowiedzi na pytanie na ile dokładna jest ocena wytrzymałości kości przy pomocy pośredniego pomiaru BMD w porównaniu z oceną wytrzymałości, opartą na rzeczywistej zawartości składników mineralnych w kościach ludzkich.

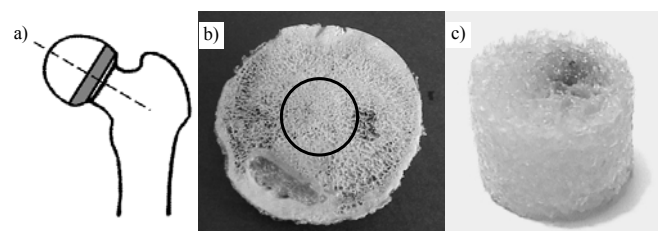
Rzeczywista zawartość składników mineralnych została określona metodą „in vitro” na podstawie badań próbek kostnych.

2. MATERIAŁ I METODY

Do badań użyto 97 próbek ludzkiej kości beleczkowej w tym 46 osteoporotycznych oraz 51 koksartycznych pobranych z głów ludzkiej kości udowej. Preparaty, z których wykonano próbki, uzyskano w wyniku implantacji

stawu biodrowego. Ponieważ kości koksartyczne z reguły nie ulegają złamaniom, przyjęto założenie, że ich wytrzymałość jest co najmniej taka sama, jak kości zdrowych. Grupa ta została przyjęta jako grupa kontrolna o założonych własnościach mechanicznych nie gorszych niż dla kości zdrowej. Niestety pozyskanie preparatów z kości bez żadnych chorób kości nie było w tym przypadku możliwe.

Próbki były w kształcie walca o średnicy 10 i wysokości 8,5mm. Sposób pobrania próbki przedstawiono na Rys. 1. Z nasady głowy prostopadle do osi szyjki wycięto plaster o grubości 8,5mm a), następnie z centralnej części plastra wycięto walec o średnicy 10 i wysokości 8,5mm b). Ostateczny kształt próbki przedstawia rysunek c). Próbki te poddano spopieleniu w celu określenia tzw. „ash density” czyli gęstości popiołu, oznaczonej jako Ash.D oraz procentowej masowej zawartości fazy mineralnej w masie próbki, oznaczonej jako %Mma.

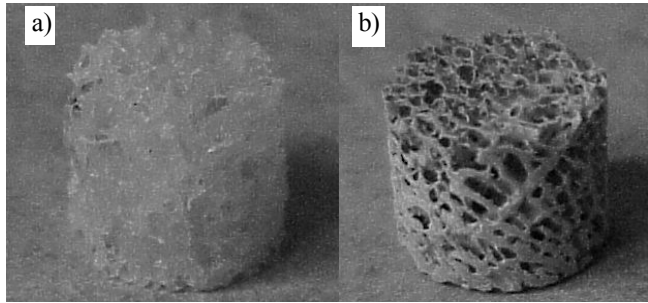


Rys. 1. Sposób pobrania próbek do badań

W celu pomiaru Ash Density spopieleno próbkę w piecu, w temperaturze 500°C przez 18 godzin (Covin, 1999, Yuehuei i Draughn, 1999).

W tym czasie ulegają wypaleniu składniki organiczne kości takie jak włókna kolagenowe, nerwowe, szpik kostny czy krew. Popiół tworzą jedynie składniki nieorganiczne nie ulegające wypaleniu w tej temperaturze, czyli głównie kryształy hydroksyapatytu. Gęstość popiołu oblicza się jako iloraz masy popiołu pozostałej po spaleniu próbki do pierwotnej objętości próbki przed spalaniem. Na Rys. 2 przedstawiono obraz przykładowej próbki przed i po spopieleniu. Określono także masową zawartość składników mine-

ralnych w każdej próbce, którą zdefiniowano jako iloraz masy próbki po spoieleniu do jej masy początkowej, wyrażoną w procentach.



Rys. 2. Przykładowa próbka użyta do badań przed i po spoieleniu

Pomierzono także gęstość prześwietleniową BMD próbek metodą DEXA. Pomiar wykonano na aparacie Lunar Expert firmy General Electric.

Próba ściskania wykonana została na maszynie wytrzymałościowej MiniBionix858. W próbie określono wytrzymałość na ściskanie próbek oznaczoną jako US. Szczegółowy opis metodyki i wyników badań opisał Mazurkiewicz (2007) oraz zamieszczono w pracy (Cichański i inni, 2007).

3. WYNIKI BADAŃ

Tab. 1. Zakresy, wartości średnie, oraz odchylenia standardowe względne uzyskanych wyników dla próbek osteoporotycznych

	%Mma, %	Ash.D, g/cm ³	BMD, g/cm ²	US, MPa
Min.	15,992	0,113	0,134	2,309
Max.	65,545	0,592	0,343	19,894
Średnia	29,547	0,276	0,234	8,077
RSD	26%	29%	25%	50%
RSD – odchylenie standardowe względne				

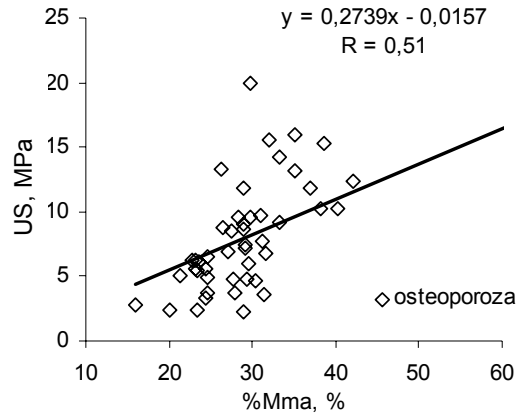
Tab. 2. Zakresy, wartości średnie, oraz odchylenia standardowe względne uzyskanych wyników dla próbek koksartrycznych

	%Mma, %	Ash.D, g/cm ³	BMD, g/cm ²	US, MPa
Min.	20,814	0,171	0,135	1,678
Max.	52,793	0,512	0,431	36,143
Średnia	36,626	0,327	0,292	12,675
RSD	18%	26%	29%	55%
RSD – odchylenie standardowe względne				

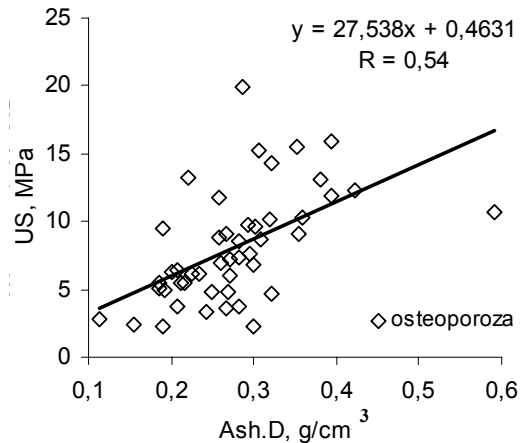
W tablicach 1-2 zestawiono zakresy, wartości średnie, oraz odchylenia standardowe względne uzyskanych wyników badań odpowiednio dla próbek osteoporotycznych i koksartrycznych. Odchylenie standardowe względne RSD jest ilorazem odchylenia standardowego i wartości średniej wyrażonym w %.

Na Rys. 3-5 przedstawiono zależności pomiędzy

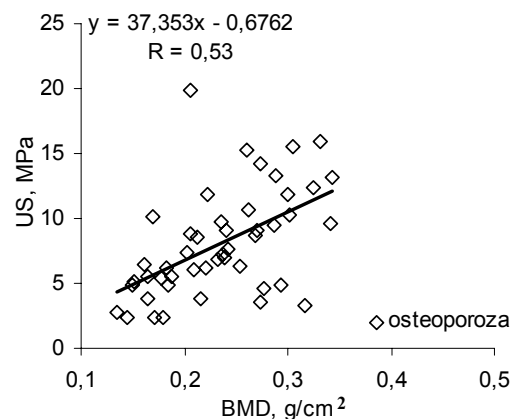
%Mma, Ash.D oraz BMD a wytrzymałością dla próbek osteoporotycznych. Na rysunkach 6-8 przedstawiono analogiczne zależności dla próbek koksartrycznych.



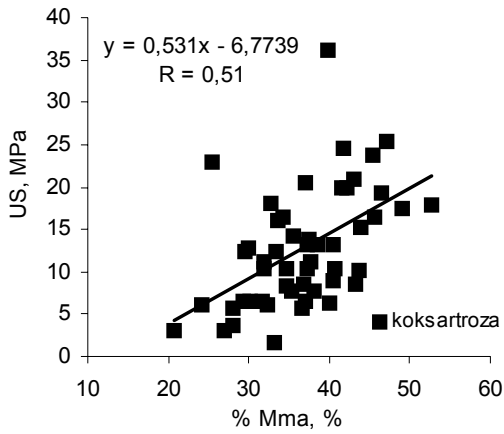
Rys. 3. Związek procentowej zawartości minerałów w masie próbki z wytrzymałością dla próbek osteoporotycznych



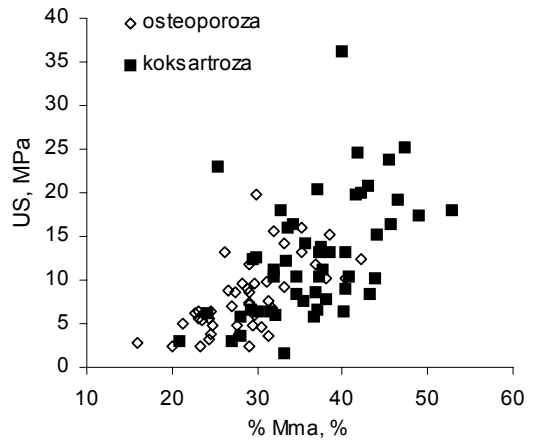
Rys. 4. Związek gęstości popiołu z wytrzymałością dla próbek osteoporotycznych



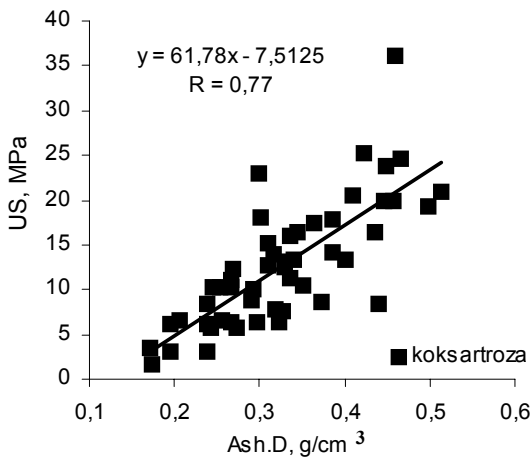
Rys. 5. Związek gęstości prześwietleniowej z wytrzymałością dla próbek osteoporotycznych



Rys. 6. Związek procentowej zawartości minerałów w masie próbki z wytrzymałością dla próbek koksartrycznych



Rys. 9. Zestawienie związków procentowej zawartości minerałów w masie próbki z wytrzymałością dla obu badanych grup próbek

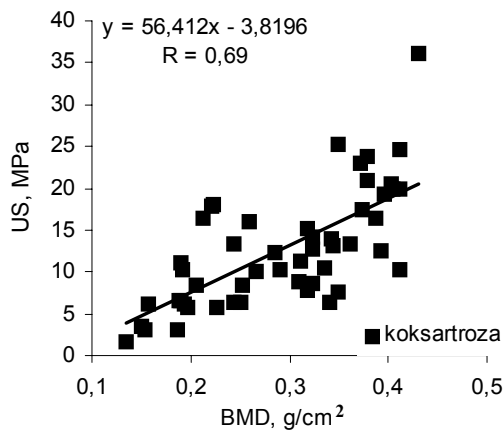


Rys. 7. Związek gęstości popiołu z wytrzymałością dla próbek koksartrycznych

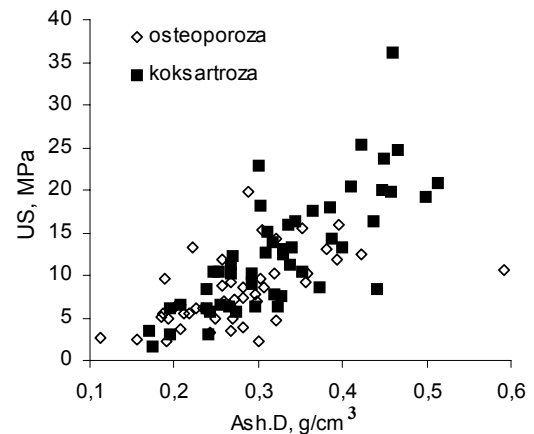
W tabelicy 3 zestawiono wartości uzyskanych współczynników korelacji pomiędzy badanymi wielkościami a wytrzymałością dla obu badanych grup próbek.

Tab. 3. Wartości współczynników korelacji pomiędzy %Mma, Ash.D, BMD a wytrzymałością na ściskanie US

	%Mma, %	Ash.D, g/cm ³	BMD, g/cm ²
Osteoporoza	0,51	0,54	0,53
Koksartroza	0,51	0,77	0,69



Rys. 8. Związek gęstości prześwietleniowej z wytrzymałością dla próbek koksartrycznych

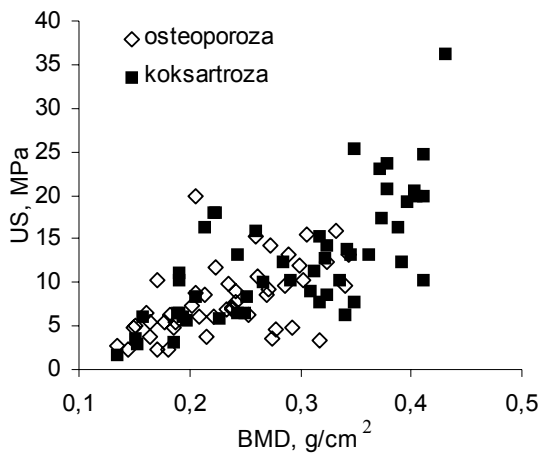


Rys. 10. Zestawienie związków gęstości popiołu z wytrzymałością dla obu badanych grup próbek

4. ANALIZA OTRZYMANYCH WYNIKÓW

Na rysunkach 9-11 przedstawiono zestawienie związków pomiędzy mierzonymi wielkościami a wytrzymałością łącznie dla obu badanych grup próbek.

W tablicach 1-2 przedstawiono wyniki uzyskane dla obu grup kości. Można zauważyć, że zakresy wyników uzyskane dla poszczególnych wskaźników pokrywają się w obu grupach. Uzyskane wartości średnie wyników były niższe dla grupy próbek koksartrycznych. Przyjawszy grupę próbek koksartrycznych jako grupę o własnościach reprezentatywnych dla kości zdrowej, spadek wskaźników %Mma, Ash.D oraz BMD w grupie osteoporotycznej wynosił odpowiednio 19, 16 oraz 20%. Największy spadek wartości średniej zaobserwowano dla wytrzymałości US, wynosił on 36%.



Rys. 11. Zestawienie związków gęstości prześwietleniowej z wytrzymałością dla obu badanych grup próbek

W uzyskanych wynikach badań można zaobserwować duży rozrzut. Wartości odchylenia standardowego względnego RSD są wprawdzie porównywalne w obu badanych grupach jednakże są dość znaczne. Podobnie jak w przypadku wartości średniej najwyższe wartości RSD uzyskano dla wytrzymałości na ściskanie. Wartości te wynoszą 50 i 55% odpowiednio dla próbek osteoporotycznych i koksartycznych. Świadczy to o dużym rozrzucie wyników badań. Potwierdzają to także współczynniki korelacji uzyskane dla związków mierzonych wskaźników z wytrzymałością na ściskanie, przedstawione na rysunkach 3-8. Wartości uzyskanych współczynników korelacji zestawiono w tabelicy 3. Dla procentowej masowej zawartości minerałów w masie próbki %Mma oraz Ash.D uzyskane współczynniki korelacji nie odbiegały od współczynników uzyskanych dla BMD w przypadku próbek osteoporotycznych. Podobnie jest z wartością współczynnika korelacji wskaźnika %Mma dla próbek koksartycznych.

W przypadku gęstości popiołu Ash.D oraz BMD dla próbek koksartycznych uzyskane wartości są wyższe niż analogiczne uzyskane w przypadku próbek osteoporotycznych. Jeżeli odniesiemy te wartości do grupy próbek osteoporotycznych to współczynniki korelacji będą wyższe o 0,23 oraz 0,16 odpowiednio dla Ash.D i BMD. Jednocześnie uzyskana wartość współczynnika korelacji dla Ash.D jest wyższa o 0,08 niż uzyskana dla BMD w tej grupie próbek, i wynosi $R=0,77$.

Na rysunkach 9-11 zestawiono uzyskane wyniki dla obu badanych grup próbek łącznie. Można tutaj zauważyć, że otrzymane wyniki nie umożliwiają opisu dokładnymi zależnościami związków pomiędzy badanymi wielkościami a wytrzymałością. Wyniki tworzą raczej „chmury punktów” częściowo się pokrywające, nie dające jednak dokładnego rozróżnienia pomiędzy badanymi grupami próbek.

5. WNIOSKI

Na podstawie otrzymanych wyników i przeprowadzonej ich analizy można przyjąć następujące wnioski:

1. Dla wszystkich zmierzonych wskaźników tj. %Mma, Ash.D, BMD oraz wytrzymałości na ściskanie US uży-

skano niższe wartości średnie w przypadku próbek osteoporotycznych.

2. Zakresy uzyskanych wyników dla poszczególnych wskaźników dla obu grup próbek częściowo się pokrywają. W obu badanych grupach zaobserwowano znaczne wartości odchylenia standardowego zwłaszcza dla wytrzymałości na ściskanie.
3. W grupie próbek osteoporotycznych nie uzyskano poprawy siły związków pomiędzy badanymi wskaźnikami, a wytrzymałością w odniesieniu do takich związków z BMD. W tym przypadku zwiększenie dokładności oceny wytrzymałości kości w porównaniu z oceną pośrednią poprzez pomiar BMD nie jest możliwe.
4. W grupie próbek koksartycznych podobnie jest dla wskaźnika %Mma. Dla Ash.D uzyskano wzrost wartości współczynnika korelacji w porównaniu z pomiarem BMD o 0,08. Stwarza to możliwości zwiększenia dokładności oceny wytrzymałości w porównaniu z oceną przy użyciu BMD w tej grupie próbek.
5. Należy tu jednak mieć na uwadze – o czym wspomniano w punkcie 2 pracy, że grupa próbek koksartycznych została uznana za grupę reprezentującą własności mechaniczne nie niższe niż kości zdrowe. Założenie takie poczyniono na podstawie tego, że kości te podobnie jak kości ludzi zdrowych bardzo rzadko ulegają złamaniom. Natomiast nie jest pewne czy zmiany chorobowe podczas koksartrozy nie działają w „drugą stronę”, tj. nie prowadzą do podwyższenia wytrzymałości w odniesieniu do kości zdrowych.

LITERATURA

1. **Badurski J., Boczoń S., Sawicki A.** (1994), *Osteoporoza*, Wydawnictwo OSTEOPRINT, Białystok.
2. **Cichański A., Mazurkiewicz A., Topoliński T.** (2007), Określenie związków pomiędzy wartościami modułów Younga tkanki beleczkowej z próby ściskania a uzyskanymi metodą elementów skończonych, *Przegląd Lekarski*, 64.
3. **Covin S.** (1999), *Bone mechanics handbook-second edition*, CRC Press, New York.
4. **Mazurkiewicz A.** (2007), *Badanie wpływu wybranej struktury na jej wytrzymałość jako element diagnozowania nośności kości*, Rozprawa doktorska, UTP, Bydgoszcz.
5. **Yuehwei H., Draughn R.** (1999), *Mechanical testing of bone and the bone-implant interface*, CRC Press, New York.

RELATIONS AMONG DEXA DENSITY, MINERAL CONTENT AND STRENGTH OF HUMAN TRABECULAR BONE

Abstract: In the paper, it was presented results of investigation relations between DEXA density, mineral content and strength of human trabecular bone. An agreement of evaluation strength of trabecular bone on the base DEXA density and mineral content of trabecular bone was proved.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr N N501 308934 finansowanego ze środków Komitetu Badań Naukowych.

MOŻLIWOŚCI OBLICZENIOWEJ OCENY WARTOŚCI MODUŁU YOUNGA DLA KOŚCI BELECZKOWEJ

Adam MAZURKIEWICZ*, Tomasz TOPOLIŃSKI*

*Katedra Podstaw Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki, Wydział Mechaniczny,
Uniwersytet Technologiczno – Przyrodniczy, ul. Kaliskiego 7, 85-789 Bydgoszcz

fazipkm@utp.edu.pl, tomasz.topolinski@utp.edu.pl

Streszczenie: W pracy dokonano zestawienia wyników obliczeń modułu Younga kości gąbczastej dwiema metodami: z wykorzystaniem oprogramowania do obliczeń metodą elementów skończonych – MES będącego na wyposażeniu mikrotomografu komputerowego oraz wykonanych w programie Ansys z wykorzystaniem do obliczeń modułów Younga całych próbek modułów beleczek pomierzonych metodą ultrasonograficzną. Obliczone wartości modułów z wykorzystaniem badań ultrasonograficznych stanowiły od 43 do 50% wartości modułów obliczonych na mikrotomografie. Pomiędzy wynikami uzyskanymi obiema metodami uzyskano liniową zależność opisaną współczynnikiem determinacji o wartościach $R^2 > 0,87$.

1. WPROWADZENIE

Diagnostyka chorobowych zmian kości – także osteoporotycznych - powinna prowadzić do pozyskania informacji o zaburzeniach jej architektury, a także – co byłoby najbardziej pożądane – o wartości aktualnej wytrzymałości czy modułu Younga.

Niestety prowadzone dziś badania najczęściej nie dają pełnej odpowiedzi ani co do struktury, ani możliwości dokładnej oceny cech wytrzymałościowych (Keyak i inni, 1998, Covin, 2001).

Otrzymywana w tych badaniach, a są to najczęściej badania densymetryczne, gęstość prześwietleniowa BMD w g/cm^2 identyfikuje uśrednioną gęstość kości gąbczastej wraz z częścią korową w określonym miejscu (Badurski i inni, 1994, Cody i inni, 1999).

Na tej podstawie dysponując krzywą rozrzutu wielkości BMD w funkcji wieku – diagnosta określa, czy wielkość pomierzona mieści się w normie czy też nie. Jeżeli wielkość BMD jest zbyt mała – jest problem.

W pracy prezentowane są wyniki obliczeniowej oceny wartości modułu Younga fragmentu części gąbczastej głowy kości udowej dwiema metodami. Metoda pierwsza, prowadząca do uzyskania modułu oznaczonego w pracy jako m_1 obejmuje obliczenia dokonane w oparciu o analizę struktury kości z wykorzystaniem mikrotomografu komputerowego, przy założeniu określonej wartości modułu Younga beleczki kostnej. Sposób drugi – moduł oznaczony m_2 - opiera się na ultrasonograficznym pomiarze wartości tego modułu i wykorzystaniu jej w obliczeniach metodą elementów skończonych. W tym sposobie konieczna jest znajomość struktury, najlepiej o bardzo wysokim stopniu odwzorowania, ale także o odpowiednim stopniu uproszczenia.

Celem niniejszej pracy jest próba określenia związków statycznych pomiędzy rezultatami obliczeń dla obu powyższych metod.

2. METODA BADAŃ

Podstawą obliczeń wartości modułu Younga dla kości gąbczastej były wyniki badań dla próbek kości, pobranych z głów osteoporotycznych i koksartrycznych ludzkich kości udowych. Próbkę wykonano w kształcie walca o średnicy 10 i wysokości 8,5mm.

Grupa pierwsza dotyczy struktur kostnych osłabionych chorobą metaboliczną polegającą w ogólności na zmniejszeniu ilości „kości w kości”, wyraźnie niszczącą jej architekturę: zmniejszanie ilości beleczek, ich grubości, podparcia itd. Grupa druga to próbki pozyskane z kości osób z chorobą zwyrodnieniową stawu biodrowego, polegającą na destrukcyjnych zmianach chrząstki stawowej. W tym przypadku próbki kostne można uznać za próbki bez zmian struktury, za próbki odniesienia, jeżeli koksartozie nie towarzyszy osteoporoza.

Wszystkie próbki zostały poddane badaniom na mikrotomografie komputerowym $\mu\text{CT}80$, uzyskując obrazy warstw próbki prostopadłych do jej osi odległych od siebie o $36\mu\text{m}$, które po progowaniu umożliwiły odtwarzanie struktury kostnej. Odtworzenie to wymagało zastosowania metody budowania modelu z użyciem sposobu konwersji określanej w literaturze jako „voxel to element”. Standardowy program obsługi $\mu\text{CT} 80$ umożliwiał wyznaczenie wielu wskaźników struktury, ale także modułu Younga. Do obliczeń modułu całej próbki przyjęto własności mechaniczne pojedynczej beleczki w postaci modułu sprężystości $E=10\text{GPa}$ i współczynnika Poissona $\nu=0,3$ (Urlich i inni, 1998).

Próbki przebadano także na ultrasonografii. Pomiary wykonano przy użyciu generatora Panametric 5058 RP z oprogramowaniem (Digital Scan Oscilloscope – DSO), wyposażonego w głowice Panamatrix generujące fale wzdłużne o częstotliwościach 0,5; 1 i 2 MHz. Przed wykonaniem pomiaru próbki umieszczono w pompie próżniowej, następnie po usunięciu ewentualnego powietrza z porów

próbek pompa została zalana wodą w celu wypełnienia cieczą przestrzeni pomiędzy beleczkami. Na stanowisku dokonano pomiaru prędkości fali ultradźwiękowej, po czym na podstawie równania (1) obliczono moduł Younga (Yuehwei i Draughn, 1999).

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho_A}}, \quad (1)$$

gdzie: v – prędkość fali dźwiękowej w materiale, E – moduł Younga, ρ_A – gęstość pozorna materiału, tj. iloraz masy i objętości próbki.

Przekształcając powyższą zależność możemy określić wartość modułu Younga:

$$E = \rho_A \cdot v^2. \quad (2)$$

Uzyskane wartości modułu Younga, jako uśrednienie dla beleczek dla poszczególnych próbek, zostały wykorzystane w obliczeniach przeprowadzonych metodą elementów skończonych. Pozwoliły one uzyskać moduł Younga dla całej próbki. W pierwszym kroku zbudowano modele geometryczne próbek na podstawie obrazów uzyskanych z μ CT, przy użyciu oprogramowania własnego. W tym przypadku zastosowano również metodę zmodyfikowanej konwersji „voxel do element”. Do obliczeń przyjęto indywidualne stałe materiałowe pomierzone dla beleczek w każdej próbce metodą ultrasonograficzną przy częstotliwości głowic 0,5; 1 i 2 MHz. Podczas obliczeń określono siłę niezbędną do odkształcenia próbki o 0,8% tj. graniczną wartość zakresu odkształceń sprężystych obowiązującego dla kości beleczkowej. Na tej podstawie obliczono moduły Younga dla każdej z próbek.

Dodatkowo próbki zostały przebadane na densytometrze Lunar Expert firmy General Electric. W wyniku tego badania uzyskano indywidualne wartości BMD dla każdej z próbek.

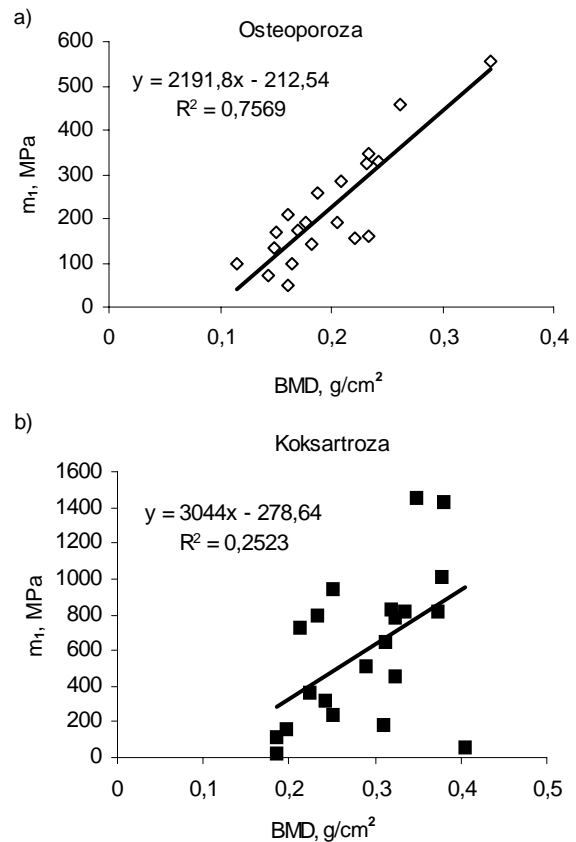
3. WYNIKI BADAŃ ORAZ ICH ANALIZA

Wyniki obliczeń modułu Younga m_1 dla wszystkich próbek uzyskane z mikrotomografu odniesione do ich wartości BMD zestawiono na Rys. 1: a) dla próbek zdiagnozowanych jako osteoporotyczne i b) dla próbek zdiagnozowanych jako koksartryczne.

Na rysunkach tych wkreślono także proste regresji wraz z ich równaniami i wartością współczynnika determinacji. Zwraca uwagę fakt, że związek pomiędzy BMD a obliczonym modułem jest znacznie większy dla próbek osteoporotycznych ($R^2=0,76$) niż dla próbek koksartrycznych ($R^2=0,25$). Oznaczałoby to, wydaje się, że osłabienie struktury na skutek osteoporozy jest silniejsze niż wpływy cech osobniczych, tak wyraźnie różnicujący wyniki dla próbek koksartrycznych. Wartości modułu kości osteoporotycznych nie przekroczyły 600MPa. Dla kości koksartrycznych dla blisko połowy próbek wartości te były wyższe niż ta wartość.

Wyniki obliczeń MES (m_2) przeprowadzone przy wykorzystaniu pomiarów ultrasonograficznych zestawiono na Rys. 2, wykonanym wg zasad wykonawstwa Rys.1

z tym, że opisy 1, 2 i 3 dotyczą odpowiednio wyników oceny własności beleczek kostnych uzyskanych dla głowic ultrasonograficznych o częstotliwości 0,5; 1 i 2 MHz.

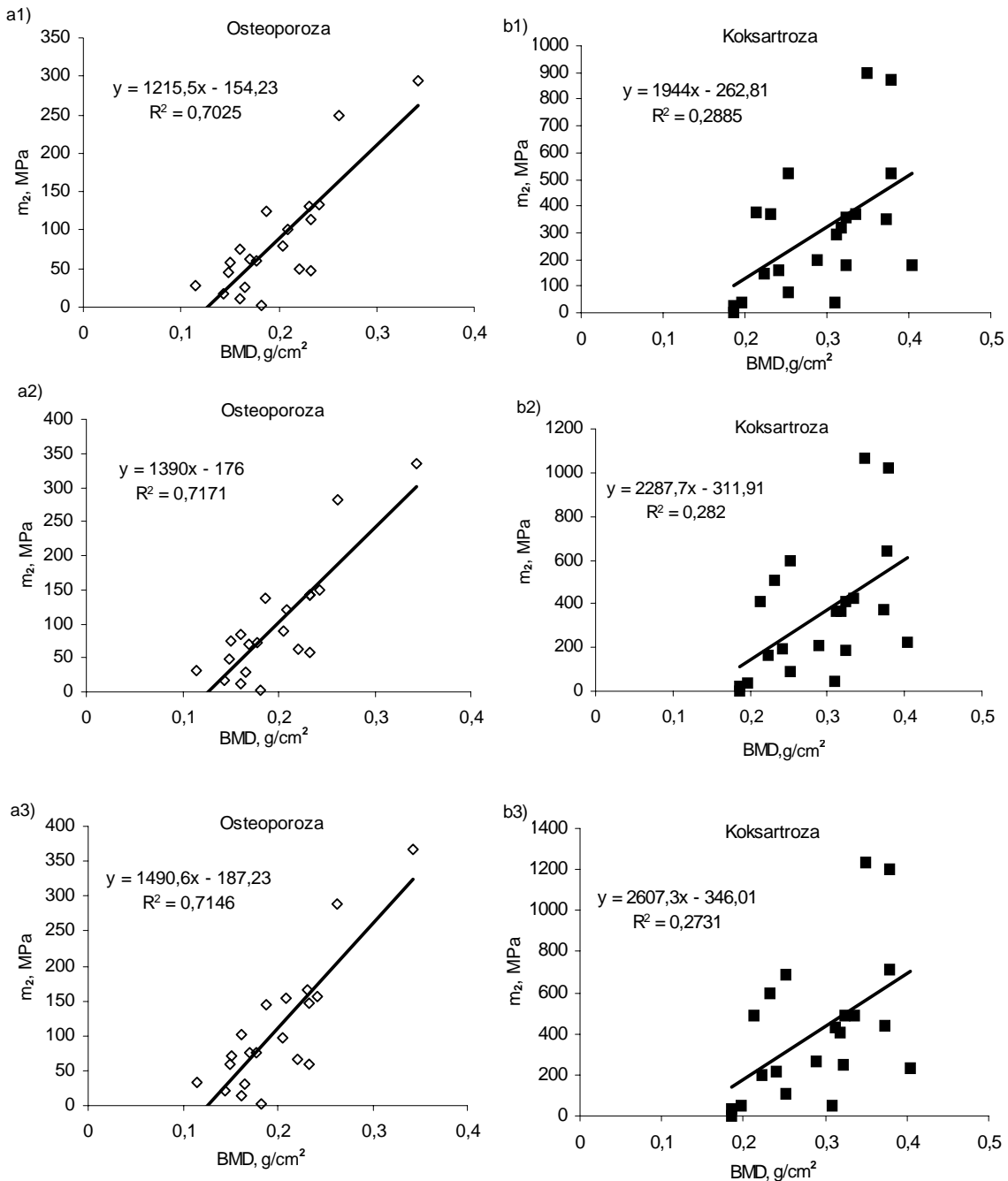


Rys. 1. Wyniki obliczeń modułu Younga przy wykorzystaniu oprogramowania mikrotomografu komputerowego: a) dla próbek osteoporotycznych, b) dla próbek koksartrycznych

W tym przypadku związki pomiędzy wartością modułu m_2 a wartości BMD są również wyraźnie mocniejsze dla próbek osteoporotycznych (wartość współczynnika determinacji $R^2=0,7-0,72$) niż koksartrycznych ($R^2=0,27-0,29$). Stwierdzenie powyższe dotyczy wyników uzyskanych dla wszystkich stosowanych w badaniach ultrasonograficznych głowic pomiarowych, tj. 0,5; 1 i 2 MHz, dla których pojedyncze wyniki pozostają w bardzo podobnym odniesieniu.

Warto też zwrócić uwagę, że im większa częstotliwość badania tym dla obu badanych grup próbek wyższe są wartości współczynnika determinacji, natomiast niższe wartości wyrazu wolnego w równaniu regresji liniowej. Wskazuje to – co oczywiste, iż dla większych wartości BMD różnice w obliczonych wartościach modułów dla całych kości w zależności od rodzaju głowic będą większe, a wartości tym większe im wyższa częstotliwość głowicy.

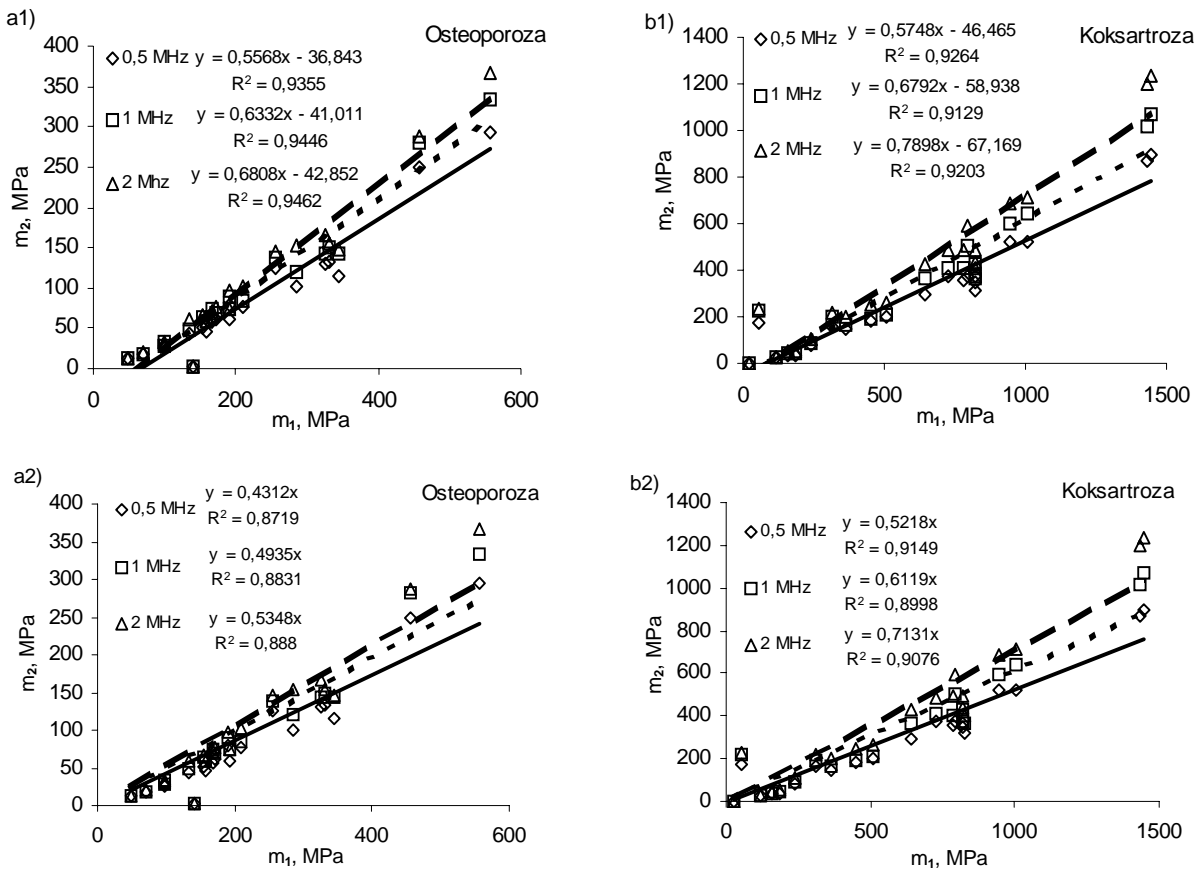
Wyniki obliczeń modułu wg obu procedur zestawiono na Rys. 3.



Rys. 2. Wyniki obliczeń modułu Younga MES: a) dla próbek osteoporotycznych, b) koksartycznych, 1 – głowica 0,5 MHz, 2 – 1 MHz, 3 – 2 MHz

Rysunki a) dotyczą próbek osteoporotycznych, b) koksartycznych, rysunki oznaczone 1) to przedstawienie związków pomiędzy m_1 i m_2 w postaci prostej regresji, natomiast 2) przy założeniu, że prosta regresji przechodzi przez początek układu współrzędnych (linie trendu dla częstotliwości głowicy 0,5; 1 i 2 MHz wrysowano odpowiednio linią ciągłą, punktową i kreskową). Analiza tych wykresów wskazuje na istnienie silnego związku liniowego pomiędzy wartościami modułów m_1 i m_2 . Najmniejsza wartość współczynnika determinacji to $R^2=0,87$ co daje wartość współczynnika korelacji powyżej 0,93 (najwyższa wartość to blisko 0,97). Opis prostą typu $y=ax+b$ daje większe wartości współczynnika determinacji niż przyjęcie

założenia, iż związek między m_1 i m_2 to funkcja przechodząca przez początek układu współrzędnych. Jednak wartości modułu m_2 bez względu na częstotliwość głowicy pomiarowej są wyraźnie mniejsze niż wartości modułu m_1 od około 20% do nawet 57%. Relatywnie najmniejsze różnice uzyskano dla obliczeń próbek koksartycznych (od około 20% do 43%), a w ramach zróżnicowania techniki pozyskania wartości modułu beleczki kostnej – najmniejsze różnice występują dla pomiarów głowicy o częstotliwości 2 MHz. Dla przebadanego zakresu częstotliwości im mniejsza częstotliwość badania ultrasonograficznego tym różnice pomiędzy m_1 i m_2 są większe.



Rys. 3. Związki pomiędzy wartościami modułu m_1 i m_2 dla: a) próbek kostnych osteoporotycznych, b) próbek kostnych koksartrotycznych (opis w tekście)

4. WNIOSKI

1. Obliczenie modułu Younga kości oparte na własnościach beleczek kostnych pozyskanych z badań ultrasonograficznych prowadzą do uzyskania wyników niższych od wartości modułów uzyskanych z pomiaru mikrotomografem komputerowym.
2. Istnieje statystycznie mocny liniowy związek pomiędzy wartościami modułu Younga kości gąbczastej uzyskanej na podstawie standardowych obliczeń na mikrotomografie komputerowym, a wynikami obliczeń opartymi na pomiarze ultrasonografem uśrednionego modułu beleczki kostnej.
3. Istnieje konieczność porównania wyników obliczeń dla danych pozyskanych z badań ultrasonograficznych in vivo.
4. Analiza związków pomiędzy wartościami modułów Younga i BMD potwierdza niepełną skuteczność oceny uszkodzeń kości jedynie wg BMD.

LITERATURA

1. **Badurski J., Boczoń S., Sawicki A.** (1994), *Osteoporoz*, Wydawnictwo OSTEOPRINT, Białystok.
2. **Cody D., Gross G., Hou F., i inni** (1999), Femoral strength is better predicted by finite element models than QCT and DXA, *Journal of Biomechanics*, 32.

3. **Covin S.** (2001), *Bone mechanics handbook-second edition*, CRC Press, New York.
4. **Keyak J., Rossi S., Kimberly J.** (1998), Prediction of femoral fracture load using automated finite element modeling, *Journal of Biomechanics*, 31.
5. **Ulrich D., Van Rietbergen B., Weinans H., i inni** (1998), Finite element analysis of trabecular bone structure: a comparison of image-based meshing techniques, *Journal of Biomechanics*, 31.
6. **Yuehwei H., Draughn R.** (1999), *Mechanical testing of bone and the bone-implant interface*, CRC Press, New York.

POSSIBILITIES COMPUTATIONAL ESTIMATION OF YOUNG'S MODULE VALUES OF TRABECULAR BONE

Abstract: In the paper, there were compared results of calculations of Young's module samples of trabecular bone obtained by two methods. First, there were calculated by used FEM software microCT station. Second, there were executed in Ansys software with used results measurement properties of single trabeculae by ultrasonic method. The values obtained from the method were from 43 to 50% in comparison to values obtained with use FEM software microCT station. Linear relationship between the results from both methods was described by determination coefficients $R^2 > 0,87$.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr N N501 308934 finansowanego ze środków Komitetu Badań Naukowych.

BADANIE ZMĘCZENIA CIEPLNO-MECHANICZNEGO W UJĘCIU OBOWIĄZUJĄCYCH NORM I JEGO KOMPUTEROWE MODELOWANIE

Jerzy P. OKRAJNI*

*Katedra Mechaniki Materiałów, Wydział Inżynierii Materiałowej i Metalurgii, Politechnika Śląska, ul. Krasińskiego 8, 40-019 Katowice

Jerzy.Okrajni@polsl.pl

Streszczenie: Celem pracy jest opis procesu pęknięcia elementów pracujących w przemyśle energetycznym poddanych oddziaływaniom mechanicznym i cieplnym, których skutkiem jest zmęczenie cieplno-mechaniczne materiału w wybranych obszarach na powierzchni rozpatrywanych elementów. Poddano analizie lokalny proces odkształcania na powierzchni elementu przy użyciu MES. Wyznaczono zmienne w czasie pola naprężeń i odkształceń w urządzeniu podczas gwałtownego cyklicznego schładzania przy nieustalonych warunkach pracy. Analiza jest częścią złożonych metod badań, których głównym celem jest polepszenie dokładności opisu procesu zmęczenia cieplno-mechanicznego instalacji pracujących w energetyce oraz zastosowanie wyników badań materiałowych do oceny stanu technicznego i trwałości urządzeń.

1. WPROWADZENIE

Energetyka jest jedną z gałęzi przemysłu, w których postęp w ostatnim okresie jest szczególnie intensywny, a zmiany zachodzące w zakresie metod projektowania urządzeń energetycznych mają swoje implikacje ekologiczne oraz wynikają z konieczności zapewnienia bezpieczeństwa pracy tak nowych instalacji jak i tych po wieloletnim okresie użytkowania. Metody stosowane przez konstruktorów obiektów energetycznych modyfikowane są wraz z wprowadzaniem nowych materiałów i rozwojem dostępnych baz własności materiałowych. Coraz bardziej powszechne staje się przekonanie, że wytrzymałość elementów urządzeń energetycznych jest ich cechą aktualną, zmienną w czasie i zależną od historii użytkowania. Powstające bazy danych materiałowych oraz nowe metody obliczeniowe stwarzają możliwości oceny takiej aktualnej wytrzymałości. Pojawia się równocześnie potrzeba opracowania procedur i metod oceny stanu czy też trwałości resztkowej obiektów po wielu latach użytkowania przy znanej historii obciążenia oraz zmiennych w czasie właściwościach. Tego typu procedury określane są w języku angielskim słowem *assessment*, jak na przykład metody omówione w pracy I. J. Perrina i J. D. Fishburna (2005), dotyczącej metodyki projektowania i oceny wytrzymałości urządzeń energetycznych.

Wprowadzenie nowych sposobów konstruowania i badania obiektów pociąga za sobą zmiany, jakie zachodzą w normach. Zmiany te jednak przebiegają powoli, co uzasadnione jest w głównej mierze względami bezpieczeństwa oraz koniecznością praktycznej weryfikacji nowych metod i zasad. Do chwili obecnej najczęściej stosowano i stosuje się w dalszym ciągu klasyczne podejście nazywane „projektowaniem według reguł” (*design by rules*), w którym cechy konstrukcyjne elementów instalacji energetycznych

wyznaczane są na podstawie ogólnie przyjętych zależności ujętych w odpowiednich normach. Nowe podejście do zagadnienia projektowania opiera się na analizie zachowania się konstrukcji w określonych warunkach użytkowania (*design by analysis*). Stosowane są najczęściej w tym wypadku komputerowe metody symulacji działania złożonych systemów technicznych, w których uwzględnia się również możliwe zmiany ich cech materiałowych oraz procesy powstawania i rozwoju pęknięć. W ocenie aktualnego stanu urządzeń eksploatowanych wykorzystuje się więc w głównej mierze metody z zakresu analizy zachowania się układów przy oszacowanych charakterystykach materiałowych i wielkościach przewidywanych oddziaływań.

W opracowaniu skoncentrowano się na wybranym zagadnieniu z zakresu oceny wytrzymałości i trwałości elementów urządzeń energetycznych – na procesie zmęczenia cieplno-mechanicznego. Problematyka projektowania i oceny stanu technicznego oraz wytrzymałości elementów poddanych oddziaływaniom mechanicznym i cieplnym, w których zachodzą procesy zmęczeniowe, omówiona zostanie na przykładzie grupy obiektów, którymi są grubocienne elementy ciśnieniowe kotłów.

Obecnie w Polsce obowiązuje norma, PN-EN 12952 (2000), na podstawie której oceniana jest między innymi trwałość urządzeń energetycznych. Norma ta złożona jest z 16 związanych ze sobą części, spośród których część trzecia – PN-EN 12952-3 dotyczy zasad obliczeń konstrukcyjnych, natomiast część czwarta – PN-EN 12952-4 poświęcona jest metodom oceny trwałości. Norma PN-EN 12952-4 zawiera w rozdziale A omówienie sposobu wyznaczenia uszkodzeń spowodowanych pełzaniem, natomiast jej rozdział B dotyczy zmęczenia. W normie zestawiono zależności matematyczne i przedstawiono sposób ich wykorzystania bez omówienia podstaw teoretycznych oraz interpretacji ujętych normą równań i metod postępowania.

Za koniecznością nowego spojrzenia na metody oceny właściwości materiałów oraz związane z nimi metody projektowania przemawiają stale rosnące wymagania odnośnie podwyższenia parametrów eksploatacji urządzeń, jakimi są w między innymi budowane obecnie w Polsce kotły o parametrach nadkrytycznych. Materiały stosowane w tych urządzeniach powinny wykazywać wyższe własności wytrzymałościowe podczas pracy w podwyższonej temperaturze, jak również wyższą odporność korozyjną od materiałów stosowanych w urządzeniach konwencjonalnych. Rozpatrując ich cechy wytrzymałościowe najczęściej bierze się w tym wypadku pod uwagę konieczność podwyższenia wytrzymałości na pełzanie przy uwzględnieniu wielu aspektów technologicznych wynikających ze zmian składu chemicznego, technologii przeróbki plastycznej, obróbki cieplnej oraz spawania. Rozwiązanie problemu zapewnienia właściwej wytrzymałości na pełzanie materiału nie gwarantuje jednak trwałości wykonanych z niego elementów. Wynika to z wielu przyczyn, w tym z faktu, że większość elementów bloku energetycznego poddana jest oddziaływaniu temperatury zmiennej w czasie, co powoduje występowanie w materiale procesów o charakterze zmęczeniowym. Procesy te z kolei mogą prowadzić do powstawania i rozwoju pęknięć.

Rozwój pęknięć w warunkach oddziaływania podwyższonej temperatury ma odmienny charakter od zjawisk opisywanych w ujęciu klasycznej mechaniki pęknięcia. W podwyższonej temperaturze istotny udział mają procesy reologiczne zachodzące w otoczeniu wierzchołka szczeliny oraz w części czynnej przekroju elementu. W chwili obecnej zjawiska rozwoju pęknięć w warunkach pełzania coraz częściej uwzględniane są w procedurach oceny trwałości elementów pracujących w podwyższonych temperaturach. Opisano je między innymi w normie BS 7910 (1994), w opracowaniach firmy Nuclear Electric Ltd. (1997), w sprawozdaniu z projektu FITNET (2001) oraz w książce G.A. Webstera i R.A. Ainswortha (1994). Ten sposób podejścia do obliczeń wytrzymałościowych nie dotyczy jednak większości obiektów konstruowanych i eksploatowanych w Polsce. Zastosowanie wymienionych procedur umożliwia zmniejszenie stopnia konserwatywności w ocenie wytrzymałości poprzez uwzględnienie możliwości występowania pęknięć w rozpatrywanych obiektach i zastosowanie metod prognozowania ich rozwoju. W dalszym ciągu problemem, którego nie uwzględniają procedury jest generowanie pęknięć w warunkach współoddziaływania zmiennej w czasie temperatury i związanych z nią naprężeń cieplnych.

Wynika stąd, że ocena trwałości w warunkach zmęczenia cieplno-mechanicznego jest ciągle aktualnym i nie rozwiązany problemem. Inny jest bowiem charakter procesów zmęczeniowych wywołanych oddziaływaniem zmiennej w czasie temperatury oraz związanych z nią zmiennych równocześnie naprężeń cieplnych w porównaniu z klasycznym zmęczeniem w warunkach izotermicznych. Równoczesny wpływ temperatury na charakterystyki materiałowe oraz zmienne w czasie pola naprężeń powoduje, że porównywanie zmęczenia w warunkach izotermicznych w podwyższonej temperaturze ze zmęczeniem cieplno-mechanicznym jest niedoskonałym przybliżeniem,

co w niedostatecznym stopniu uwzględnia się w analizie wytrzymałości i trwałości elementów urządzeń energetycznych. Wraz ze wzrostem parametrów eksploatacji tych urządzeń problematyka zmęczenia cieplno-mechanicznego nabiera jednak coraz większego znaczenia. Wynika to w głównej mierze z konieczności zapewnienia bezpieczeństwa ich użytkowania.

2. ZMĘCZENIE CIEPLNO-MECHANICZNE W KRYTERIACH WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH W UJĘCIU NORMY EN 12952

Używane powszechnie normy do projektowania elementów urządzeń energetycznych poddanych oddziaływaniom mechanicznym i cieplnym opierają się na własnościach wyznaczonych w próbach pełzania. Dotyczy to zarówno podstawowych norm stosowanych przez konstruktorów w projektowaniu „*design by rules*” jak i procedur nie posiadających rangi normy, jak procedura R5, stosowana w metodach „*design by analysis*”, w których bierze się pod uwagę obecność pęknięć w elementach urządzeń i opisuje ich rozwój w warunkach pełzania. W przypadku konieczności uwzględnienia zjawisk zmęczenia normy i procedury opierają się na charakterystykach zmęczeniowych wyznaczonych w stałych temperaturach. Metody obliczeń naprężeń i odkształceń w warunkach zmęczenia cieplno-mechanicznego opierają się na wielu uproszczeniach, stąd też wynikają trudności w przypadku konieczności ich zastosowania w zagadnieniach analizy i optymalizacji cech konstrukcyjnych elementów.

Zależności, na podstawie których projektowane są elementy urządzeń energetycznych poddanych zmęczeniu cieplno-mechanicznemu wynikają, zgodnie z normą EN 12952-3, z sumowania naprężeń wyznaczonych dla naczyń cienkościennych obciążonych ciśnieniem wewnętrznym oraz naprężeń cieplnych oszacowanych na podstawie uproszczonych zależności. Naprężenia w normie liczone są dla naczyń z otworami prostokątnymi do ich ścianek. Przyjmuje się nietypowe dla naprężeń oznaczenia. Naprężenia główne w punkcie zaznaczonym na Rys. 1 na brzegu otworu w zbiorniku ciśnieniowym oznacza się jako f_1 , f_2 , f_3 . Naprężenia te są równe:

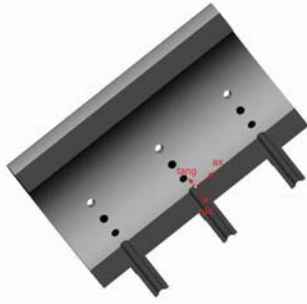
$$f_1 = f_{\tan g} = f_{\tan g, p} + f_{\tan g, t} \quad (1)$$

$$f_2 = f_{rad} = -p \quad (2)$$

$$f_3 = f_{ax} = -p \quad (3)$$

f_1 jest naprężeniem stycznym do korpusu podstawowego i stycznym do otworu, powodowanym ciśnieniem i różnicą temperatur w ściance, f_2 jest naprężeniem promieniowym w odniesieniu do korpusu podstawowego, kompensującym ciśnienie płynu na wewnętrznej powierzchni otworu w korpusie podstawowym, f_3 jest naprężeniem osiowym w odniesieniu do korpusu podstawowego, kompensującym ciśnienie płynu na zewnętrznej powierzchni otworu lub rozgałęzienia.

Na Rys. 1 oznaczono kierunki naprężeń w wybranym punkcie na brzegu otworu w powłoce walcowej.



Rys. 1. Oznaczenia kierunków naprężeń występujących we wzorach (1) – (3)

Różnice naprężeń głównych, z których największa co do modułu jest naprężeniem zastępczym zgodnie z hipotezą największego naprężenia stycznego, wyrażają się wzorami:

$$\Delta f_{12} = f_{\tan g} + p \quad (4)$$

$$\Delta f_{23} = 0 \quad (5)$$

$$\Delta f_{31} = -(f_{\tan g} + p) \quad (6)$$

Jeśli rozpatrywana jest praca kotła przy zmieniającym się ciśnieniu i temperaturze, wywołujących naprężenia na krawędzi otworu o maksymalnej wartości $\Delta \hat{f}_{12}$ i minimalnej $\Delta \check{f}_{12}$, wprowadzane jest następujące wyrażenie określające zakres naprężeń:

$$2f_v = \Delta f_v = \Delta \hat{f}_{12} - \Delta \check{f}_{12} \quad (7)$$

W tym przypadku odejmowane są od siebie różnice naprężeń $\Delta \hat{f}_{12}$ lub $\Delta \check{f}_{12}$, które należałoby rozumieć jako naprężenie maksymalne i minimalne wyznaczone zgodnie z hipotezą największego naprężenia stycznego. Wielkość Δ w wyrażeniu Δf_v (7) oznacza różnicę w czasie. Natomiast Δ w wyrażeniach $\Delta \hat{f}_{12}$ i $\Delta \check{f}_{12}$ oznacza odejmowanie wartości naprężeń głównych. Zakres naprężeń $2f_v = \Delta f_v$ występujący we wzorze (7) jest największym spośród trzech zakresów:

$$2f_v = \max \left\{ \begin{array}{l} \Delta \hat{f}_{12} - \Delta \check{f}_{12}, \\ \Delta \hat{f}_{23} - \Delta \check{f}_{23}, \\ \Delta \hat{f}_{31} - \Delta \check{f}_{31} \end{array} \right\} \quad (8)$$

Zakresowi $2f_v$ z równania (7) odpowiada naprężenie średnie:

$$\bar{f}_v = \frac{1}{2} (\Delta \hat{f}_{12} + \Delta \check{f}_{12}) \quad (9)$$

Norma, z uwagi na użycie w obliczeniach uproszczonych zależności, przewiduje stosowanie odpowiednich współczynników koncentracji naprężeń α_m lub α_{sp} . Współczynniki te nie muszą być stosowane w przypadku użycia metody elementów skończonych.

Jak można zauważyć podstawową wielkością, którą posługuje się norma jest różnica naprężeń głównych f_1 i f_2

rozumiana jako wielkość naprężenia zastępczego w wybranym punkcie na krawędzi otworu.

Obliczanie dopuszczalnego zakresu naprężeń, które odbywa się na podstawie załącznika B[2] – EN 12952-3:2001, jak również określanie własności fizycznych materiału na podstawie załącznika D powinno opierać się na temperaturze t^* wyznaczanej dla cyklu obciążenia:

$$t^* = 0,75 \times t_{\max} + 0,25 \times t_{\min} \quad (10)$$

gdzie t_{\max} jest temperaturą metalu w chwili, gdy dominuje największe naprężenie w cyklu obciążenia, a t_{\min} jest temperaturą metalu w chwili, gdy występuje najmniejsze naprężenie.

W częściach ciśnieniowych kotłów, które zawierają wodę lub mieszaninę wody i pary w warunkach pracy, w celu ochrony przed pękaniem warstwy występującego na ich powierzchni magnetytu wprowadza się ograniczenia dla wartości naprężeń:

$$f_{\tan g} \leq f_{\tan g, p_0} + 200 \text{ MPa} \quad (11)$$

$$f_{\tan g} \geq f_{\tan g, p_0} - 600 \text{ MPa} \quad (12)$$

Wprowadzone we wzorach (11) i (12) wartości 200 MPa i –600 MPa wynikają z konieczności zabezpieczenia się przed możliwością pęknięcia przy rozciąganiu i ściskaniu warstwy tlenków żelaza tworzącej się w takich warunkach na powierzchni metalu posiadającej kontakt z wodą. Cykl zmęczeniowych oddziaływań musi mieścić się w zakresie zdefiniowanym równaniami (11) i (12). Zakłada się przy tym, że warstwa magnetytu powstaje w warunkach roboczych przy temperaturze t_0 i ciśnieniu p_0 i w tych warunkach nie występują w niej naprężenia. Po odstawieniu kotła z ruchu w warstwie magnetytu występować będą naprężenia ściskające.

Zakres naprężenia określony za pomocą równania (7) porównywany jest z zakresem dopuszczalnym $2f_{va}$.

$$\Delta f_v = 2f_{va} \quad (13)$$

Dopuszczalny zakres naprężenia w cyklu zmiennych obciążeń $-2f_{va}$ powinien być zakresem zmian intensywności naprężeń wyznaczonych zgodnie z hipotezą największego naprężenia stycznego, co wynika z przedstawionych wcześniej zależności (4) – (8).

Można w ten sposób wyznaczyć na przykład dopuszczalny zakres naprężeń obwodowych na krawędzi wewnętrznej otworu, powstających w wyniku zmiennych obciążeń w zakresie ciśnienia od p_{\min} do p_{\max} . Zakres ten powinien wynosić:

$$\Delta f_{\tan g} = 2f_{va} - (p_{\max} - p_{\min}) \quad (14)$$

Sposób wyznaczania wartości naprężeń dopuszczalnych został w normie szczegółowo opisany z uwzględnieniem wpływu stanu powierzchni, rodzaju cyklu zmęczeniowego oraz temperatury pracy rozpatrywanego elementu.

Naprężenia obwodowe na powierzchni wewnętrznej otworu mogą być w ogólnym przypadku spowodowane ciśnieniem wewnętrznym oraz nierównomiernym polem temperatury. Dla elementów – powłok walcowych naprężenia te wyznaczane są zgodnie z zależnością:

$$f_{\text{tang}} = \alpha_m \cdot p \cdot \frac{d_m}{2 \cdot e_{ms}} + \alpha_t \frac{\beta_{Lt^*} \cdot E_{t^*}}{1 - \nu} \cdot (t_m - t_i), \quad (15)$$

gdzie

$$f_{\text{tang}, p} = \alpha_m \cdot p \cdot \frac{d_m}{2 \cdot e_{ms}} \quad (16)$$

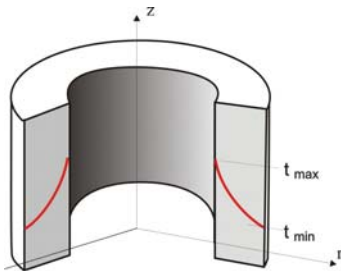
jest naprężeniem obwodowym, którego wielkość wynika z ciśnienia wewnętrznego w danym elemencie, natomiast naprężenie cieplne związane jest z różnicą temperatury pomiędzy powierzchnią wewnętrzną i zewnętrzną danego elementu (Rys. 2) i liczone jest zgodnie z zależnością:

$$f_{\text{tang}, t} = \alpha_t \frac{\beta_{Lt^*} \cdot E_{t^*}}{1 - \nu} \cdot (t_m - t_i) \quad (17)$$

W przypadku powłok kulistych wzór (16) przyjmuje postać:

$$f_{\text{tang}, p} = \alpha_{sp} \cdot p \cdot \frac{d_m}{4 \cdot e_{ms}} \quad (18)$$

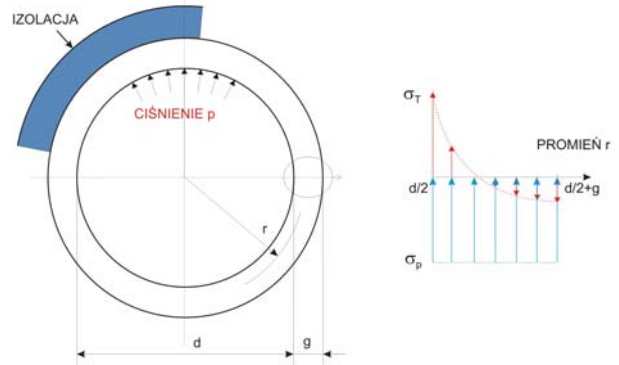
We wzorze (15) poszczególne litery oznaczają: p – ciśnienie nominalne, d_m – średnia wartość średnicy elementu, e_{ms} – obliczeniowa grubość ścianki, α_m , α_t , α_{sp} – współczynniki koncentracji naprężeń, β_{Lt^*} – współczynnik rozszerzalności cieplnej w temperaturze t^* , t_m – średnia chwilowa temperatura na przekroju elementu, t_i – chwilowa temperatura powierzchni wewnętrznej E_{t^*} – moduł sprężystości w temperaturze t^* .



Rys. 2. Przykładowy rozkład temperatury w elemencie rurowym w warunkach nagrzewania powierzchni wewnętrznej

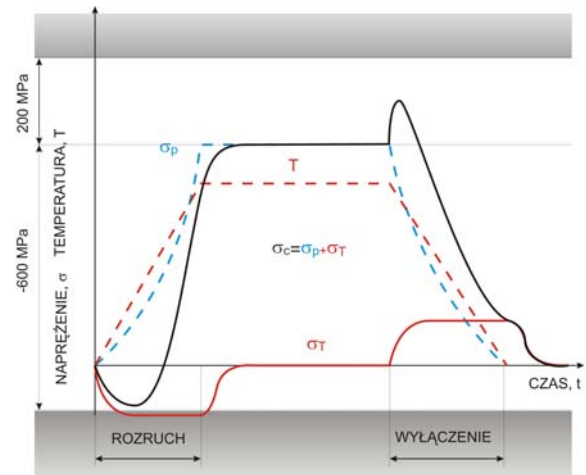
Współczynniki koncentracji naprężeń podane są w normie EN 12952-3:2001 w postaci nomogramów w zależności od wymiarów dla określonych rodzajów połączeń króćców z powłokami walcowymi i kulistymi. Różnice temperatur ($t_m - t_i$) oblicza się na podstawie dopuszczalnych prędkości zmian temperatury definiowanych dla danego bloku energetycznego dla warunków jego rozruchu oraz wyłączenia.

Na Rys. 3 przedstawiono w sposób schematyczny rozkłady naprężeń na przekroju elementu rurowego opracowany na podstawie publikacji Fontaina i Golopina (2007). W dowolnej chwili czasu naprężenia w zakresie sprężystym są sumą naprężeń spowodowanych obciążeniem mechanicznym, którym jest ciśnienie oraz cieplnym wynikającym z nierównomiernego pola temperatury (Rys. 3)



Rys. 3. Przekrój elementu rurowego wraz ze schematem rozkładów naprężeń spowodowanych ciśnieniem wewnętrznym i naprężeń cieplnych – na podstawie publikacji Fontaina i Golopina (2007)

Naprężenia spowodowane ciśnieniem posiadają stałe ten sam znak. Zmienia się natomiast znak naprężeń cieplnych w przypadku rozruchu i wyłączenia bloku energetycznego (Rys. 4).

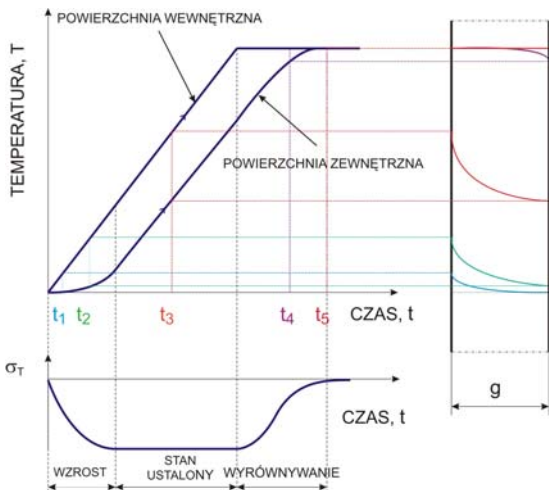


Rys. 4. Wpływ zmian temperatury w cyklu pracy bloku energetycznego na wartość maksymalnego i minimalnego naprężenia w cyklu obciążeń zgodnie z normą EN 12952 na podstawie publikacji Fontaina i Golopina (2007).

Na Rys. 5 przedstawiono zmiany temperatury w czasie na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej naczynia podczas nagrzewania. Pokazano również rozkłady temperatury w poszczególnych chwilach czasu.

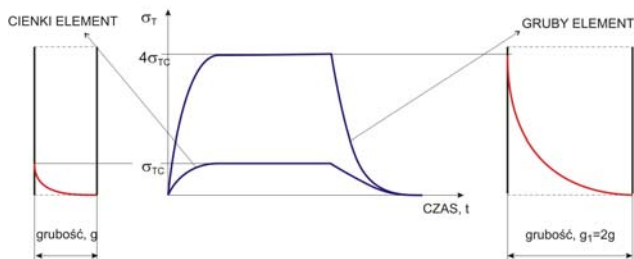
Podczas nagrzewania można wyróżnić:

- okres wzrostu zróżnicowania temperatury na przekroju naczynia („*building of temperature field*”);
- okres, w którym gradienty temperatury pozostają stałe, natomiast rosną jej wartości – okres stacjonarnego rozkładu temperatury („*temperature sliding*”);
- okres wyrównywania temperatury na przekroju, podczas przechodzenia do ustalonych warunków pracy bloku energetycznego („*temperature gradient vanishing*”).



Rys. 5. Wykresy zmian temperatury w czasie na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej naczynia ciśnieniowego podczas nagrzewania oraz rozkłady temperatury w poszczególnych chwilach czasu (Fontanie i Golopin, 2007)

Tak więc naprężenia cieplne rozpatrywane są w elementach urządzeń energetycznych zgodnie z normą EN 12952 jedynie w stanach nieustalonych podczas rozruchu i wyłączania bloku energetycznego. Wielkość tych naprężeń zależy od cech geometrycznych elementów oraz własności fizycznych materiałów. Można uzasadnić, że wielkość naprężeń cieplnych spowodowanych nierównomiernym rozkładem temperatury w okresie nagrzewania i chłodzenia jest w przybliżeniu proporcjonalna do kwadratu grubości naczyń ciśnieniowych poddanych oddziaływaniu nierównomiernego rozkładu temperatury, które stanowią elementy instalacji energetycznych (Rys. 6).



Rys. 6. Wykresy zmian w czasie naprężeń cieplnych na powierzchni wewnętrznej naczyń o różnej grubości ścianek (Fontanie i Golopin, 2007)

Z przebiegu wykresów przedstawionych na Rys. 6 wynika wniosek istotny dla praktyki przemysłowej, odnośnie korzyści związanych ze stosowania w energetyce stali o wyższej wytrzymałości na pełzanie. Zastosowanie takich materiałów umożliwi zmniejszenie grubości ścianek rozpatrywanych elementów, co z kolei prowadzi do istotnego zmniejszenia wielkości naprężeń cieplnych. W ogólnym przypadku dla elementów urządzeń energetycznych istnieje zatem dodatnie sprzężenie pomiędzy wytrzymałością na pełzanie oraz wielkością naprężeń cieplnych.

Zmienne w czasie naprężenia wyznaczone od obciążeń zewnętrznym polem siłowym oraz nierównomiernego pola temperatury wykorzystuje się zarówno w wytrzymałościowych obliczeniach sprawdzających jak i w procedurach

oceny trwałości. Jako pierwszy rozpatrzony zostanie przypadek obliczeń wytrzymałościowych.

2.1. Obliczenia z uwagi na dopuszczalny zakres naprężeń

Po obliczeniu $2f_{va}$ wprowadza się współczynniki korekcyjne uwzględniające wpływ karbów (mikrokarbów), w połączeniu ze strukturą powierzchni i złączy spawanych. W każdym przypadku decyduje końcowy stan powierzchni, osiągnięty po procesie wytwarzania. Oblicza się na tej podstawie skorygowany zakres naprężenia:

$$2f_{va}^* = 2f_{va} \times C_k \quad (19)$$

Odpowiadającą temu zakresowi wartość skorygowanego średniego naprężenia cyklu wynosi:

$$2\bar{f}_v^* = 2\bar{f}_v \times C_k \quad (20)$$

Współczynnik korekcyjny C_k określany jest na podstawie prób zmęczeniowych lub przyjmuje się jego wartości oznaczone w normie przez: C_{k0} , C_{k1} , C_{k2} , C_{k3} . Dla powierzchni gładkich przyjmowany jest współczynnik C_{k0} , dla którego norma podaje odpowiedni wzór oraz przedstawia nomogram. Współczynniki C_{k1} , C_{k2} , C_{k3} zależą od rodzaju złączy spawanych, które zestawiono w tablicach, a wartości współczynników ujęto za pomocą nomogramów w zależności od liczby cykli N_A do powstania początkowego pęknięcia.

W tej części normy wprowadza się pojęcie „miarodajnego zakresu naprężeń” $2f_a^*$. Sposób wyznaczania miarodajnego zakresu zależy od tego, czy odkształcanie w warunkach zmęczenia przebiega w obszarze odkształceń sprężystych, sprężysto-plastycznych czy też odkształceń plastycznych. W normie podane są odpowiednie kryteria dla każdego z tych przypadków, wynikające z porównania charakterystyk cyklu naprężeń z granicą plastyczności w temperaturze odniesienia.

2.1.1. Przypadek zmęczenia w zakresie sprężystym

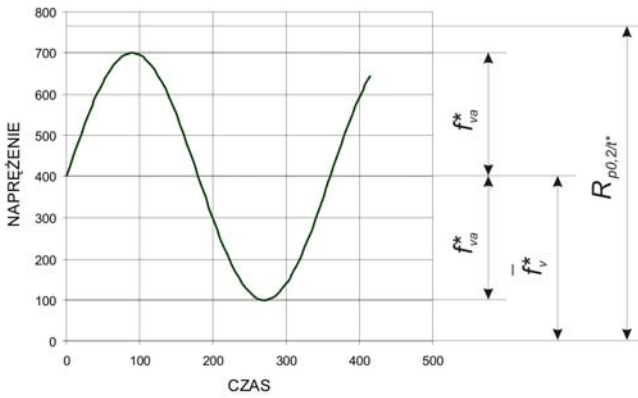
Przypadek taki ma miejsce, jeżeli spełniony jest warunek:

$$\left| \bar{f}_v^* \right| + \frac{2f_{va}^*}{2} \leq R_{p0,2/t^*} \quad (21)$$

Wartości naprężeń występujących w zależności (21) przedstawiono na Rys. 7 w powiązaniu z przebiegiem przykładowego cyklu zmiennych naprężeń.

Miarodajny zakres naprężeń w cyklu $2f_a^*$ określa się z wykorzystaniem skorygowanego zakresu naprężeń zastępczych $2f_{va}^*$ i skorygowanej wartości średniej \bar{f}_v^* wykorzystując równanie (22)

$$2f_a^* = \frac{2f_{va}^*}{1 - \left(\frac{\bar{f}_v^*}{R_m} \right)^2} \quad (22)$$



Rys. 7. Wykres z zaznaczonymi wielkościami charakteryzującymi cykl naprężeń dla przypadku zmęczenia w zakresie sprężystym

Równanie (22) wynika ze znanego wzoru Gärbera, ujmującego wpływ wartości naprężenia średniego na w wytrzymałość zmęczeniową. Zastosowanie takiego ujęcia jest konieczne, ponieważ wykresy zmęczeniowe, którymi posługuje się norma dotyczą wahadłowego cyklu naprężeń. Powstaje zatem problem wyznaczenia dopuszczalnego zakresu naprężeń dla innych przypadków zmiennych w czasie oddziaływań.

2.1.2. Zakres częściowo plastyczny

W tym przypadku naprężenia maksymalne f_v^* w cyklu zmiennych oddziaływań przekraczają granicę plastyczności w temperaturze odniesienia $-R_{p0,2/t^*}$, co oznacza, że:

$$|\bar{f}_v^*| + \frac{2f_{va}^*}{2} > R_{p0,2/t^*}$$

dla

$$f_v^* = C_k \times \max(|\Delta f_{23}|, |\Delta f_{12}|, |\Delta f_{31}|), \tag{23}$$

lecz

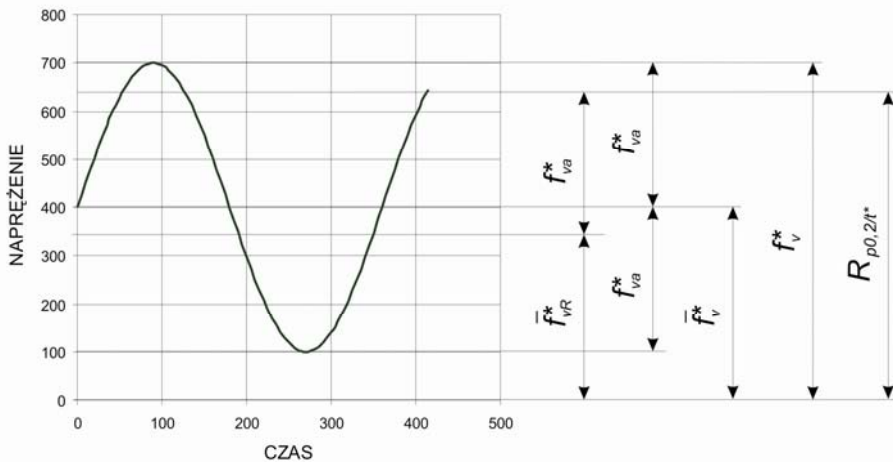
$$\frac{2f_{va}^*}{2} \leq R_{p0,2/t^*} \tag{24}$$

Wówczas do obliczania zakresu miarodajnych naprężeń należy zastosować, jak i w poprzednim przypadku, wzór (22).

We wzorze tym podstawia się jednak skorygowaną wartość naprężenia średniego:

$$\bar{f}_{vR}^* = R_{p0,2/t^*} - \frac{2f_{va}^*}{2} \tag{25}$$

Wpływ średniej wartości naprężenia zależy od jego amplitudy odniesionej do granicy plastyczności. Dla wartości zakresu naprężenia $2f_{va}^*$ bliskiej dwukrotnej granicy plastyczności wpływ wartości średniej zgodnie z normą jest pomijalnie mały.



Rys. 8. Wykres z zaznaczonymi wielkościami charakteryzującymi cykl naprężeń dla przypadku zmęczenia w zakresie częściowo plastycznym

2.1.3. Zakres plastyczny

Jeśli skorygowany zakres naprężeń w cyklu $2f_{va}^*$ przekracza dwukrotną wartość granicy plastyczności:

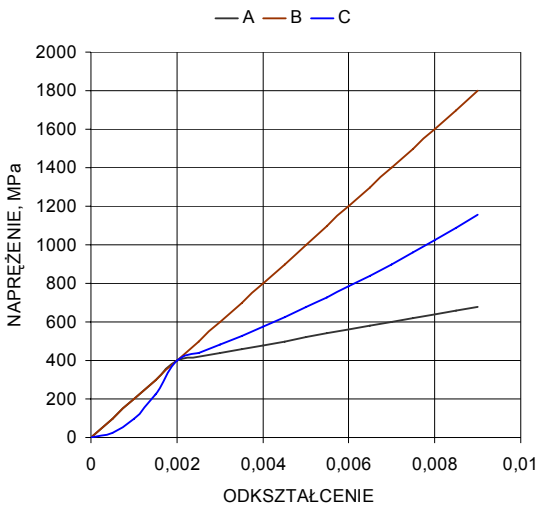
$$2f_{va}^* > 2R_{p0,2/t^*} \tag{26}$$

wówczas naprężenie średnie powinno być przyjęte jako $\bar{f}_v^* = 0$. Zakres miarodajnych naprężeń $2f_a^*$ wyznacza się w tym przypadku w zależności od granicy plastyczności za pomocą równania:

$$2f_a^* = \frac{(2f_{va}^*)^2}{2R_{p0,2/t^*}} \tag{27}$$

Jak podaje norma, wzoru (27) nie powinno się stosować w przypadku, gdy zakres naprężenia określono jako naprężenie wirtualne z całkowitego odkształcenia $-2\varepsilon_{atot}$, uwzględniającego odkształcenie sprężyste i plastyczne za pomocą teoretycznej lub eksperymentalnej analizy naprężeń z zależności $2f_a^* = 2\varepsilon_{atot}$.

Ten sposób podejścia uzasadniony jest relacją pomiędzy wartościami naprężeń wyznaczonymi z zależności (27) oraz na podstawie oszacowania jako $2f_a^* = 2E\varepsilon_{atot}$. Oszacowanie to ma charakter konserwatywny i daje zawyżone wartości zakresu naprężenia $2f_a^*$ (Rys. 9).



Rys. 9. Naprężenie w funkcji odkształcenia: A – prawo Hooke’a, B – $f_a^* = E\varepsilon_{atot}$, C – zależność (30) (dla $E = 200000$ MPa, $R_{q0,2/t^*} = 400$ MPa, $n = 4000$ MPa)

2.2. Współczynnik korekcyjny

Dla temperatury odniesienia $t^* \geq 100^\circ\text{C}$ uwzględnia się zmniejszenie zakresu naprężeń spowodowanego temperaturą poprzez współczynnik korygujący C_{t^*} . W procedurze określania dopuszczalnego zakresu naprężeń dla zadanej liczby cykli wprowadza się pojęcie „wirtualnego miarodajnego zakresu naprężenia”:

$$2f_{at^*}^* = \frac{2f_a^*}{C_{t^*}} \quad (28)$$

Wartości współczynnika C_{t^*} podano w normie w postaci wzorów oraz w formie nomogramów dla stali ferrytycznych i austenitycznych.

2.3. Dopuszczalny zakres naprężeń

Dopuszczalny zakres naprężeń dla danej liczby cykli obciążeń wymaga dodatkowo wprowadzenia współczynników bezpieczeństwa dla naprężeń $S_s = 1,5$ oraz dla liczby cykli obciążeń $S_L = 10$. W załączniku B do normy EN 12952-3 podano zależności matematyczne, z których można obliczyć wartość f_a dla danej liczby cykli obciążeń.

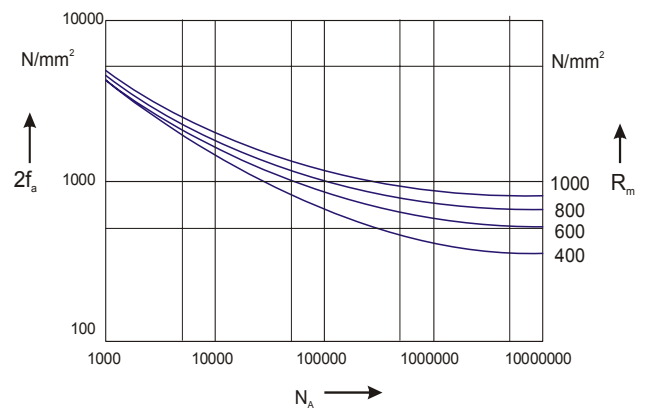
Dopuszczalny zakres naprężeń wyznacza się ze wzoru:

$$2f_{at^*}^* \leq \min \left\{ \frac{2f_{as}}{S_s}, 2f_{al} \right\} \quad (29)$$

w którym występuje:

- zakres naprężenia $2f_{as}$, wyznaczony dla danej projektowanej liczby cykli $N_A = N$, podzielony przez współczynnik bezpieczeństwa dla naprężeń;
- oraz zakres naprężenia $2f_{al}$ wyznaczony dla projektowanej liczby cykli N pomnożonej przez współczynnik bezpieczeństwa dla liczby cykli obciążeń – $N_A = S_L N$.

Na Rys. 10 przedstawiono wykresy zmęczeniowe, które stanowią podstawę dla wyznaczenia dopuszczalnej wartości zakresu naprężenia. Wykresy te różnicują zmęczeniowe własności materiału, które należy wziąć pod uwagę w obliczeniach wytrzymałościowych z uwagi na kryterium trwałości, w zależności od wartości wytrzymałości na rozciąganie. Korzystając z tych wykresów można dla założonej wartości N_A wyznaczyć $2f_a$ a następnie $2f_{as}$ i $2f_{al}$.



Rys. 10. Wykresy zmęczeniowe zilustrowane na podstawie normy EN 12952-3

3. TRWAŁOŚĆ ZMĘCZENIOWA W UJĘCIU NORMY EN 12952-4

Jeśli przedmiotem rozważań jest stopień uszkodzenia w wyniku zmęczenia, wówczas stosuje się normę EN 12952-4, która zawiera opis sposobu identyfikacji cykli obciążeń opierający się na metodzie „range pair” przedstawionej w pracy N. E. Dowlinga (1973). Może być również stosowany, oparty na tej metodzie, sposób zliczania cykli „rain-flow-load”. Ekstrema naprężeń oznaczane są w tej części normy literą x_i .

Zidentyfikowane cykle obciążeń powinny być zliczane w klasy o amplitudzie naprężeń $2f_{va}$ w temperaturze odniesienia t^* .

$$2f_{va} = |x_2 - x_3| \quad (30)$$

Podczas obliczania zakresu naprężenia za pomocą metody elementów skończonych nie jest konieczne uwzględnianie współczynnika wpływu karbu C_k i wówczas $2f_{va}^* = 2f_{va}$.

Temperatura odniesienia dla cyklu obciążenia, jak wynika z równania (8), powinna być obliczana z zależności:

$$t^* = 0,75 \max [t(x_2), t(x_3)] + 0,25 \min [t(x_2), t(x_3)] \quad (31)$$

Norma zawiera szczegółową procedurę obliczania wymienionych wielkości wraz z przykładami jej użycia.

Uszkodzenie spowodowane zmęczeniem obliczone dla każdej z klas cykli obciążenia wyraża się zależnością:

$$\Delta D_{Fik} = \frac{n_{ik}}{N_{ik}} \quad (32)$$

gdzie: n_{ik} jest zliczoną liczbą cykli obciążeń w klasie i , k , N_{ik} jest dopuszczalną liczbą cykli obciążeń w klasie i , k .

Całkowite uszkodzenie spowodowane zmęczeniem liczy się z zależności:

$$D_F = D_{FRSE} + \sum_i \sum_k \Delta D_{Fik} \quad (33)$$

gdzie D_{FRSE} oznacza uszkodzenie spowodowane opisanym w normie ciągiem RSE .

Tak obliczone uszkodzenie sumuje się następnie z uszkodzeniem spowodowanym pełzaniem. Obliczona suma powinna być mniejsza od jedności. Norma nie uwzględnia w tym wypadku współczynników bezpieczeństwa, które zawarte są w konserwatywnym mierzonym jak i obliczanych wielkości. Pod tym względem różni się od stosowanych wcześniej powszechnie procedur TRD, w których przyjmowano dopuszczalną wielkość zużycia równą 0,5.

4. BADANIA CHARAKTERYSTYK OBCIĄŻEŃ OBIEKTU

Trzeba jednak mieć na uwadze, że przedstawiony sposób wyznaczania naprężeń, jest wprawdzie zgodny z normami, nie uwzględnia jednak wielu możliwych stanów, które pojawiają się podczas pracy bloku energetycznego. Dotyczy to w szczególności gwałtownych zmian temperatury wynikających z procesu sterowania zarówno w warunkach rozruchu i wyłączenia jak i korygowania parametrów pracy bloku. Konieczność lokalnego wprowadzania medium chłodzącego podczas pracy instalacji energetycznych powoduje gwałtowne, lokalne chłodzenie wywołane parowaniem wody. Dotyczy to w szczególności elementów znajdujących się w pobliżu tak zwanych schładzaczy wtryskowych, jak na przykład komory przegrzewaczy. Niekiedy również podczas pracy instalacji występują efekty nagłego schładzania spowodowane odparowaniem skraplającej się pary wodnej. Cykliczny charakter pracy schładzaczy jest powodem występowania dużych, powstających i zanikających, gradientów temperatury na powierzchni rozpatrywanych elementów. Częstość zmian obciążeń cieplnych oraz szybkość zmian temperatury jest w takich przypadkach kilkadziesiąt lub nawet kilkaset razy większa od częstości rozruchów i odstawiń bloków. Efekt ten spowodowany jest oddziaływaniem wody zraszającej powierzchnię wewnętrzną komór przegrzewaczy – „spray-water effect” i został opisany między innymi w pracy Adamsa i innych (2007). Jego wpływ na obciążenia cieplne jest w chwili obecnej przedmiotem dyskusji w środowisku inżynierów energetyków, zwłaszcza w odniesieniu do tych przypadków, w których bloki energetyczne pracują w systemie cyklicznym, w którym częstość rozruchów i odstawiń jest znacznie większa w odniesieniu do warunków pracy bloków konwencjonalnych. Zróżnicowanie temperatury na

przekroju elementów grubościennych bloku spowodowane jest również działaniem systemu sterującego temperaturą na drodze pomiędzy kotłem i turbiną. Przyjęcie w takim przypadku do obliczeń założonej przez projektanta średniej szybkości zmian temperatury pary w warunkach rozruchu, jak proponuje norma, nie zapewnia możliwości dokładnego określenia wartości naprężeń cieplnych w elementach krytycznych instalacji. Dokładniej naprężenia dla poszczególnych chwil czasu można wyznaczyć opierając się na wynikach pomiarów lokalnych zmian temperatury lub w oparciu o obliczenia jej rozkładów przy założeniu odpowiednich warunków brzegowych.

5. MODELOWANIE PROCESU ZMĘCZENIA CIEPLNO-MECHANICZNEGO

Jednym z wielu elementów bloku energetycznego, w których zachodzą procesy zmęczenia cieplno-mechanicznego w sposób szczególnie intensywny są elementy układu przegrzewaczy pary. Należą do nich tak zwane komory w postaci rur grubościennych łączących poszczególne stopnie przegrzewaczy. Do komór – kolektorów rur wężownic doprowadzana jest para układem rur „dolotowych” i odprowadzana z nich za pomocą układu rur „wylotowych”. Układy rur o mniejszej średnicy przyspawane są do rur grubościennych za pomocą odpowiednich króćców. Fragment jednej z komór przegrzewaczy stosowanych w polskich elektrowniach pokazano na Rys. 11. Rysunek ten przedstawia model geometryczny rury grubościennej wraz z króćcami i układem wewnętrznych otworów, przez które przepływa para wodna. Model zbudowany został przy użyciu programu Alibre Design, którego opis można znaleźć na stronie internetowej <http://www.alibre.com/>. Model do obliczeń przygotowano przy użyciu programu MES Algor Opis programu wraz z wieloma przykładami przedstawiono w książkach Spyrakosa (1994, 1997). Program użyto do obliczeń zmiennych w czasie pól temperatury, naprężeń i odkształceń.

Warunki brzegowe przyjęte do obliczeń rozkładów naprężeń i odkształceń założono biorąc pod uwagę pomiary temperatury wykonane podczas eksploatacji oraz symetrię obiektu. Warunki w postaci ograniczenia swobody przemieszczeń w odpowiednich kierunkach wynikają między innymi z symetrii obiektu i założono je podobnie jak we wcześniejszych opracowaniach Mutwila i Cieśli (2007) oraz Okrajniego i innych (2007).

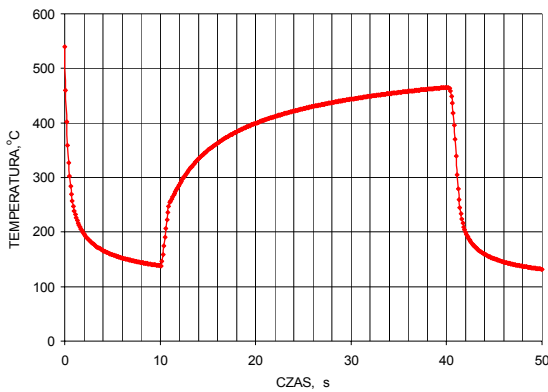
W obliczeniach przyjęto współczynniki przyjmowania ciepła zestawione w Tab. 1. Współczynniki te założono na podstawie podręcznika pod redakcją Z. Orłosa „Naprężenia cieplne” (1991), przyjmując intensywną wymianę ciepła zarówno w warunkach nagrzewania, przy kontakcie powierzchni wewnętrznej z parą przegrzaną, jak i w warunkach chłodzenia, przy kontakcie powierzchni wewnętrznej z odparowującą wodą. Na powierzchni zewnętrznej przyjęto wymianę ciepła dla przypadku kontaktu z powietrzem o temperaturze pokojowej.

Założono, że komora poddana jest stałemu obciążeniu ciśnieniem wewnętrznym, dla którego oddzielnie wykonano obliczenia rozkładów naprężeń oraz przyjęto, że cykl

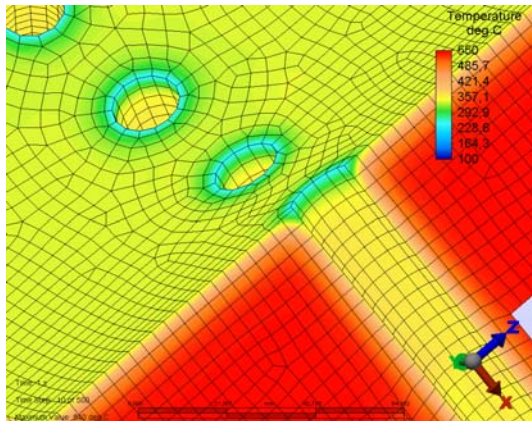
zmian temperatury wyznaczone zostanie po okresie dłuższego czasu nagrzewania parą przegrzaną o temperaturze 540 °C, aż do momentu wyrównania jej rozkładu na przekroju komory. Cykl zmian temperatury składał się z krótkiego czasu chłodzenia –10 s, związanego z koniecznością nagłego schłodzenia medium (pary przegrzanej) w warunkach sterowania blokiem energetycznym oraz z dłuższego okresu nagrzewania –30 s. Wykonano następnie obliczenia, na podstawie których wyznaczono rozkłady oraz wartości zmiennej w czasie temperatury w wybranych punktach komory (Rys. 12-15).

Tab. 1. Współczynniki przyjmowania ciepła

Para przegrzana	$\alpha_w = 0,001 \text{ W/mm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$
Woda -wrzenie	$\alpha_w = 0,01 \text{ W/mm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$
Powietrze	$\alpha_z = 0,000001 \text{ W/mm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$



Rys. 12. Przebieg zmian w czasie temperatury w punkcie 2 na powierzchni wewnętrznej komory przegrzewacza pary

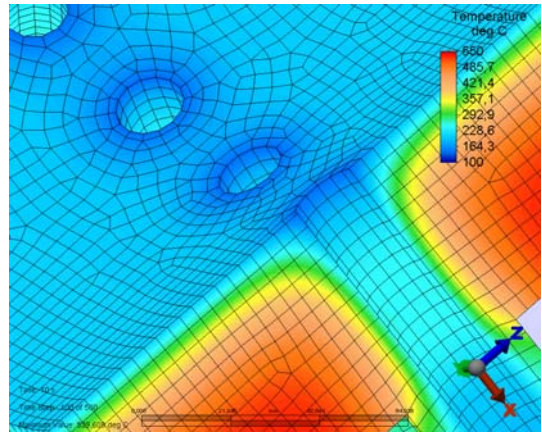


Rys. 13. Rozkład temperatury na powierzchni i przekroju komory wyznaczone dla przypadku jej cyklicznego chłodzenia i nagrzewania: 1 s – chłodzenie

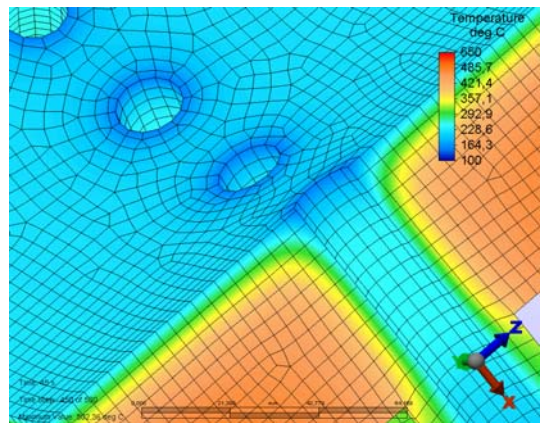
W celu oszacowania relacji pomiędzy naprężeniami i odkształceniami w przypadku powstawania cyklicznych plastycznych odkształceń przyjęty został termo-plastyczny model materiału (Rys. 16).

Przyjęto sprężysto-plastyczny model materiału z liniowym umocnieniem, w którym moduł sprężystości i współczynnik umocnienia były zależne od temperatury. Wyniki

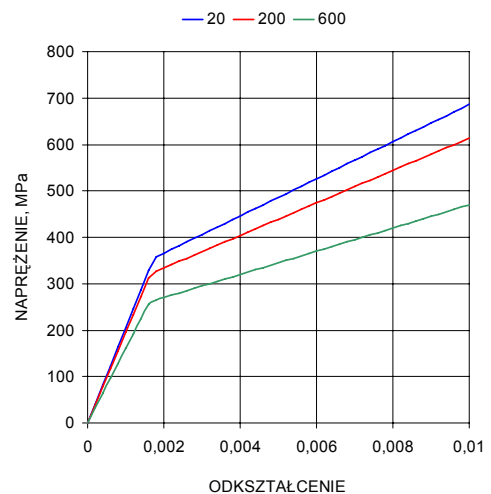
obliczeń rozkładów naprężen dla wybranych chwil czasu przedstawiono na Rys. 17-19.



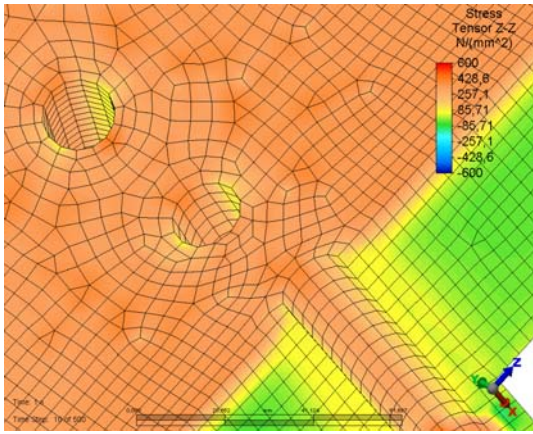
Rys. 14. Rozkład temperatury na powierzchni i przekroju komory wyznaczone dla przypadku jej cyklicznego chłodzenia i nagrzewania: 10 s – chłodzenie



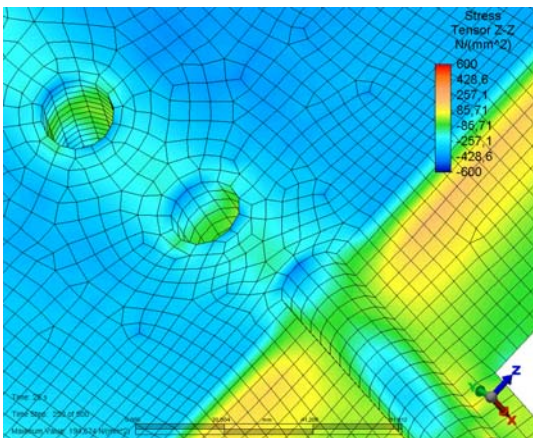
Rys. 15. Rozkład temperatury na powierzchni i przekroju komory wyznaczone dla przypadku jej cyklicznego chłodzenia i nagrzewania: 45 s – chłodzenie



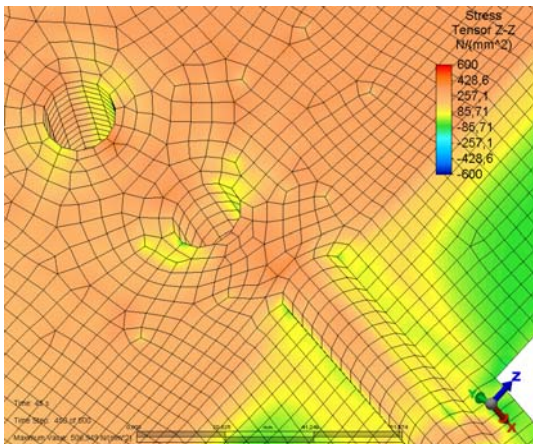
Rys. 16. Charakterystyki izotermiczne modelu materiału przyjętego do obliczeń rozkładów odkształceń i naprężen cieplnych spowodowanych oddziaływaniem nierównomiernego pola temperatury; poszczególne linie odpowiadają różnym wartościom temperatury podanym w legendzie w °C



Rys. 17. Rozkład naprężeń osiowych na powierzchni i przekroju komory przegrzewacza: 1 s – chłodzenie

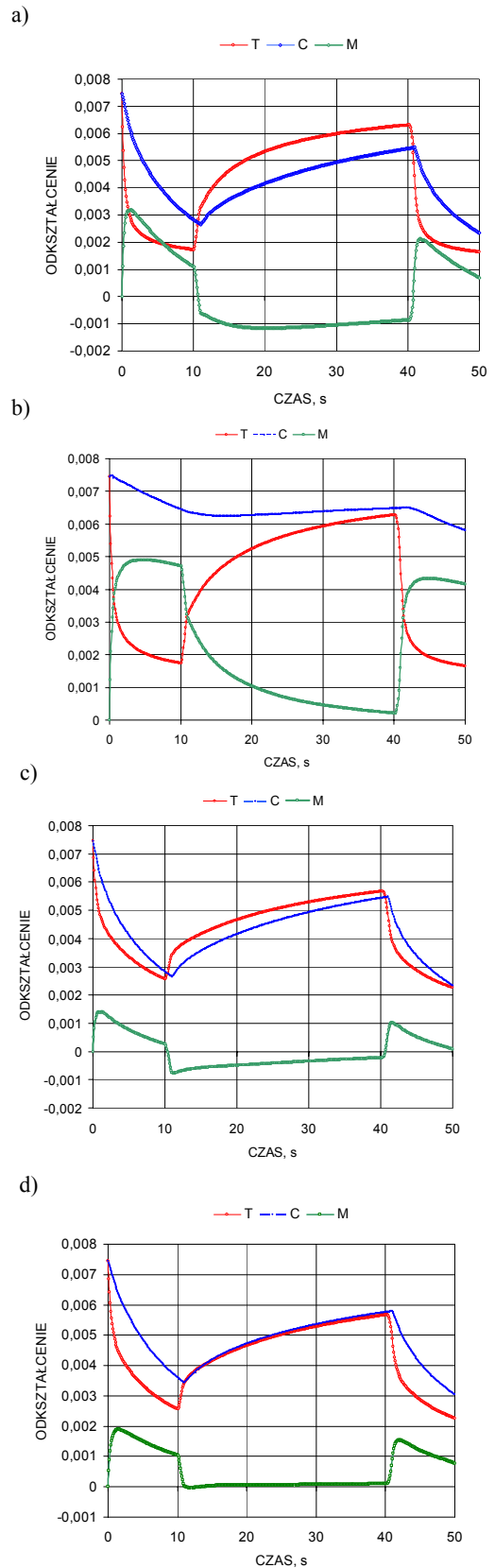


Rys. 18. Rozkład naprężeń osiowych na powierzchni i przekroju komory przegrzewacza: 25 s – nagrzewanie

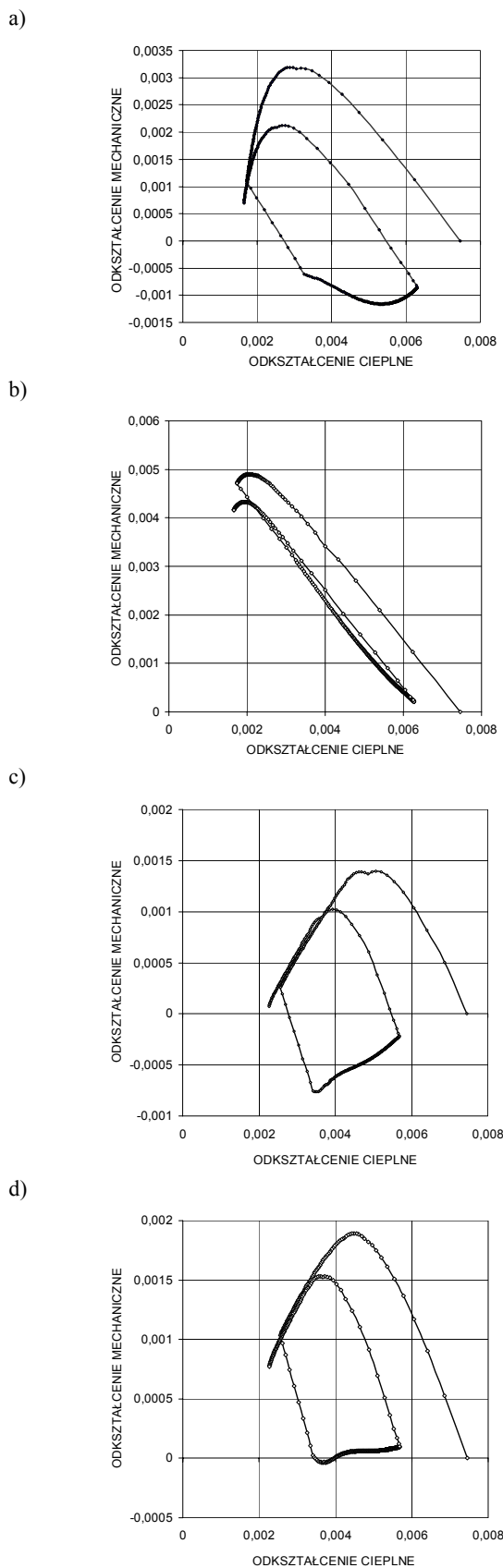


Rys. 19. Rozkład naprężeń osiowych na powierzchni i przekroju komory przegrzewacza: 45 s - chłodzenie

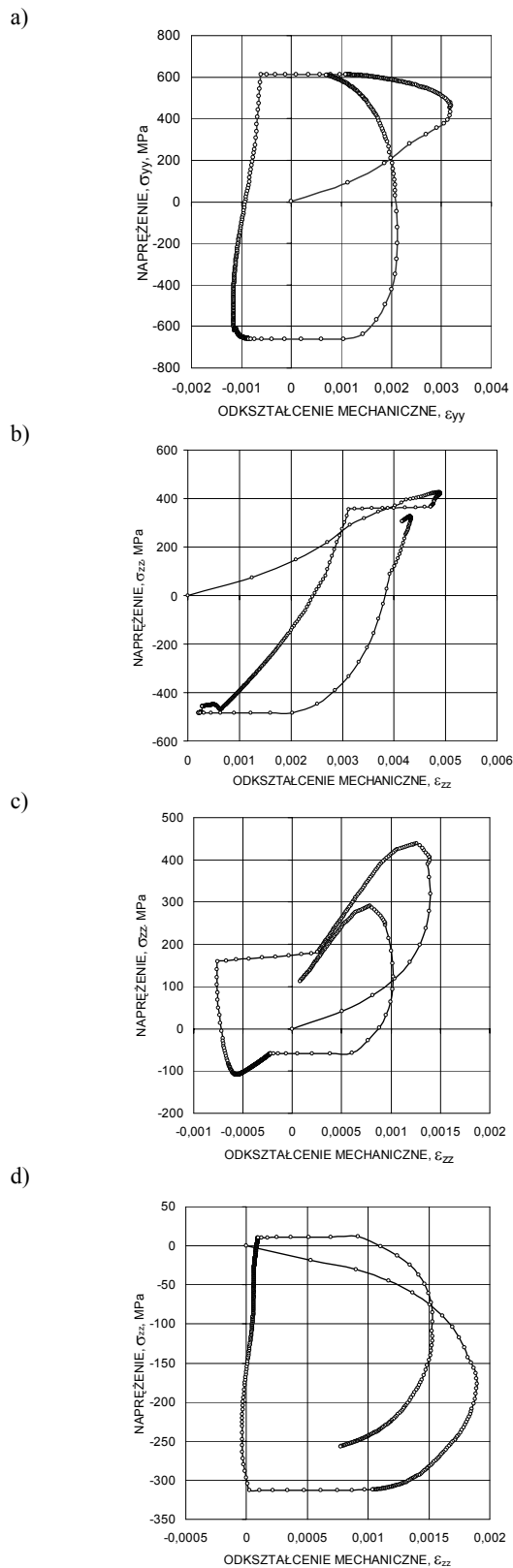
Zmienne w poszczególnych chwilach wartości odkształceń mechanicznych i cieplnych dla wyznaczonych zmiennych w czasie rozkładów temperatury oraz charakterystyki zależności pomiędzy odkształceniami cieplnymi i odkształceniami mechanicznymi, wyznaczone dla poszczególnych punktów na powierzchni komory (1-4 na Rys. 11) przedstawiono na Rys. 20 i 21.



Rys. 20. Przebiegi zmian odkształceń cieplnych, całkowitych i mechanicznych w funkcji czasu w wybranych punktach na powierzchni komory w warunkach sterowania blokiem energetycznym: a) punkt 1 z Rys. 11 – wydłużenia właściwe w kierunku osi y, b) punkt 2 – wydłużenia właściwe w kierunku osi x, c) punkt 3 – wydłużenia właściwe w kierunku osi z, d) punkt 4 – wydłużenia właściwe w kierunku osi z



Rys. 21. Charakterystyki zmian odkształceń mechanicznych w funkcji odkształceń cieplnych wyznaczone dla punktów 1-4 (Rys. 11) na powierzchni komory: a) punkt 1 z Rys. 11 – wydłużenia właściwe w kierunku osi y, b) punkt 2 – wydłużenia właściwe w kierunku osi z, c) punkt 3 – wydłużenia właściwe w kierunku osi z, d) punkt 4 – wydłużenia właściwe w kierunku osi z



Rys. 22. Charakterystyki zmian naprężeń w funkcji odkształceń cieplnych w wybranych punktach 1-4 położonych na powierzchni komory: a) punkt 1 z Rys. 11 – naprężenia normalne i wydłużenia właściwe w kierunku osi y, b) punkt 2 – naprężenia normalne i wydłużenia właściwe w kierunku osi z, c) punkt 3 – naprężenia normalne i wydłużenia właściwe w kierunku osi z, d) punkt 4 – naprężenia normalne i wydłużenia właściwe w kierunku osi z

Niektóre spośród charakterystyk pokazanych na rysunkach 21a do 21d wykazują pewne podobieństwo do przyjmowanych w badaniach zmęczeniowych ujętych w Code-of-Practice (Hähner, 2008). Wykres na Rys. 21b można na przykład odnieść do liniowej zależności pomiędzy odkształceniem mechanicznym i cieplnym w teście, w którym wymienione odkształcenia przesunięte są w fazie o kąt 180° w tak zwanym „out of phase test” (OP). Wykres na rysunku 21c można porównać z charakterystyką testu, w którym cykl odkształceń mechanicznych przesunięty jest w fazie w odniesieniu do cyklu odkształceń cieplnych o kąt 90° – tak zwanego cyklu „diamond”. O ile jednak wykresy te wykazują pewne podobieństwo do charakterystyk powszechnie stosowanych testów zmęczenia cieplno-mechanicznego (Hähner, 2008; Bresser i Remy, 1996; Sehitoglu, 1996), to w przypadku zależności pomiędzy odkształceniami mechanicznymi i naprężeniami różnice te są znacznie bardziej istotne.

Wykonane wcześniej obliczenia rozkładów naprężeń i odkształceń w komorze przegrzewacza wykazały, że naprężenia i odkształcenia mechaniczne spowodowane oddziaływaniem nierównomiernego pola temperatury mogą być znacznie większe od naprężeń i odkształceń wywołanych ciśnieniem wewnątrz komory (Mutwil i Cieśla, 2007; Okrajni i inni, 2007). Rozciągające naprężenia cieplne o wysokich wartościach powstają zwłaszcza w warunkach nagłego schładzania podczas nieustalanej pracy bloku energetycznego

6. PODSUMOWANIE

Opracowanie w części wstępnej przedstawia sposób oceny wytrzymałości i trwałości elementów poddanych zmęczeniu cieplno-mechanicznemu w ujęciu obowiązującej obecnie normy, w której poddano analityczne zależności dla naprężeń cieplnych oraz naprężeń od obciążeń zewnętrznym polem siłowym – w omawianym przypadku ciśnieniem wewnętrznym. Ujęcie to obarczone jest wieloma przybliżeniami, wpływającymi na dokładność wyników obliczeń. Obecnie coraz częściej stosuje się komputerowe metody wyznaczania rozkładów naprężeń w tym metodę elementów skończonych. Metody te oprócz zwiększenia dokładności obliczeń, zwłaszcza w obszarach koncentracji naprężeń, dają dodatkowo możliwość wykonania analizy przebiegu zmiennych w czasie rozkładów naprężeń, przemieszczeń i odkształceń w całej objętości danego elementu, gdy tymczasem norma traktuje problem lokalnie i podaje wzory jedynie dla naprężeń ekstremalnych lub ich zakresów w określonych miejscach danego elementu. Przy użyciu metod komputerowych możliwe jest wyznaczenie lokalnych charakterystyk omawianego procesu w postaci relacji pomiędzy naprężeniami, odkształceniami i temperaturą w zależności od czasowych charakterystyk cyklu cieplno-mechanicznego w dowolnym punkcie rozpatrywanego elementu.

Przebieg zależności pomiędzy temperaturą, odkształceniami mechanicznymi i naprężeniami decyduje o charakterze oraz intensywności zjawisk powstawania pęknięć w procesie zmęczenia cieplno-mechanicznego i charakteryzuje warunki tego procesu w danym obszarze konkretnego

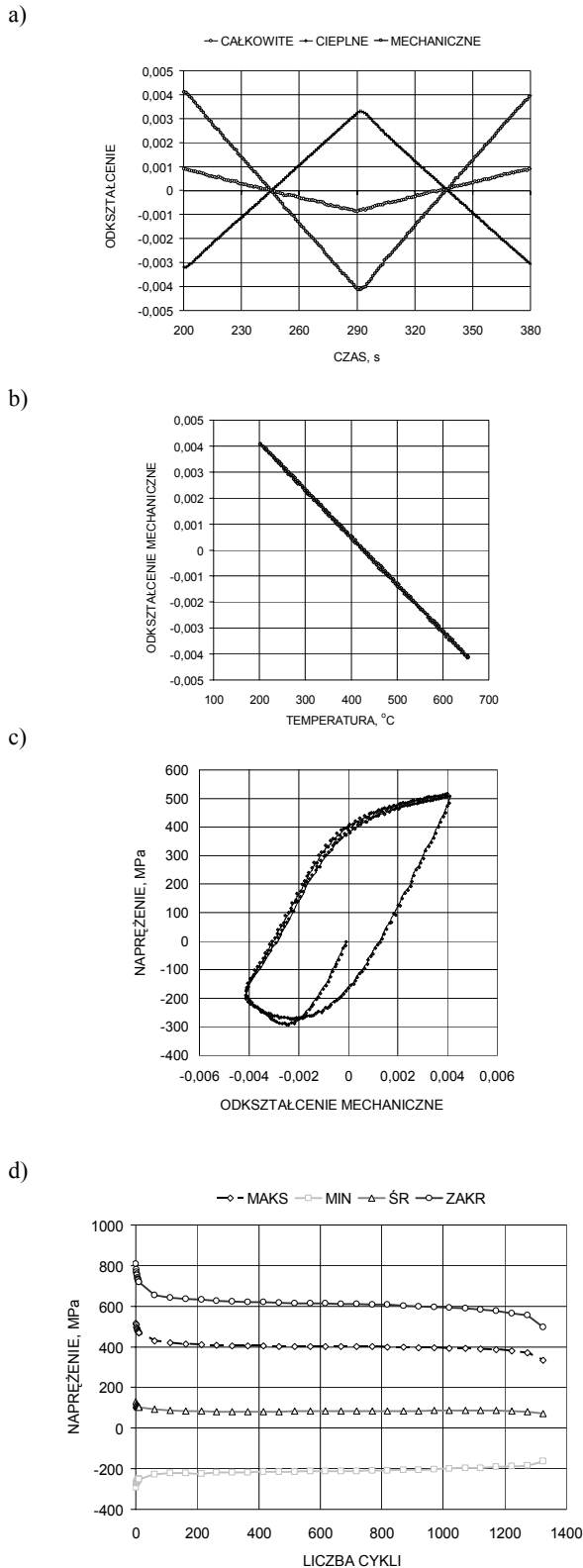
elementu. Dane uzyskane na podstawie metod modelowania komputerowego można następnie odnieść do warunków testu, podczas którego wyznaczana jest trwałość zmęczeniowa – w tym również testów „IP” lub „OP” (Hähner, 2008; Bresser i Remy, 1996; Sehitoglu, 1996).

Problem zmęczenia cieplno-mechanicznego jest zagadnieniem w dalszym ciągu w pełni nie rozwiązany. Pomimo powszechnego przekonania wśród inżynierów energetyków co do roli tego zjawiska w procesach degradacji własności wytrzymałościowych materiałów, w dalszym ciągu własności te w nieadekwatnym stopniu do ich znaczenia uwzględniane są w procedurach oceny trwałości elementów urządzeń energetycznych. W chwili obecnej w Polsce brak jest bazy danych umożliwiających ocenę wytrzymałości materiałów żarowytrzymałych w warunkach oddziaływań mechanicznych i cieplnych. W szczególności stwierdzenie to można odnieść do stopów metali stosowanych w energetyce. Wyjaśnienia wymaga problem interakcji pomiędzy zmęczeniem i procesami reologicznymi istotny dla kryteriów oceny stopnia degradacji własności materiałów poddanych oddziaływaniom mechanicznym i cieplnym.

Tak więc można przypuszczać, że w najbliższych latach wraz ze wzrostem wiedzy na temat procesów zmęczenia wywołanego oddziaływaniem nierównomiernego, zmiennego w czasie pola temperatury zmianom ulegać będą normy obliczeń wytrzymałościowych elementów ciśnieniowych pracujących w podwyższonej temperaturze. Wcześniej podjęto działania zmierzające do unormowania metodyki badania zmęczenia cieplno-mechanicznego. W chwili obecnej istnieje jednak jedynie procedura tego typu badań, opracowana w ramach 5. Programu Ramowego w projekcie pod tytułem TMF – Standard „The route to standardisation” (Hähner, 2008). Zapoczątkowano prace zmierzające do nadania tej procedurze rangi normy o zasięgu europejskim. Wraz ze wzbogacaniem wiedzy na temat charakterystyk poszczególnych materiałów należy oczekiwać w niedalekiej przyszłości jej implementacji w metodyce projektowania i oceny stanu technicznego elementów instalacji energetycznych. Należy jednak mieć na uwadze, że testy zmęczeniowe mogą być realizowane jedynie dla wybranych rodzajów cykli odkształceń i temperatury.

W takim wypadku wykonane obliczenia mogą stanowić podstawę do określenia parametrów testu materiałowego, który stanowiłby przybliżenie warunków zmęczeniowych występujących lokalnie w rozpatrywanym elemencie. Na tej podstawie można byłoby dokonać oszacowania trwałości w oparciu o charakterystyki wyznaczone w warunkach laboratoryjnych.

Można dokonać porównania charakterystyk wyznaczonych dla wybranego obszaru w elemencie poddanym zmęczeniu cieplno-mechanicznemu z wynikami testów zmęczeniowych (Rys. 23).



Rys. 23. Charakterystyki zmęczenia ciepłno-mechanicznego wyznaczone dla próbek w testach laboratoryjnych: a) charakterystyki cykli odkształceń całkowitych, mechanicznych i cieplnych – test OP, stal P92, b) zależność pomiędzy odkształceniem mechanicznym i temperaturą – test OP, stal P92, c) zależność pomiędzy odkształceniem mechanicznym a naprężeniem – test OP, stal P92, d) zmiany naprężenia maksymalnego (MAX), minimalnego (MIN), średniego (ŚR) i zakresu naprężenia (ZAKR) w funkcji liczby cykli - test OP, stal P92

Porównywanie trwałości wyznaczonej w testach zmęczeniowych z trwałością materiału w warunkach eksploatacji wymaga więc dużej ostrożności i w chwili obecnej nie ma powszechnie akceptowanych kryteriów, które umożliwiłyby takie porównywanie.

Przedstawione rozważania mogą stanowić jedynie przyczynek do opisu charakteru zjawiska zmęczenia ciepłno-mechanicznego przedstawionego w ujęciu modeli MES oraz badanych warunkach laboratoryjnych. Istniejące różnice tych dwóch ujęć mają różne źródła. Jednym z nich jest przyjmowany w obliczeniach MES rodzaj termoplastycznego modelu materiału. Na obecnym etapie zastosowanie przybliżenia polegającego na założeniu stałego w danej temperaturze współczynnika umocnienia wynikało z ograniczeń użytego do obliczeń programu MES. W kolejnych pracach przewiduje się zastosowanie różnych modeli materiałowych, zakładających możliwość występowania odkształceń plastycznych z uwzględnieniem różnego charakteru umocnienia oraz procesów reologicznych.

Poza dyskusją pozostawiono na obecnym etapie problem ilościowego porównania stanów odkształcenia w próbce i w rozpatrywanych obiektach, łącząc go z zagadnieniem opracowania odpowiednich modeli konstytutywnych materiałów. Zagadnienie to w dalszym ciągu nie zostało w pełni rozwiązane, pozostaje więc przedmiotem prac prowadzonych przez wiele ośrodków w tym również Katedrę Mechaniki Materiałów Politechniki Śląskiej (Okrajni i inni, 2008).

LITERATURA

1. **Adams R., Kaegi U., Sherikar S. V.** (2007), Getting reliable Turbine Bypass System performance in Cycling Power Plants, *ETD Conference on Cyclic Operation of Power Plant*, London.
2. **Bressers J., Remy L.** (eds.) (1996), *Fatigue under Thermal and Mechanical loading*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
3. **Dowling N. E.** (1973), Fatigue Life end inelastic Strain Response under Complex Historie for an Alloy Steel, *Journal of Testing and Evaluation*, Vol 1 No.4, 271/87.
4. **Fontaine P., Golopin J-F.** (2007), HRSG Optimization for cycling duty based on Euro Norm EN 12952-3, *ETD Conference on Cyclic Operation of Power Plant*, London.
5. **Hähner P. et al.** (2008), Research and development into a European code-of-practice for strain-controlled thermo-mechanical fatigue testing, *International Journal of Fatigue*, Vol. 30, Issue 2, 372-381.
6. **Mutwil K., Cieśla M.** (2007), Czynniki determinujące trwałość komór przegrzewaczy pary, *Energetyka*, z. nr 14, Oficyna Wydawnicza Energia COSiW, Katowice, 81-84.
7. **Okrajni J., Marek A., Junak G.** (2008), Thermo mechanical fatigue: code of practice and development of mechanical models, *Internet Journal*, OMMI (Operation Maintenance and Materials Issue), Vol. 5, Issue 1.
8. **Okrajni J., Plaza M., Marek A.** (2007), Zmęczenie ciepłno-mechaniczne elementów urządzeń energetycznych, *Energetyka*, z. nr 14, Oficyna Wydawnicza Energia COSiW, Katowice, 85-89.
9. **Orłoś Z. [red.]** (1991), *Naprężenia cieplne*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

10. **Perrin I. J., Fishburn J. D.** (2005), A Perspective on the Design of High Temperature Boiler Components, *Proceedings of Conference Creep and Fracture in High Temperature Components*, DEStech Publications, Inc., Lancaster, Pennsylvania 17601 USA.
11. **Sehitoglu H.** (1996), *Thermal and Thermo-mechanical Fatigue of Structural Alloys*, Fatigue and Fracture, Vol. 19, ASM Handbook, 527-556.
12. **Spyrakos C.** (1994), *Finite Element Modeling in Engineering Practice*, ALGOR Publishing Division, Pittsburgh, PA.
13. **Spyrakos C., Raftoyiannis J.** (1997), **Finite Element Modeling In Engineering Practice**, Algor Publishing Division, Pittsburgh, PA.
14. **Webster G. A., Ainsworth R. A.** (1994), *High Temperature Component Life Assessment*, Chapman & Hall, London.
15. BS 7910, Guide on methods for assessing the acceptability of flaws in structures (replacing PD 6493 and PD 6539), British Standards Institution, London 1994.
16. Nuclear Electric Ltd: Assessment Procedure for the High Temperature Response of Structure. Proc. R5 Issue 2, UK. 1997.
17. Project European Thematic Network FITNET FFS-GIRT-CT-2001-05071.
18. Standards EN 12952, EN 12952-3:2001 (E), EN 12952-4:2000.
19. <http://www.alibre.com/>

THE THERMO-MECHANICAL FATIGUE IN STANDARDS AND COMPUTER MODELLING

Abstract: The main purpose of this work is the description of the mechanical behaviour of power plant components working under mechanical and thermal loading that cause the thermo-mechanical fatigue fracture in selected areas of the component surfaces. The computer modelling has been used to describe the local stress-strain behaviour of the chosen component. The stress and strain fields have been determined under thermal loading. Tensile thermal stresses of high values are created especially under conditions of sudden cooling during unsteady work of a power unit. The presented analysis is the part of the complex investigation method which main purpose is increasing accuracy of the TMF process description and thermo-mechanical life assessment.

Podziękowania

Pracę wykonano w ramach projektu: "Trwałość elementów urządzeń poddanych oddziaływaniom mechanicznym i cieplnym z uwzględnieniem efektów pełzania" nr N N507 375435 finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego. Autor uprzejmie dziękuje za stworzenie możliwości przeprowadzenia badań i upowszechnienia ich wyników.

ZAGADNIENIE KONTAKTOWE Z UWZGLĘDNIENIEM WYTWARZANIA CIEPŁA DLA PÓLPRZESTRZENI KOMPOZYTOWEJ O STRUKTURZE PERIODYCZNEJ O BRZEGU PROSTOPADŁYM DO UWARSTWIENIA

Dariusz M. PERKOWSKI*, Roman KULCHYTSKY-ZHYHAIŁO*, Stanisław J. MATYSIAK*

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

d.perkowski@pb.edu.pl, ksh@pb.edu.pl, s.j.matysiak@uw.edu.pl

Streszczenie: W pracy rozpatrzono zagadnienie kontaktowe dla półprzestrzeni kompozytowej z uwzględnieniem wytwarzania ciepła. Ośrodek materialny jest kompozytem warstwowym składającym się z dwuskładnikowych liniowo-termosprężystych lamin powtarzających się periodycznie a brzeg ciała jest prostopadły do uwarstwienia. Nieodkształcalny stempel o przekroju parabolicznym porusza się ze stałą prędkością powodując wytwarzanie ciepła na skutek tarcia, które opisano prawem Coulomba. Ponadto założono, że stempel jest izolatorem cieplnym a całe ciepło przejmowane jest przez półprzestrzeń kompozytową. Poza strefą kontaktu założono brak obciążeń zewnętrznych oraz zerową temperaturę. Sformułowane zagadnienie rozwiązano w ramach modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi, Woźniak (1987), Matysiak i Woźniak (1988).

1. WPROWADZENIE

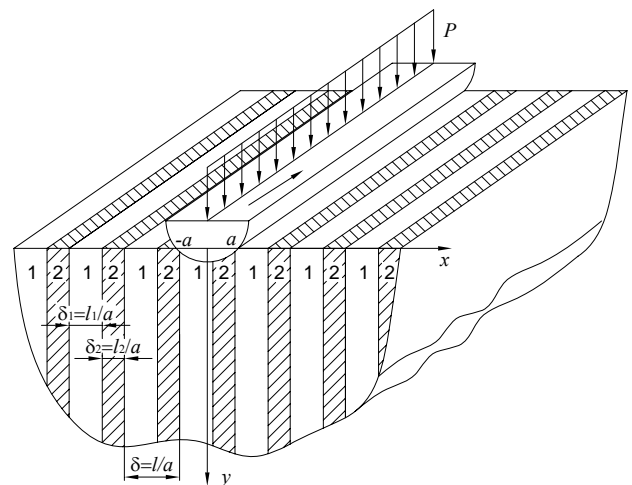
Elementy konstrukcyjne pracujące w kontakcie ze sobą narażone są na oddziaływanie wysokich nacisków kontaktowych. Modelowanie takich zagadnień jest bardzo ważne z punktu widzenia inżynierskiego. Problemy te badane były przez wielu badaczy, możemy tu przedstawić kilka publikacji dotyczących modelowania zagadnień kontaktowych w ramach teorii sprężystości: Fabrikant (1991), Galin (1980), Gladwell (1980), Goryacheva i Dobykhin (1988), Johnson (1985). Ośrodki anizotropowe były badane między innymi przez np. Willsa (1966), Hwu i Fana (1998), Rogowskiego (1982) oraz Liao (2001).

Zagadnienia kontaktowe dla kompozytów warstwowych o strukturze periodycznej z brzegiem równoległym do uwarstwienia, rozwiązywanych w ramach modelu homogenizowanego, możemy znaleźć w pracach Kaczyńskiego i Matysiaka (1988, 1993, 2001), Kulchytsky'ego-Zhyhailo i Matysiaka (1995), Matysiaka i Pauka (1995), Kulchytsky'ego-Zhyhailo i Kołodziejczyka (2004), Kołodziejczyka (2008). Należy tu wspomnieć, że w pracach Kulchytsky'ego-Zhyhailo i Kołodziejczyka (2004) oraz Kołodziejczyka (2008) przedstawiono porównanie rozwiązań otrzymanych na drodze klasycznego podejścia jakim jest teoria sprężystości z rozwiązaniem otrzymanym w ramach modelu homogenizowanego. Autorzy na podstawie przeprowadzonych badań wykazali, że model homogenizowany daje dostatecznie dobre przybliżenie w przypadku, gdy bezwymiarowa grubość komórki periodyczności odniesiona do charakterystycznego liniowego wymiaru strefy kontaktu jest mała (rzędu 0.1). Dla większych grubości warstwy podstawowej zagadnienie należy rozpatrywać zastępując kompozyt ośrodkiem zbudowanym z pewnej ilości oddzielnych komórek periodyczności połączonych z

ośrodkiem homogenizowanym. Wyżej wymienione prace dotyczą kompozytów warstwowych o brzegu równoległym do uwarstwienia. W literaturze brakuje rozwiązań dla przypadków kompozytów o brzegach prostopadłych do uwarstwienia. Niniejsza praca stanowi pewną próbę wypełnienia tej luki.

1.1. Sformułowanie problemu

Rozpatrzmy dwuwymiarowe zagadnienia kontaktowe z uwzględnieniem wytwarzania ciepła na skutek tarcia pod poruszającym się stemplem. Schemat zagadnienia przedstawiono na Rys. 1.



Rys. 1. Schemat rozpatrywanego zagadnienia kontaktowego z generacją ciepła

Stempel wciskany jest w ośrodek warstwowy o strukturze periodycznej siłą o intensywności P i porusza się ze stałą prędkością v_{st} w kierunku osi Oz . Uwzględniane tarcie opiszemy prawem Coulomba.

Zakładamy ponadto, że ciepło powstałe w wyniku tarcia przejmowane jest tylko przez jedno ciało, a mianowicie przez półprzestrzeń kompozytową. Opisany wyżej problem prowadzi do stacjonarnego płaskiego stanu odkształcenia. Do rozwiązania zastosujemy model homogenizowany z parametrami mikrolokalnymi Woźniak (1987), Matysiak i Woźniak (1987). Podobnie jak w pracy Perkowski inni (2007) wykorzystane będą uśrednione warunki brzegowe na naprężenia $\sigma_{yy}^{(j)}$ oraz składową strumienia wektora $q^{(j)}(x)$ ciepła w kierunku osi Oy . Zakładamy ponadto, że uśredniony strumień ciepła $q(x)$ w kierunku Oy jest proporcjonalny do uśrednionego ciśnienia kontaktowego $p(x)$, co można zapisać następująco

$$q(x) = f v_{st} p(x), \quad (1)$$

gdzie f jest współczynnikiem tarcia. Ze względu na przyjęte wyżej założenia zagadnienie sprowadza się do dwuwymiarowego dla półpłaszczyzny.

2. MODEL HOMOGENIZOWANY

Ograniczymy się tu do omówienia modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi dla płaskich stacjonarnych zagadnień termosprężystości. Wektor przemieszczeń \mathbf{u} , w przypadku płaskiego stanu odkształcenia, oraz temperatura mają następujące składowe:

$$\mathbf{u}(x, y) = (\hat{u}(x, y), \hat{v}(x, y), 0), \quad T = T(x, y). \quad (2)$$

Rozkład przemieszczeń oraz pole temperatur przewidujemy w następującej postaci (Matysiak i Woźniak (1987), Kaczyński i Matysiak):

$$\hat{u}(x, y) = U(x, y) + \underline{h(x)p(x, y)}, \quad (3)$$

$$\hat{v}(x, y) = V(x, y) + \underline{h(x)q(x, y)}, \quad (4)$$

$$T(x, y) = \mathcal{G}(x, y) + \underline{h(x)\gamma(x, y)}. \quad (5)$$

Funkcje $U(x, y)$, $V(x, y)$ i $\mathcal{G}(x, y)$ są niewiadomymi funkcjami reprezentującymi odpowiednio makroprzemieszczenia oraz makrotemperaturę. Nieznane są także funkcje $p(x, y)$, $q(x, y)$ i $\gamma(x, y)$ zwane parametrami mikrolokalnymi lub korektorami. Funkcja $h(x)$ jest l -periodyczną funkcją kształtu tak dobraną, by spełnione były warunki idealnego kontaktu mechanicznego oraz termicznego. Funkcja kształtu $h(x)$ w przypadku kompozytów dwuskładnikowych dana jest a priori wzorem (Kaczyński i Matysiak (1988)):

$$h(x) = \begin{cases} x - 0,5l_1 & \text{dla } 0 \leq x \leq l_1, \\ -\eta x / (1 - \eta) - 0,5l_1 + l_1 / (1 - \eta) & \text{dla } l_1 \leq x \leq l, \end{cases} \quad (6)$$

$$h(x + l) = h(x), \quad (7)$$

gdzie: $\eta = l_1 / l$ jest współczynnikiem nasycenia warstwy podstawowej warstwą pierwszego rodzaju o grubości l_1 . Funkcja kształtu dana wzorem (6) została tak dobrana, aby spełnić warunki ciągłości.

Równania modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi mają postać (Kaczyński i Matysiak (1988)):

$$A_1 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + (B + C) \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - K_1 \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

$$A_2 \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + (B + C) \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - K_2 \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y} = 0, \quad (9)$$

$$\hat{K} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial y^2} = 0. \quad (10)$$

gdzie $\hat{K} = K / \tilde{k}$. Procedura homogenizacji pozwala nam także wyznaczyć stałe materiałowe występujące w powyższych równaniach (tzw. moduły efektywne):

$$A_1 = \frac{(\lambda_1 + 2\mu_1)(\lambda_2 + 2\mu_2)}{(1 - \eta)(\lambda_1 + 2\mu_1) + \eta(\lambda_2 + 2\mu_2)} > 0, \quad (11)$$

$$A_2 = A_1 + \frac{4\eta(1 - \eta)(\mu_1 - \mu_2)(\lambda_1 - \lambda_2 + \mu_1 - \mu_2)}{(1 - \eta)(\lambda_1 + 2\mu_1) + \eta(\lambda_2 + 2\mu_2)} > 0, \quad (12)$$

$$B = \frac{(1 - \eta)\lambda_2(\lambda_1 + 2\mu_1) + \eta\lambda_1(\lambda_2 + 2\mu_2)}{(1 - \eta)(\lambda_1 + 2\mu_1) + \eta(\lambda_2 + 2\mu_2)} > 0, \quad (13)$$

$$C = \frac{\mu_1\mu_2}{(1 - \eta)\mu_1 + \eta\mu_2} > 0, \quad (14)$$

$$K_1 = \frac{(1 - \eta)\beta_2(\lambda_1 + 2\mu_1) + \eta\beta_1(\lambda_2 + 2\mu_2)}{(1 - \eta)(\lambda_1 + 2\mu_1) + \eta(\lambda_2 + 2\mu_2)} > 0, \quad (15)$$

$$K_2 = \frac{\eta\beta_1\lambda_2 + (1 - \eta)\beta_2\lambda_1}{(1 - \eta)(\lambda_1 + 2\mu_1) + \eta(\lambda_2 + 2\mu_2)} + \frac{2(\eta\mu_2 + (1 - \eta)\mu_1)(\eta\beta_1 + (1 - \eta)\beta_2)}{(1 - \eta)(\lambda_1 + 2\mu_1) + \eta(\lambda_2 + 2\mu_2)} > 0, \quad (16)$$

$$K = \frac{k_1 k_2}{(1 - \eta)k_1 + \eta k_2} > 0. \quad (17)$$

Tu $\lambda_i, \mu_i, i=1,2$, są stałymi Lamego, k_i są współczynnikami przewodnictwa ciepła, β_i są stałymi termomechanicznymi poszczególnych warstw. Składowe tensora naprężenia obliczamy ze wzorów:

$$\sigma_{xx}^{(j)} = A_1 \frac{\partial U}{\partial x} + B \frac{\partial V}{\partial y} - K_1 \mathcal{G}, \quad (18)$$

$$\sigma_{xy}^{(j)} = C \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right), \quad (19)$$

$$\sigma_{yy}^{(j)} = D_j \frac{\partial U}{\partial x} + E_j \frac{\partial V}{\partial y} - F_j \vartheta, \quad (20)$$

$$\sigma_{zz}^{(j)} = \frac{\lambda_j}{2(\lambda_j + \mu_j)} (\sigma_{xx}^{(j)} + \sigma_{yy}^{(j)}) - \frac{\mu_j}{\lambda_j + \mu_j} \beta_j \vartheta, \quad j = 1, 2, \quad (21)$$

gdzie:

$$D_j = \frac{\lambda_j}{\lambda_j + 2\mu_j} A_1, \quad E_j = \frac{4\mu_j(\lambda_j + \mu_j)}{\lambda_j + 2\mu_j} + \frac{\lambda_j}{\lambda_j + 2\mu_j} B, \quad (22)$$

$$F_j = \frac{2\beta_j\mu_j}{\lambda_j + 2\mu_j} + \frac{\lambda_j}{\lambda_j + 2\mu_j} K_1, \quad j = 1, 2. \quad (23)$$

Składowe wektora strumienia ciepła obliczamy ze wzoru:

$$\mathbf{q}^{(j)}(x, y) = \left(-K \frac{\partial \vartheta}{\partial x}, -k_j \frac{\partial \vartheta}{\partial y}, 0 \right), \quad j = 1, 2. \quad (24)$$

Na brzegu półpłaszczyzny kompozytowej rozpatrzmy następujące warunki brzegowe:

$$\frac{\partial V(x, 0)}{\partial x} = -\frac{x}{R}, \quad |x| < a, \quad (25)$$

$$\left\langle \sigma_{yy}^{(j)}(x, 0) \right\rangle = B \frac{\partial U}{\partial x} + A_2 \frac{\partial V}{\partial y} - K_2 \vartheta = 0, \quad |x| > a, \quad (26)$$

$$\sigma_{xy}^{(j)}(x, 0) = 0, \quad x \in R, \quad (27)$$

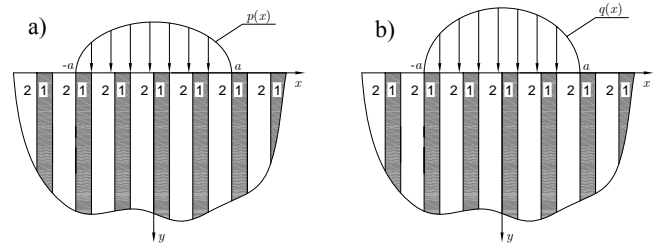
$$\left\langle q_y^{(j)}(x, 0) \right\rangle = -\tilde{k} \frac{\partial \vartheta(x, 0)}{\partial y} = f_{vs} p(x), \quad |x| < a, \quad (28)$$

$$\vartheta(x, 0) = 0, \quad |x| > a. \quad (29)$$

Przyjęliśmy tu paraboliczny kształt stępła (równanie (25)). Warunek brzegowy (29) może być zastąpiony bardziej ogólnym, uśrednionym warunkiem konwektywnej wymiany ciepła z otoczeniem. Ponadto w dalszych obliczeniach uwzględnione zostaną warunki wypromieniowania w nieskończoności

$$\sigma_{xx}^{(j)}, \sigma_{xy}^{(j)}, \sigma_{yy}^{(j)}, \vartheta \rightarrow 0 \quad \text{dla} \quad x^2 + y^2 \rightarrow \infty. \quad (30)$$

Głównym celem w sformułowanym wyżej zagadnieniu kontaktowym jest wyznaczenie nieznanego ciśnienia kontaktowego, gdyż jego znajomość pozwoli na wyznaczenie rozkładów przemieszczeń, temperatury, naprężeń i strumieni ciepła w periodycznie uwarstwionej półpłaszczyźnie. Ze względu na mieszane warunki brzegowe (25) – (26) na ciśnienie kontaktowe $p(x)$ wyprowadzone zostanie równanie całkowe. W tym celu zagadnienie kontaktowe zastąpimy zagadnieniem termosprężystości związanym z obciążeniem półprzestrzeni nieznanym ciśnieniem $p(x)$ i nagrzewaniem jej strumieniem ciepła $q(x)$. Ponieważ zagadnienie to jest liniowe, jego rozwiązanie podamy w postaci superpozycji (patrz Rys. 2).



Rys. 2. Schemat zastępczych zagadnień brzegowych

3. ROZWIĄZANIE PROBLEMU

3.1. Zagadnienie pomocnicze „a”

Jest to izotermiczne zagadnienie półpłaszczyzny periodycznie warstwowej o brzegu prostym do uwarstwienia obciążonej prostopadle do brzegu obciążeniem o intensywności $p(x)$ na odcinku $(-a, a)$, patrz Rys. 2a. Rozpatrujemy więc następujące warunki brzegowe

$$\left\langle \sigma_{yy}^{(j,a)}(x, 0) \right\rangle = B \frac{\partial U^{(a)}}{\partial x} + A_2 \frac{\partial V^{(a)}}{\partial y} = -p(x) H(a - |x|), \quad (31)$$

$$\sigma_{xy}^{(j,a)}(x, 0) = 0, \quad x \in R, \quad (32)$$

i warunki wypromieniowania w nieskończoności $\left\langle \sigma_{ij} \right\rangle \rightarrow 0$ dla $x^2 + y^2 \rightarrow \infty$. To zagadnienie zostało rozwiązane stosując metodę transformacji całkowej Fouriera a równanie na makroprzemieszczenia zostały rozseparowane wprowadzając potencjały sprężyste przemieszczenia zaproponowane w pracy Kulczyckiego i Matysiaka (2001). Składowe tensora naprężenia w przestrzeni transformacji mają postać:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx}^{(j,a)}(x, y) \\ \sigma_{yy}^{(j,a)}(x, y) \end{array} \right\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\sigma}_{xx}^{p(j)}(s, y) \\ \tilde{\sigma}_{yy}^{p(j)}(s, y) \end{array} \right\} \tilde{p}(s) \cos(xs) ds, \quad (33)$$

$$\sigma_{xy}^{(j,a)}(x, y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \tilde{\sigma}_{xy}^{p(j)}(s, y) \tilde{p}(s) \sin(xs) ds, \quad j = 1, 2, \quad (34)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{xx}^{p(j)}(s, y) &= \\ &= \frac{B + C}{(\gamma_1 - \gamma_2) C} \sum_{k=1}^2 (-1)^{k+1} \frac{\gamma_{3-k} (\gamma_k^2 B - \kappa_k A_1)}{(A_2 \gamma_k^2 + B)} \exp(-|s| \gamma_k y), \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{yy}^{p(j)}(s, y) &= \frac{B + C}{(\gamma_1 - \gamma_2) C} \times \\ &\times \sum_{k=1}^2 (-1)^{k+1} \frac{\gamma_{3-k} (\gamma_k^2 E_j - \kappa_k D_j)}{(A_2 \gamma_k^2 + B)} \exp(-|s| \gamma_k y), \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{xy}^{p(j)}(s, y) &= \\ &= \frac{B + C}{\gamma_1 - \gamma_2} \sum_{k=1}^2 (-1)^{k+1} \frac{\gamma_k \gamma_{3-k} (1 + \kappa_k)}{(A_2 \gamma_k^2 + B)} \exp(-|s| \gamma_k y), \end{aligned} \quad (37)$$

gdzie funkcja $\tilde{p}(s)$ jest transformacją kosinusową funkcji $p(x)$:

$$\tilde{p}(s) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a p(x) \cos(xs) dx. \quad (38)$$

3.2. Zagadnienie pomocnicze „b”

Jest to problem nieobciążonej półpłaszczyzny termosprężystej periodycznie uwarstwionej, na brzegu której działa strumień ciepła w kierunku osi Oy , (Rys. 2b). Warunki brzegowe przyjmujemy w postaci:

$$\langle \sigma_{yy}^{(j,b)}(x, 0) \rangle = 0, \quad x \in R, \quad (39)$$

$$\sigma_{xy}^{(j,b)}(x, 0) = 0, \quad x \in R, \quad (40)$$

$$\langle q_y^{(j,b)}(x, 0) \rangle = -\tilde{k} \frac{\partial \vartheta(x, 0)}{\partial y} = f v_{st} p(x), \quad |x| < a, \quad (41)$$

$$\vartheta(x, 0) = 0, \quad |x| > a. \quad (42)$$

Ponadto zakładamy, że zarówno naprężenia jak i temperatura zanikają w nieskończoności. Równania, które rozwiązujemy, stanowią układ równań modelu homogenizowanego z parametrami mikrolokalnymi (8) – (9). Szczegółne rozwiązanie tego układu poszukujemy za pomocą potencjału termosprężystego Φ :

$$U^{(1)} = \chi \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad V^{(1)} = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad (43)$$

co prowadzi do układu równań

$$\hat{K} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0, \quad (44)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \Lambda \vartheta, \quad (45)$$

gdzie

$$\chi = \frac{K_1(C - \hat{K}A_2) + K_2\hat{K}(B + C)}{K_2(A_1 - \hat{K}C) - K_1(B + C)}, \quad (46)$$

$$\Lambda = \frac{K_2(A_1 - \hat{K}C) - K_1(B + C)}{A_2C\hat{K}^2 + (B^2 + 2BC - A_1A_2)\hat{K} + A_1C}. \quad (47)$$

Z równań (8), (9) i (10) wynika, że makrotemperatura ϑ i potencjał termosprężysty Φ spełniają identyczne równanie. Zastosujemy teraz metodę transformacji całkowej Fouriera do rozwiązania zagadnienia pomocniczego „b”. Z równania (16) wynika

$$-\hat{K}s^2 \tilde{\vartheta} + \frac{\partial^2 \tilde{\vartheta}}{\partial y^2} = 0, \quad (48)$$

zatem transformata makrotemperatury ma postać:

$$\tilde{\vartheta} = \tilde{\vartheta}_0(s) \exp(-\sqrt{\hat{K}}|s|y). \quad (49)$$

Spełniając warunki brzegowe (39) – (42) oraz warunki wypromieniowania w nieskończoności otrzymujemy rozwiązanie problemu „b” (patrz Rys. 2b)

$$\begin{aligned} U^{(b)}(x, y) &= \\ &= -\chi \Lambda \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{\tilde{\vartheta}_0(s)}{s} \exp(-\sqrt{\hat{K}}|s|y) \sin(xs) ds + \\ &+ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{i=1}^2 \kappa_i \Lambda_i \int_0^\infty \frac{\tilde{\vartheta}_0(s)}{s} \exp(-|s|\gamma_i y) \sin(xs) ds, \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} V^{(b)}(x, y) &= \\ &= \Lambda \sqrt{\hat{K}} \int_0^\infty \frac{\tilde{\vartheta}_0(s)}{|s|} \exp(-\sqrt{\hat{K}}|s|y) \cos(xs) ds + \\ &- \sum_{i=1}^2 \gamma_i \Lambda_i \int_0^\infty \frac{\tilde{\vartheta}_0(s)}{|s|} \exp(-|s|\gamma_i y) \cos(xs) ds, \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(j,b)} &= \left((A_1\chi - B\hat{K})\Lambda - K_1 \right) J_0^{(1)}(x, y) + \\ &+ \sum_{i=1}^2 (B\gamma_i^2 - A_1\kappa_i) \Lambda_i J_i^{(1)}(x, y), \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}^{(j,b)}/C &= -\Lambda \sqrt{\hat{K}} (1 + \chi) J_0^{(2)}(x, y) + \\ &+ \sum_{i=1}^2 (1 + \kappa_i) \gamma_i \Lambda_i J_i^{(2)}(x, y), \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}^{(j,b)} &= \left((D_j\chi - E_j\hat{K})\Lambda - F_j \right) J_0^{(1)}(x, y) + \\ &+ \sum_{i=1}^2 (E_j\gamma_i^2 - D_j\kappa_i) \Lambda_i J_i^{(1)}(x, y), \end{aligned} \quad (54)$$

gdzie

$$J_i^{(1)}(x, y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \tilde{\vartheta}_0(s) \exp(-\gamma_i sy) \cos(sx) ds, \quad \gamma_0 = \sqrt{\hat{K}}, \quad (55)$$

$$J_i^{(2)}(x, y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \tilde{\vartheta}_0(s) \exp(-\gamma_i sy) \sin(sx) ds, \quad i = 0, 1, 2, \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_i &= (-1)^{i+1} \frac{B + C}{A_2\gamma_i^2 + B} \times \\ &\times \frac{(1 + \chi)\Lambda C \sqrt{\hat{K}} + \Lambda(B\chi - A_2\hat{K})\gamma_{3-i} - K_2\gamma_{3-i}}{C(\gamma_1 - \gamma_2)}. \end{aligned} \quad (57)$$

Ponadto na podstawie wzorów (52) – (54) wynika, że naprężenia normalne na brzegu $y=0$ są proporcjonalne

do temperatury na brzegu, zaś naprężenia styczne są równe zeru dla $y=0$.

Przejdziemy do wyznaczenia funkcji $\tilde{g}_0(s)$. Ze względu na warunek (5) wyprowadzimy najpierw związek między transformatą temperatury na brzegu a transformatą uśrednionego brzegowego strumienia ciepła $q(x)$. Ponieważ

$$-\tilde{k} \frac{\partial \mathcal{G}(x, 0)}{\partial y} = q(x), \quad (58)$$

oraz na podstawie równania (49) wynika, że

$$\tilde{g}_0(s) = \frac{\tilde{q}_0(s)}{\tilde{k}\sqrt{\hat{K}}|s|}. \quad (59)$$

Korzystając z odwrotnego przekształcenia Fouriera dostajemy:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(x, y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(s, y) \exp(isx) ds = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}_0(s) \exp\left(-\sqrt{\hat{K}}|s|y\right) \exp(isx) ds, \end{aligned} \quad (60)$$

czyli

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(x, y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left(-\sqrt{\hat{K}}|s|y\right) \exp(isx)}{\tilde{k}\sqrt{\hat{K}}|s|} ds \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \exp(-is\xi) d\xi, \end{aligned} \quad (61)$$

Funkcja podcałkowa całki (61) ma osobliwość przy $s=0$. Na podstawie teorii całek niewłaściwych wnioskujemy, że całka jest zbieżna, gdy całka wewnętrzna przy $s=0$ jest zerem, czyli:

$$\int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \exp(-i0\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) d\xi = 0. \quad (62)$$

W przypadku, gdy warunek (62) nie jest spełniony, zarówno temperatura jak i naprężenia normalne (na powierzchni półprzestrzeni są proporcjonalne do temperatury) są nieokreślone.

Z powyższego wynika, że przynajmniej na części powierzchni musimy przyjąć wymianę ciepła, np. że temperatura nieobciążonej powierzchni jest zerowa lub wymiana ciepła jest opisana za pomocą prawa Newtona – konwektywnej wymiany ciepła z ośrodkiem zewnętrznym.

Wróćmy do wyrażenia na przemieszczenie pionowe punktów powierzchni półprzestrzeni (51), które odpowiada rozwiązaniu problemu „b” (Rys. 2b):

$$\begin{aligned} \tilde{v}^{(b)}(s, 0) &= \left(\Lambda\sqrt{\hat{K}} - \gamma_1\Lambda_1 - \gamma_2\Lambda_2\right) |s|^{-1} \tilde{g}_0(s) = \\ &= -W_T |s|^{-1} \tilde{g}_0(s), \end{aligned} \quad (63)$$

gdzie

$$W_T = -\Lambda\sqrt{\hat{K}} + \gamma_1\Lambda_1 + \gamma_2\Lambda_2. \quad (64)$$

Do (63) podstawimy zależność (59):

$$\tilde{v}^{(b)}(s, 0) = -W_T \frac{\tilde{g}_0(s)}{|s|} = -\frac{W_T}{\tilde{k}\sqrt{\hat{K}}} \frac{\tilde{q}(s)}{s^2} = -W_q \frac{\tilde{q}(s)}{s^2}, \quad (65)$$

gdzie

$$W_q = W_T / \tilde{k}\sqrt{\hat{K}} = \left(-\Lambda\sqrt{\hat{K}} + \gamma_1\Lambda_1 + \gamma_2\Lambda_2\right) / \tilde{k}\sqrt{\hat{K}}. \quad (66)$$

Otrzymaliśmy zależność, której struktura jest dokładnie taka sama jak w odpowiednim zagadnieniu dotyczącym ośrodka jednorodnego.

Z (65) wynika, że

$$\frac{\partial^2 V^{(b)}}{\partial x^2} = W_q q(x) \Rightarrow \frac{\partial V^{(b)}}{\partial x} = \frac{W_q}{2} \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \operatorname{sgn}(x - \xi) d\xi. \quad (67)$$

W zagadnieniu symetrycznym $q(x) = q(-x)$:

$$\frac{\partial V^{(b)}}{\partial x} = W_q \int_0^x q(\xi) d\xi. \quad (68)$$

Ze wzoru (68) wynika, że w przypadku zagadnienia symetrycznego odkształcenie termiczne w obszarze obciążenia zależy jedynie od strumienia ciepła w tym obszarze. Powyższy wniosek ma duże znaczenie w wybranych zagadnieniach kontaktowych z uwzględnieniem wytwarzania ciepła, a mianowicie w tych zagadnieniach, w których przyjmujemy, że strumień ciepła jest znany. Ma to na przykład miejsce w przypadku, gdy zakładamy, że wytworzone ciepło nagrzewa jedynie jedno z ciał:

Wtedy:

$$q(x) = f_{v_{st}} p(x), \quad |x| < a. \quad (69)$$

Przy powyższych założeniach sumaryczne przemieszczenie pionowe (wywołane zarówno obciążeniem powierzchni półprzestrzeni naciskami kontaktowymi jak i ogrzaniem tej półprzestrzeni strumieniem ciepła powstałym na skutek wytwarzania ciepła) w obszarze kontaktu spełnia:

$$\frac{\partial V(x, 0)}{\partial x} = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} C_V \int_0^{\infty} \sin(sx) \tilde{p}(s) ds + W_q f_{v_{st}} \int_0^x p(\xi) d\xi, \quad (70)$$

gdzie C_V zdefiniowane jest według wzoru:

$$C_V = \frac{\sqrt{A_1 A_2} (\gamma_1 + \gamma_2)}{A_1 A_2 - B^2}. \quad (71)$$

Podstawiając wzór (70) do warunku powstania wspólnej powierzchni kontaktu (kontaktowego warunku brzegowego):

$$\frac{\partial V(x, 0)}{\partial x} = -\frac{x}{R}, \quad x < a, \quad (72)$$

oraz uwzględniając wyrażenie do obliczenia transformaty Fouriera ciśnienia, otrzymamy równanie całkowe:

$$\frac{2}{\pi} C_V \int_0^{\infty} \sin(sx) ds \int_0^a p(\xi) \cos(s\xi) d\xi -$$

$$+ W_q f v_{st} \int_0^x p(\xi) d\xi = \frac{x}{R}, \quad x \in [0, a],$$
(73)

Dalej przejdziemy do współrzędnych bezwymiarowych przyjmując, że $\tilde{x} = x/a$, $\tilde{y} = y/a$. Równanie (73) zapisujemy w postaci:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin(s\tilde{x}) ds \int_0^1 p^*(\xi) \cos(s\xi) d\xi -$$

$$+ \beta \int_0^{\tilde{x}} p^*(\xi) d\xi = \frac{4}{\pi} a_0^2 \tilde{x}, \quad \tilde{x} \in [0, 1],$$
(74)

gdzie $p^*(\tilde{x}) = p(\tilde{x})/p_0$, $a_0 = a/a_H$. Średnie ciśnienie kontaktowe $p_0 = P/2a$, a półszerokość pasa kontaktu a_H obliczamy zgodnie ze wzorem $a_H^2 = 2C_V RP/\pi$ tak jak dla zagadnienia izotermicznego,

$$\beta = \frac{W_q f v_{st} a}{W_p} = \frac{W_T f v_{st} a}{\tilde{k} \sqrt{\hat{K} C_V}} = \frac{W_T f v_{st} a_H}{\tilde{k} \sqrt{\hat{K} C_V}} a_0 = \beta_0 a_0,$$
(75)

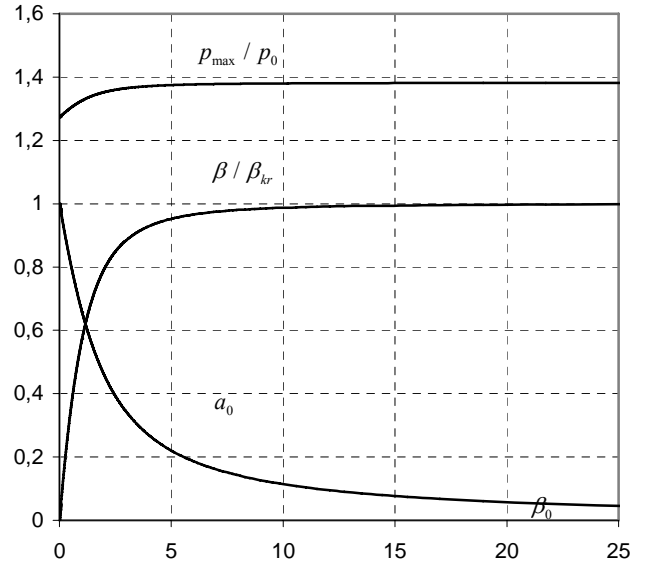
gdzie $\beta_0 = W_T f v_{st} a_H / (\tilde{k} \sqrt{\hat{K} C_V})$. Należy podkreślić, że przy przyjętych założeniach równanie całkowe (73) ma miejsce niezależnie od rodzaju warunku termicznego na nieobciążonej powierzchni półprzestrzeni. Do rozwiązania równania całkowego (74) zastosowano metodę kolokacji. Należy podkreślić, że rozwiązanie tego równania jest możliwe, gdy założymy, że parametr β jest znany a priori.

4. ANALIZA WYNIKÓW

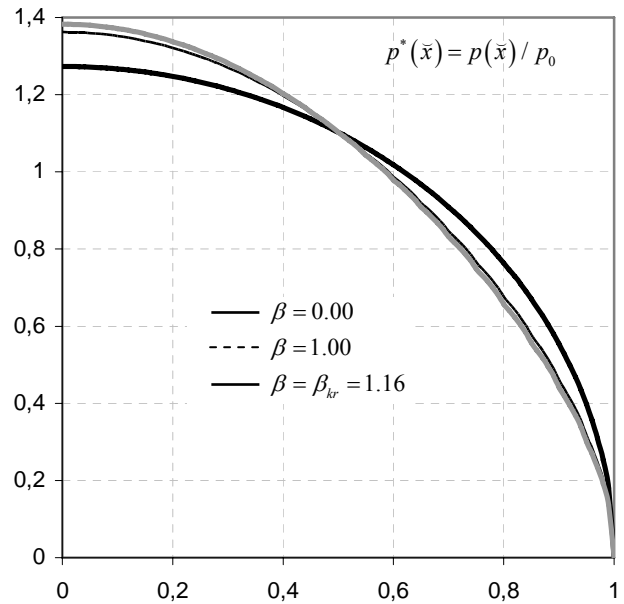
Przejdziemy teraz do przeanalizowania charakterystyk kontaktowych p_{max}/p_0 , β/β_{kr} , a_0 od wejściowego parametru β_0 zdefiniowanego we wzorze (75), (patrz Rys. 3).

Analizując wykres na Rys. 3 widzimy, że parametr β/β_{kr} zmierza asymptotycznie do jedynki, czyli $\beta \rightarrow \beta_{kr}$, gdy $\beta_0 \rightarrow \infty$. Jednocześnie zauważamy, że parametr a_0 maleje do zera i jednocześnie z nim obszar kontaktu zmniejsza się do zera, zaś p_{max}/p_0 rośnie, oraz $\lim_{\beta_0 \rightarrow \infty} p_{max}/p_0 = 1.38$.

Ponadto należy zwrócić uwagę, że wartość p_{max}/p_0 różni się od 1.36 nie więcej niż 2%, gdy $\beta_0 > 2.7$. Na Rys. 4 pokazano rozkłady bezwymiarowego ciśnienia kontaktowego $p^*(\tilde{x})/p_0$ dla trzech wybranych przypadków parametru $\beta=0; 1.0; \beta_{kr}$. Parametr β_{kr} wyznaczono przy założeniu, że $a_0 \rightarrow 0$ i otrzymano analogicznie jak dla ośrodka jednorodnego $\beta_{kr} \approx 1.16$, patrz Rys. 3. Ponadto dla $\beta=0$ otrzymujemy rozkład ciśnienia kontaktowego jak dla zagadnienia izotermicznego Herta a $p_{max}/p_0=4/\pi$, patrz Rys. 3 oraz Rys. 4, gdy $\tilde{x} = 0$, (zaznaczając, że przedstawione ciśnienie jest uśrednionym ciśnieniem kontaktowym).



Rys. 3. Schemat Zależność parametrów p_{max}/p_0 , β/β_{kr} , a_0 od parametru β_0 , gdzie $\beta_{kr} = 1.16$



Rys. 4. Rozkład bezwymiarowego średniego ciśnienia kontaktowego $p^*(\tilde{x}) = p(\tilde{x})/p_0$ w zależności od parametru β

LITERATURA

1. **Fabrikant V. I.** (1991), *Mixed Boundary Value Problem of Potential Theory and their Applications in Engineering*, Kluwer Acad. Pub., Dordrecht-Boston-London.
2. **Galin L. A.** (1980), *Contact Problems in the Theory of Elasticity and Viscoelasticity*, (in Russian), Izd. Science, Moscow.
3. **Gladwell G. M. L.** (1980), *Contact Problems in the Classical Theory of Elasticity*, Sijthoff and Noordhoff, Alphen An den Rijn.
4. **Goryacheva I. G., Dobykhin M. N.** (1988), *Contact Problems in Tribology*, (in Russian), Machine-Construction, Moscow.

5. **Hwu C., Fan C. W.** (1998), Contact Problems of Two Dissimilar Anisotropic Elastic Bodies, *ASME J. of Appl. Mech.*, 65, 580-587.
6. **Johanson K. L.** (1985), *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge.
7. **Kaczyński A., Matysiak S. J.** (1988), Plane contact problems for a periodic two-layered elastic composite, *Ingenieur-Archiv*, 58, 137-147.
8. **Kaczyński A., Matysiak S. J.** (1993), Rigid Sliding Punch on a Periodic Two-Layered Elastic Half-Space, *J. Theor. Appl. Mech.*, 31, 2, 295-306.
9. **Kaczyński A., Matysiak S. J.** (2001), On 3D Punch Problems for a periodic Two-Layered Elastic Half-Space, *J. Theor. Appl. Mech.*, 39, 3, 523-538.
10. **Kołodziejczyk W.** (2008), *Zagadnienie kontaktowe teorii sprężystości ośrodków warstwowych o strukturze periodycznej*, Rozprawa doktorska, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok.
11. **Kulchytsky-Zyhailo R., Kołodziejczyk V.** (2004), A bidimensional contact problem of the theory of elasticity relating to indentation of the die into an elastic laminated semi-space, *Friction and Wear*, Vol. 25, 125-134.
12. **Kulczycki-Zyhailo R., Matysiak S. J., Perkowski D.**, (2005), Modelowanie termicznych warunków brzegowych na powierzchni prostopadłej do uwarstwienia w ośrodku warstwowym o strukturze periodycznej, *Materiały III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji*, Augustów.
13. **Kulchytsky-Zyhailo R., Matysiak S. J.** (1995), On three-dimensional problems in a semi-infinite periodically layered body, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 33, 771-781.
14. **Liao W. C., 2001**, Smooth indentation at a multilayer laminate by a cylindrical indenter, *Composite Science and Technology* 61, 1801-1809.
15. **Matysiak S. J., Pauk W.** (1995), Plane contact problem for periodic laminated composite involving frictional heating, *Arch. Appl. Mech.*, 66, 82-89.
16. **Matysiak S. J., Perkowski D. M.** (2007), Singularity of stresses in a periodic laminated semi-space with a boundary normal to the layering, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 45, 2, 325-335.
17. **Matysiak S. J., Perkowski D. M.** (2008), Crack normal to layered elastic periodically stratified space, *Theor. Appl. Fract. Mech.*, 50, 220-225.
18. **Matysiak S. J., Woźniak Cz.** (1988), On microlocal modeling of thermoelastic periodic composites, *J. of Tech. Physics*, 29, 85-97.
19. **Perkowski D. M.** (2007), On plane contact problem of an elastic periodically layered composite with boundary normal to layering, *Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Science*, Czestochowa University of Technology, 1(6), 205-218.
20. **Perkowski D. M., Matysiak S. J., Kulchytsky-Zyhailo R.** (2007), On contact problem of an elastic laminated half-plane with a boundary normal to layering, *Compos. Sci. Technol.*, 67, 2683-2690.
21. **Rogowski B.** (1982), Annular punch on a transversely isotropic layer bonded to a half-space, *Arch. Mech.*, 34, 2, 119-126.
22. **Willis J. R.** (1966), Hertzian Contact of Anisotropic Bodies, *J. Mech. Phys. Solids*, 14, 163-176.
23. **Woźniak Cz.** (1987), A nonstandard method of modelling of thermoelastic periodic composites, *Int. J. Engng. Sci.*, 25, 483-499.

**CONTACT PROBLEM WITH HEAT GENERATION
FOR A PERIODIC STRATIFIED COMPOSITE
HALF-SPACE WITH BOUNDARY NORMAL
TO THE LAYERING**

Abstract: In the paper, the contact problem with heat generation for a non-homogeneous half-space is considered. The body is assumed to be a periodically layered two-constituted, linear-thermoelastic, periodically repeated layers and the boundary is normal to the layering. A rigid punch with parabolic cross-section moving with a constant velocity in the direction of layering generates frictional heat described by Coulumb law. It is assumed that the punch is thermal insulator and the generated heat is transferred to the composite half-space. The boundary beyond the contact zone is assumed to be free of loading and with zero temperature. The problem were solved within the framework of the homogenized model with microlocal parameters, cf. Woźniak (1987), Matysiak and Woźniak (1988).

Publikacja powstała przy wsparciu finansowym Fundacji na rzecz Nauki Polskiej

BADANIA EKSPERYMENTALNE WYRYWANIA ARKUSZA Z WARSTWY KLEJOWEJ GRZBIETU KSIĄŻKI

Georgij PETRIASZWILI*, Yuriy PYRYEV*

*Zakład Technologii Poligraficznych, Instytut Mechaniki i Poligrafii, Politechnika Warszawska, ul. Konwiktorska 2, 00-217 Warszawa

i.petriaszwili@wip.pw.edu.pl, y.pyryev@wip.pw.edu.pl

Streszczenie: Produkowane obecnie urządzenia do oceny wytrzymałości książek różnią się konstrukcją oraz parametrami testowania opraw, co skutkuje różnymi wynikami badań wytrzymałości tych samych opraw zbadanych na różnych aparatach testujących. Jednym z najważniejszych parametrów wpływającym na wynik pomiaru jest kąt otwarcia książki. W pracy przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych wpływu kąta otwarcia oprawy na wynik wytrzymałości sklejonej książki. Uzyskane wyniki badań eksperymentalnych umożliwiają uwzględnienie wpływu kąta otwarcia oprawy na wynik oceny wytrzymałości przy badaniach opraw na różnych maszynach testujących.

1. WSTĘP

Dla czytelnika oprócz zawartości kupowanej książki niemalże znaczenie ma jej szata graficzna oraz jakość wykonania oprawy. Najgorsze co może spotkać miłośnika książki jest to, kiedy kupiony egzemplarz praktycznie rozpada się w rękach. Żeby nie zdarzali się przypadki wytwarzania książek nietrwałych, nazywanych przez użytkowników „jednorazowymi”, producenci książek muszą przestrzegać wymagania technologiczne oraz sprawić regularny nadzór nad jakością produkcji.

Pośród różnych znanych w przemyśle poligraficznym sposobów oprawiania można wydzielić trzy, najbardziej rozpowszechnione: szycie wkładów niemi, drutem i łączenie klejowe.

Poskładkowe szycie wkładów niemi stosowane jest przy wytwarzaniu opraw o wysokiej wytrzymałości z długim okresem intensywnego użytkowania. Oprawy szyte niemi charakteryzują się również bardzo dobrą otwieralnością. Niestety koszty wytwarzania takich opraw są wysokie. Technologia szycia drutem jest najtańszą, jednak stosuje się ją przeważnie przy produkcji cienkich broszur i folderów.

Technologia bezszyciowego klejowego łączenia wkładów książek z całkowitym ścinaniem złamów (tzw. *Perfect Binding*) jest obecnie najszerzej stosowaną technologią oprawiania w przemyśle poligraficznym. Niestety, w odróżnieniu od wkładów szytych niemi, oprawy łączone klejowo charakteryzują się mniejszą wytrzymałością i gorszą otwieralnością.

2. PODSTAWA BADAŃ

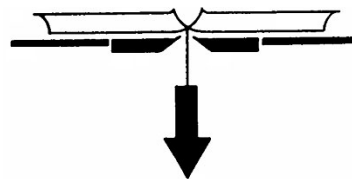
Wytrzymałość opraw klejonych zależy od wielu czynników: grubości i struktury papieru, typu użytego kleju i jego lepkości podczas oprawiania, rodzaju stosowanej okładki, parametrów obróbki grzbietów, warunków suszenia oraz prasowania i in. Zmienność parametrów w procesie oprawiania, obróbka wkładów składających się z różnych

rodzajów papierów, szczególnie powlekanych - sprawdzają kwalifikacje najlepszych operatorów maszyn. Oczywiście są pewne opracowane zalecenia technologiczne, ale zdarzają się przypadki gdy dokładne przestrzeganie tych zaleceń nie gwarantuje otrzymanie opraw o wysokich parametrach wytrzymałościowych. Wszystko to przemawia za tym, że cały ciężar odpowiedzialności leży na operatorach maszyn oprawiających, które nie zawsze są odpowiednio wykształcone w tym kierunku, a wytwarzanie jakościowych opraw niejednokrotnie porównuje się z „dziełem sztuki”. Taką niepewną sytuację potęguje fakt wydawania tytułów o co raz mniejszych nakładach i w krótkich terminach, co może uniemożliwić operatorom szybkobieżnych maszyn dostosować optymalne warunki obróbki wkładów do właściwości stosowanych materiałów.

Nowa sytuacja na rynku wymaga dobrej współpracy i wzajemnego porozumienia się pomiędzy Wydawcą a Drukarzem. Dotyczy to również porozumienia się na płaszczyźnie wytrzymałości opraw łączonych klejowo. Ocena wytrzymałości opraw jedynie w oparciu o brak reklamacji i doświadczenie, przy zastosowaniu „ręcznych” metod jest całkowicie subiektywna, niepowtarzalna i nie stanowi żadnej podstawy do jakichkolwiek porównań.

Do oznaczeń za pomocą specjalistycznej aparatury pomiarowej wytrzymałości opraw łączonych klejowo stosowane są różne metody: sposób *Pull Test*, czyli wyrywania pojedynczej kartki oraz *Flex Test* – test na kartkowanie.

Badanie na wyrywanie kartki polega na określeniu wartości siły obciążającej kartkę oprawy przy której nastąpi wyrywanie kartki (Rys. 1).



Rys. 1. Schemat przeprowadzenia badania na wyrywanie kartki *Pull Test* (Clark, 1997)

Za wynik ostateczny wytrzymałości na wyrywanie karetek przyjmuje się średnią wytrzymałość z poszczególnych prób w przeliczeniu na długość linii grzbietu, obliczoną w N/cm.

Podczas testu na kartkowanie (rys. 2) badana kartka jest mocowana stoliku i poddawana wstępnemu obciążeniu o wartości 1N/cm.



Badana kartka

Rys. 2. Schemat przeprowadzenia badania na kartkowanie Flex Test (Clark, 1997)

Następnie stolik lub kartka jest wprowadzana w ruch dookoła linii grzbietowej. Badanie określa liczbę podwójnych wahań kartki (kąt wachania 120°) w miejscu połączenia z grzbietem wkładu. Próba kończy się w momencie wyrwania kartki z grzbietu oprawy. Za wynik ostateczny przyjmuje się średnią liczbę kartkowań z poszczególnych prób.

W celu sprawdzenia czy oprawa spełnia wymagania wytrzymałościowe uzyskane wartości porównuje się z wartościami granicznymi.

W Polsce, zgodnie z normą BN-89/7451-07, zaproponowany podział opraw łączonych klejowo na cztery grupy wytrzymałościowe:

I grupa – są to oprawy złożone, grubością od 3 do 30 mm i okresie intensywnego użytkowania 3 lata; wytrzymałość na wyrywanie powinna być nie mniej niż 9 N/cm, a wytrzymałość na kartkowanie – nie mniej niż 2000 kartkowań.

II grupa – są to oprawy proste, grubością od 3 do 20 mm i okresie intensywnego użytkowania nie mniej niż jeden rok; wytrzymałość na wyrywanie powinna być nie mniej niż 7 N/cm, a wytrzymałość na kartkowanie – nie mniej niż 1000 kartkowań.

III grupa – są to oprawy proste o okresie intensywnego użytkowania poniżej jednego roku; wytrzymałość na wyrywanie powinna być nie mniej niż 5 N/cm, a wytrzymałość na kartkowanie - nie mniej niż 600 kartkowań.

IV grupa – są oprawy proste druków jednorazowego użytku; wytrzymałość na wyrywanie powinna być nie mniej niż 4 N/cm, a wytrzymałość na kartkowanie - nie mniej niż 200 kartkowań.

Badanie Flex Test jest mniej popularne od badania Pull Test. Wpływ ma na to długi czas badania oraz duży rozrzut otrzymanych wyników testu na kartkowanie (Clark, 1997). Obecnie uważa się badanie na wyrywanie arkusza standardową metodą oceny wytrzymałości skleionej oprawy.

Ponieważ do tej pory nie zostały ustalone międzynarodowe europejskie standardy określające wytrzymałość opraw, w każdym kraju stosuje się swoje normy (Tab. 1).

Obecnie na rynku dostępne są różne urządzenia, przeznaczone do oceny wytrzymałości opraw metodą Pull Test.

Urządzenia pomiarowe są niezwykle proste w obsłudze, pozwalają na szybkie testowanie opraw w warunkach produkcyjnych. Niestety, wszystkie urządzenia różnią się konstrukcyjnie oraz parametrami testowania opraw, co skutkuje różnymi wynikami badań wytrzymałości tych samych opraw zbadanych na różnych aparatach testujących.

Jednym z najważniejszych parametrów wpływających na wynik wytrzymałości książki jest kąt otwarcia oprawy podczas wykonania badania wyrywania arkusza. W dostępnych na rynku aparatach testowych oprawa podczas badania może być otwarta z różnymi kątami – od 80° do 180°, co wpływa na końcowy wynik pomiaru.

Celem tej pracy było określenie wpływu kąta otwarcia oprawy na średni wynik wytrzymałości książki.

Tab. 1. Normy określające wytrzymałość opraw na wyrywanie karetek w wybranych krajach (Clark, 1997)

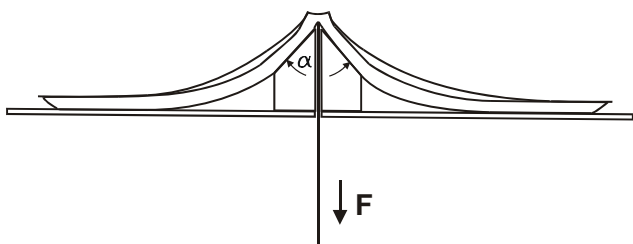
	Wynik Pull Test	Ocena wytrzymałości
Wielka Brytania	do 5,00 N/cm	nie do przyjęcia
	5,00-7,25 N/cm	zadawalająca
	7,25 - 9,00 N/cm	dobra
	powyżej 9,00 N/cm	bardzo dobra
Niemcy dla klejów hot melts	do 4,50 N/cm	nie do przyjęcia
	4,50 - 6,20 N/cm	zadawalająca
	6,20 - 7,20 N/cm	dobra
	powyżej 7,20 N/cm	bardzo dobra
dla klejów PUR, dyspersyjnych	do 5,50 N/cm	nie do przyjęcia
	5,50 - 6,50 N/cm	zadawalająca
	6,50 - 7,50 N/cm	dobra
	powyżej 7,50 N/cm	bardzo dobra
Stany Zjednoczone Ameryki	do 3,50 N/cm	nie do przyjęcia
	3,50-4,37 N/cm	zadawalająca
	4,37-6,12 N/cm	dobra
	6,12 - 7,00 N/cm	bardzo dobra
	powyżej 7,00 N/cm	doskonała

3. WYNIKI BADAŃ

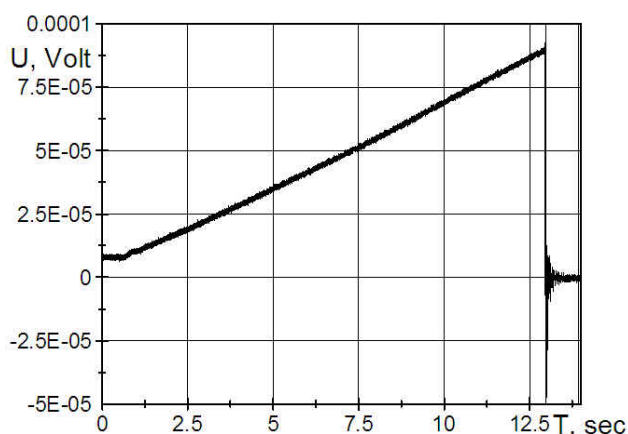
Do wykonania badań eksperymentalnych został wykorzystany aparat Martini Tester z zmodernizowanym systemem mocowania opraw. Zmodernizowana konstrukcja stołu pomiarowego umożliwiła przeprowadzenie badań wyrywania karetek z kątami otwarcia opraw $\alpha = 60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ, 140^\circ, 160^\circ$ i 180° (Rys. 3).

W celu rejestracji przebiegu wyrywania kartki z grzbietu oprawy system pomiarowy aparatu testowego został wyposażony w czujniki podłączone do komputerowego układu pomiarowego zbudowanego z modułów elektronicznych produkowanych przez firmę National Instruments (USA). Sygnał pomiarowy był rejestrowany za pomocą programu komputerowego LabView SignalExpress, a uzyskane dane były opracowywane przez program DIAdem.

Na Rys. 4. przedstawiono typowy oscylogram komputerowej rejestracji siły wyrywania arkusza z grzbietu oprawy.

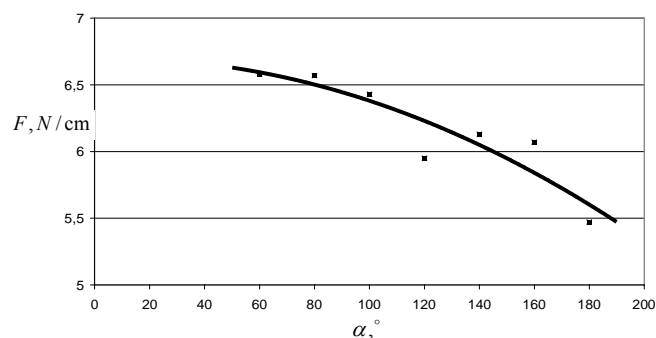


Rys. 3. Schemat mocowania oprawy podczas badań z różnymi kątami otwarcia α , F – siła wyrywania arkusza



Rys. 4. Oscylogram rejestracji w postaci napięciowej U siły wyrywania F arkusza z grzbietu oprawy

Badania wykonano w trzech niezależnych seriach badawczych. W każdej serii, przy różnych kątach otwarcia książki, zbadano wytrzymałość 140 opraw wykonanych z różnych rodzajów papieru i zaklejonych klejem termotopliwym.



Rys. 5. Wpływ kąta otwarcia oprawy na wytrzymałość klejowego połączenia przy badaniu *Pull Test*

Jak widać z wykresu (Rys. 5), kąt otwarcia oprawy ma znaczny wpływ na wynik oceny wytrzymałości sklejojnej książki. Uzyskane wyniki badań eksperymentalnych umożliwiają uwzględnienie wpływu kąta otwarcia oprawy na wynik oceny wytrzymałości przy badaniach opraw na różnych maszynach testujących. Wyniki badań eksperymentalnych potwierdzają wnioski z wyników badań teoretycznych oceny wytrzymałości opraw (Petriaszwili i Pyryev, 2008).

3. WNIOSKI

Dzięki uwzględnieniu wpływu kąta otwarcia opraw na wynik wytrzymałości książek, badanych na różnych aparatach testujących, staje się możliwym obiektywny nadzór za parametrami wytrzymałościowymi książek, co pozwoli uniknąć możliwe nieporozumienia pomiędzy Wydawnictwami a Drukarniami posiadającymi odmienne konstrukcję aparatów testujących, co może przyczynić się do podniesienia wytrzymałości produkowanych książek łączonych klejowo.

LITERATURA

1. Clark T. (1997), *Bookbinding with adhesives*, 3Rev. McGraw-Hill, London.
2. Petriaszwili G., Pyryev Yu. (2008), Analysis of a model of the adhesive layer between two sheets of paper, *Journal of Vibroengineering*, Vol. 10, No 3, 282-284.

EKSPERYMENTAL INVESTIGATIONS OF THE PULLING OUT THE SHEET FROM THE BOOK SPINE ADHESIVE LAYER

Abstract: Currently produced devices to evaluate the durability of books differ in design and testing parameters, which result in different value of the strength of the same books tested at different test apparatus. One of the most important parameters affecting the measurement result is the opening angle of the book. The research study investigated the influence of the angle of opening book on the *Pull Test* value of durability of the book spine adhesive layer.

The results of experimental studies allow to learn the influence of the angle of opening book for the strength value of the books tested on different testing machines.

MODELOWANIE MATEMATYCZNE PROCESU WYRYWANIA ARKUSZA Z WARSTWY KLEJOWEJ GRZBIETU KSIĄŻKI

Yuriy PYRYEV*, Georgij PETRIASZWILI*

*Zakład Technologii Poligraficznych, Instytut Mechaniki i Poligrafii, Politechnika Warszawska, ul. Konwiktorska 2, 00-217 Warszawa

y.pyryev@wip.pw.edu.pl, j.petriaszwili@wip.pw.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono model matematyczny warstwy klejowej grzbietu oprawy, który uwzględnia parametry geometryczne oraz właściwości materiału kleju podczas otwarcia oprawy i wyrywania kartki z grzbietu wg metody Pull Test

1. OPRACOWANIE MODELU

1.1. Wstęp

Obecnie stosowane technologie oprawiania w poligrafii nastawione są w dużej mierze na wykorzystaniu metody klejowej, która polega na sfrezowaniu grzbietów składek w taki sposób aby klej, który наносzony jest w następnej kolejności, mógł połączyć wszystkie kartki wkładu. Łączenie klejowe, w porównaniu z innymi sposobami oprawiania, ma znaczne zalety techniczno-ekonomiczne: większa wydajność, mniejsza pracochłonność i niższe koszty wytwarzania. Różnorodność produkcji poligraficznej w ostatnich latach znacznie się zwiększyła. Stosowanie do procesu oprawiania nowych rodzajów klejów i gatunków papieru stwarza wiele problemów. Z powodu nieznanności w pełni wpływu parametrów procesu obróbki na wytrzymałość opraw klejowych częste są przypadki produkcji książek nietrwałych, nazywanych przez użytkowników „jednorazowymi”. Szczególnie niską wytrzymałością charakteryzują się oprawy intensywnie użytkowane, w tym podręczniki szkolne i akademickie.

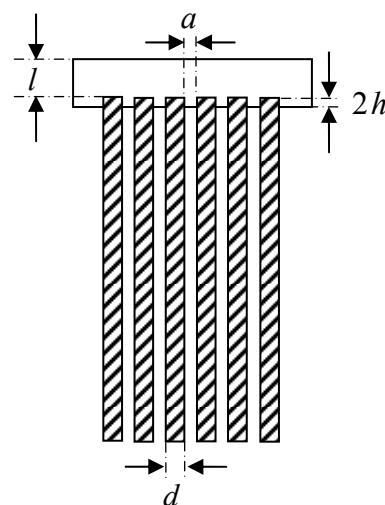
Nowa sytuacja na rynku wymusiła znaczny wzrost wymagań wydawców i konsumentów w zakresie jakości i wytrzymałości opraw. Jednym z parametrów oceny wytrzymałości opraw, uznawanym na rynku poligraficznym jako standardowy, jest wartość siły wyrywania arkusza z grzbietu książki. Parametr ten można otrzymać za pomocą specjalnych aparatów do testowania opraw, zasada których polega na pomiarze siły wyrywania pojedynczej kartki z oprawy (metoda Pull Test) (Petriaszwili, 2002). Niestety, aparaty do testowania różnych producentów charakteryzują się różnymi warunkami mocowania opraw i wyrywania arkuszy, co w znacznym stopniu przyczynia się do wadliwej oceny wytrzymałości opraw (Petriaszwili i Gaweł, 2003). Dla tego też, opracowanie podstaw teoretycznych oraz parametrów testowania opraw ma istotne znaczenie.

Celem pracy jest opracowanie modelu matematycznego wyrywania arkusza z grzbietu klejowej oprawy oraz ba-

danie wpływu różnych parametrów na wytrzymałość opraw.

1.2. Model klejowego połączenia arkuszy

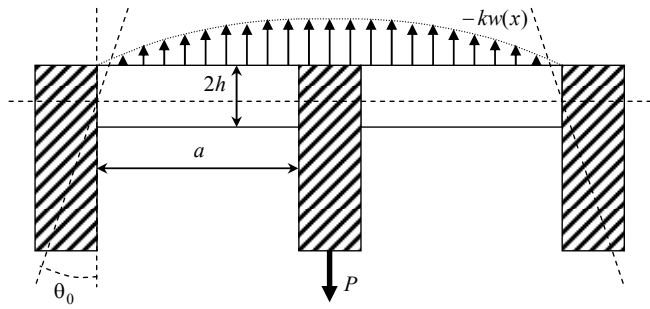
W niniejszej pracy zaproponowano matematyczny model do obliczeń naprężeń powstających w warstwie klejowej grzbietu podczas wyrywania kartki z grzbietu otwartej oprawy. Schemat klejowego połączenia arkuszy papieru w warstwie klejowej przedstawiono na Rys. 1, gdzie d – grubość arkusza papieru, l – grubość warstwy kleju na grzbiecie oprawy, a – odległość pomiędzy arkuszami, $2h$ – grubość warstwy kleju pomiędzy kartkami papieru. Pod czas badania książki na wytrzymałość zadaje się kąt otwarcia arkusze papieru $2\theta_0$ znajdujących cię po obu stron wyrywanego arkusza siłą P . Największe naprężenia powstają w warstwie klejowej pomiędzy arkuszami (Petriaszwili i Pyryew, 2007).



Rys. 1. Schemat klejowego połączenia arkuszy papieru

Przedmiotem rozważań w danym opracowaniu jest dwie warstwy kleju pomiędzy dwiema kartkami książki znajdu-

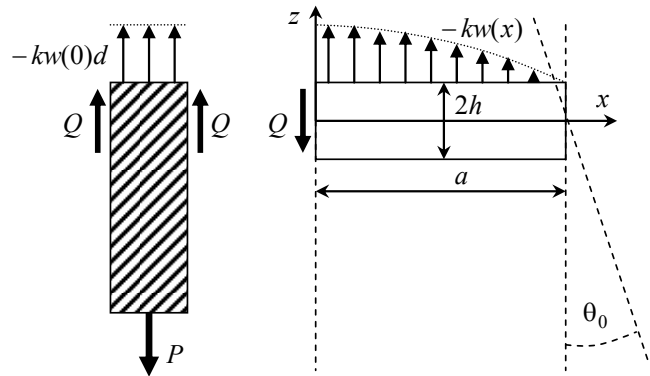
jące się w kontakcie z arkuszem, na który działa wyrywająca siła P (Rys. 2).



Rys. 2. Schemat modelu wyrywania arkusza

Uważa się, że warstwy kleju mają wymiary $a \times b \times 2h$, gdzie b – wysokość grzbietu oprawy i opierają się na sprężyste podłoże klejowe o grubości l . Przyjmujemy, że obciążenie $g(x)$ działające ze strony podłoża klejowego jest proporcjonalne wygięciu płyty $w(x)$ (model Winklera) i równie $g(x) = -kw(x)$ (Pisarenko i inni, 1986). Uwagę skupimy na wyznaczeniu pola naprężeń, które powstaje przy użytkowaniu oprawy, a mianowicie przy rozwarciu książki na kąt $2\theta_0$ (Petriaszwili i Pyrjew, 2008) i przyłożeniu siły P .

Z uwagi na symetrię zagadnienia rozpatrzono jedną warstwę i arkusz wyrywający (Rys. 3).



Rys. 3. Obliczeniowy schemat modelu wyrywania kartki papieru

W rozpatrywanym modelu wprowadzono założenia, że papier jest materiałem sztywnym, a klej jest jednorodnym izotropowym materiałem sprężystym o własnościach mechanicznych: E – moduł Younga, ν – współczynnik Poissona (Kornilow, 2001).

Równanie różniczkowe wygięcia warstwy kleju na sprężystym podłożu w postaci ugięcia prostokątnej wydłużonej płyty $w(x)$ (ugięcie po łuku) ma postać (Pisarenko i inni, 1986):

$$\frac{d^4 w(x)}{dx^4} + 4\alpha^4 w(x) = 0 \quad (1)$$

gdzie: $4\alpha^4 = k/D$, $D = 2Eh^3/3(1-\nu^2)$ – sztywność cylindryczna płyty.

Rozpatrywane zagadnienie sprowadza się do rozwiązania równania (1) z warunkami brzegowymi

$$w(x)|_{x=a} = 0, \quad -\frac{dw(x)}{dx}|_{x=a} = -\theta_0, \quad (2)$$

$$-\frac{dw(x)}{dx}|_{x=0} = 0, \quad -D\frac{d^3 w(x)}{dx^3}|_{x=0} = Q, \quad (3)$$

gdzie ścinająca siła Q związana z wyrywającą siłą P równaniem równowagi dla arkusza (Rys. 3)

$$P = 2Q - kw(0)d. \quad (4)$$

2. ROZWIĄZANIE ZAGADNIENIA

2.1. Obliczenie ugięcia i naprężeń w warstwie klejowej

Ogólne rozwiązanie równania (1) zapiszemy w postaci

$$w(x) = B_1 W_1(x) + B_2 W_2(x) + B_3 W_3(x) + B_4 W_4(x), \quad (5)$$

gdzie wprowadzone szczególne rozwiązania równania (1)

$$W_1(x) = \cosh(\alpha x) \cos(\alpha x), \quad (6)$$

$$W_2(x) = \frac{1}{2\alpha} (\cosh(\alpha x) \sin(\alpha x) + \sinh(\alpha x) \cos(\alpha x)), \quad (7)$$

$$W_3(x) = \frac{1}{2\alpha^2} \sinh(\alpha x) \sin(\alpha x), \quad (8)$$

$$W_4(x) = \frac{1}{4\alpha^3} (\cosh(\alpha x) \sin(\alpha x) - \sinh(\alpha x) \cos(\alpha x)), \quad (9)$$

Cztery niewiadomych B_1, B_2, B_3, B_4 znajdujemy wykorzystując cztery warunki brzegowych (2), (3).

Ostatecznie rozwiązanie rozpatzonego zagadnienia zapiszemy w postaci

$$w(x) = + \frac{(-PZ_1(\alpha a) - 2D\theta_0 W_3(a))W_1(x)}{d k Z_1(\alpha a) + 2DZ(\alpha a)} + \frac{(PZ_2(\alpha a) + 2D\theta_0 W_1(a) - d k \theta_0 W_4(a))W_3(x)}{d k Z_1(\alpha a) + 2DZ(\alpha a)} - \frac{(PZ(\alpha a) - d k \theta_0 W_3(a))W_4(x)}{d k Z_1(\alpha a) + 2DZ(\alpha a)} \quad (10)$$

gdzie

$$Z(\alpha a) = \frac{\sin(2\alpha a) + \sinh(2\alpha a)}{4\alpha}, \quad (11)$$

$$Z_1(\alpha a) = \frac{\cos(2\alpha a) + \cosh(2\alpha a) - 2}{16\alpha^4}, \quad (12)$$

$$Z_2(\alpha a) = \frac{\cos(2\alpha a) - \cosh(2\alpha a)}{8\alpha^2}, \quad (13)$$

Siła poprzeczna została zapisana w postaci

$$Q(x) = -D \frac{4\alpha^4(-PZ_1(\alpha a) - 2D\theta_0 W_3(a))W_2(x)}{dk Z_1(\alpha a) + 2DZ(\alpha a)} + D \frac{4\alpha^4(PZ_2(\alpha a) + 2D\theta_0 W_1(a) - dk\theta_0 W_4(a))W_4(x)}{dk Z_1(\alpha a) + 2DZ(\alpha a)} - D \frac{(PZ(\alpha a) - dk\theta_0 W_3(a))W_1(x)}{dk Z_1(\alpha a) + 2DZ(\alpha a)} \quad (14)$$

Naprężenia normalne ($\sigma_y = \nu \sigma_x$) i styczne w przekroju warstwy klejowej obliczamy według wzorów

$$\sigma_x(x) = \frac{3z}{2h^3} M_x(x), \quad \sigma_{xz}(x) = \frac{3Q(x)}{4h^3} [h^2 - z^2] \quad (15)$$

gdzie moment zginający ma postać:

$$M_x(x) = +D \frac{4\alpha^4(-PZ_1(\alpha a) - 2D\theta_0 W_3(a))W_3(x)}{dk Z_1(\alpha a) + 2DZ(\alpha a)} - D \frac{(PZ_2(\alpha a) + 2D\theta_0 W_1(a) - dk\theta_0 W_4(a))W_1(x)}{dk Z_1(\alpha a) + 2DZ(\alpha a)} + D \frac{(PZ(\alpha a) - dk\theta_0 W_3(a))W_2(x)}{dk Z_1(\alpha a) + 2DZ(\alpha a)} \quad (16)$$

2.2. Obliczenie naprężeń w warstwie klejowej grzbietu oprawy

Według przyjętej modeli otrzymano naprężenie normalne $\sigma_z = -kw(0)$ powstające w warstwie klejowej grzbietu oprawy w miejscu styku z wyrywana kartką papieru

$$\sigma_z = -k \frac{-PZ_1(\alpha a) - 2D\theta_0 W_3(a)}{dk Z_1(\alpha a) + 2DZ(\alpha a)}, \quad (17)$$

W pracy wykorzystana hipoteza największej energii odkształcenia czysto postaciowego (energetyczna hipoteza wytrzymałościowa Hubera-Misesa-Hency)

$$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\sigma_{xz}^2} \leq [\sigma], \quad (18)$$

gdzie $[\sigma]$ – naprężenie dopuszczalne.

2.3. Bezwymiarowa postać naprężeń w warstwie klejowej

Wprowadzimy bezwymiarowe współrzędne

$$\xi = x/a, \quad 0 < \xi < 1, \quad \zeta = z/a, \quad -H < \zeta < H, \quad (19)$$

i bezwymiarowe funkcji poszukiwane, a same ugięcie, moment gnący i siłę tnącą (siłę poprzeczną)

$$w(\xi) = \frac{w(\xi a)}{a}, \quad m_x(\xi) = \frac{M_x(\xi a)}{Da^{-1}}, \quad q(\xi) = \frac{Q(\xi a)}{Da^{-2}}, \quad (20)$$

oraz bezwymiarowe parametry

$$\Lambda = \alpha a, \quad \delta = \frac{d}{a}, \quad H = \frac{h}{a}, \quad q = \frac{Qa^2}{D}, \quad p = \frac{Pa^2}{2D}. \quad (21)$$

$$\sigma_* = (1 - \nu^2)[\sigma]/E, \quad \sigma_k = (1 - \nu^2)\sigma_z/E. \quad (22)$$

Bezwymiarowe rozwiązanie zagadnienia (1)-(4) ma postać

$$w(\xi) = -pw_p(\xi) - \theta_0 w_\theta(\xi) \quad (23)$$

gdzie

$$w_p(\xi) = (Z_1^* w_1(\xi) - Z_2^* w_3(\xi) + Z^* w_4(\xi)) / z^* \quad (24)$$

$$w_\theta(\xi) = \left\{ w_3^* w_1(\xi) - w_1^* w_3(\xi) + 2\delta \Lambda^4 (w_4^* w_3(\xi) - w_3^* w_4(\xi)) \right\} / z^* \quad (25)$$

$$w_1(\xi) = \cosh(\Lambda \xi) \cos(\Lambda \xi), \quad (26)$$

$$w_2(\xi) = \frac{1}{2\Lambda} (\cosh(\Lambda \xi) \sin(\Lambda \xi) + \sinh(\Lambda \xi) \cos(\Lambda \xi)), \quad (27)$$

$$w_3(\xi) = \frac{1}{2\Lambda^2} \sinh(\Lambda \xi) \sin(\Lambda \xi), \quad (28)$$

$$w_4(\xi) = \frac{1}{4\Lambda^3} (\cosh(\Lambda \xi) \sin(\Lambda \xi) - \sinh(\Lambda \xi) \cos(\Lambda \xi)), \quad (29)$$

$$w_1^* = \cosh(\Lambda) \cos(\Lambda), \quad (30)$$

$$w_2^* = \frac{1}{2\Lambda} (\cosh(\Lambda) \sin(\Lambda) + \sinh(\Lambda) \cos(\Lambda)), \quad (31)$$

$$w_3^* = \frac{1}{2\Lambda^2} \sinh(\Lambda) \sin(\Lambda), \quad (32)$$

$$w_4^* = \frac{1}{4\Lambda^3} (\cosh(\Lambda) \sin(\Lambda) - \sinh(\Lambda) \cos(\Lambda)) \quad (33)$$

$$z^* = 2\delta \Lambda^4 Z_1^* + Z^*, \quad (34)$$

$$Z^* = \frac{1}{4\Lambda} (\sinh(2\Lambda) + \sin(2\Lambda)), \quad (35)$$

$$Z_1^* = \frac{1}{16\Lambda^4} (\cosh(2\Lambda) + \cos(2\Lambda) - 2), \quad (36)$$

$$Z_2^* = \frac{1}{8\Lambda^2} (\cosh(2\Lambda) - \cos(2\Lambda)), \quad (37)$$

Zostało zapisano bezwymiarowe naprężenie powstające w warstwie klejowej grzbietu oprawy w miejscu styku z wyrywana kartką papieru

$$\sigma^* = -\frac{8}{3} \Lambda^4 H^3 \frac{pZ_1^* - \theta_0 w_3^*}{z^*}, \quad (38)$$

2.4. Warunek wytrzymałościowy

Warunek wytrzymałościowy według przyjętej hipotezy Hubera przyjmie postać bezwymiarową

$$\sigma_i \leq \sigma_*, \quad (39)$$

$$\sigma_i = \sqrt{(1 - \nu + \nu^2)\zeta^2 m_x^2(\xi) + \frac{3}{4}(H^2 - \zeta^2)^2 q^2(\xi)}, \quad (40)$$

gdzie $q(\xi) = d^3 w(\xi)/d\xi^3$, $m_x(\xi) = -d^2 w(\xi)/d\xi^2$.

Warunek (39) w punktach niebezpiecznych znajdujących się na powierzchni $\xi = 0$ daje możliwość wyznaczyć bezwymiarową dopuszczalną siłę wyrywającą

$$P_{\max} = \frac{\theta_0 B + \sqrt{AX^2 + \theta_0^2(B^2 - AC)}}{A}, \quad (41)$$

gdzie

$$A = A_m^2 \nu_1 \zeta^2 + A_q^2 \frac{3}{4} H_\zeta, \quad \nu_1 = 1 - \nu + \nu^2, \quad (42)$$

$$B = A_m B_m \nu_1 \zeta^2 + A_q B_q \frac{3}{4} H_\zeta, \quad H_\zeta = (H^2 - \zeta^2)^2, \quad (43)$$

$$C = B_m^2 \nu_1 \zeta^2 + B_q^2 \frac{3}{4} H_\zeta, \quad X = z^* \sigma_*, \quad A_m = -Z_2^*, \quad (44)$$

$$B_m = -2\delta \Lambda^4 w_4^* + w_1^*, \quad A_q = -Z^*, \quad B_q = -2\delta \Lambda^4 w_3^*. \quad (45)$$

Przy $\theta_0 = 0$ dopuszczalna siła będzie największa

$$P_{\max} = \frac{X}{\sqrt{A}}, \quad (46)$$

Zwiększenie kąta θ_0 prowadzi do zmniejszenia P_{\max} według wzoru (41).

Dla małej wartości parametru Λ dopuszczalna siła ma postać

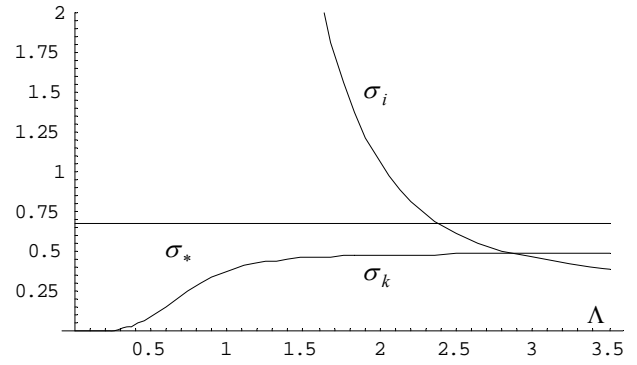
$$P_{\max} = \frac{2}{3H_\zeta + \zeta^2 \nu_1} \left(-\zeta^2 \nu_1 \theta_0 + \sqrt{(3H_\zeta + \zeta^2 \nu_1)\sigma_*^2 - 3\zeta^2 H_\zeta \nu_1 \theta_0^2} \right) + O(\Lambda^4) \quad (47)$$

Warunek wytrzymałościowy w warstwie klejowej grzbietu oprawy w miejscu styku z wyrywającą kartką papieru według przyjętej hipotezy Hubera daje ograniczenie na siłę wyrywania

$$p \leq \frac{3X}{8\Lambda^4 H^3 Z_1^*} - \theta_0 \frac{w_3^*}{Z_1^*}, \quad (48)$$

Na Rys. 4 przedstawiono zależność bezwymiarowej intensywności naprężeń σ_i , bezwymiarowego naprężenia w warstwie kleju na końcu kartki papieru σ_k i bezwymiarowego dopuszczalnego naprężenia σ_* od parametru Λ dla parametrów $\zeta = -0.21$, $\zeta = 0$, $\delta = 20$, $2\theta_0 = 80^\circ$, $H = 0.25$, $p_e = 481.37$, $\sigma_* = 0.677$.

Takim parametrom odpowiadają następujące wartości: $P = 400 N \cdot m^{-1}$, $a = 0.01 \cdot 10^{-3} m$, $h = 0.0025 \cdot 10^{-3} m$, $d = 0.02 \cdot 10^{-3}$, $\nu = 0.35$, $E = 3,5 \cdot 10^6 N \cdot m^{-2}$, $[\sigma] = 2.7 MPa$, $D = 4,15 \cdot 10^{-11} N \cdot m$.



Rys. 4. Zależność bezwymiarowych intensywności naprężeń σ_i , naprężenia w warstwie kleju na końcu karki papieru σ_k i dopuszczalnego naprężenia σ_* od parametru Λ .

3. WNIOSKI

Rozwiązanie według założonej liniowości zagadnienia zależy w sposób liniowy od parametrów p i θ_0 . Bezwymiarowa postać rozwiązania zależy również od bezwymiarowych geometrycznych parametrów δ , H i parametru fizycznego geometrycznego Λ .

Z obliczeń przedstawionych na Rys. 4 wynika, że punkty niebezpieczne znajdują się na powierzchni $x = 0$ dla parametru $\Lambda < \Lambda_{kr}$. W miejscu styku wyrywającego arkusza z warstwą klejową grzbietu oprawy zawsze jest spełniony warunek wytrzymałościowy $\sigma_k < \sigma_*$.

Przeprowadzona analiza teoretyczna umożliwiła prowadzić symulacje numeryczną badań wytrzymałości opraw na etapie projektowania książek.

LITERATURA

1. Kornilow I. K. (2001), *Proektirovanie kniznykh konstruktsii*, MGUP, Moskwa.
2. Pisarenko G. S., Agaew W. A., Kwitka A. L., Popkow W. G., Umanskiy E. S. (1986), *Soprotivlenie materialow*, Wyšča škola, Kiew.
3. Petriaszwili G. (2002), Ocena wytrzymałości opraw łączonych klejowo, *Wydawca*, № 1, 50 – 53.
4. Petriaszwili G., Gawel J. (2003), Jakość łączenia klejowego. Metody badań i aparatura do oceny wytrzymałości opraw bezszyciowych, *Świat druku*, № 4, 66 – 68.
5. Petriaszwili G., Pyryew Yu. (2007), An analysis of the tensions in adhesive layer during books operational use, *VIII Seminar in Graphic Arts, Conference Proceeding, University Pardubice*, 193-197.
6. Petriaszwili G., Pyryew Yu. (2008), Analysis of a model of the adhesive layer between two sheets of paper, *Journal of Vibroengineering*, Vol.10, No 3, 282-284.

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF PULLING OUT THE SHEET FROM THE BOOK SPINE ADHESIVE LAYER

Abstract: The research study proposed spine adhesive layer model with the paper pages which represents the actual geometry and material properties of the spine during opening and testing the book by Pull Test method.

WSPÓŁCZYNNIKI INTENSYWNOŚCI NAPRĘŻENIA K_I DLA PŁASKIEJ SZCELINY TUNELOWEJ W PRZESTRZENI SPRĘŻYSTEJ

Mykhaylo SAVRUK*, Krzysztof MOLSKI*, Grzegorz ROGOWSKI*

*Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45C, 15-351 Białystok

m.savruk@pb.edu.pl; kmolski@pb.edu.pl; grogowski@doktoranci.pb.edu.pl

Streszczenie: Praca dotyczy zagadnienia wyznaczania współczynników intensywności naprężenia K_I dla płaskiej dwuwymiarowej szczeliny tunelowej w przestrzeni sprężystej, w przypadku obciążenia powierzchni szczeliny dowolnym ciśnieniem normalnym. Stosując metodę osobliwych równań całkowych i techniki numeryczne, wyznaczono współczynnik K_I wzdłuż obu frontów szczeliny, której obie powierzchnie są obciążone parą sił skupionych P . Otrzymano numeryczne rozwiązania i porównano je z innymi przybliżonymi wyrażeniami K_I znanymi z literatury.

1. WSTĘP

Współczynniki intensywności naprężenia K_I , K_{II} i K_{III} należą do podstawowych parametrów stosowanych do prognozowania krytycznych, ze względu na pęknięcie, stanów konstrukcji. O ile zagadnienia dwuwymiarowe z jednowymiarowymi szczelinami są stosunkowo łatwe do modelowania matematycznego, to prognozowanie zachowania się pęknięć dwuwymiarowych w przestrzeni 3-D należy do jednych z najtrudniejszych problemów inżynierskich. Złożone kształty szczelin, ich różne położenie względem brzegów elementu konstrukcyjnego, dowolne rozkłady obciążenia oraz zmienność współczynnika K_I wzdłuż frontu szczeliny dwuwymiarowej to podstawowe czynniki, które muszą być uwzględnione w modelowaniu dwuwymiarowych szczelin oraz stanowią główną przyczynę trudności obliczeniowych.

W literaturze znanych jest wiele metod wyznaczania współczynników K_I dla zagadnień przestrzennych. Często stosowane jest podejście polegające na zredukowaniu obciążenia zewnętrznego do powierzchni szczeliny i traktowaniu znanego rozkładu ciśnienia powierzchniowego jako jedyne obciążenie, które zgodnie z zasadą podaną przez Buecknera (1970) generuje wartości współczynników K_I wzdłuż frontu szczeliny identyczne jak przy obciążeniu zewnętrznym przyłożonym z daleka od szczeliny. Niektóre rozwiązania analityczne, jak na przykład rozwiązania Shah i Kobayashi (1971) dla płaskiej szczeliny eliptycznej obciążonej na obu powierzchniach ciśnieniem normalnym wyrażonym w postaci wielomianów, są ściśle w sensie matematycznym teorii sprężystości i mogą służyć jako wartości referencyjne przy szacowaniu dokładności metod przybliżonych.

Kolejna metoda wyznaczania współczynników intensywności naprężenia K_I w zagadnieniach płaskich szczelin polega na wyznaczeniu funkcji Greena, odpowiadającej obciążeniu przeciwległych powierzchni szczeliny parą przeciwnie skierowanych sił skupionych. Funkcja ta umożliwia obliczanie współczynników K_I dla dowolnego rozkła-

du ciśnienia rozwierającego powierzchnie szczeliny. Jednym z takich zagadnień jest płaska szczelina tunelowa w przestrzeni trójwymiarowej. W literaturze znane są ściśle rozwiązania tego zagadnienia dla kilku rodzajów obciążenia: stałego ciśnienia na całej powierzchni szczeliny, ciśnienia zmieniającego się liniowo w obu kierunkach – wzdłuż i w poprzek szczeliny oraz dla obciążenia liniowego działającego wzdłuż szczeliny w stałej odległości od obu frontów. Ostatni przypadek można sprowadzić do znanego zagadnienia płaskiego, gdzie jednowymiarowa szczelina wewnętrzna o skończonej długości obciążona jest na powierzchni zrównoważoną parą sił skupionych przyłożonych w pewnej odległości od obu wierzchołków.

Celem obecnej pracy jest podanie ogólnej metody rozwiązania zagadnienia płaskiej szczeliny tunelowej w trójwymiarowej przestrzeni sprężystej przy zastosowaniu metody osobliwych równań całkowych, podanie numerycznego rozwiązania funkcji Greena dla tego zagadnienia oraz porównanie wyników obliczeń z rozwiązaniami opublikowanymi wcześniej przez innych autorów.

2. METODA ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIA SZCELINY TUNELOWEJ

Rozważmy trójwymiarowe ciało jednorodne i izotropowe z płaską szczeliną leżącą w płaszczyźnie $z=0$ i zajmującą obszar $G=\{(x, y); -l \leq x \leq l, -\infty < y < \infty\}$ (Rys. 1). Obie powierzchnie szczeliny poddane są wzajemnie równoważącym się obciążeniom normalnym

$$\sigma_z^+(x, y) = \sigma_z^-(x, y) = -p(x, y), \quad (x, y) \in G, \quad (1)$$

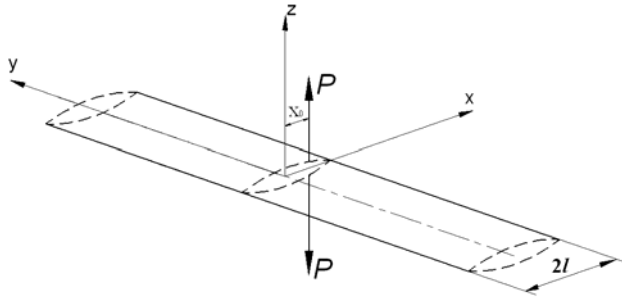
stanowiącym jedyne obciążenie w całej rozpatrywanej przestrzeni. Indeksy $+$ i $-$ odnoszą się odpowiednio do górnej i dolnej powierzchni szczeliny. Składowe wzdłużne przemieszczeń powierzchni szczeliny zachowują ciągłość i symetrię

$$u_x^+(x, y) = u_x^-(x, y), u_y^+(x, y) = u_y^-(x, y), \quad (x, y) \in G, \quad (2)$$

natomiast składowe normalne nie są ciągłe, to znaczy

$$u_z^+(x, y, 0) = -u_z^-(x, y, 0) = \beta u(x, y) \geq 0, \quad (x, y) \in G, \quad (3)$$

gdzie $\beta = \mu(1-\nu)^{-1}$, a μ i ν oznaczają odpowiednio moduł sztywności poprzecznej i współczynnik Poissona materiału.



Rys. 1. Płaska szczelina tunelowa w przestrzeni trójwymiarowej obciążona parą sił skupionych P

Przemieszczenia rozwieranych powierzchni szczeliny w kierunku normalnym opisane są funkcją $u(x, y)$ równą zero poza obszarem szczeliny G i spełniają przy $(x, y) \in G$ różniczkowo-całkowe równanie (Panasiuk 1968):

$$\Delta_{xy} \iint_G \frac{u(x', y')}{r} dx' dy' = -2\pi p(x, y), \quad (x, y) \in G; \quad (4)$$

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$$

gdzie Δ_{xy} oznacza dwuwymiarowy operator Laplace'a:

$$\Delta_{xy} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (5)$$

W celu uzyskania rozwiązania tak postawionego problemu redukujemy dwuwymiarowe różniczkowo-całkowe równanie (4) do całkowego równania jednowymiarowego przez zastosowanie odpowiedniej transformacji, po dokonaniu której jeden z wymiarów zostaje sprowadzony do roli parametru.

Zastosujemy do równania (4) transformację całkową Fouriera względem zmiennej y

$$\tilde{u}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) e^{isy} dy. \quad (6)$$

Przekształcenie odwrotne będzie wówczas opisane wzorem

$$u(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}(x) e^{-isy} ds. \quad (7)$$

Zakładamy, że funkcja $p(x, y)$ (względem zmiennej y) jest odcinkami ciągła w dowolnym przedziale i bezwzględnie całkowna w przedziale $(-\infty, \infty)$, natomiast $u(x, y)$ jest funkcją klasy $L_2(-\infty, \infty)$ względem zmiennej y i razem z pierwszą pochodną dąży do zera dla $x \rightarrow \pm\infty$.

Równanie (4) po przekształceniach Fouriera ma następującą postać:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - s^2 \right) \int_{-l}^l \tilde{u}(t) L_0[s(t-x)] dt = -\pi \tilde{p}(x) \quad (8)$$

gdzie (Бейтмен і Эрдейи, 1969):

$$L_0(sx) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{y^2 + x^2}} e^{isy} dy = \int_0^{\infty} \frac{\cos(sy)}{\sqrt{y^2 + x^2}} dy = K_0(|sx|). \quad (9)$$

Jądro $K_0(|sx|)$ jest zmodyfikowaną funkcją Bessela drugiego rodzaju.

Różniczkowo-całkowe równanie (8) może być również zapisane w postaci osobliwego równania całkowego

$$\int_{-l}^l \tilde{u}'(t) K(t-x) dt = -\pi \tilde{p}(x), \quad (10)$$

gdzie jądro $K(u)$ ma następującą postać:

$$K(u) = s \left(K_1(u) + \int_0^u K_0(v) dv \right) = s \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\tau^2 + 1}}{\tau} \sin(su\tau) d\tau. \quad (11)$$

W tym przypadku funkcja $K_1(u)$ jest również zmodyfikowaną funkcją Bessela drugiego rodzaju.

Osobliwe równanie całkowe (10) ma jednoznaczne rozwiązanie dla dowolnej prawej strony przy dodatkowym warunku zapewniającym jednoznaczność przemieszczeń w obszarze otaczającym szczelinę

$$\int_{-l}^l \tilde{u}'(t) dt = 0. \quad (12)$$

Rozwiązanie osobliwego równania całkowego (10) można otrzymać metodą numeryczną (Panasiuk i inni, 1976).

Można również otrzymać przybliżone rozwiązanie tego równania w postaci zamkniętej, zbieżne z rozwiązaniem dokładnym dla małych i dużych wartości parametru s .

3. PRZYBLIŻONE ROZWIĄZANIE RÓWNIANIA CAŁKOWEGO (10) W POSTACI ZAMKNIĘTEJ

Przedstawmy jądro $K(u)$ równania (11) w postaci całki Fouriera:

$$K(u) = s \int_0^{\infty} L(\tau) \sin(su\tau) d\tau, \quad L(\tau) = \frac{\sqrt{\tau^2 + 1}}{\tau}. \quad (13)$$

Ponieważ funkcja $L(\tau)$ posiada własności

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \tau L(\tau) = 1, \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} L(\tau) = 1 \quad (14)$$

możemy ją aproksymować wyrażeniem

$$\tilde{L}(\tau) = \coth \tau. \quad (15)$$

Dokładność takiej aproksymacji przedstawiono graficznie linią ciągłą na Rys. 2. Maksymalny błąd wynosi w tym przypadku około 8%. Z równania (13) znajdziemy teraz aproksymowane jądro

$$\tilde{K}_0(u) \approx s \int_0^\infty \coth \tau \sin(su\tau) d\tau = \tag{16}$$

$$\frac{\pi s}{2} \coth \frac{\pi s u}{2} = B \coth B u, \text{ gdzie } B = \frac{\pi s}{2}.$$

Po dokonaniu zamiany zmiennych

$$\xi = \frac{\tanh B t}{b}, \eta = \frac{\tanh B x}{b}, b = \tanh B l \tag{17}$$

i wprowadzeniu oznaczeń:

$$\gamma_0(\xi) = \tilde{u}'(t) \cosh^2 B t, \psi(\eta) = -\tilde{p}(x) \cosh^2 B x, \tag{18}$$

otrzymujemy osobliwe równanie całkowe z jądrem Cauchy'ego postaci

$$\int_{-1}^1 \frac{\gamma_0(\xi) d\xi}{\xi - \eta} = \pi \psi(\eta), |\eta| < 1. \tag{19}$$

Rozwiązanie równania (19), przy uwzględnieniu warunku (20)

$$\int_{-1}^1 \gamma_0(\xi) d\xi = 0, \tag{20}$$

wynikającego z równania (12), ma następującą postać (Mუსхелишвили, 1968):

$$\gamma_0(\eta) = -\frac{1}{\pi \sqrt{1-\eta^2}} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-\xi^2} \psi(\xi) d\xi}{\xi - \eta}. \tag{21}$$

Przekształcenie Fouriera dla współczynników intensywności naprężenia wzdłuż lewego (\tilde{K}_l^-) i prawego (\tilde{K}_l^+) frontu szczeliny tunelowej można obliczyć ze wzorów

$$\tilde{K}_l^\pm(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty K_l^\pm(x) e^{-isx} dx = pl \sqrt{\pi l} \sqrt{\frac{\pi}{2}} f_0^\pm(\lambda), \tag{22}$$

gdzie p oznacza parametr o wymiarze naprężenia, do którego odnosimy obciążenie $p(x,y)$,

$$f_0^\pm(\lambda) = \mp \frac{2bv_0(\pm 1)}{pl \sqrt{\pi Bl \sinh 2Bl}}; \tag{23}$$

$$v_0(\eta) = \gamma_0(\eta) \sqrt{1-\eta^2}; \quad \lambda = sl.$$

Z równań (21) i (23) otrzymujemy

$$f_0^\pm(\lambda) = \frac{2\sqrt{B}}{\pi \sqrt{\pi l \sinh 2Bl}} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{\tanh Bl \pm \tanh Bt}}{\sqrt{\tanh Bl \mp \tanh Bt}} \bar{p}(t) dt, \tag{24}$$

$$\bar{p}(t) = \frac{\tilde{p}(t)}{pl}.$$

Współczynniki intensywności naprężenia otrzymujemy po przeprowadzeniu odwrotnego przekształcenia Fouriera zgodnie ze wzorem (7). Otrzymamy wówczas

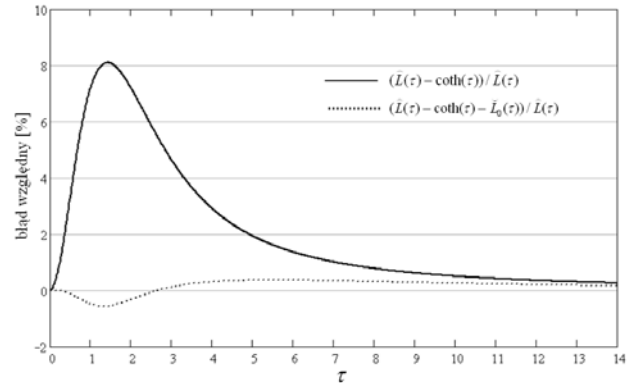
$$K_l^\pm = p \sqrt{\pi l} F_l^\pm, \tag{25}$$

gdzie

$$F_l^\pm = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty f_0^\pm(\lambda) e^{-i\lambda \tilde{y}} d\lambda; \quad \tilde{y} = y/l. \tag{26}$$

Dla parzystych funkcji $f_0^\pm(\lambda)$ otrzymamy:

$$F_l^\pm(\tilde{y}) = \int_0^\infty f_0^\pm(\lambda) \cos \lambda \tilde{y} d\lambda. \tag{27}$$



Rys. 2. Dokładność przybliżonego opisu funkcji $L(t)$ (13) aproksymowanej wzorem (15) (linia ciągła) oraz z przykładowym użyciem jednego członu dodatkowej funkcji poprawkowej (35) (linia punktowa)

Rozważmy teraz przypadek, gdy obciążenie powierzchni szczeliny opisane jest wzorem:

$$p(x,y) = P \delta(x-x_0) \delta(y), \tag{28}$$

gdzie $\delta(x)$ jest funkcją delta Diraca, za pomocą której przedstawimy siłę skupioną P przyłożoną w punkcie $(x_0, 0)$ (Rys. 1). Przekształcenie Fouriera funkcji (28) ma wówczas postać:

$$\tilde{p}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty p(x,y) e^{isy} dy = \tag{29}$$

$$\frac{P}{\sqrt{2\pi}} \delta(x-x_0) \int_{-\infty}^\infty \delta(y) e^{isy} dy = \frac{P}{\sqrt{2\pi}} \delta(x-x_0).$$

Po uwzględnieniu, że

$$\bar{p}(x) = \frac{P}{\sqrt{2\pi}} \delta(x-x_0) / (pl) = \tag{30}$$

$$\frac{l}{\sqrt{2\pi}} \delta(x-x_0), \quad p = \frac{P}{l^2}$$

otrzymujemy następującą zależność:

$$f_0^\pm(\lambda) = \frac{\sqrt{2Bl}}{\pi^2 \sqrt{\sinh 2Bl}} \sqrt{\frac{\tanh Bl \pm \tanh Bx_0}{\tanh Bl \mp \tanh Bx_0}} = \tag{31}$$

$$\frac{\sqrt{\lambda}}{\pi \sqrt{\pi \sinh \pi \lambda}} \sqrt{\frac{\tanh \frac{\pi \lambda}{2} \pm \tanh \frac{\pi \lambda \varepsilon}{2}}{\tanh \frac{\pi \lambda}{2} \mp \tanh \frac{\pi \lambda \varepsilon}{2}}}$$

gdzie $\varepsilon = \frac{x_0}{l}$.

Poszukiwane wartości współczynników intensywności naprężenia wyznaczamy wówczas ze wzorów (25) i (26). Chociaż otrzymane rozwiązanie ma postać zamkniętą, jest rozwiązaniem przybliżonym ze względu na wprowadzoną aproksymację jądra równania (13) zależnością (15).

4. WPROWADZENIE FUNKCJI POPRAWKOWEJ

Przedstawmy teraz jądro $K(u)$ równania (11) w postaci sumy

$$K(u) = \hat{K}_0(u) + k(u). \quad (32)$$

Drugi wyraz ma następującą postać:

$$k(u) = s \int_0^\infty \hat{L}(\tau) \sin(su\tau) d\tau, \quad (33)$$

gdzie

$$\hat{L}(\tau) = \frac{\sqrt{\tau^2 + 1}}{\tau} - \coth \tau. \quad (34)$$

Ze względu na trudności obliczeniowe wygodniej będzie opisać przybliżoną wartość jądra $k(u)$ w równaniu (33) za pomocą funkcji aproksymacyjnej

$$\hat{L}_0(\tau) = \sum_{i=1}^M \frac{c_i \tau}{(d_i^2 + \tau^2)^2}, \quad (35)$$

której każdy wyraz, podobnie jak funkcja $\hat{L}(\tau)$ (34), zeruje się w zerze i w nieskończoności.

Uwzględniając postać nowej funkcji aproksymacyjnej, wyrażenie (33) przyjmuje następującą formę (Двайт, 1973):

$$\hat{k}(u) = \sum_{i=1}^M s \int_0^\infty \frac{c_i \tau}{(d_i^2 + \tau^2)^2} \sin(su\tau) d\tau = \sum_{i=1}^M \frac{\pi s^2 u c_i}{4 d_i} \exp(-|sud_i|) \quad (36)$$

Nieznane wartości stałych c_i i d_i można teraz dobrać metodą najmniejszych kwadratów lub minimalizując największe różnice między funkcją dokładną (34) i przybliżoną (35). Użycie funkcji poprawkowej (35), razem z funkcją aproksymującą (15), pozwoliło znacząco zwiększyć dokładność opisu funkcji $L(\tau)$ (13). Dokładność tę można dowolnie zwiększać przyjmując odpowiednią liczbę M członów korekcyjnych. W przypadku użycia tylko jednego członu funkcji (35) i wartości stałych: $c_1=2,7$ i $d_1=2,0$, największy błąd względny nie przekracza 0,5%, co przedstawiono graficznie na rysunku 2 linią punktową.

5. ROZWIĄZANIE NUMERYCZNE CAŁKOWEGO RÓWNANIA OSOBLIWEGO (10)

Przedstawmy teraz równanie całkowe (10) w postaci

$$\int_{-1}^1 \hat{u}'(t) \left\{ \frac{B}{\tanh Bt - \tanh Bx} + \cosh^2(Bx)k(t-x) \right\} \frac{dt}{\cosh^2 Bx} = -\pi \hat{p}(x) \quad (37)$$

Po wprowadzeniu do równania (37) współrzędnych bezwymiarowych (17) otrzymujemy

$$\int_{-1}^1 \left[\frac{1}{\xi - \eta} + M(\xi, \eta) \right] \gamma(\xi) d\xi = \pi \psi(\eta), \quad |\eta| < 1, \quad (38)$$

gdzie

$$M(\xi, \eta) = \frac{b}{B(1-b^2\eta^2)} k \left[\frac{1}{\pi s} \ln \frac{(1+b\xi)(1-b\eta)}{(1-b\xi)(1+b\eta)} \right]. \quad (39)$$

Jednoznaczne rozwiązanie równania (37), w klasie funkcji z całkowalnymi osobliwościami na końcach przedziału $(-1,1)$, jest możliwe przy zachowaniu dodatkowego warunku (Мухелишвили, 1968)

$$\int_{-1}^1 \gamma(\xi) d\xi = 0. \quad (40)$$

Poszukujemy obecnie rozwiązania równania (38) w postaci sumy

$$\gamma(\xi) = \gamma_0(\xi) + \gamma_1(\xi), \quad (41)$$

gdzie funkcja $\gamma_0(\xi)$, będąca rozwiązaniem równania całkowego (19), dana jest wyrażeniem (21) dla ogólnego przypadku obciążenia. Chociaż takie podejście do rozwiązania równania (19) może być stosowane w ogólnym przypadku obciążenia, to najlepiej je stosować wtedy, gdy prawa strona równania jest funkcją nieciągłą. Wówczas, jeżeli funkcja obciążenia ma np. osobliwość, można uzyskać zmodyfikowane osobliwe równanie całkowe z ciągłą prawą stroną, które można efektywnie rozwiązać metodami numerycznymi, dlatego w dalszej części pracy przedstawiono rozwiązanie dla funkcji obciążenia danej wzorem (28).

Podstawiając poszukiwaną funkcję (41) do równania (38) otrzymujemy

$$\int_{-1}^1 \bar{K}(\xi, \eta) [\gamma_0(\xi) + \gamma_1(\xi)] d\xi = \pi \psi(\eta), \quad |\eta| < 1, \quad (42)$$

$$\bar{K}(\xi, \eta) = \frac{1}{\xi - \eta} + M(\xi, \eta).$$

Zakładając, że funkcja $\gamma_0(\xi)$ jest rozwiązaniem równania (19), otrzymamy równanie całkowe pozwalające wyznaczyć funkcję $\gamma_1(\xi)$:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \bar{K}(\xi, \eta) \gamma_1(\xi) d\xi = \bar{p}_1(\eta, \varepsilon) = \frac{pl\lambda\sqrt{1-\varepsilon^2}}{2b\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{M(\xi, \eta) d\xi}{\sqrt{1-\xi^2}(\xi-\varepsilon)}, \quad -1 \leq \eta \leq 1 \quad (43)$$

$$\int_{-1}^1 \gamma_1(\xi) d\xi = 0.$$

gdzie prawą stroną jest funkcja ograniczona w przedziale: $|\eta| < 1$ dla $|\varepsilon| < 1$.

Rozwiązanie numeryczne równania (43) można otrzymać stosując np. metodę kwadratur Gaussa-Czebyszewa zarówno dla osobliwych jak i nieosobliwych całek (Panasiuk i inni, 1976; Panasiuk i inni, 1984; Savruk, 1988).

Poszukiwaną funkcję przedstawmy w następującej postaci:

$$\gamma(\xi) = \frac{v(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}}, \quad (44)$$

gdzie nowa nieznaną funkcją $v(\xi)$, jest ciągła w przedziale domkniętym $[-1,1]$. W rezultacie otrzymujemy układ n algebraicznych równań liniowych

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{K}(\xi_k, \eta_m) v_1(\xi_k) = \bar{p}_1(\eta_m, \varepsilon), \quad m = \overline{1, n-1}; \quad (45)$$

$$\sum_{k=1}^n v_1(\xi_k) = 0,$$

gdzie

$$\xi_k = \cos \frac{2k-1}{2n} \pi, \quad (k = \overline{1, n}); \quad (46)$$

$$\eta_m = \cos \frac{\pi m}{n}, \quad (m = \overline{1, n-1}).$$

Wartości funkcji $\bar{p}_1(\eta, \varepsilon)$ można obliczyć dla dowolnego parametru ε , jednak wygodniej jest przyjąć, że

$$\varepsilon = \varepsilon_r = \cos \frac{r\pi}{n} \quad (r = \overline{1, n-1}). \quad (47)$$

Wówczas prawą stronę równania (33) obliczymy z zależności

$$\bar{p}_1(\eta_m, \varepsilon_r) = \frac{pl\lambda}{2bn\sqrt{2\pi}} \sqrt{1-\varepsilon_r^2} \sum_{k=1}^n \frac{M(\xi_k, \eta_m)}{\xi_k - \varepsilon_r}. \quad (48)$$

Transformaty Fouriera współczynników intensywności naprężenia dla lewego (\tilde{K}_I^-) i prawego (\tilde{K}_I^+) frontu szczeliny tunelowej mają postać

$$\tilde{K}_I^\pm = \mp \frac{\sqrt{2\pi}lb[v_0(\pm 1) + v_1(\pm 1)]}{\sqrt{Bl} \sinh 2Bl} = \quad (49)$$

$$pl\sqrt{\pi l} \sqrt{\frac{\pi}{2}} [f_0^\pm(\lambda) + f_1^\pm(\lambda)]$$

gdzie

$$f_1^\pm(\lambda) = \mp \frac{2bv_1(\pm 1)}{pl\sqrt{\pi Bl} \sinh 2Bl}. \quad (50)$$

Wartości funkcji $v_1(\pm 1)$ można wyznaczyć za pomocą wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a:

$$v_1(1) = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (-1)^k v_1(\xi_k) \cot \frac{2k-1}{4n} \pi; \quad (51)$$

$$v_1(-1) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+n} v_1(\xi_k) \tan \frac{2k-1}{4n} \pi.$$

Współczynniki intensywności naprężenia wyznaczmy korzystając z przekształcenia odwrotnego (7) oraz ze wzoru (25), w którym funkcja $F_I^\pm(\tilde{y})$ przyjmuje teraz następującą postać:

$$F_I^\pm(\tilde{y}) = \int_0^\infty [f_0^\pm(\lambda) + f_1^\pm(\lambda)] \cos \lambda \tilde{y} d\lambda \quad (52)$$

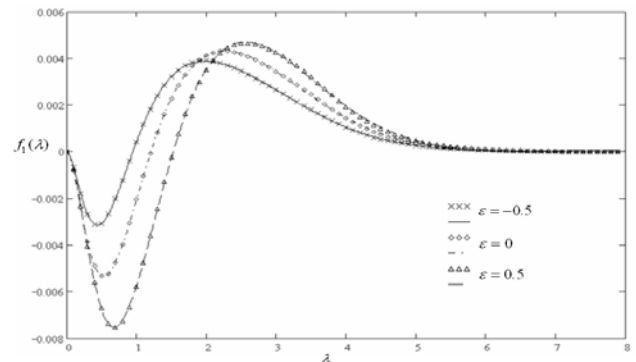
Dla dużych wartości współrzędnych \tilde{y} (lub y) funkcja podcałkowa wykazuje własności oscylacyjne, co znacznie utrudnia obliczenie wartości całki. W takim wypadku należy zastosować specjalne wzory kwadraturowe (Крылов і Скобля, 1974; Задирака, 1983; Brigham, 1988; Averbuch i inni, 2000; Evans i Webster, 1997; Ixaru, 2001; Ixaru i Paternoster, 2001; Kim i inni, 2002; Kuijpers i inni, 1997; Milovanovic, 1988; Shu i Chew, 1997; Ooura i Mori, 1999).

6. OBLICZANIE WSPÓŁCZYNNIKÓW INTENSYWNOŚCI NAPRĘŻENIA K_I

Wartości współczynników K_I , dla przyjętych wartości r (47) i parametrów ε , obliczano numerycznie ze wzorów (25) i (52). Funkcje $f_0^\pm(\lambda)$ opisane są wzorami (31), natomiast przebiegi funkcji $f_1^\pm(\lambda)$, dla różnych wartości parametru ε , wyznaczono z zależności (50). Poszczególne wartości $v_1(\pm 1)$ obliczono za pomocą wielomianów (51), gdzie wektor $v_1(\xi_k)$ stanowił rozwiązanie układu n równań liniowych (45) zbudowanych w węzłach Gaussa-Czebyszewa, opisanych wzorami (46). Otrzymywane w ten sposób dyskretne wartości funkcji $f_1^\pm(\lambda)$ opisywano za pomocą funkcji interpolacyjnych

$$f_1(\lambda) = e^{-C|\lambda|} \sum_{k=1}^N A_k \lambda^{2k}, \quad (53)$$

co umożliwiło analityczne obliczenie wartości całek zgodnie ze wzorem (52). Współczynniki C i A_k dobierano metodą najmniejszych kwadratów, oddzielnie dla każdej wartości parametru ε , dopasowując je do obliczonych wcześniej dyskretnych wartości funkcji $f_1^\pm(\lambda)$.



Rys. 3. Przykładowe wartości numeryczne funkcji $f_1(\lambda)$ (symbole) otrzymane w wyniku rozwiązania układów 420 równań liniowych (45) oraz ich interpolacje (linie) dla wybranych wartości parametru ε

Na Rys. 3 przedstawiono przykładowe dyskretne wartości funkcji $f_1^\pm(\lambda)$, obliczone według powyższej procedury, dla trzech wartości parametru ε oraz ich aproksymacje funkcjami ciągłymi zgodnie ze wzorem (53), przyjmując $N=6$. Dokładność obliczanych wartości funkcji $f_1^\pm(\lambda)$ oraz jej aproksymacji zależała od liczby przyjętych węzłów (liczby równań liniowych). Po zbadaniu wpływu liczby węzłów na dokładność rozwiązania numerycznego funkcji $f_1^\pm(\lambda)$, przyjęto $n=420$ równań liniowych jako wartość refe-

rencyjną, która okazała się być rozsądnym kompromisem między dokładnością a czasem obliczeń, i dla tej liczby równań przeprowadzono wszystkie dalsze obliczenia współczynników intensywności naprężenia przedstawione poniżej.

7. PORÓWNANIE OTRZYMANÝCH WARTOŚCI K_I Z ROZWIĄZANÍAMI PODANYMI PRZEZ INNYCH AUTORÓW

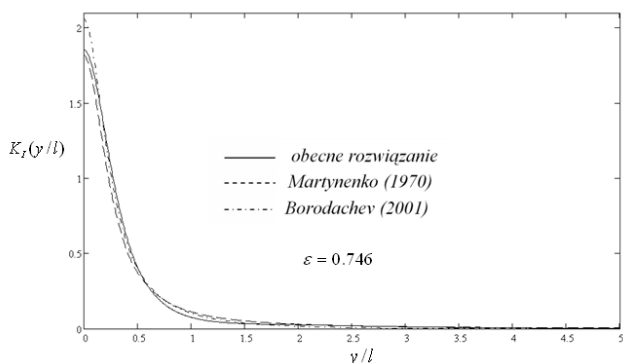
Na Rys. 4-8 linią ciągłą przedstawiono obliczone wartości współczynnika K_I wzdłuż prawego frontu szczeliny, przy różnym oddaleniu $l-x_0$ punktu przyłożenia jednostkowego obciążenia skupionego.

W dostępnej literaturze można znaleźć różne przybliżone rozwiązania opisujące współczynnik K_I wzdłuż frontu szczeliny tunelowej obciążonej parą sił skupionych P . Martynenko (1970) pierwszy zaproponował przybliżone rozwiązanie tego zagadnienia w postaci wzoru

$$K_I^M = \frac{P\sqrt{1-\varepsilon^2}}{(\pi l)^{3/2} \left[(1-\varepsilon)^2 + \left(\frac{y}{l}\right)^2 \right]} \quad (54)$$

przedstawionego graficznie linią przerywaną na Rys. 4-8. Niektórzy autorzy późniejszych prac, np. Harris (1973) oraz Oore i Burns (1980), dochodzą również do zależności (54) wychodząc z innych założeń.

Rozwiązanie to dąży do dokładnych wartości współczynników intensywności naprężenia przy zbliżaniu punktu przyłożenia siły P do linii frontu szczeliny, co w granicznym przypadku odpowiada znanemu rozwiązaniu analitycznemu dla szczeliny w postaci półpłaszczyzny (patrz np. Savruk, 1988). W miarę jednak oddalania się obciążenia skupionego w stronę przeciwnego frontu, dokładność rozwiązania maleje. Wyznaczane wartości współczynników K_I są zaniżone dla punktów frontu szczeliny bliskich miejscu przyłożenia siły P , natomiast są zawyżone dla punktów bardziej odległych. Interesujący jest fakt dokładnego spełnienia przez ten wzór warunku całkowego, odpowiadającego jednorodnemu obciążeniu powierzchni szczeliny siłami P wzdłuż prostej równoległej do obu frontów, dla którego znane jest ściśle rozwiązanie analityczne (zagadnienie płaskie).

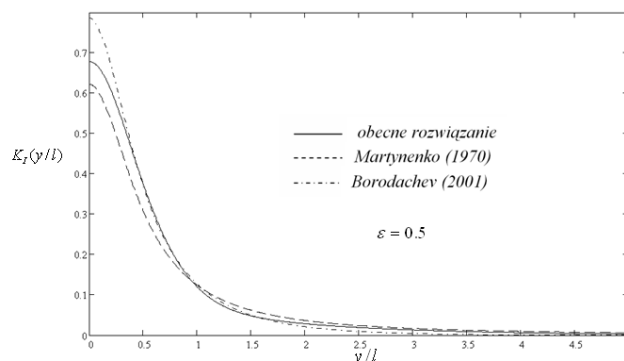


Rys. 4. Wartości współczynników K_I wzdłuż frontu szczeliny $x=l$ dla $\varepsilon=0,746$; $P=1$; $l=1$. Rozwiązanie obecne porównane ze wzorami Martynenki (1970) i Borodacheva (2001)

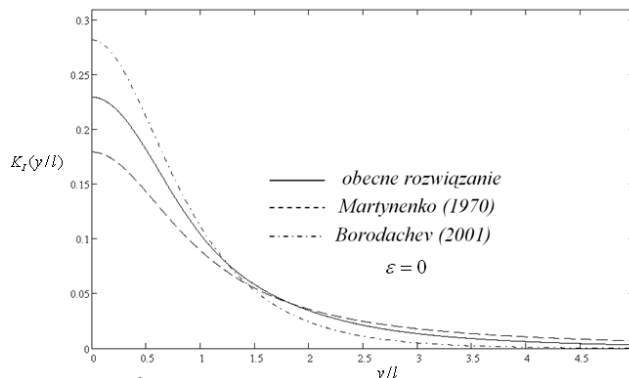
Borodachev (2001) opublikował alternatywną zależność

$$K_I^B = \frac{P}{2l\sqrt{\pi l}\sqrt{1-\varepsilon^2}} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\varepsilon\right)}{\cosh\left(\frac{\pi y}{2l}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\varepsilon\right)}, \quad (55)$$

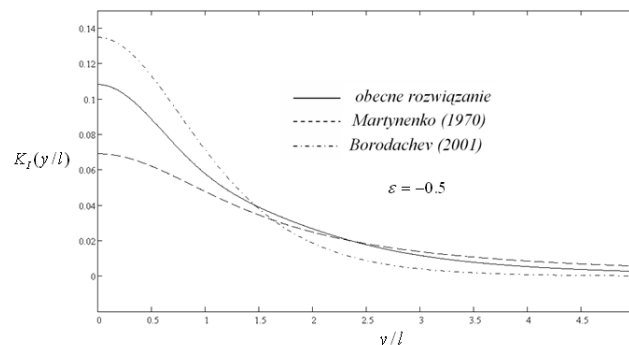
która również dokładnie spełnia wspomniany wyżej warunek całkowity, ale wartości współczynnika K_I w poszczególnych miejscach frontu szczeliny różnią się od rozwiązania Martynenki.



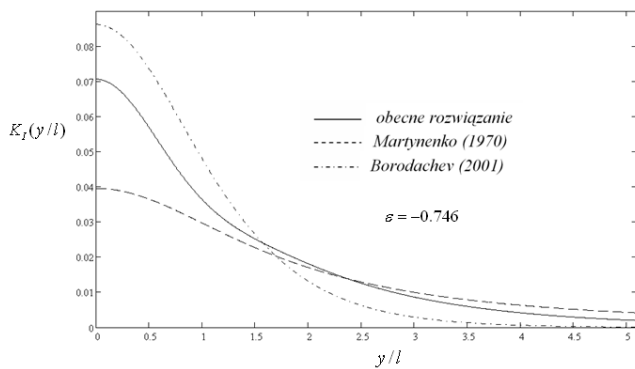
Rys. 5. Wartości współczynników K_I wzdłuż frontu szczeliny $x=l$ dla $\varepsilon=0,5$; $P=1$; $l=1$. Rozwiązanie obecne porównane ze wzorami Martynenki (1970) i Borodacheva (2001)



Rys. 6. Wartości współczynników K_I wzdłuż frontu szczeliny $x=\pm l$ dla $\varepsilon=0$; $P=1$; $l=1$. Rozwiązanie obecne porównane ze wzorami Martynenki (1970) i Borodacheva (2001)



Rys. 7. Wartości współczynników K_I wzdłuż frontu szczeliny $x=l$ dla $\varepsilon=-0,5$; $P=1$; $l=1$. Rozwiązanie obecne porównane ze wzorami Martynenki (1970) i Borodacheva (2001)



Rys. 8. Wartości współczynników K_I wzdłuż frontu szczeliny $x=l$ dla $\varepsilon=-0,746$; $P=1$; $l=1$. Rozwiązanie obecne porównane ze wzorami Martynenki (1970) i Borodacheva (2001)

We wszystkich przedstawionych przypadkach obecne rozwiązanie daje wyniki praktycznie pośrednie między rozwiązaniem Martynenki i Borodacheva. Wyraźnie widać, że wszystkie rozwiązania są zbieżne w miarę jak ε dąży do 1 (np. dla $\varepsilon=0,746$), co oznacza, że obciążenie położone jest blisko prawego frontu szczeliny. Natomiast im mniejsze są wartości parametru ε , uwidaczniają się znaczące różnice między poszczególnymi rozwiązaniami. Na uwagę zasługuje fakt, że same wartości K_I są wówczas znacznie mniejsze.

Dokładna analiza podanego obecnie rozwiązania pozwala stwierdzić, że ono również spełnia wspomniany wcześniej warunek całkowy. Interesujący jest fakt spełnienia tego warunku w przypadku wykorzystania w obliczeniach tylko pierwszego, przybliżonego rozwiązania analitycznego (15), bez uwzględniania funkcji poprawkowej.

8. PODSUMOWANIE

Za pomocą transformacji Fouriera, dwuwymiarowe różniczkowo-całkowe równanie dla przestrzeni sprężystej ze szczeliną tunelową znajdującą się pod dowolnym ciśnieniem, sprowadzono do jednowymiarowego osobliwego równania całkowego. Zamieniając jądro tego równania na jądro aproksymowane, otrzymano jego przybliżone analityczne rozwiązanie dla dowolnej prawej strony (dowolnego obciążenia powierzchni szczeliny), włączając obciążenia siłami skupionymi. Korzystając z rozwiązania dla sił skupionych i stosując metodę superpozycji, otrzymano równania z ciągłą prawą stroną, co umożliwia otrzymanie rozwiązania numerycznego.

Obliczono wartości współczynników intensywności naprężenia K_I wzdłuż obu frontów szczeliny tunelowej obciążonej na powierzchni parą sił skupionych P i porównano je z przybliżonymi rozwiązaniami podanymi przez Martynenkę (1970) oraz Borodacheva (2001). Względne różnice między tymi rozwiązaniami są coraz mniejsze w miarę zbliżania się obciążającej pary sił P do analizowanego frontu szczeliny (np. dla $\varepsilon=0,746$) i są tym większe, im bardziej zadana para sił oddala się od danego frontu i zbliża do frontu przeciwnego (np. dla $\varepsilon=-0,746$), jednak należy zwrócić uwagę, że wartości współczynników K_I w tym przypadku są małe.

LITERATURA

1. Averbuch A., Braverman E., Coifman R., Israeli M., Sidi A. (2000), Efficient Computation of Oscillatory Integrals via Adaptive Multiscale Local Fourier Bases, *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, 9, 19-53.
2. Borodachev N. M. (1998), A method of constructing a weight function for a body with a crack, *J. Appl. Math. Mech.*, 62, No 2, 303-307.
3. Borodachev N. M. (2001), Three-dimensional weight function for the problem of thermoelasticity for a striplike crack, *Strength Mater.*, 33, No 1, 74-80.
4. Brigham E. O. (1988), *The Fast Fourier Transform and Its Applications*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
5. Bueckner H. F. (1970), A novel principle for the computation of stress intensity factors., *ZAMM*, 50, No 9, 529-546.
6. Evans G. A., Webster J. R. (1997), A high order, progressive method for the evaluation of irregular oscillatory integrals, *Appl. Numer. Math.*, 23, 205-218.
7. Glinka G., Shen G. (1991), Universal features of weight functions for cracks in mode I, *Eng. Fract. Mech.*, 40, No 6, 1135-1146.
8. Harris D. O. (1973), Slicing procedure for approximate three-dimensional Green's functions for cracks in plates of finite thickness, *Int. J. Fract.*, 9, No 1, 21-32.
9. Ixaru L. G. (2001), Numerical operations on oscillatory functions, *Comput. Chem.*, 25, 39-53.
10. Ixaru L. Gr., Paternoster B. (2001), A Gauss quadrature rule for oscillatory integrands, *Comput. Phys. Comm.*, 133, 177-188.
11. Kim K. J., Cools R., Ixaru L. G. (2002), Quadrature rules using rst derivatives for oscillatory integrands, *J. Comput. Appl. Math.*, 140, 479-497.
12. Kuijpers A. H. W. M., Verbeek G., Verheij J. W. (1997), An improved acoustic Fourier boundary method using Fast Fourier transform integration, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 102, 1394-1401.
13. Milovanovic G. V. (1998), Numerical calculation of integrals involving oscillatory and singular kernels and some applications of quadratures, *Comput. Math. Appl.*, 36, No 8, 19-39.
14. Mofakhar A. A., Glinka G. (1992), Calculation of stress intensity factors by efficient integration of weight functions, *Eng. Fract. Mech.*, 43, 749-756.
15. Oore M., Burns D. J. (1980), Estimation of stress intensity factors for embedded irregular cracks subjected to arbitrary normal stress fields, *J. Press. Ves. Technol.*, 102, No 2, 202-211.
16. Ooura T., Mori M. (1999), A robust double exponential formula for Fourier type integrals, *J. Comput. Appl. Math.*, 112, 229-241.
17. Shah R. C., Kobayashi A. S. (1971), Stress intensity factor for an elliptical crack under arbitrary normal loading, *Eng. Fract. Mech.*, 3, No, 071-96.
18. Shu C., Chew Y. T. (1997), Fourier expansion-based differential quadrature and its application to Helmholtz eigenvalue problems., *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 13, 643-653.
19. Абрамовиц М., Стиган И. (Ред.) (1979), *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами*, М.: Наука.
20. Бейтмен Г., Эрдейи А. (1969), *Таблицы интегральных преобразований*, М.: Наука.
21. Гольдштейн Р. В., Капцов А. В., Корельштейн Л. Б. (1984), Асимптотическое решение пространственных задач теории упругости о вытянутых плоских трещинах отрыва, *ПММ*, 48, No 5, 854-863.
22. Двайт Г. Б. (1973), *Таблицы интегралов и другие математические формулы*, М.: Наука.

23. **Задирака В. К.** (1983), *Теория вычисления преобразования Фурье*, К.: Наук. Думка.
24. **Кит Г. С., Побережный О. В.** (1992), *Нестационарные процессы в телах с дефектами типа трещин*, К.: Наук. Думка.
25. **Крылов В. И., Скобля Н. С.** (1974), *Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа*, М.: Наука.
26. **Мартыненко М. Д.** (1970), Некоторые пространственные задачи о равновесии упругого тела, ослабленного трещиной, *ПМ*, 6, No 10, 84-88.
27. **Мухелишвили Н. И.** (1968), *Сингулярные интегральные уравнения*, М.: Наука.
28. **Панасюк В. В.** (1968), *Предельное равновесие хрупких тел с трещинами*, Киев: Наук. думка, 1968.
29. **Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацьшин А. П.** (1976), *Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках*, Киев: Наук. думка, 1976.
30. **Панасюк В. В., Саврук М. П., Назарчук З. Т.** (1984), *Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции*, Киев: Наук. Думка.
31. **Саврук М. П.** (1988), *Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами*, *Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие под общей редакцией Панасюка В.В. - Т.2.* - Киев: Наук. Думка.
32. **Снеддон И.** (1955), *Преобразования Фурье*, М.: ИЛ.

STRESS INTENSITY FACTORS K_I FOR A PLANE TUNNEL CRACK IN ELASTIC SPACE

Abstract: The present paper deals with determination of stress intensity factors K_I for a plane two-dimensional tunnel crack in elastic space when both crack faces are subjected to any normal pressure. Using the method of singular integral equations and numerical techniques Green's function was also obtained, which makes it possible to calculate values of stress intensity factors K_I at any point along both crack fronts. Approximate analytical solutions of high accuracy were found. Numerical values of K_I were compared with other solutions known from the literature, obtained by different authors.

BADANIA WŁAŚCIWOŚCI MECHANICZNYCH KOMPOZYTU Al-Zn PRZY RÓŻNYCH SPOSOBACH OBCIĄŻANIA PRÓBEK

Robert UŚCINOWICZ*

*Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

r.uscinowicz@pb.edu.pl

Streszczenie: W pracy dokonano analizy wpływu sposobu obciążania próbek z metalowego kompozytu warstwowego Al-Zn na jego właściwości mechaniczne. Przedstawiono wyniki testów rozciągania próbek płaskich wykonanych z cienkiego metalowego kompozytu, którego warstwy aluminium i cynku spojono klejem do metalu CX-80. Badania przeprowadzono w temperaturze pokojowej przy wymuszeniu sterowanym sygnałem odkształcenia – $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ i sygnałem naprężenia – $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$. Testom rozciągania poddano także składniki kompozytu, tj. aluminium i cynk, a także pakiet Al-Zn*. Stwierdzono, że zastosowanie określonego sposobu obciążania istotnie wpływa na kształt charakterystyk odkształceniowych badanych materiałów i istotnie różnicuje zarówno badane parametry określające właściwości mechaniczne, jak i wartości współczynników krzywych umocnienia opisanych przy pomocy równania Swifta. Dane uzyskane z eksperymentów dla kompozytu Al-Zn porównano z analogicznymi wartościami uzyskanymi za pomocą wzorów wyprowadzonych w oparciu o prawo mieszanin, uwzględniających eksperymentalnie wyznaczone właściwości mechaniczne składników kompozytu.

1. WPROWADZENIE

Znaczącym sposobem ograniczenia zużycia drogich i rzadkich materiałów przeznaczonych na specjalne konstrukcje inżynierskie jest wykorzystanie metalowych kompozytów warstwowych. Poprzez dobór specjalnych komponentów na poszczególne warstwy kompozytu uzyskuje się nie tylko specyficzną strukturę wewnętrzną o unikatowych właściwościach fizykochemicznych, ale także znaczne ograniczenie kosztów poprzez eliminację monolitycznej grubej warstwy metalu niezbędnej do zapewnienia właściwej wytrzymałości konstrukcji.

Aby zapewnić właściwe warunki obróbcze metalowego kompozytu warstwowego należy dążyć do opracowania, z gruntu nowych, procesów technologicznych pozwalających zastosować optymalne warunki ich kształtowania. Wymusza to poszukiwanie właściwych warunków i parametrów przeprowadzania procesów plastycznego odkształcania, tj. walcowania, ciągnięcia, tłoczenia. Problem ten poruszany jest w pracach Dong Nyung Lee i Yoon Keun Kim (1988 a, b) oraz Shi-Hoon i innych (1997).

W celu zapewnienia maksymalnego bezpieczeństwa na etapie projektowania, wznoszeniu i eksploatacji konstrukcji z metalowych kompozytów warstwowych, potrzebna jest wiedza o odporności metalowych kompozytów warstwowych na zadane obciążenie, niekiedy nieprzewidywalne co do sposobu działania.

Aby uzyskać charakterystykę materiałową dla typowych monolitycznych materiałów przeprowadza się typowe testy wytrzymałościowe. Stosuje się tu dwa sposoby obciążania w zależności od rodzaju materiału i przewidywanej jego reakcji na zadane obciążenie:

- sposób kinematyczny, podczas którego próbki deformuje się z określoną, stałą prędkością przyrostu odkształcenia względnego oraz mierzy się siłę oporu przeciw temu odkształceniu;
- sposób dynamiczny tj., bezpośrednie obciążanie próbki odpowiednio rosnącym naprężeniem i pomiar wywołanego odkształcenia.

Drugi sposób jest trudniejszy do realizacji z uwagi na problemy związane z potrzebą kontroli prędkości przyrostu naprężenia w zakresie dużych odkształceń plastycznych przy zmniejszającym się przekroju próbki. Trudności związane z wyborem pierwszej lub drugiej ścieżki quasi-statycznego obciążania oraz brak sprecyzowanych procedur testowania wytrzymałościowego nowych materiałów, szczególnie metalowych kompozytów warstwowych, wymusiło potrzebę przeprowadzenia opisywanych poniżej eksperymentów. Głównym ich celem była ocena wielkości wpływu sposobu obciążania próbek na podstawowe właściwości mechaniczne metalowego kompozytu warstwowego Al-Zn wytworzonego przez sklejenie ze sobą warstw metalu o odmiennych cechach fizycznych.

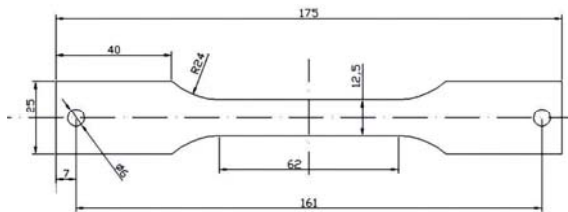
2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

W badaniach doświadczalnych wykorzystano cztery rodzaje próbek płaskich:

- próbki z blachy cynkowej o grubości $0.96mm$ – cynk rektyfikowany z gatunku Z1 wg EN 1179:1995,
- próbki z blachy aluminiowej o grubości $1.00mm$ – aluminium z gatunku A1 wg EN AW-1050A,
- próbki z blachy dwuwarstwowej Al-Zn o grubości $2.02mm$, które powstały ze sklejenia warstw aluminium i cynku połączonych na całej długości próbki,

- próbki w postaci pakietu złożonego z warstw aluminium i cynku (Al-Zn*) o grubości 1.96mm (w części pomiarowej), gdzie warstwy zostały sklejone trwale jedynie w części chwytowej, poza częścią pomiarową.

Geometrię próbki bimetalicznej pokazano na Rys. 1. Próbki wykonano z pasów o wymiarach 165mm x 25mm, które wycięto z arkusza blachy aluminiowej i cynkowej. Oś obciążania wszystkich próbek była zgodna z kierunkiem walcowania blach. Połączenie blach składowych w kompozyt uzyskano poprzez spoinę adhezyjną o grubości $g=0.06mm$ przy pomocy kleju do metalu CX-80 na bazie żywicy epoksydowej. W trakcie procesu sklejania warstwy znajdowały się pod wymaganym stałym obciążeniem w zakresie odkształceń sprężystych. Objętościowy (procentowy) udział poszczególnych warstw metali w kompozycie wynosił: Zn – 49% i Al – 51%. Skład chemiczny blachy aluminiowej i cynkowej – dwóch podstawowych składników kompozytu Al-Zn oraz pakietu Al-Zn* przedstawiono w Tab. 1 i Tab. 2. Wyniki eksperymentów analizowano na podstawie sześciu próbek każdego rodzaju.



Rys. 1. Geometria kompozytowej próbki badawczej Al-Zn

Tab. 1. Skład chemiczny blachy aluminiowej Al

Al	Cu	Mg	Mn	Si
%				
99.58	0.003	0.004	0.002	0.12
Ti	Fe	Zn	Cr	Ni
%				
0.030	0.024	0.003	0.001	0.001

Tab. 2. Skład chemiczny blachy cynkowej Z1

Zn	Cu	Ti	Al
%			
99.708	0.193	0.092	0.0023

3. PROCEDURY BADAWCZE

W celu uzyskania informacji o właściwościach mechanicznych badanych materiałów przeprowadzono testy jednoosiowego, monotonicznego rozciągania próbek płaskich. Próby realizowano dwutorowo, z uwzględnieniem zaleceń norm technicznych PN-EN 10002-1:2004 (2004) i ASTM E 8M-04 (2004), tj.:

- testy monotonicznego rozciągania ze stałą prędkością przyrostu odkształcenia $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$,
- testy monotonicznego rozciągania ze stałą wartością prędkości przyrostu naprężenia: $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$.

Podczas testów pomiar odkształceń odbywał się na długości pomiarowej $l_0=50mm$ oraz na szerokości próbki, na bazie o nominalnej wartości $b_0=12.5mm$. W pierwszym przypadku drogę obciążania realizowano za pośrednictwem sygnału sterującego uzyskanego z ekstensometru mierzącego wydłużenie próbki. W drugim posłużono się sygnałem z siłomierza umieszczonego w łańcuchu kinematycznym maszyny. Wszystkie testy przeprowadzono w stałej temperaturze 293K na uniwersalnej maszynie wytrzymałościowej MTS Mini Bionix 858.

Niezależnie zbadano również wytrzymałość kleju JB WELD CX 80 na ścinanie. Wyznaczono ją podczas rozciągania pojedynczego złącza zakładkowego o wymiarach 25.4mm x 25.4mm Z testów uzyskano wytrzymałości złącza na ścinanie na poziomie $\tau = 6.8MPa$.

4. WYNIKI TESTÓW

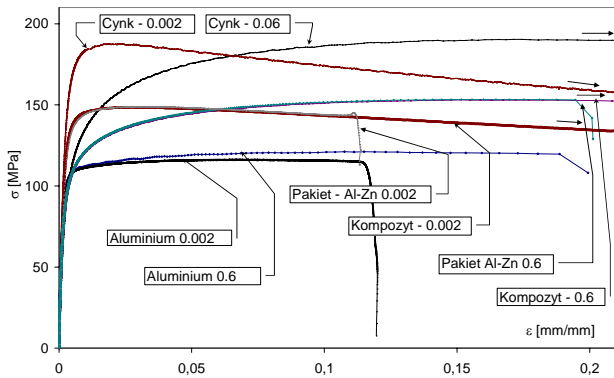
Otrzymane z eksperymentów krzywe rozciągania posłużyły do wyznaczenia podstawowych parametrów określających właściwości mechaniczne. Przykładowe krzywe uzyskane dla badanych materiałów przedstawiono na Rys. 2 i Rys. 3, a wartości liczbowe właściwości mechanicznych (z uwzględnieniem rodzaju próbek i sposobu obciążania) w Tab. 3 i Tab. 4. Zamieszczono w nich uśrednione wartości naprężeń granicznych $R_{0.005}$, $R_{0.2}$ odpowiadające trwałym odkształceniom 0.05% i 0.2%, a także granice proporcjonalności R_H , wytrzymałości na rozciąganie R_m , moduły Younga E , wartości energii właściwych równomiernego odkształcenia plastycznego L_p i sprężystego L_e oraz wydłużenia całkowitego równomiernego ϵ_r . Testy w obu przypadkach traktowano jako quasi-statyczne, ponieważ rozciąganie próbek prowadzono z małymi prędkościami przyrostu odkształcenia $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ i naprężenia $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$.

W oparciu o prawo mieszanin oraz przyjmując założenie o jednakowej odkształcalności wzdłużnej metalicznych warstw kompozytu podczas osiowego rozciągania, można sformułować dla naprężeń granicznych $R_{0.005}$, $R_{0.2}$, R_m oraz modułu E poniższe zależności:

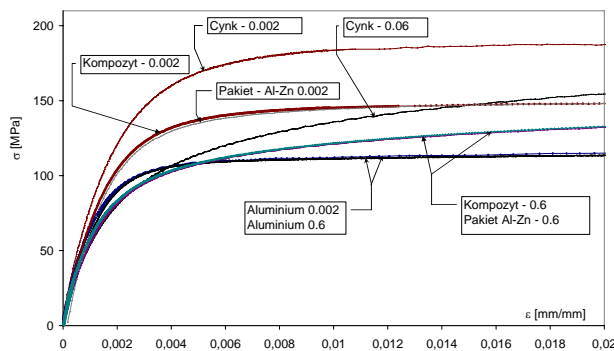
$$\begin{aligned}
 R_x^{Al-Zn} &= f_{Zn} R_x^{Zn} + f_{Al} R_x^{Al}; \quad (x = 0.05\%, 0.2\%) \\
 R_m^{Al-Zn} &= f_{Zn} R_m^{Zn} + f_{Al} R_m^{Al}; \\
 E_x^{Al-Zn} &= f_{Zn} E_x^{Zn} + f_{Al} E_x^{Al};
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

gdzie: R_x^{Al-Zn} , R_x^{Zn} , R_x^{Al} – odpowiednio, naprężenia graniczne dla kompozytu Al-Zn, cynku i aluminium, R_m^{Al-Zn} , R_m^{Zn} , R_m^{Al} – wartości wytrzymałości dla kompozytu Al-Zn, cynku i aluminium, E_x^{Al-Zn} , E_x^{Zn} , E_x^{Al} – moduły Younga, f_{Zn} , f_{Al} – objętościowe (procentowe) udziały składników metalicznych w bimetalu.

Wzory (1) w swojej strukturze uwzględniają właściwości przynależne poszczególnym warstwom bimetalu. Wyznaczone na ich podstawie średnie wartości ujęto w ostatniej kolumnie Tab. 3 oraz Tab. 4 i oznaczono Al-Zn mix. Należy podkreślić, że wartości naprężeń wyznaczone z formuł (1) dla kompozytu Al-Zn, pakietu Al-Zn* i z eksperymentu są na tym samym poziomie wartości.



Rys. 2. Krzywe rozciągania zarejestrowane w zakresie odkształceń sprężysto-plastycznych 0–20% dla aluminium, cynku, kompozytu Al-Zn oraz pakietu Al-Zn* przy obciążeniu z prędkościami $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ i $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$



Rys. 3. Krzywe rozciągania zarejestrowane w zakresie odkształceń sprężysto-plastycznych 0–2% dla aluminium, cynku, kompozytu Al-Zn oraz pakietu Al-Zn* przy obciążeniu z prędkościami $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ i $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$

Tab. 3. Wyniki testów rozciągania próbek z badanych materiałów przy prędkości obciążania $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$

Właściwości mechaniczne	Rodzaj materiału (próbki)				
	Al	Zn	Al-Zn	Al-Zn*	Al-Zn mix
R_H	40.5	51.6	43.0	44.2	45.9
$R_{0.05}$	83.0	116.4	97.5	97.9	99.4
$R_{0.2}$	103.3	158.9	129.5	127.4	130.5
R_m	116.0	187.6	150.5	149.3	151.1
E	69.2	78.2	72.6	74.2	73.6
L_p	9.8	3.6	4.4	4.7	6.7
L_e	0.101	0.231	0.155	0.151	0.165
ϵ_r	0.068	0.020	0.027	0.031	-

Al-Zn* - warstwy Al i Zn nie sklejono na długości pomiarowej, a jedynie w części chwytowej próbki;
Al-Zn mix – wartości wyznaczone z prawa mieszanin.

Zbiory punktów doświadczalnych w układzie naprężenie-rzeczywiste-odkształcenie rzeczywiste $\epsilon_{rz} - \sigma_{rz}$ aproksymowano trójparametryczną funkcją potęgową, wg zmodyfikowanego równania Swifta (Fernandez, 1998):

$$\sigma_{rz} = K (\epsilon_o + \epsilon_{rz})^n, \quad (2)$$

gdzie: σ_{rz} , ϵ_{rz} – odpowiednio rzeczywiste naprężenia i od-

kształcenia, K , ϵ_o , n – współczynniki krzywej umocnienia.

Współczynniki K , ϵ_o , n dla testowanych materiałów zestawiono w Tab. 5 celem wykazania wpływu sposobu obciążania na proces odkształceniowego umacniania się badanych materiałów.

Tab. 4. Wyniki testów rozciągania próbek z badanych materiałów przy prędkości $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$

Właściwości mechaniczne		Rodzaj materiału (próbki)				
		Al	Zn	Al-Zn	Al-Zn*	Al-Zn mix
R_H	MPa	30.7	23.5	21.6	31.9	27.2
$R_{0.05}$	MPa	79.4	65.4	70.3	71.1	72.5
$R_{0.2}$	MPa	103.5	99.1	98.4	98.6	101.3
R_m	MPa	121.5	189.1	153.7	154.4	154.6
E	GPa	77.4	76.6	70.9	77.6	77.0
L_p	MJ/m ³	11.61	30.71	22.75	23.94	20.97
L_e	MJ/m ³	0.096	0.233	0.166	0.155	0.163
ϵ_r	-	0.097	0.173	0.153	0.158	-

Al-Zn* - warstwy Al i Zn nie sklejono na długości pomiarowej, a jedynie w części chwytowej próbki;
Al-Zn mix - wartości wyznaczone z prawa mieszanin.

5. DYSKUSJA WYNIKÓW I WNIOSKI

Próbki z aluminium, kompozytu Al-Zn oraz pakietu Al-Zn* obciążane ze stałą prędkością przyrostu naprężenia $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$ charakteryzowały się większą ciągliwością niż próbki, które były odkształcane przy prędkości przyrostu odkształcenia $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$. W zakresie odkształceń równomiernych, przy $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$ przebiegi krzywych rozciągania kompozytu Al-Zn oraz pakietu Al-Zn* różniły się nieznacznie (Rys. 2 i Rys. 3); przy prędkości $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ otrzymywano wręcz identyczne charakterystyki dla tych materiałów.

W zależności od sposobu obciążania, krzywe rozciągania cynku, charakteryzowały się znacznym zróżnicowaniem kształtu, co świadczy o wrażliwości tego metalu na sposób obciążania. Obciążanie próbek cynkowych z prędkością $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$ (wymuszenie sterowane sygnałem naprężenia) sprawiło wydłużenie okresu umocnienia. Maksymalną wartość naprężenia cynk osiągał przy dużo większych odkształceniach sprężysto-plastycznych niż przy obciążaniu z prędkością $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$. W przypadku krzywych rozciągania próbek z aluminium tak dużych różnic w przebiegu procesu umocnienia, wynikających ze sposobu obciążania, nie zaobserwowano.

Tab. 5. Wartości współczynników równań (2) dla badanych rodzajów materiałów

Rodzaj materiału	Prędkość obciążania	Wartości współczynników równania (2)		
		n	K	ε_0
		–	MPa	–
Al	$\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$	0.095	187.0	-0.0015
	$\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$	0.120	216.8	-0.0013
Zn	$\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$	0.194	507.2	-0.0015
	$\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$	0.279	532.8	-0.008
Al-Zn	$\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$	0.156	333.9	-0.0014
	$\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$	0.208	346.9	-0.0011
Al-Zn*	$\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$	0.154	324.8	-0.0015
	$\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$	0.197	329.5	-0.0010
Al-Zn mix	$\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$	0.144	343.9	-0.0015
	$\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$	0.198	371.6	-0.0010

Wartości naprężeń granicznych R_H , $R_{0.005}$, $R_{0.2}$, które są istotne na etapie projektowania wymiarowego konstrukcji z metalowego kompozytu warstwowego Al-Zn są przy sterowaniu odkształceniem dla prędkości $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ zdecydowanie większe niż przy sterowaniu naprężeniem dla $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$, a procentowe różnice względne wynoszą odpowiednio 50%, 28%, 24%. W przypadku wytrzymałości na rozciąganie R_m różnice te są niewielkie rzędu 2%. Należy zauważyć (Tab. 3 i Tab. 4), że przy prędkości obciążania $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ wartości wymienionych naprężeń granicznych dla kompozytu Al-Zn i pakietu Al-Zn* są zbliżone. Także prawo mieszanin dla $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ (dane wzorami (1)) pozwala dokładnie wyznaczać właściwości mechaniczne obu materiałów bazując na właściwościach ich komponentów. Podobne relacje można zaobserwować dla próbek testowanych z prędkością $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$.

Wpływ spoiwa (kleju) na charakterystyki odkształceniowe i wartości parametrów określających właściwości mechaniczne jest niewielki i wydaje się, że jego udział przy zastosowanych sposobach obciążania i rozpatrywanych prędkościach może być pominięty.

Wartości modułu Younga E dla kompozytu Al-Zn i pakietu Al-Zn* pozostają niezależne od sposobu obciążania próbki, a niewielkie różnice wartości rzędu 1.7÷3.2 GPa wynikają z niedokładności metody jego wyznaczania. Moduł Younga E wyznaczony z prawa mieszanin jest zbliżony do wartości modułu wyznaczonego dla pakietu Al-Zn*.

Energia właściwa potrzebna do odkształcenia plastycznego równomiernego próbki kompozytowej Al-Zn i pakietu Al-Zn* przy wymuszeniu naprężeniowym ($\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$) jest ponad pięciokrotnie większa niż przy obciążaniu sterowanym sygnałem odkształcenia. Wartości energii potrzebne do odkształcenia sprężystego tych rodzajów materiałów są do siebie zbliżone i nie zależą od przyjętego sposobu obciążania.

Jeżeli zastosuje się podobne podejście do sposobu wyznaczenia energii właściwej odkształcenia plastycznego dla bimetalu Al-Zn wychodząc z potrzeb energetycznych

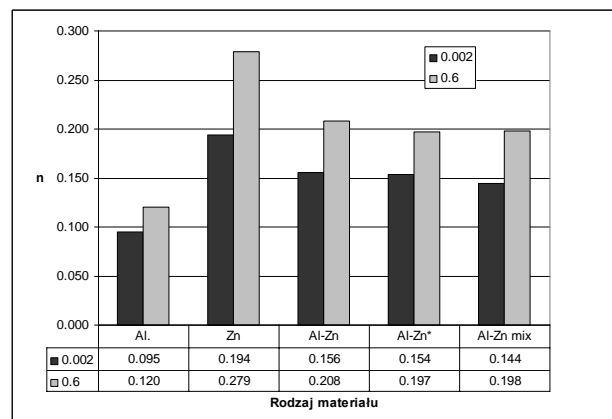
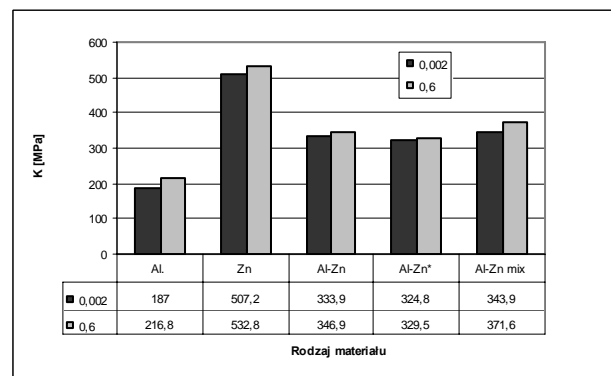
składników bimetalu, tj. aluminium i cynku na realizację określonego procesu, jak to miało miejsce w przypadku wzorów (1), to uwzględniając prawo mieszanin można napisać:

$$L_p^{Al-Zn} = f_{Zn} L_p^{Zn} + f_{Al} L_p^{Al}, \quad (3)$$

gdzie: L_p^{Al-Zn} , L_p^{Zn} , L_p^{Al} – odpowiednio, energie właściwe odkształcenia plastycznego równomiernego dla kompozytu Al-Zn, cynku i aluminium, f_{Zn} , f_{Al} – objętościowe (procentowe) udziały składników metalicznych w bimetalu.

Zastosowanie prawa mieszanin do analizy zapotrzebowania energetycznego na realizację odkształcenia plastycznego (równomiernego) próbki z kompozytu Al-Zn nie było trafne. Zarówno przy prędkości $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ jak i $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$ nie oszacowuje ono właściwie energii niezbędnej do deformacji plastycznej kompozytu mając na uwadze wydatki energetyczne warstw składowych.

Analiza wykresów (Rys. 4 i 5), ilustrujących uzyskane z eksperymentu wartości współczynników umocnienia pozwala na stwierdzenie, że obciążanie próbek kompozytowych Al-Zn (i innych) z prędkością $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$ powoduje szybsze umacnianie się materiału o czym świadczą wartości współczynnika n .

**Rys. 4.** Zestawienie wartości współczynnika umocnienia n wyznaczonego dla $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ i $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$ **Rys. 5.** Zestawienie wartości współczynnika K wyznaczonego dla $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ i $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$

Podobne relacje obserwuje się w odniesieniu do współczynnika K . Wartości współczynnika ε_0 pozwalają wnioskować, że wszystkie materiały charakteryzowały się już wstępnym umocnieniem.

Podsumowując można stwierdzić, że dla prób krótkotrwałych (doraźnych) realizowanych przy monotonicznym wzroście obciążenia z prędkościami: $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ i $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$ prawo mieszanin poprawnie opisuje właściwości mechaniczne kompozytu Al-Zn i pakietu Al-Zn* w odniesieniu do badanych właściwości mechanicznych. Wpływ kleju łączącego warstwy nieznacznie wpływa na te parametry. Wartości naprężeń granicznych R_H , $R_{0.005}$, $R_{0.2}$ kompozytu Al-Zn – istotne z punktu widzenia projektowania wytrzymałościowego konstrukcji są przy obciążaniu odkształceniowym znacznie większe niż przy obciążaniu realizowanym poprzez stały wzrost naprężenia $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$. Z kolei proces umacniania się materiału kompozytowego Al-Zn przebiega przy prędkości $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$ dużo bardziej intensywnie niż dla $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$.

LITERATURA

1. **Dong Nyung Lee, Yoon Keun Kim** (1988a), On the rule of mixtures for flow stress in stainless-steel-clad aluminum sandwich sheet metals, *Journal of Materials Science*, Vol. 23, No 4, 558-564.
2. **Dong Nyung Lee, Yoon Keun Kim** (1998b), Tensile properties of stainless steel-clad aluminum sandwich sheet metals, *Journal of Materials Science*, Vol. 23, No 4, 1436 – 1442.
3. **Fernandes J. V., i inni** (1998), A modified Swift law for prestrained materials, *Int. Journ. of Plast.*, Vol. 14, No 6, 537-550.
4. **Shi-Hoon, Keun-Hwan Kim, Kyu Hwan, Dong Nyung Lee** (1997), Tensile deformation behavior of stainless steel clad aluminum bilayer sheet, *Materials Science & Engineering*, A222, (1997), 158-165.
5. **ASTM EM-04** (2004), *Standard test methods for tension testing of metallic materials*, ASTM International, 1-57.
6. **PN-EN 10002-1** (2004), *Metale. Próba rozciągania. Metoda badania w temperaturze otoczenia*, Warszawa, Wydawnictwa Norm. Alfa-Wero Sp. z o.o., 1– 57.

INVESTIGATIONS OF MECHANICAL PROPERTIES OF AL-ZN COMPOSITE USING VARIOUS METHODS OF SPECIMENS LOADING

Abstract: In the work the analysis of influence the loading type of Al-Zn two-layer metallic composite on its mechanical properties was made. The results of tensile tests of flat composite samples made from the thin aluminium and zinc metallic strips using glue CX-80 were presented. Tests were carried out at the room temperature using two method of specimen loading controlled by signal of strain – $\dot{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3} 1/s$ and stress – $\dot{\sigma} = 0.6 MPa/s$. Components of Al-Zn composite (aluminium and zinc) were tensile tested and Al-Zn* package. It was found, that applying the defined method of loading fundamentally influenced on the shape of tensile characteristics (curves), values of mechanical properties of materials and essentially differentiated values of hardening curves coefficients. The experimental data received these tests were compared with analogous values received from equations based on law of mixtures, which took into consideration the mechanical properties of composite components.

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego W/WM/9/09 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych.

DIAGNOZOWANIE ZMĘCZENIA MATERIAŁU PRZY POMOCY EFEKTU MAGNETYCZNEJ PAMIĘCI METALU

Miroslaw WITOŚ*

*Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, ul. Księcia Bolesława 6, 01-494 Warszawa

miroslaw_witos@o2.pl

Streszczenie: W referacie przedstawiono efekt magnetycznej pamięci metalu (MPM). Zagadnienia teoretyczne zobrazowano przykładami uzyskanymi podczas diagnozowania elementów techniki lotniczej. Omówiono główne zalety MPM i trudności, na które napotyka się podczas badania drobnych elementów, np. wałków napędowych czy łopatek sprężarki. Wskazano potrzebę udokumentowania skuteczności stosowania MPM w detekcji pęknięć zmęczeniowych typu HCF i VHCF.

1. WSTĘP

W technice lotniczej istnieje jeszcze wiele elementów wykonanych ze stali i stopów ferromagnetycznych. Część z nich, m.in. wałki napędowe, koła zębate, łopatki sprężarki, łożyska i cięgna podwozia są elementami krytycznymi konstrukcji – sporadycznie występują w nich problemy zmęczeniowe, grożące wypadkiem lotniczym. Powyższe elementy wymagają okresowej kontroli stanu technicznego, zarówno w eksploatacji jak również podczas remontu samolotu/silnika.

Obserwowane przypadki zmęczeniowego pęknięcia ww. elementów uświadamiają:

- niedoskonałość istniejących metod badań nieniszczących (szczególnie dla wirujących elementów, w których występuje zjawisko zamykania szczeliny pęknięcia podczas postoju);
- potrzebę doskonalenia metod i technik badawczych w zakresie rozpoznania wczesnej fazy zmęczenia materiału.

Dopiero umiejętność rozpoznania wczesnej fazy zmęczenia materiału - fazy cyklicznego umocnienia i osłabienia (Buch, 1964), np. z pomocą analizy modalnej (Witoś, 2008) lub metody tip timing (Witoś i Szczepanik, 2008), jest podstawą wiarygodnego prognozowania stanu technicznego oraz gwarancją bezpiecznej i ekonomicznej pracy maszyny.

W artykule skupiono uwagę na potencjalnym zastosowaniu efektu magnetycznej pamięci metalu w badaniach nieniszczących (NDT), monitorowaniu stanu technicznego (SHM) i monitorowaniu warunków pracy (CM) drobnych stalowych elementów techniki lotniczej. Artykuł jest próbą uzyskania odpowiedzi na pytanie „Czy magnetyczna pamięć metalu może być skuteczna w detekcji narastającego zmęczenia materiału?”

2. MOTYWACJA

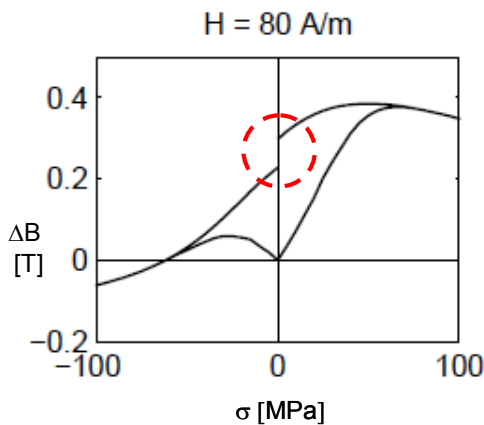
Przewidywanie właściwości magnetycznych materiałów ferromagnetycznych jest ciągle obszarem badań naukowych, m.in. Bozorth (1951); Craik i Wood (1970), Collins (1995), Hubert (1998), Lai Man Wang (1999), Własow i Dubow (2004), Żurek (2005), Miles (1991) i Mićunović (2006). W badaniach analizowane są m.in. zjawiska spontanicznego magnesowania i piezomagnetyzmu ferromagnetyków w słabym polu magnetycznym Ziemi. Zjawiska fizyczne skorelowane ze strukturą materiału i efektami magneto-mechanicznymi – Tab. 1. Wyniki prac opisują oddziaływanie na poziomie spinowym i są przydatne do zastosowania w obszarze mechaniki pęknięcia i diagnostyki technicznej.

Tab. 1. Efekty magnetomechaniczne (Lupu, 2007; Miles i Atherton, 1984; Dapino i inni, 1999)

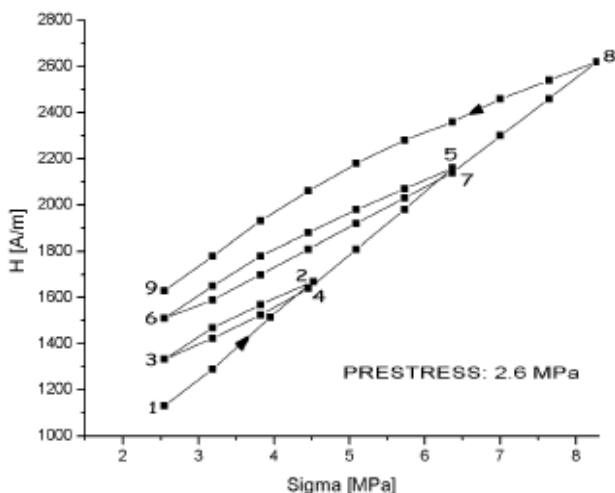
Efekty bezpośrednie	
Efekt Joule (1842) magnetostrykcja	Zmiana rozmiarów próbki w kierunku przyłożonego pola magnetycznego
Efekt ΔE	Wpływ magnetosprężystości na anizotropię magnetokrystaliczną
Efekt Wiedemanna	Skrećanie wywołane przez spiralną anizotropię
Efekt magnetoobjętościowy	Zmiana objętości pod wpływem magnesowania (najbardziej widoczna w pobliżu temperatury Curie)
Efekt Einsteina – de Haasa	Obracanie się ferromagnetyka pod wpływem namagnesowania
Efekty odwrotne	
Efekt Villariego (1865)	Zmiana namagnesowania pod wpływem obciążeń
Efekt ΔE	Magnetyzm indukuje zmiany w sprężystości
Efek Matteuci	Spiralna anizotropia i SEM wprowadzona przez skrećanie
Efekt Nagaoka-Hondy	Zmiany w stanie namagnesowania przez zmiany objętości
Efekt Barnetta (1914)	Magnesowanie ciała pod wpływem ruchu obrotowego

Pomiędzy zastanym namagnesowaniem badanego elementu, a historią obciążeń istnieje związek przyczynowy, który został zaproponowany przez Własowa i Dubowa (2004) do badań nieniszczących i diagnozowania poziomu zmęczenia materiału (metoda magnetycznej pamięci metalu, MPM). Według Dubowa, MPM jest jedną z nielicznych metod, która w warunkach polowych deklaruje umiejętność wykrywania nie tylko pęknięć, ale również lokalizacji wczesnej fazy zmęczenia materiału i naprężeniowych defektów struktury. Zmian odwzorowanych przez lokalne strefy koncentracji naprężeń własnych (SKN) i lokalną anizotropię materiału. Deklarowaną zaletą metody MPM jest również zapamiętywanie skutków cyklicznych obciążeń, szczególnie odkształceń plastycznych.

Naprężeniowe magnesowanie ferromagnetyka obserwowane jest m.in. podczas cyklicznego rozciągania i ściskania próbki. Pełny cykl symetrycznych obciążeń mechanicznych nie zamyka cyklu przemagnesowania próbki. Po odciążeniu próbka wykazuje namagnesowanie. Zjawisko opisane m.in. przez Craika i Wooda (1970) – Rys. 1, potwierdzono dla obciążeń niesymetrycznych w badaniach Bomby i Kalety (2005) – Rys. 2.



Rys.1. Magnesowanie ferromagnetyka w słabym polu magnetycznym pod wpływem symetrycznego obciążenia (Craik i Wood, 1970)



Rys. 2. Magnesowanie ferromagnetyka w słabym polu magnetycznym pod wpływem cyklicznego rozciągania (Bomba i Kaleta, 2005)

Metoda MPM wymaga pasywnego, bezdotykowego obserwatora. Powyższa cecha stwarza przesłanki stosowania MPM nie tylko w badaniach nieniszczących, ale również w systemach SHM i CM. Pod tym względem MPM przewyższa aktywne metody magnetyczne, np. pomiar szumu Barkhausena (Żurek, 2005) czy siły koercji (Muzhitskiy i inni).

W aplikacjach przemysłowych metoda MPM używana jest już do (Dubow i inni, 2004):

- bardzo szybkiej (do kilku km/godz.) lokalizacji miejsc zwiększonego ryzyka inicjacji pęknięć zmęczeniowych (pomiar nie wymaga wcześniejszego przygotowania powierzchni);
- zgrubnej oceny skutków rzeczywistych warunków pracy, w tym oszacowania pozostałości zdadności technicznej.

Ocenie MPM podlegają głównie duże, stacjonarne elementy (m.in. rurociągi, walczaki, mosty) wykonane ze stali nisko-stopowych, dla których spełniony jest warunek niezmienności położenia badanego elementu względem słabego pola magnetycznego Ziemi – pierwotnego źródła spontanicznego magnesowania materiału ferromagnetycznego. Dla tych warunków pracy zasady lokalizacji SKN dobrze opisuje teoria Własowa i Dubowa (Vlasov i Dubow, 2004; Dubow i inni, 2004). Podczas postoju maszyny metodą MPM badane są również elementy ruchome, np. łopatki turbin parowych. Metoda MPM uzyskała międzynarodową akceptację do oceny spoin (norma PN-ISO-24497-1,2,3).

Dotychczasowe spostrzeżenia i zalety MPM zostały już uwzględnione w zaleceniach norm EN 4179 i NAS 410 stosowanych w lotnictwie. Przed defektoskopią magnetyczną proszkową normy zalecają pomiar zastanego poziomu namagnesowania. Za obszary zwiększonego ryzyka pęknięcia zmęczeniowego, które wymagają szczególnej uwagi osoby wykonującej badania, normy uznają jednak obszary

o zwiększonym namagnesowaniu, a nie SKN. Istniejąca różnica w interpretacji wyników efektów magnetycznych były impulsem do podjęcia prac badawczych w ITWL. Ich celem jest określenie rzeczywistych możliwości MPM w diagnozowaniu drobnych elementów techniki lotniczej, wykonanych ze stali stopowych, oraz ustalenie jednoznacznych zasad interpretacji wyników.

Elementy techniki lotniczej są najsilniej wyęzione podczas złożonego ruchu statku powietrznego w polu magnetycznym Ziemi, tzn. nie jest spełnione podstawowe założenie MPM przyjęte przez Dubowa i Własowa. Kontrolowane elementy poddawane są najczęściej dodatkowej obróbce powierzchniowej wprowadzającej naprężenia własne. Ze względu na własności modalne i widmo obciążeń elementy narażone są na zmęczenie niskocyklowe (LCF), wysokocyklowe (HCF) i gigacyklowe (VHCF).

W artykule poszukiwana jest odpowiedź na pytanie: „Czy MPM będzie skuteczna w diagnozowaniu zmęczenia materiału drobnych elementów?”

W rozważaniach pominięto elementy z gorącej części silnika (komory spalania, turbiny, układu wylotowego), które wykonane są ze stopów paramagnetycznych i narażone są dodatkowo na termomechaniczne zmęczenie (TMF).

3. PODSTAWY TEORETYCZNE MPM

Po wyłączeniu maszyny lub podczas obciążeń quasi-statycznych zastane namagnesowanie badanego elementu (rozkład i natężenie pola magnetycznego w pobliżu powierzchni) odwzorowuje wypadkowy wpływ:

- początkowego stanu namagnesowania (w lotnictwie $|H_{pr}| \leq 240$ A/m);
- czasu pracy i historii obciążenia;
- zmian rozkładu naprężeń wewnętrznych;
- lokalnych obszarów anizotropowości materiału, wywołanych przez efekty naprężeniowych lub termicznych przemian fazowych;
- wtórnych źródeł magnesowania, np. sąsiadujących elementów czy czujników pomiarowych;
- warunków brzegowych (kształtu i rozmiarów badanego elementu oraz położenia w przestrzeni).

W celu lokalizacji SKN lub obszarów naprężeniowej anizotropii materiału poszukuje się lokalnych anomalii magnetycznych. Są one możliwe do zaobserwowania przy pomocy kompasu, magnetometru (np. GM-04 firmy Magnaflux), lub przenośnych wielokanałowych rejestratorów pola magnetycznego (np. IKN-1M-4 lub TSC-3M-12 firmy Energiadiagnostyka). Zastosowanie wielokanałowego rejestratora pola magnetycznego:

- znacząco skraca czas badań (archiwizacja wyników w pamięci przyrządu);
- umożliwia graficzne zobrazowanie wyników pomiaru podczas badań;
- umożliwia ilościową i jakościową analizę wyników badań (post-processing).

Według Dubowa, do dokładnej lokalizacji oczekiwanego miejsca inicjacji pęknięć zmęczeniowych wykorzystuje się spostrzeżenie, że w SKN składowa pola magnetycznego prostopadła do powierzchni badanego elementu H_z jest równa zero, a składowa styczna H_x prostopadła do SKN osiąga lokalne ekstremum.

$$SKN \text{ if } \left[(H_z = 0) \text{ and } \left(\frac{dH_x}{dx} = 0 \right) \right] \quad (1)$$

Kryterium „ $H_z = 0$ ” identyfikuje koncentrację poziomu ustawionych domen magnetycznych (ścianek Blocha) i lokalnych zmian przenikalności magnetycznej, natomiast „ekstremum H_x ” różnicuje rzeczywiste SKN od pozornych. Pozorne SKN wynikają m.in. z niewłaściwego zerowania przyrządu pomiarowego, równomiernych naprężeń ściskających wprowadzonych na etapie produkcji (np. przez warstwy dyfuzyjne czy kulowanie) lub wstępnego namagnesowania badanego elementu.

Dla elementów lotniczych, w których najczęściej występują naprężenia powierzchniowe H_{z0} (technologicznie wprowadzone) kryterium lokalizacji SKN przyjmuje postać

$$SKN \text{ if } \left[(H_z = H_{z0}) \text{ and } \left(\frac{dH_x}{dx} = 0 \right) \right] \quad (2)$$

Do oceny poziomu zmęczenia materiału i pozostałości trwałości eksploatacyjnej elementu metoda MPM wykorzystuje informacje o wartości współczynników umocnienia

magnetycznego materiału: składowych $m_{max}(i)$ w kierunku pomiaru i wypadkowego m , wyznaczanych w otoczeniu SKN

$$m_{max}(i) = \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial i} \right)_{max}}{\left(\frac{\partial H}{\partial i} \right)_{med}}; \quad i \in \{x, y, z\} \quad (3)$$

$$m = \frac{\left(\sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)^2} \right)_{max}}{\left(\sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)^2} \right)_{med}} \quad (4)$$

Graniczne wartości współczynników m_{max} i m dopuszczalne w eksploatacji są zależne od typu materiału i zastosowanej obróbki cieplno-chemicznej (tekstury). Na podstawie jednoosiowego rozciągania i ściskania różnych gatunków stali, autorzy MPM wykazali związek granicznej wartości umocnienia m_{gr} z podstawowymi cechami mechanicznymi

$$m_{gr} \approx \sqrt{\frac{R_m}{R_{e0.2}}} \quad (5)$$

gdzie R_m – granica wytrzymałości doraźnej; $R_{e0.2}$ – granica sprężystości materiału.

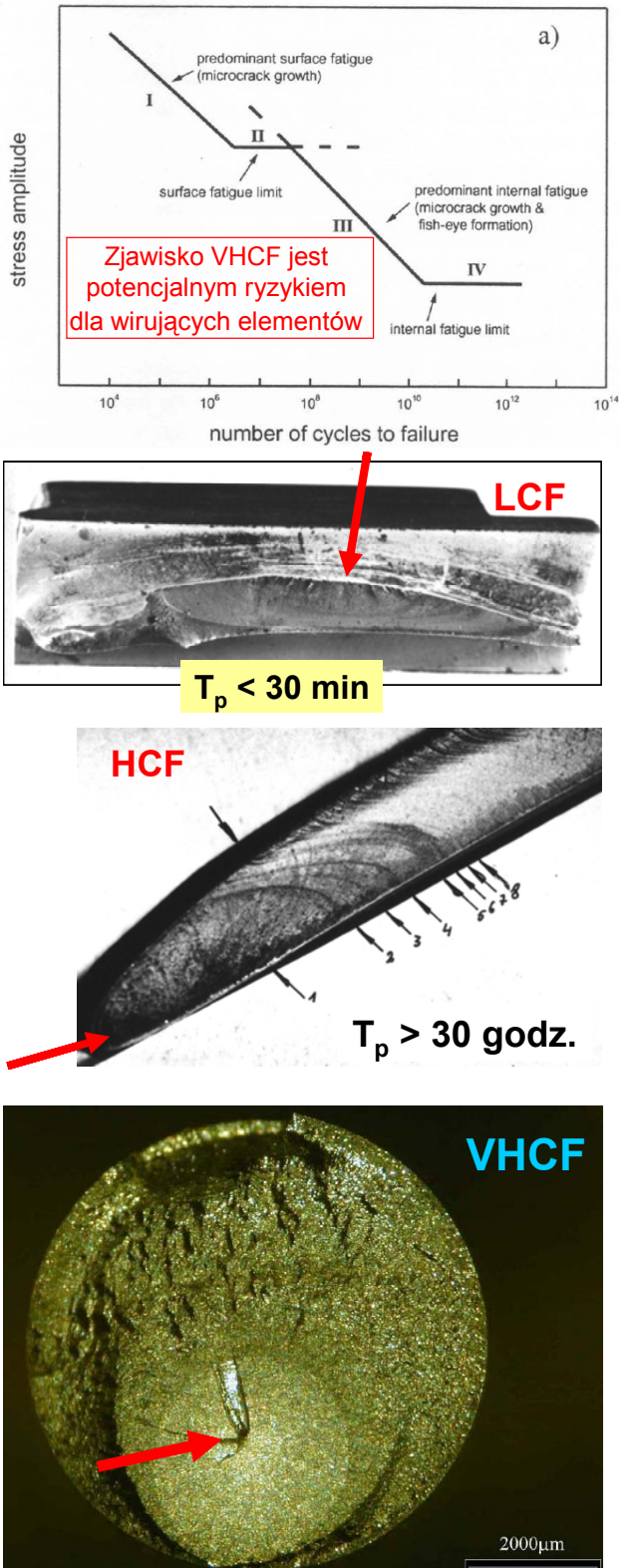
Niestety, pomimo ponad 30-letniego stosowania efektu MPM w diagnostyce obiektów przemysłowych, graniczna wartość m_{gr} nie została zweryfikowana dla złożonego stanu naprężeń. Istniejący stan wiedzy ogranicza możliwość stosowania metody MPM do oceny techniki lotniczej. Wdrożenie MPM do diagnostowania odpowiedzialnych konstrukcji, w tym techniki lotniczej, wymaga prowadzenia dalszych prac badawczych.

4. MPM W BADANIU TECHNIKI LOTNICZEJ?

Krytyczne elementy techniki lotniczej narażone są na złożony stan naprężeń, których źródłem są:

- quasi-statyczne obciążenia normalne i styczne (siły rozciągania/ściskania, momenty gnące i skręcające);
- krótkotrwałe przeciążenia występujące w stanach przejściowych agregatów (silnik, pompy, prądnice) i podczas lotów krzywoliniowych (obciążenie wirników, skrzydła i usterzenia);
- wąsko- i szerokokopasowe wymuszenia aerodynamiczne i masowe, będące źródłem drgań badanych elementów z modami giętymi, skrętnymi i powierzchniowymi. W okresie międzyremontowym wirujące elementy, np. łopatki ostatnich stopni sprężarki, poddawane są bardzo wysokiej liczbie cykli obciążenia – rzędu 8×10^{10} cykli. W okresie zdatności technicznej (resursu technicznego) widmo obciążeń łopatek przekracza często 10^{12} cykli. Użytkownik sprzętu lotniczego musi liczyć się z pękaniem zmęczeniowymi inicjowanymi zarówno na po-

wierzchni (LCF, HCF) jak również na wtrąceniach wewnątrz materiału (VHCF) – Rys. 3.



Rys. 3. Oczekiwane problemy zmęczeniowe techniki lotniczej (T_p – czas propagacji pęknięcia do urwania)

Rzeczywiste obciążenia elementów lotniczych są z założenia asymetryczne (składowa aperiodyczna i oscylacyjna). Amplituda i widmo obciążeń są zmienne i zależą od

bieżących warunków eksploatacji, m.in. prędkości i wysokości lotu, przeciążeń, zakresu pracy silnika. Poziom i widmo obciążeń są najczęściej nieznanymi użytkownikowi, co utrudnia efektywne planowanie kontroli stanu technicznego krytycznych elementów i prognozowanie ich żywotności. Deklarowana zaleta MPM – zapamiętywanie historii (skutków) obciążenia przez materiał – wychodzi naprzeciw potrzebom użytkownika.

Zgodnie z teorią mechaniki pęknięcia (Schijve, 2009; Buch, 1964; Badeshia, 2006; Buehler, 2008; Newnham, 2005) inicjacja pęknięć zmęczeniowych oczekiwana jest w obszarach koncentracji dyslokacji (na wtrąceniach lub na granicach ziaren) będących inicjatorem lokalnego uplastycznienia materiału. Strefy uplastycznienia – Tab. 2, są źródłem lokalnych anomalii magnetycznych, których rozmiary uwarunkowane są od poziomu naprężeń i składu materiału. Wraz ze zmniejszaniem poziomu wytężenia materiału i zwiększeniem liczby cykli do zniszczenia maleją rozmiary stref lokalnego uplastycznienia. Rozmiary domen magnetycznych maleją wraz ze wzrostem ilości dodatków stopowych. Zmniejszenie rozmiarów obszarów uplastycznienia i domen magnetycznych zwiększa wymagania dla stosowanej aparatury pomiarowej.

Tab. 2. Klasyfikacja pęknięć zmęczeniowych wg. Makhutova

Liczba cykli	Mechanizm niszczenia
$10^0 - 10^1$	Dekacyklowe plastyczne uszkodzenia występujące przy obciążeniach uwzględnionych przez współczynniki bezpieczeństwa
$10^0 - 10^3$	hektocyklowe uszkodzenia określane przez duże mikroplastyczne deformacje w strefie uszkodzenia na poziomie makrostrukturalnym
$10^3 - 10^5$	Kilocyklowe uszkodzenia widoczne w postaci relatywnie małych makroplastycznych deformacji w strefie uszkodzenia w skali makroskopowej
$10^5 - 10^8$	Megacyklowe uszkodzenia rozwijające się w postaci mikroplastycznych deformacji w strefie uszkodzenia w skali mikro i makroskopowej
$10^8 - 10^9$	Gigacyklowe uszkodzenia występujące wskutek znacznej ilości cykli obciążeń i mikroplastycznych deformacji w skali mikroskopowej w pobliżu strefy uszkodzenia zlokalizowanej wewnątrz materiału
$10^{10} - 10^{12}$	Teracyklowe uszkodzenia wewnątrz materiału występujące przy bardzo dużej ilości cykli obciążeń z deformacjami występującymi na poziomie makrostruktury

Wdrożenie metody MPM do oceny techniki lotniczej wymaga:

- spełnienia wymogów formalnych dotyczących:
 - jakości opisu teoretycznego metody badawczej i stosowanych kryteriów oceny;
 - jakości dokumentacji użytkowej, na podstawie której opracowana jest dokumentacja serwisowa;
 - zasad wzorcowania toru pomiarowego;
- udokumentowanie wiarygodności badań, w tym słabych stron metody badawczej i ryzyka postawienia błędnej diagnozy (nieuzasadnionych kosztów badań lub ryzyka wypadku lotniczego);

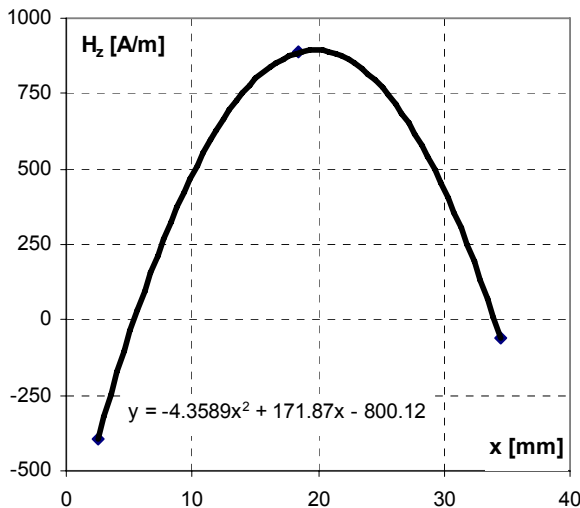
c) opracowania metodyk badawczych, uwzględniających specyfikę badanych elementów i warunki wykonywania badań (na obiekcie czy podczas demontażu).

4.1. Badania wstępne

Przystępując do oceny wybranych elementów techniki lotniczej z wykorzystaniem efektu MPM wykonano badania porównawcze pomiędzy przyrządami: IKN-1M-4 firmy Energodiagnostyka z sondą transduktorową i GM-04 firmy Magnaflux z punktową sondą Halla (wzorcowanym w laboratorium metrologicznym). Badania wstępne podjęto z brakiem informacji o charakterystykach przestrzennych sond transduktorowych.

Równolegle badania wykonane na wzorcach i 310 łopatkach sprężarki o różnej wysokości pióra (wykonanych ze stali 18H2N4WA) wykazały, że w zakresie $H_z = -1400$ do $+2000$ A/m istnieje liniowa zależność wyników ($R^2 = 0.961$). Współczynnik kierunkowy prostej potwierdził 5% klasę dokładności deklarowaną dla IKN-1M-4 przy stosowaniu uproszczonej metody bieżącego wzorcowania toru pomiarowego (względem składowej pionowej pola magnetycznego Ziemi, $H_z = \pm 40$ A/m).

Dla łopatek wirnikowych stwierdzono paraboliczny rozkład składowej normalnej pola magnetycznego wzdłuż cięciwy pióra – rys. 4. Uzyskane wyniki badań potwierdzają sumaryczny wpływ odwrotnych efektów magnetosprężystych na zastane namagnesowanie łopatek.



Rys. 4. Rozkład pola magnetycznego wzdłuż cięciwy pióra (x=0 – krawędź natarcia pióra)

Na tym etapie badań stwierdzono przypadki występowania SKN, które były odwzorowane przez kryterium

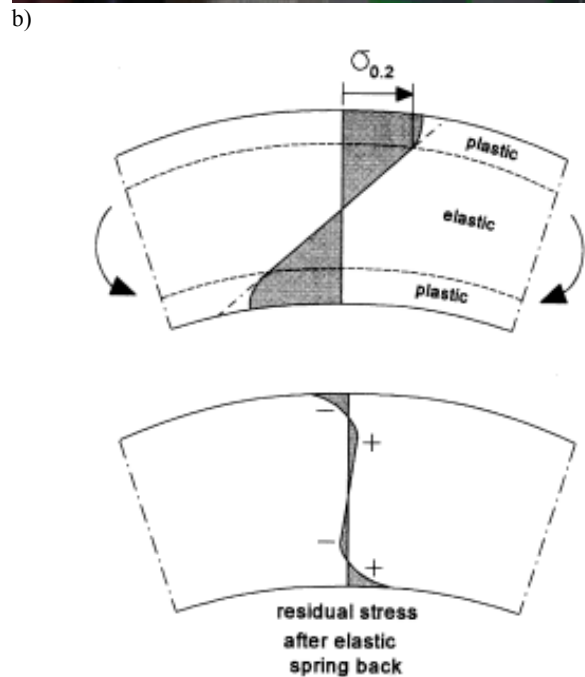
$$SKN_1 \text{ if } \left[(H_x = H_{x0}) \text{ and } \left(\frac{dH_z}{dx} = 0 \right) \right] \quad (6)$$

Powyższe kryterium identyfikuje prawdopodobnie pionowe ułożenie domen magnetycznych.

4.2. Badania odkształconych plastycznie elementów

Plastyczne odkształcenie elementu w polu magnetycznym Ziemi jest źródłem silnego jego namagnesowania.

W przypadku wygiętego wałka pompy paliwowej (wykonanego ze stali 30HGSA i pokrytego warstwą dyfuzyjną) – Rys. 5, stwierdzono, że na krzywiznie zewnętrznej wygięcia namagnesowanie wynosiło $H_z = -3860$ A/m. Zastany znak pola magnetycznego wskazuje na odwzorowanie naprężeń własnych ściskających.



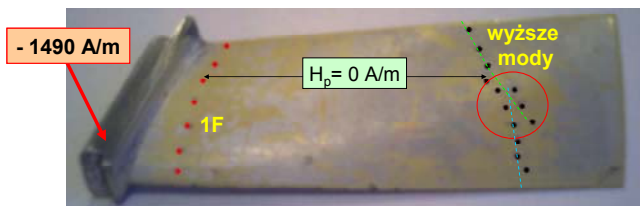
Rys. 5. Interpretacja znaku naprężeń własnych dla wygiętego wałka bez pęknięć (Schijve, 2009)

Stwierdzone namagnesowanie wałka – prawie 100 razy większe od składowej pionowej pola magnetycznego Ziemi – przekracza zakres pomiarowy sond transduktorowych przyrządów IKN-1M-4 i TSC-3M-12 (± 2000 A/m).

4.3. Próby LCF

Badania MPM wykonano na łopatkach po próbach zmęzeniowych LCF, zrealizowanych z wymuszeniami sinusoidalnymi w paśmie do 4 kHz na częstotliwościach wyszukanych modów.

Metodą MPM stwierdzono obecność dużych gradientów pola magnetycznego wzdłuż wysokości pióra łopatki (w zakresie -1400 do +1250 A/m). Położenie SKN było dobrze skorelowane z liniami węzłowymi drgań pióra łopatki – Rys. 6. Namagnesowanie powierzchni bocznej zamka przekraczało -1400 A/m i wskazywało na obecność naprężeń własnych ściskających.



Rys. 6. Strefy koncentracji naprężeń zlokalizowane MPM

W testach LCF metoda MPM uzupełnia symptomy wczesnego zmęczenia materiału, identyfikowane w analizie modalnej i metodzie tip timing (obserwowany wzrost nieliniowości układu i zmniejszenie częstotliwości rezonansowej). W przeciwieństwie do ww. metod, MPM umożliwia precyzyjną lokalizację miejsc, w których nastąpiły lokalne zmiany właściwości modalnych (wytężenia materiału).

Podczas tego etapu badań stwierdzono, że sondy transduktorowe przyrządu IKN-1M-4 uśredniają wskazania pola magnetycznego – wyniki pomiarów były zaniżone, przy właściwym odwzorowaniu kształtu rozkładu pola wzdłuż wysokości pióra. Uśrednianie natężenia pola magnetycznego zamaskowało obecność dwóch blisko położonych linii zerowych, odwzorowujących linie węzłowe różnych modów drgań pióra.

Wynik badań potwierdził potrzebę starannego doboru sond (z uwzględnieniem charakterystyk przestrzennych) do rozmiarów badanego elementu. Zagadnienie jest szczególnie istotne podczas wykonywania pomiarów na obiekcie (np. w palisadzie łopatek), gdy sąsiednie elementy są źródłem dodatkowego oddziaływania magnetycznego.

4.4. Detekcja pęknięć HCF

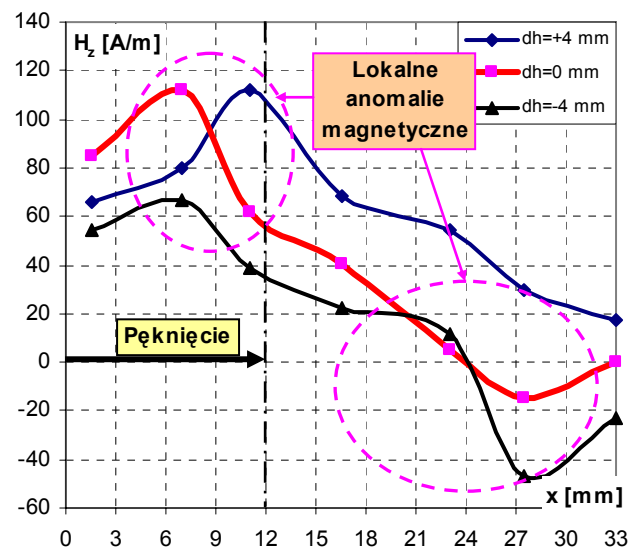
Badania możliwości detekcji kruchych pęknięć z wykorzystaniem efektu MPM wykonano na:

- łopatkę sprężarki (12 mm pęknięcie pióra od krawędzi splotu zainicjowane na wzbudniku przy $\sigma \approx 0.6 \sigma_{e0.2}$; wcześniej łopatkę przepracowała na silniku ok. 1200 godzin);
- wale śmigła (40 mm obwodowe pęknięcie stwierdzone w eksploatacji na powierzchni wewnętrznej).

W obu przypadkach stwierdzono (Witoś, Wiśnioch, 2009), że:

- zastosowanie dotychczasowego algorytmu metody MPM do detekcji SKN i pęknięć zmęczeniowych nie dało wiarygodnych wskazań;
- stan namagnesowania uszkodzonych elementów nie przekraczał dopuszczalnego poziomu namagnesowania resztkowego $|H_{pr}| < 240$ A/m (problem interpretacji źródła namagnesowania).

W przypadku pękniętej łopatki stwierdzono wyraźny wpływ jej położenia na czułość detekcji lokalnych anomalii magnetycznych. Przy zamkniętej szczelinie pęknięcia, lepsze wskazania uzyskano dla poziomego położeniu łopatki zamkiem na zachód – Rys. 7. Poziom namagnesowania zamka nie przekraczał 700 A/m i był ponad dwukrotnie niższy niż dla łopatki po testach LCF.



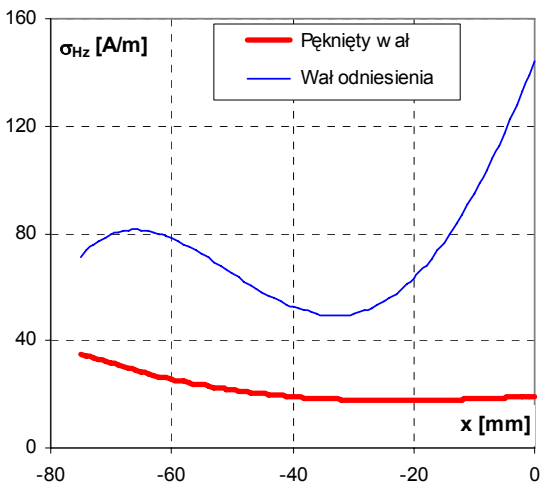
Rys. 7. Odwzorowanie anomalii magnetycznych w pobliżu pękniętego pióra łopatki ($h=0$ – pomiar wzdłuż szczeliny pęknięcia; $dh < 0$ – pomiar pomiędzy zamkiem i pęknięciem)

W przypadku pękniętego wału śmigła stwierdzono zmniejszenie poziomu namagnesowania powierzchni wewnętrznej i brak efektu brzegowego (względem referencyjnego, nieuszkodzonego wału z silnika o analogicznym nalocie i przeciwnym kierunku obrotów śmigła) – Rys. 8. Powyższe spostrzeżenie częściowo tylko można wytłumaczyć zmniejszeniem naprężeń własnych w wyniku propagacji pęknięcia (odciążenia) i różnego wpływu efektu Barnetta na proces magnesowania lewego i prawego wału. Poziom namagnesowania powierzchni wewnętrznej wału nie przekraczał ± 60 A/m i był porównywalny z poziomem pola magnetycznego Ziemi. Podczas badań stwierdzono również, że efekt MPM właściwie rozpoznał pęknięcie na powierzchni zewnętrznej wału (wzdłuż szwu spawalniczego), które pomimo znacznych rozmiarów (ok. 60% obwodu wału) nie zostało wcześniej dostrzeżone przez użytkownika samolotu, który wykonywał defektoskopię metodą penetrującą.

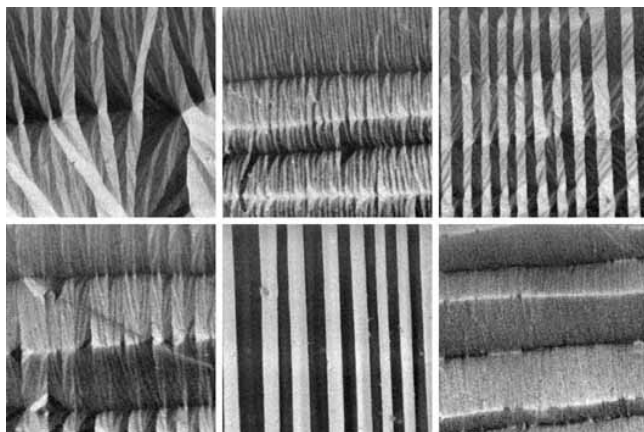
Przy stosowanych sondach nie uzyskano wiarygodnych symptomów lokalnego uplastycznienia na wierzchołku szczeliny. Symptomów oczekiwanych z teorii mechaniki pęknięcia. Na obecnym etapie badań uznano, że:

- algorytmy i urządzenia firmy Energodiagnostyka nie gwarantują wiarygodnego rozpoznania pęknięć zmęczeniowych HCF (domyślnie i VHCF) w drobnych elementach;
- istnieją teoretyczne i praktyczne przesłanki wykorzystania MPM w detekcji pęknięć HCF i VHCF.

Powyższe przykłady HCF wskazują potrzebę doskonalenia stosowanego oprzyrządowania i algorytmów. Do opracowania i weryfikacji nowych algorytmów detekcji SKN i pęknięć zmęczeniowych niezbędne jest skorelowanie wyników pomiarów MPM z symptomami diagnostycznymi innych metod badawczych, w tym z wizualizacją rozkładu domen magnetycznych – Rys. 9, z wykorzystaniem efektu Kerra (DiMarzio i Sun Nian, Oakberg).



Rys. 8. Wpływ pęknięcia zmęczeniowego na odchylenie standardowe namagnesowania wału śmigła, położenie pęknięcia $x = -(10 - 20)$ mm



Rys. 9. Zastosowanie efektu Kerra do zobrazowania magnetyzacji wywołanej przez naprężenia [28]

4.5. MPM w zagadnieniach odwrotnych

Niewątpliwą zaletą metody MPM jest możliwość jej zastosowania nie tylko w badaniach nieniszczących, ale również w zagadnieniach odwrotnych, np. podczas analizy przyczyn uszkodzenia zmęczeniowego. Tą możliwością

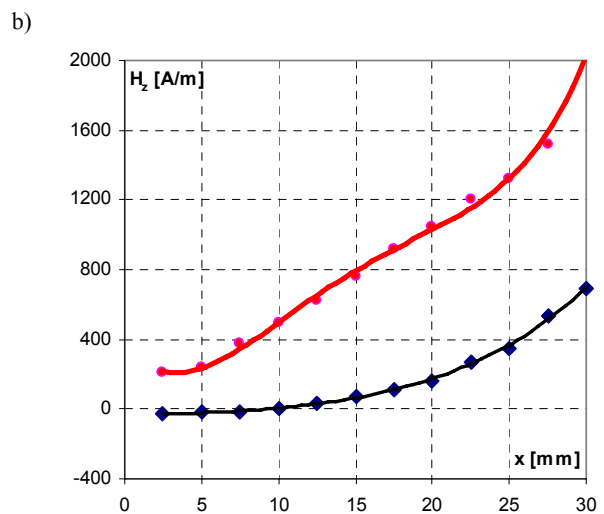
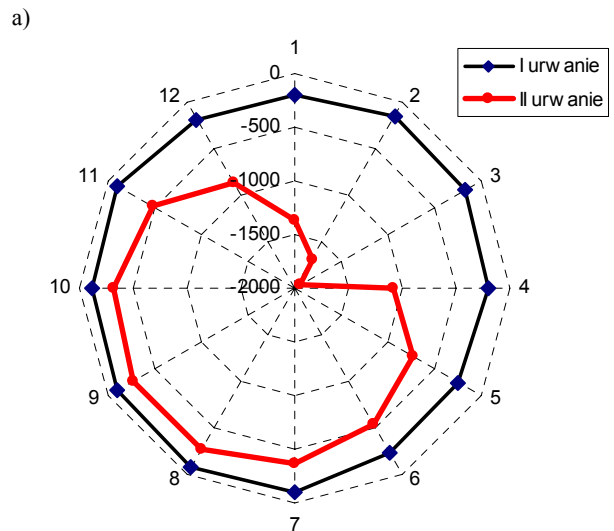
MPM zweryfikowano na bazie dwóch ukreconych wałków pomp hydraulicznych (ukreconie po 163 i 483 godz. pracy).

Pomimo podobnych skutków – ukreconia na przewężeniu technologicznym – MPM wykazała zasadnicze różnice panujące przed zniszczeniem wałków. Dla wałka który uległ zniszczeniu po 163 godz. stwierdzono, że namagnesowanie:

- powierzchni wierzchołkowej wielowypustu wykazuje wyraźną asymetrię wyteżenia materiału, która świadczy o zablokowaniu nurnika w pompie;
- części walcowej ma większy poziom.

Obserwowane różnice – Rys. 10, zostały potwierdzone podczas badań faktograficznych i demontażu pomp.

Zastosowanie MPM do diagnostyki wałków wymaga uwzględnienia naprężeń własnych wprowadzanych przez różne warstwy dyfuzyjne spotykane na tym samym typie wałka. Ich obecność jest źródłem różnego poziomu naprężeń ściskających (składowej normalnej), co należy uwzględnić używając wzorów (2) i (6).

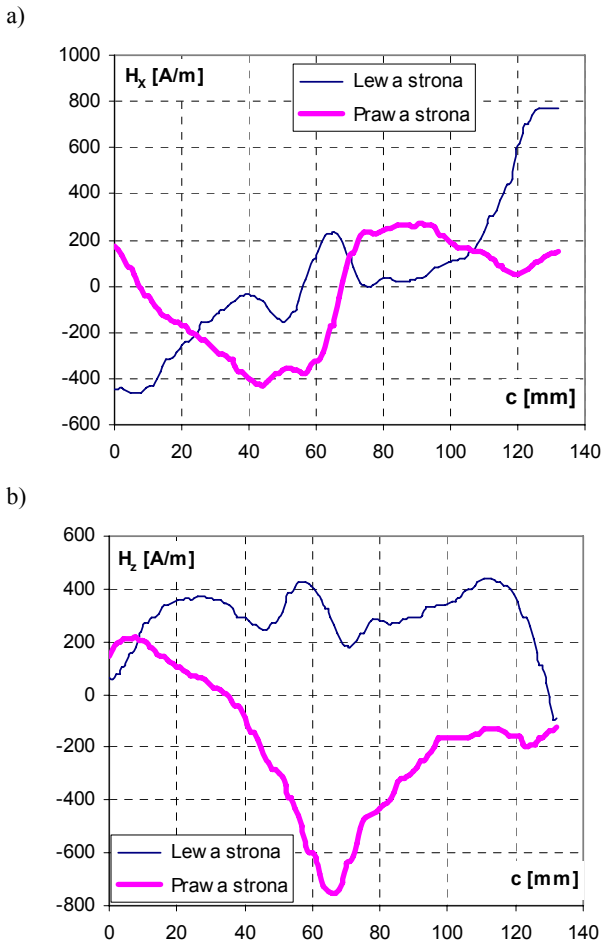


Rys. 10. Stan namagnesowania ukreconych wałków:
 a) powierzchnia wierzchołkowa wielowypustu;
 b) część walcowa.

4.6. Kumulacja odkształceń sprężystych

Możliwość zastosowania MPM do oceny zużycia zmęczeniowego materiału zweryfikowano na okuciu łopaty wirnika nośnego śmigłowca. Badane powierzchnie pracują w odmiennych, złożonych warunkach obciążenia.

Stwierdzono, że po około 1400 godzinach nalotu stan namagnesowania górnej i dolnej części okucia łopaty wykazuje wyraźną różnicę w namagnesowaniu – Rys. 11. Zastane namagnesowanie jest większe od dopuszczalnego namagnesowania resztkowego ($\pm 240 \text{ A/m}$). Obserwowane wyraźne pochylenie krzywych wzdłuż cięciwy (osi c) wywołane jest przez naprężenia własne wprowadzone przez moment skręcający. Wzrost namagnesowania w połowie cięciwy na prawej półce jest wywołane kumulacją naprężeń w pobliżu otworu. Rozdzielenie składowych naprężeń własnych i wyskalowanie obserwowanych symptomów diagnostycznych w jednostkach naprężenia wymaga przeprowadzenia badań uzupełniających (eksperymentu czynnego).



Rys. 11. Stan namagnesowania okucia łopaty wirnika nośnego śmigłowca: a) składowa pozioma; b) składowa pionowa

4.7. Metoda MPM w systemach SHM?

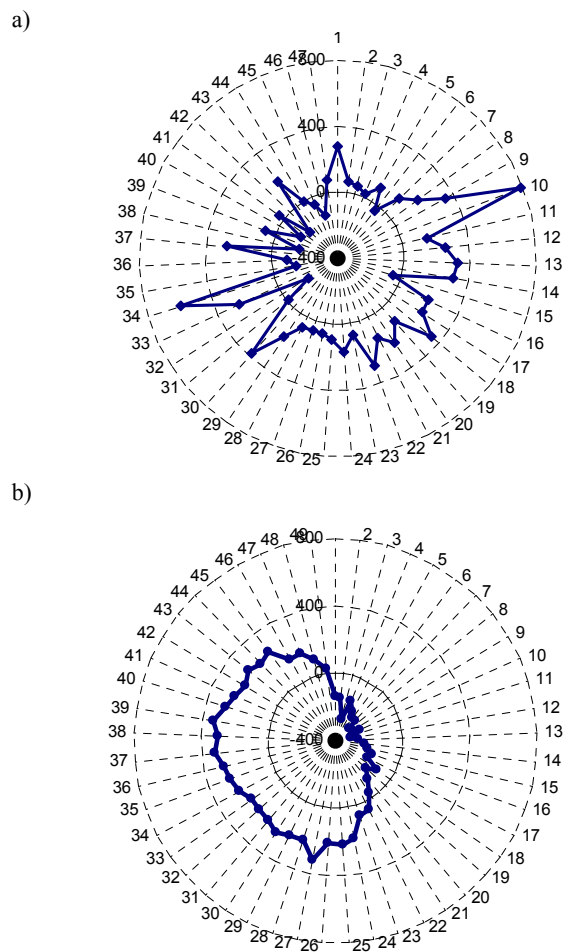
Metoda MPM jest bardzo interesująca dla systemów SHM. Za jej atrakcyjnością przemawiają:

- możliwość obserwacji kumulacji skutków rzeczywistych warunków pracy (przyczyny problemów zmęczeniowych krytycznych elementów);
- niski koszt montażu stacjonarnej, miniaturowej sondy pola magnetycznego;
- prosty tor pomiarowy (rejestracji i akwizycji danych);
- łatwiejsze, względem zagadnień NDT, algorytmy analizy i interpretacji wyników pomiaru (metody statystyczne i analiza trendów średniego namagnesowania i lokalnych anomalii magnetycznych).

Algorytm analizy danych musi jednak uwzględniać większość zjawisk magnetomechanicznych występujących podczas pracy maszyny – Tab. 1, oraz rzeczywiste warunki magnesowania/rozmagnesowania badanego elementu w zewnętrznym polu magnetycznym (ziemskim, sąsiednich elementów) podczas pracy i postoju maszyny.

Przykład. 1. Wirnik sprężarki

Quasi-statyczne badania MPM (stała pozycja sondy, ręczny obrót wirnika) wykonano dla krótkich łopatek wykonanych ze stali 18H2N4WA, zamontowanych w wirniku sprężarki silnika SO-3. Tarcze sprężarki wykonane są ze stali EI-736Sz (wg TU14-1-1089-74) - łopatki z tarczą nie tworzą magnetowodu.



Rys. 12. Namagnesowanie łopatek IV (a) i VII (b) stopnia

Przy częściowo zdemontowanym kadłubie sprężarki ocenie podlegało zastane namagnesowanie 310 łopatek I – VII stopnia sprężarki:

- w pobliżu krawędzi natarcia i splywu (wzdłuż wysokości pióra);
 - na powierzchni wierzchołkowej pióra
- Pomiary wykonano również w połowie odległości między kolejnymi stopniami sprężarki, w celu oceny wzajemnego oddziaływania wirujących palisad.

Stwierdzono, że warunki magnesowania wirujących łopatek są bardziej złożone, niż w prostym modelu Dubowa. Obserwuje się wyraźny wpływ efektu Barnetta i drgań wirnika (VII stopień) – Rys. 12.

Podczas pracy pióra łopatek sprężarki podlegają wielokierunkowemu magnesowaniu przez zmiennie pole magnetyczne:

- Ziemi (wpływ obrotu wirnika);
- sąsiednich łopatek danego stopnia sprężarki
- łopatek palisady kierownic poprzedniego i bieżącego stopnia.
- dodatkowego punkowego źródła (czujnik indukcyjny systemu SNDŁ-1b/SPL-2b, zamontowany nad łopatkami I stopnia sprężarki; $H_{pz} = -120$ kA/m na powierzchni czołowej czujnika i $H_{pz} = -75$ kA/m przy minimalnym odstępnie od powierzchni wierzchołkowej pióra łopatki).

Przykład 2. Koło zębate z_1

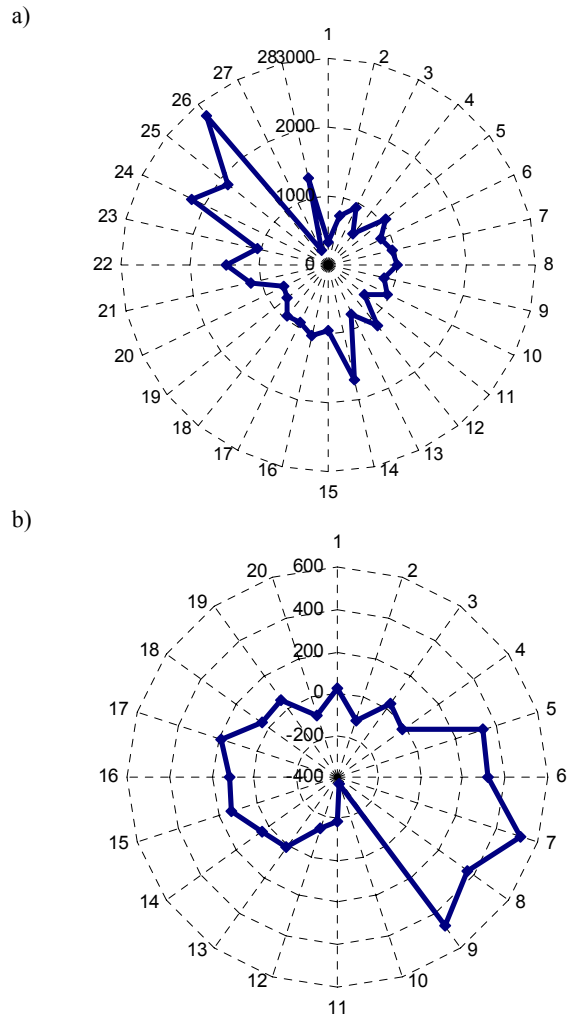
Znana z wyważania statycznego zasada lokalizacji „ciężkiego punktu” dotyczy również wirnika sprężarki. Niewyważenie jest przyczyną zatrzymywania wirnika w jednakowym położeniu kątowym („ciężki punkt” na godz. 6), co potwierdza obserwowany stan namagnesowania łopatek I stopnia sprężarki – Rys. 13a). Trzy łopatki (nr 24 – 26) wykazują zwiększone namagnesowanie (>2000A/m) wywołane przez czujnik systemu diagnostycznego SNDŁ-1b/SPL-2b. Niewyważenie i niewspółosowość wirnika sprężarki jest źródłem nierównomiernego obciążenia zębów pierwszego koła zębatego w układzie kinematycznym silnika – Rys.13b). Przeciążenie zębów występujących głównie w fazie rozruchu. Pomiar namagnesowania powierzchni bocznej koła zębatego potwierdził oczekiwania, w tym wyniki wcześniejszych badań Roskosa (2004) (Roskosz, 2004).

5. ROZSZERZONY MODEL MATEMATYCZNY

Zastosowanie MPM do diagnostowania narastającego zmęczenia materiału wymaga udokumentowania skuteczności efektu przy pomocy innych uznanych metod badań nieniszczących, np. defektoskopii ultradźwiękowej, wiroprowadowej, czy analizy modalnej. Metod wykorzystujących cechy materiałowe (m.in. moduł Younga, współczynnik Poissona, stałą dielektryczną), które są sprzęgnięte z odkształceniami i naprężeniami oraz bieżącym namagnesowaniem badanego elementu ferromagnetycznego. W zakresie odkształceń sprężystym sprzężenie pomiędzy ww. parametrami opisuje rozszerzony model matematyczny, stosowany m.in. przez Shashidhar Srinivasa i zespół (2006):

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \epsilon_{kl} + e_{ijl} (-E_l) + q_{ijl} (-H_l) \\ D_i &= e_{ikl} \epsilon_{kl} - \kappa_{il} (-E_l) - a_{il} (-H_l) \\ B_i &= q_{ikl} \epsilon_{kl} - a_{il} (-E_l) - \mu_{il} (-H_l) \end{aligned} \tag{7}$$

gdzie, σ_{ij} i ϵ_{ij} są naprężeniem i odkształceniem sprężystym; D_i i E_i są odkształceniem i polem elektrycznym; B_i , H_i są natężeniem i polem magnetycznym; C_{ijkl} , κ_{il} , μ_{il} są tensorami sztywności sprężystej, przenikalności dielektrycznej i przenikalności magnetycznej.



Rys. 13. Wpływ niewyważenia wirnika sprężarki na nierównomierność wyężenia zębów koła zębatego z_1 : a) magnetogram łopatek I stopnia sprężarki; b) magnetogram powierzchni bocznej zębów koła z_1 (H [A/m])

6. PODSUMOWANIE

Dotychczasowe badania wykazały możliwość stosowania efektu i metody magnetycznej pamięci metalu do diagnostowania techniki lotniczej.

Przy obecnym oprzyrządowaniu i algorytmach uzyskano wiarygodne wyniki identyfikacji stanu technicznego drobnych elementów tylko dla zmęczenia typu LCF i LCF+HCF. Algorytmy detekcji SKN, zaproponowane przez Dubowa, i charakterystyki przestrzenne stosowanych sond transduktorowych nie gwarantują właściwego rozpo-

znania pęknięć kruchych (HCF, VHCF) drobnych elementów wykonanych ze stali stopowych.

Proces detekcji SKN jest bardziej złożony dla drobnych elementów pracujących w ruchomych obiektach, np. statkach powietrznych. Skończona objętość elementu ujawnia wyraźny wpływ warunków brzegowych (kształtu rozmiaru i położenia) na mierzone gradienty pola magnetycznego, natomiast ruch obiektu jest modulatorem efektów magneto-mechanicznych (sprężenie fazy wyężenia materiału z chwilowym kierunkiem magnesowania).

Podczas kontroli MPM należy pamiętać, że mierzony rozkład pola magnetycznego ulega zmianie w zależności od położenia badanego elementu względem zewnętrznego pola magnetycznego (Ziemi, innych elementów). Powyższe spostrzeżenie można wykorzystać do zwiększenia czułości detekcji pęknięć kruchych i lokalnych anizotropii naprężeniowych (analiza różnicowa z dwóch pomiarów wykonanych dla różnego położenia badanego elementu).

LITERATURA

1. **Badeshia H. K. D. H., Honeycomb R. W. K.** (2006), *Steels microstructure and properties*, Elsevier, Ltd.
2. **Bomba J., Kaleta J.** (2005), Investigation of magnetostrictive sensor in quasi-static conditions, *22nd DANUBIA-ADRIA Symposium on Experimental Methods in Solid Mechanics*, Monticelli Terme / Parma – Italy.
3. **Bozorth R. M.** (1951), *Ferromagnetism*, Van Nostrand, New York.
4. **Buch A.** (1964), *Zagadnienia wytrzymałości zmęczeniowej*, PWN, Warszawa.
5. **Buehler M. J.** (2008), *Atomistic modeling of material failure*, Springer Science+Business Media, LLC.
6. **Collins E. W.** (1995), Influence of process parameters on the magnetic properties of LTV-processed steel, *Report to the Fermi National Accelerator Laboratory*.
7. **Craik D. J., Wood M. J.** (1970), Magnetization changes induced by stress in a constant applied field, *Journal of Applied Physics D: Applied Physics*, 3, 1009-1016.
8. **Dapino M. J., Calkins F. T., Smith R. C., Flatau A. B.** (1999), A magnetoelastic model for magnetostrictive sensors, *Proceedings of ACTIVE 99, International Symposium on Active Control of Sound and Vibration*, Ed. Scott Douglas, pp. 1193-1204, Fort Lauderdale, Florida, December 1999.
9. **DiMarzio Ch., Sun Nian**, Magneto-Optical Kerr Effect Microscope”, Northeastern University, Electrical and Computer Engineering Department, Capstone, http://www.ece.neu.edu/faulty/dimarzio/capstone/samples/Final_Capstone_Report.pdf
10. **Dubow A. A., Dubow Al. A., Kolokolnikow S. M.** (2004), *Metoda magnetycznej pamięci metalu (MPM) i przyrządy kontroli*. RESURS, Warszawa.
11. **Hubert O.** (1998), Influence des contraintes internes et de la structure des dislocation sur les couplages magnéto-mécaniques dans les alliages Fe-3%Si á grain non orientés, *Thèse de doctorat*, Université Technologique de Compiègne, France .
12. **Jiles D. C., Atherton D. L.** (1984), Theory of the magnetisation process in ferromagnetics and its application to the magnetomechanical effects, *J. Phys. D.*, Vol. 17, 1265-1281.
13. **Jiles D. C.** (1991), *Introduction to magnetism and magnetic material*, Chapman and Hall.
14. **Lai Man Wang** (1999), *The effect of ageing on the magnetic properties of 316L stainless steel*, City University of Hong Kong.
15. **Lupu N.** (2007), *Magnetostriction vs. Magnetoelastic Effects*, European School on Magnetism, Cluj-Napoca, Romania.
16. **Mićunović M.** (2006), Thermodynamical and self-consistent approach to inelastic ferromagnetic polycrystals, *Arch. Mech.*, 58, 4-5, 393-430.
17. **Muzhitskiy V. F., Krutikova L. A., Popov B. E., Bezlyudko G. Y.**, Magnetic inspection (by coercive force) of stressed state condition and residual resource of steel work, http://www.snr-ndt.com.ua/statya_eng.php
18. **Newnham R.** (2005), *Properties of materials. Anisotropy, symmetry, structure*, Oxford University Press.
19. **Oakberg Th. C.**, Magneto-optic Kerr effect, Application note, PEMlabs, <http://www.hindsinstruments.com/>
20. **Roskosz M.** (2004), Badania diagnostyczne kół zębatych z wykorzystaniem metody magnetycznej pamięci metalu, *Materiały konferencji PIRE 2004*.
21. **Schijve J.** (2009), *Fatigue of structures and materials*, Springer Science+Business Media, LLC.
22. **Shashidhar S. i inni** (2006), *The effective magnetoelastic moduli of matrix-based multiferroic composites*, Materials and Nanoscience, Nebraska Center for, University of Nebraska – Lincoln
23. **Vlasov V. T., Dubov A. A.** (2004), *Physical bases of the metal magnetic memory method*, ZAO “Tisso” Publication Hause, Moscow .
24. **Witos M.** (2008), Modal analysis as a high sensitive NDT method of compressor cracking blade, *Proc. of 4th European Workshop on Structural Health Monitoring*, Cracow, DEStech Publication, Inc., 963-970.
25. **Witos M., Szczepanik R.** (2009), Turbine Engine Health/Maintenance Status Monitoring with Use of Phase-Discrete Method of Blade Vibration Monitoring, *Solid State Phenomena*, Vol. 147-149, 530-541.
26. **Witoś M., Wiśnioch M.** (2009), „Применение метода магнитной памяти металла в системах СХМ вращающихся элементов”, Пятая международная научно-техническая конференция "Диагностика оборудования и конструкций с использованием магнитной памяти металла", Москва.
27. **Żurek Z. H.** (2005), Badania stanu ferromagnetycznych elementów maszyn w polu magnetycznym, *Zeszyty naukowe*, nr 1678, Politechnika Śląska, Gliwice.
28. <http://www.ifw-dresden.de/institutes/imw/sections/24/for-picture-gallery/stress-induced-magnetization-reversal>

FATIGUE MATERIAL ASSESMENT ON THE BASE OF MAGNETIC SHAPE MEMORY PHENOMENA

Abstract: In the abstract there has been presented magnetic memory phenomena (MPM). Theoretical background is delivered with the examples of aerospace elements diagnosis. In the article advantages of technique (MPM) has been presented as well as difficulties met during the inspection for example small elements and such as: driving shafts or compressor's blades. Moreover indication of necessity of the reliability prove for the fatigue HCF and VHCF cracks has been highlighted.

Badania wykonano w ramach projektu badawczego nr O N504 000534 finansowanego w latach 2008-2010 przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

Badania wykonano przy współpracy z firmą Energodiagnostyka Sp. z o.o.

ANALIZA TOKSYCZNOŚCI SPALIN POJAZDÓW WYPOSAŻONYCH W SILNIKI ZI W ŚWIETLE OBOWIĄZUJĄCYCH PRZEPISÓW PRAWA RUCHU DROGOWEGO

Krzysztof P. WITUSZYŃSKI*, Wiktor JAKUBOWSKI*

*Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Wydział Mechaniczny, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45 C, 15-351 Białystok

kwitus@pb.edu.pl, jakwiki@wp.pl

Streszczenie: W Artykule przedstawiono wyniki badań dotyczące spełniania norm toksyczności spalin pojazdów wyposażonych w silniki ZI z katalizatorem spalin i układami OBD i EOBD. Badania przeprowadzono za pomocą wieloskładnikowego analizatora spalin typ CET 200B i czytnika informacji diagnostycznych OPUS OBD Contoler. Pojazdy zostały przebadane w Okręgowej Stacji Kontroli Pojazdów.

1. WPROWADZENIE

Świadomość zagrożeń ekologicznych, których źródłem jest pracujący silnik spalinowy stymuluje procesy jego doskonalenia. Dotyczy to przede wszystkim właściwej organizacji spalania paliwa, oczyszczania spalin i bieżącego monitorowania tego procesu. Eksploatacja pojazdu w stanie awaryjnym jest przyczyną gwałtownego wzrostu emisji spalin gazów wydechowych. W skali światowej jest to poważne zagrożenie ekologiczne.

Rozwój systemów wpływających na poprawę czystości spalin wydechowych oraz systemów diagnostyki silnika jest ściśle związany z postępującymi wymaganiami norm emisji zanieczyszczeń gazów wydechowych. W Europie są one znane jako tzw. normy EURO, których kolejne generacje obowiązują w krajach Unii od 1993 roku.

Tab. 1. Dopuszczalna emisja zanieczyszczeń z silników o zapłonie iskrowym

NORMA	Data wejścia w życie normy przy homologacji	CO (g/km)	CH (g/km)	NO _x (g/km)
EURO II	1 stycznia 1996	2,2	6,5	6,5
EURO III	1 stycznia 2000	2,3	0,20	0,15
EURO IV	1 stycznia 2005	1,0	0,1	0,08
EURO V	1 stycznia 2009	1,0	0,068	0,06

Podstawowymi elementami ekologicznego silnika są systemy poprawiające przebieg spalania w cylindrze silnika, systemy oczyszczania spalin oraz monitorujące silnik pojazdu.

W skład systemów poprawiających przebieg spalania w silnikach ZI wchodzi między innymi, układ katalitycznego oczyszczania spalin, układ EGR systemy regulacji

wtrysku paliwa, zapłonu oraz układy sterowania napełnieniem.

Do systemów oczyszczania spalin zaliczamy głównie trójfunkcyjne reaktory katalityczne zamontowane w układzie wydechowym pojazdu.

Systemy OBDII/EOBD (kontrolery przebiegów zachodzących w pojeździe) monitorują parametry, które są ważne ze względu na emisję substancji zanieczyszczających środowisko naturalne.

Tylko i wyłącznie poprawne działanie wymienionych systemów powoduje że pojazd jest naprawdę ekologiczny w czasie eksploatacji. Wykrycie niesprawności funkcjonowania jednostki napędowej jest sygnalizowane kierowcy zaświeceniem się znormalizowanej lampki informacyjnej MIL (Malfunction Indicators Light), dodatkowo silnik pojazdu może przejść w tryb pracy awaryjny.

Dokładne badania zgodności pracy silników z normami Euro odbywają się tylko w trybie homologacji danego pojazdu. W dalszej części eksploatacji dokonuje się jedynie pomiaru toksyczności spalin zgodnie z Dziennikiem Ustaw Nr 227 z 30.12.2003 r, w czasie okresowych badań technicznych na Stacjach Kontroli Pojazdów, za pomocą analizatora spalin który dokonuje pomiaru w czasie pracy silnika na wolnych (800-900obr/min) i podwyższonych prędkościach obrotowych (2500 – 3000obr/min). Niedopuszczalne jest przekroczenie normy powyżej: 0,5% CO i 100ppm CH mierzone na biegu jałowym silnika oraz 0,3% CO i 100ppm CH mierzone z podwyższoną prędkością obrotową silnika (z zakresu od 2.000 – 3.000 min⁻¹) Dodatkowo dokonujemy pomiaru wartości współczynnika nadmiaru powietrza λ (dopuszczalne granice 0,97 – 1,03), mierzonej z podwyższoną prędkością obrotową silnika (od 2000 min do 3.000 min)w pojazdach zarejestrowanych po pierwszy po 30.06.1995 r. W pojazdach wyposażonych w pokładowy diagnostyczny typu OBDII/EOBD niedopuszczalne jest występowanie zarejestrowanego kodu usterki sygnalizowanego kontrolką MIL przy jednoczesnym prawidłowym działaniu jej obwodu. Nieprawidłowe działanie elementów odpowiedzialnych za ograniczenie emisji substancji szkodliwych dla środowiska a w szczególności: brak lub złe

działanie reaktora katalitycznego, czujników tlenu, niewykonane procedur diagnostycznych (tzw. Monitory), niepoprawne działanie systemu EGR i systemu kontroli emisji par paliwa, skutkuje wykluczeniem pojazdu z dalszej eksploatacji lub skierowaniem go do naprawy.

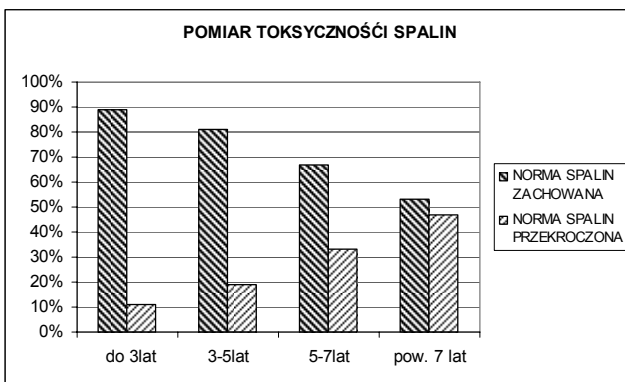
2. WYNIKI BADAŃ

Wyniki badań dotyczą pojazdów zbadanych podczas okresowych badań kontrolnych na Stacji Kontroli Pojazdów za pomocą wieloskładnikowego analizatora spalin typ CET 200B oraz czytnika informacji diagnostycznych OPUS OBD Contoler.

Badano pojazdy wyposażone w układ EOBD a więc wyprodukowane w okresie od 2000 roku. Liczebność badanych pojazdów w zależności od wieku wynosiła następująco:

- do 3 lat 34 pojazdy
- od 3 do 5 lat 20 pojazdów
- od 5 do 7 lat 33 pojazdy
- pow. 7 lat 43 pojazdy

Pierwszym badanym parametrem jest toksyczność spalin, pokazuje procentowy udział sprawnych pojazdów w zależności od ich wieku



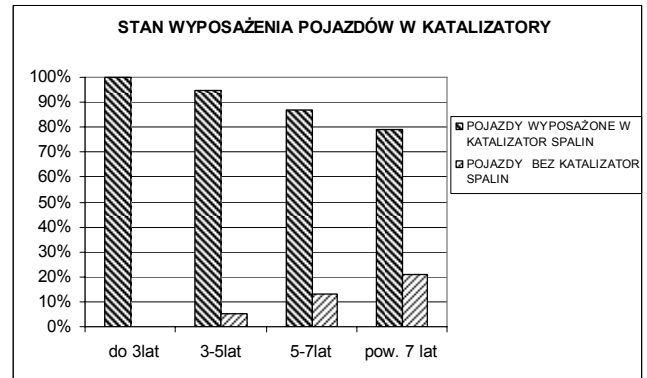
Rys. 1. Wyniki pomiaru emisji zanieczyszczeń silników ZI zgodnie z Dziennik Ustaw Nr 227 z 30.12.2003r

Kolejne badanie polegało na organoleptycznym sprawdzeniu czy badany pojazd jest wyposażony w reaktor katalityczny.

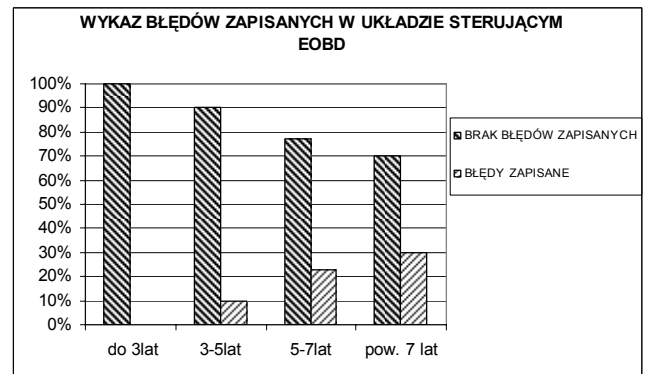
Trzecia część badania polegała na sprawdzeniu pokładowej diagnostyki silnika EOBD/OBDII, polegającej na sprawdzeniu wykazów błędów zakodowanych w pamięci sterownika, który dokonywał monitorowania pracy silnika podczas jego eksploatacji. Dokonywano odczytywania błędów i podstawowych parametrów roboczych silnika.

Dokonano sprawdzenia:

- monitorów poprawności przebiegu spalania
- poprawności działania czujników tlenu
- układu EGR
- układu par paliwa
- czujników temperatury
- czujników pomiaru ciśnienia
- poprawności przesyłu informacji pomiędzy systemami a sterownikiem



Rys. 2. Wyniki badań kontrolujące wyposażenie pojazd w reaktora katalitycznego



Rys. 3. Wyniki badań sprawdzenia monitorów EOBD pod kątem posiadanych błędów w systemach.

3. WNIOSKI

Wyniki badań eksperymentalnych obrazują rzeczywisty stan przebadanych pojazdów. Na podstawie wykresów z badań można wnioskować że część pojazdów:

- 3 letnich nie spełnia wymogów toksyczności spalin.
- 5 letnich wykazują braki w wyposażeniu pojazdu w katalizator

Wyniki badań potwierdzają że jedynie wczesne wykrywanie niesprawności układu zasilania i sterowania silnika może ograniczyć towarzyszące temu negatywne skutki dla środowiska naturalnego.

Pojawienie się usterki i wykrycie jej przez układ EOBD powinno skutkować zapaleniem się lampki MIL, a następnie zmusić kierowcę poprzez przejście w stan awaryjny do dokonania naprawy przed przejechaniem np. 50 km w stanie awarii. Kolejny etap powinien unieruchomić silnik uniemożliwiając dalsze poruszanie się niesprawnym samochodem który zagraża środowisku naturalnemu.

Pomimo pełnego monitorowania pojazdu przez układ EOBD, zaleca stosowanie układów redundantnych w celu poprawienia kontroli działania układów i lepszego monitorowania ich niesprawności.

Badania homologacyjne nie powinny polegać na badaniu jedynie nowych pojazdów. Dodatkowo powinno się wykonywać badania na zgodność emisji spalin pojazdów z normami EURO po określonym przebiegu np. 100tyś km.

LITERATURA

1. **Kneba Z., Makowski S.** (2004), *Zasilanie i sterowanie silników*, WKiŁ, Warszawa.
2. **Merkisz J., Mazurek S.** (2003), *Pokładowe systemy diagnostyczne pojazdów samochodowych*, WKiŁ, Warszawa.
3. **Wajand J. A., Wajand J. T.** (2000), *Tłokowe silniki spalino-*
we, WNT, Warszawa.

ANALYSIS OF THE ZI ENGINES CARS EXHAUST-GAS TOXICITY IN THE LIGHT OF VALID TRAFFIC REGULATIONS

Abstract: Results concerning fulfilment of the exhaust-gas toxicity norms of cars with ZI engines equipped with catalytic converter and either OBD or EOBD gears are shown in the article. Measurements were taken with use of a multicomponent exhaust-gas analyzier type CET 200B and diagnostical information reader OPUS OBD Contoler. Cars were examined in regional vehicle control station.