

Borow.
Progr
140.



140

MARJA BOROWIECKA

PROGRAM
ARYTMETYKI I GEOMETRII
NA KURSACH POCZĄTKOWYCH
DLA DOROSŁYCH

2-1087

Z ZAPOMOGI

WYDZIAŁU OŚWIATY POZASZKOLNEJ MIN. W. R. I O. P.

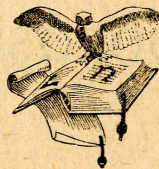
SKŁAD GŁÓWNY
W CENTRALNEM BIURZE KURSÓW DLA DOROSŁYCH
KRUCZA 21, TEL. 188-03. — WARSZAWA, ROK 1922.

011

GENRALNA BIBLIOTEKA PEDAGOGICZNA
przy K. O. S. B.
w Białymstoku

140 374

DRUKARNIA I INTROLIGATORNIA
LEONA NOWAKA
WARSZAWA, WARECKA 12.



Przedmowa.

Broszurka niniejsza zawiera program i krótkie wskazówki praktyczne, podyktowane kilkoletniem doświadczeniem na warszawskich „Kursach dla Dorosłych“. Jest ona przeznaczona dla tych nauczycieli, którzy, znając ogólną metodykę rachunków i początków geometrii, pragną zastosować ją do nauczania dorosłych. Umieszczając wskazówki ogólne, liczyłam się z treścią mej broszurki, wydanej przez „Centralne Biuro Kursów dla Dorosłych“ p. t. „Wskazówki metodyczne przy nauczaniu arytmetyki i geometrii“. Program podany w drugiej części broszurki nie jest bynajmniej niewzruszonym: pracując pod znakiem doskonalenia metod, przygotowani jesteśmy na to, że rok każdy przynieść może nowe dane, zmuszające do zmian czy to w szczegółach, czy w ustosunkowaniu wzajemnem części programu, czy też okaże się konieczność wprowadzenia nowych działów, lub opuszczenia, względnie innego traktowania dotychczasowych. Wszelkie uwagi i krytyka ze strony czytelników—nauczycieli i nauczycielek kursów dla dorosłych na całym terenie Polski, będą niezmiernie cennym materiałem przy opracowywaniu nowego wydania.

M. B.

WSKAZÓWKI OGÓLNE.

Cel nauczania matematyki.

Obok języka polskiego przedmiotem podstawowym na kursach dla dorosłych jest matematyka (rachunek i początki geometrii). Nauczyciel w tej dziedzinie powinien podać najniezbędniejsze wiadomości, — a więc stopniowo obznajmić z liczbą, układem dziesiętnym, czterema działaniami i najelementarniejszymi pojęciami z geometrii; a następnie nauczyć, jak i kiedy te wiadomości zużytkowywać i zastosowywać w życiu.

Punkt wyjścia.

Naukę każdego działu (nowego zakresu liczb, nowego działania, nowej prawdy geometrycznej) rozpoczynamy od jakiegoś zadania konkretnego na temat, blisko obchodzący uczniów: zadanie to trzeba rozwiązać, — wykonać pewne obliczenie; okazuje się, że przy pomocy znanych dotychczas działań zrobić tego nie można, albo, że droga, którą dotychczas rozwiązywaliśmy, może być zamieniona na inną, krótszą i łatwiejszą, — w ten sposób uczniowie poznają nową prawdę matematyczną (nowe działanie, inny sposób wykonywania działania znanego i t. p.); na szeregu innych zadań i przykładów, starannie w tym celu przez nauczyciela dobranych, przekonują się, że własność wykryta jest niezależną od przygodnej treści zadania; wypowiadają ją, starają się zapamiętać i ćwiczą się w stosowaniu jej do życia. Ta droga odkrywania zależności między liczbami przez samych

uczniów, na podstawie umiejętnie dobranych przykładów i zadań, podczas gdy nauczyciel staje się tylko doradcą i kierownikiem, jest tutaj jedynie wskazana.

Ograniczenie programu i dostosowanie go do psychologii uczniów.

Z teorii arytmetyki bierzemy tylko to, co jest niezbędnym do zrozumienia rachunku pamięciowego i piśmiennego, ale to minimum opracowujemy bardzo starannie i bez pośpiechu. Praktyka kursów dla dorosłych wykazała, że największą trudność sprawia uczniom dorosłym różnorodność działań na początku; natomiast zwiększanie rozumne zakresu liczby przychodzi im z względną łatwością; dlatego przy bardzo niskim rozwoju uczniów wprowadzamy na razie tylko dwa działania: dodawanie i odejmowanie.

Niezależność programu od możliwości zastosowania.

Układ programu i bardzo staranne stopniowanie trudności zależeć powinno od natury samej nauki, bez względu na możliwość zastosowań; dopiero, mając gotową formę, użytkujemy ją w zadaniach, wybierając z życia, czytanek, przedmiotów ogólnokształcących treść taką, która przy pomocy zdobytej techniki rachunkowej ująćby się dała.

Treść zadań. Rozpoczynamy od życia jednostki i stopniowo rozszerzamy dziedzinę, z której czerpiemy treść do zadań; — powinny one uwzględniać:

- 1) rachunki osobiste, a więc:
 - a) obliczania i porównywania zarobków miesięcznych, tygodniowych, dziennych, na godzinę, na akord;
 - b) wydatki: na życie (dienne, tygodniowe, miesięczne), mieszkanie, światło, opał, ubranie, książki i inne sprawunki aktualne;
 - c) zestawienie dochodów z rozchodami; oszczędności, deficyt; budżet rodzinny miesięczny, tygodniowy.

2) zagadnienia dotyczące danej gminy (wsi i miasta); kosztorysy szkół, domów ludowych, szpitali i t. d.;

3) handel, kalkulacja kupiecka, zysk i strata, sklepy spółdzielcze; oszczędności i ich zużytkowanie;

4) kasy pożyczkowo-oszczędnościowe, kasy chorych, ubezpieczenia;

5) zadania na podstawie danych statystycznych z geografii, historii, ekonomii społecznej, etnografii i t. d.;

6) wszelkiego rodzaju dostępne uczniom pomiary długości, wysokości, głębokości, obliczania powierzchni, objętości sposobami praktykowanymi w życiu.

Każdy podręcznik podaje tylko wzory zadań, nauczyciel i uczniowie muszą układać według nich inne, a treści dostarczy życie samo. Tak pojęte zadania będą o wiele prostsze, niż te, które się dotychczas w książkach spotykało; zato sposoby ich rozwiązywania i forma zewnętrzna tych rozwiązań powinny być bardzo starannie opracowane¹⁾.

Musimy koniecznie przeciwdziałać tak bardzo u nas rozpowszechnionemu zaniedbaniu formy przy wszelkich sprawozdaniach rachunkowych, obliczeniach, kosztorysach i t. d. (to samo dotyczy np. wypracowań na lekcjach języka polskiego). Ścisłość, jasność i pewne zasady estetyki obowiązują wszystkich, a starannie napisane zadanie od razu dobrze usposabia do autora i wystawia mu świadectwo porządnego, sumiennego człowieka.

Metody rozwiązywania zadań. Jeżeli zadanie ma na celu ilustrację pewnej zależności między liczbami, rozwiązujemy je drogą analityczną²⁾, która prowadzi do zbudowania wzoru matematycznego; zadania

¹⁾ M. Borowiecka „Wskazówki metodyczne” str. 7.

²⁾ H. Stattlerówna: „Jak uczyć matematyki w mieście i na wsi”. — Garść uwag metodycznych.

H. Stattlerówna: „Początkowa nauka arytmetyki w układzie metodycznym”, cz. III.

takie muszą być względnie krótkie, o liczbach niewielkich, by nie przedstawiały trudności rachunkowych. Natomiast zadania, mające cel praktyczny, — obliczenia, budżety, kosztorysy i t. d. rozwiązujemy według form przyjętych w arytmetyce handlowej¹⁾. Tutaj liczby nie przekraczające danego zakresu, mogą przedstawiać trudności w wykonaniu, jak to się często w życiu zdarza. Używana w szkole powszechnej forma pytań nie jest na kursach dla dorosłych odpowiednią: zabiera dużo czasu, a jako objaśnienie jest niewystarczającą.

Sformułowanie i napisanie zadania.

Każde zadanie powinno być przez nauczyciela, lub jednego z uczniów odczytane, o ile zaś zostało ułożone podczas lekcji, poprawnie sformułowane; jeżeli dane są łatwe do zapamiętania i zadanie można rozwiązać na pamięć, to nic nie zapisujemy; jeżeli nie, to w miarę przytaczania danych, jeden z uczniów (niekoniecznie odczytujący) zapisuje liczby na tablicy, a wszyscy inni w zeszytach. Błędem jest żądanie powtórzenia zadania z pamięci, a dopiero potem zapisywania; albo jest to zbyt wielkim wymaganiem ze strony nauczyciela, albo, o ile liczby są łatwe do zapamiętania, a zadanie krótkie, zapisywanie staje się zbytecznem. Forma zapisywania nie jest również obojętna; musimy też uwydatnić treść zadania i zależność między danymi.

Powtórzenie i uwydatnienie celu zadania.

Po odczytaniu i zapisaniu następuje powtórzenie zadania przez uczniów bez pomocy nauczyciela, lub, o ile to jest niemożliwem, po szeregu pytań naprowadzających; przytem zaznaczamy cel (ostateczne pytanie) i środki, jakimi rozporządzamy (liczby, dane w zadaniu).

¹⁾ Jakakolwiek arytmetyka handlowa, np. Kramsztyka.

Plan i rozwiązanie.

Przystępując do rozwiązywania, zawsze zaczynamy od piśmiennego lub ustnego planu roboty i dopiero po tem przygotowaniu przystępujemy do samego rozwiązania.

Geometria.

Przechodząc do geometrii, zaznaczyć należy, że powinna być ona wplecioną w naukę rachunków, jako jedno z zastosowań, i ściśle z życiem związana. Obliczania obwodów, pól i objętości dokonywują się na podstawie pomiarów, przyczem żądamy ściśle określonej dokładności, zależnie od przedmiotów mierzonych, oraz od umiejętności i sprawności uczniów. Każdy z nich powinien posiadać metr, podzielony na decymetry i centymetry, oraz łokieć, podzielony na cale, (najlepiej przez siebie sporządzone) i stale przynosić je na lekcję.

Tok lekcji.

Ogólny tok lekcji musi być ożywiony, wszyscy uczniowie powinni uważać i interesować się jej przebiegiem. Rozpoczynamy od przejrzenia robót piśmiennych, zadanych na poprzedniej lekcji do domu; w razie potrzeby dajemy wyjaśnienia, lub uczniowie sami odrabiają niewykonane lub źle wykonane zadania na tablicy; w ten sposób rozpoczynamy lekcję od tego, na czem skończyliśmy poprzednią; dopiero po takim sprawdzeniu przystępujemy do nowego materiału. Zależnie od celu wytkniętego kierujemy pracą uczniów: jeżeli nam chodzi o pogłębienie i ugruntowanie lub, zwłaszcza, o nabycie nowych wiadomości, to żądamy wyjaśnienia każdego, najdrobniejszego szczegółu; jeżeli natomiast lekcja jest przeznaczona na zdobycie wprawy, lub na rozwiązywanie zadań, których treść sama przez się powinna zająć uczniów, wówczas nie rozpraszamy ich uwagi i nie żądamy szczegółowego objaśniania samej techniki działań; w razie, gdybyśmy spostrzegli potrzebę wyjaśnień tego rodzaju, notujemy to sobie i na najbliższej lekcji do tego wracamy.

Zadania klasowe jako środek do utrwalenia materiału.

Od czasu do czasu dajemy t. zw. zadania klasowe, które mają charakter podwójny. Jedne służą do tego, by uczniowie samodzielnie, na podstawie świeżo usłyszanych wskazówek i wzorów, które mogą mieć przed oczami, przerobili i utrwalili w pamięci dany szczegół; ćwiczenia takie powinny się odbywać bardzo często, bodaj co tydzień, przyczem niekoniecznie cała lekcja ma być na nie poświęcona; tutaj pomoc nauczyciela, lub zdolniejszego kolegi choć niepożądana, bywa jednak czasami dopuszczalną.

Zadanie klasowe jako sprawdzian.

Inny rodzaj zadań klasowych na sprawdzenie, czy uczniowie doskonale opanowali dany kurs, dajemy znacznie rzadziej, i wtedy już się wstrzymujemy od wszelkich wyjaśnień. Zadania takie dajemy np. po przejściu całego cyklu, lub jego części, pod koniec semestru lub roku; nie powinny być one zbyt trudne, ani zbyt długie, ale za to musimy żądać porządnego, jasnego i ścisłego ich rozwiązania. Jeżeli zadania I-go typu mogą być tylko przeglądane w klasie przez nauczyciela, to zadania II-go typu muszą być bardzo starannie poprawione w domu.

Komplety niedobre.

Ogromną trudność nastroczają nauczycielom komplety niedobre, o kilku poziomach w jednej klasie. Trudność tę chociaż w części możemy pokonać, przygotowując bardzo starannie materiał do lekcji w domu. Część uczniów o jednym mniej więcej poziomie wybieramy, aby się nimi zająć na danej lekcji. Dla pozostałych mamy przygotowane ćwiczenia piśmienne i w ciągu 5 do 10 minut na początku lekcji dyktujemy je i wyjaśniamy; podczas, gdy ta grupa samodzielnie odrabia zadania, zajmujemy się spokojnie pierwszymi. Następnej lekcji wybieramy znów tych, którzy poprzednio pisali, i w ten sposób dajemy sobie radę, nie krzywdząc nikogo.

PROGRAM.

Przechodzimy teraz do samego programu. Dzielimy go na cykle, stanowiące jednostki metodyczne:

- Cykl I. Dodawanie i odejmowanie w zakresie pierwszej dziesiątki, oraz okrągłymi dziesiątkami w zakresie setki (około 6 godzin).
- Cykl II. Dodawanie i odejmowanie w zakresie 20 oraz okrągłymi dziesiątkami w zakresie 200 (około 12 godz.).
- Cykl III. Cztery działania w zakresie 100, okrągłymi dziesiątkami w zakresie 1000 (około 42 godzin).
- Cykl IV. Cztery działania w zakresie dowolnej liczby całkowitej, w zasadzie jednak nie przekraczającej 10000; obliczanie powierzchni (około 60 godzin).
- Cykl V. Powtórzenie i pogłębienie 4 działań w zakresie liczby całkowitej; propedeutyka ułamków zwykłych i dziesiętnych; obliczanie objętości (około 60 godzin).
- Cykl VI. Kurs systematyczny ułamków, zwyczajnych i dziesiętnych; obliczanie odsetek (około 60 godzin). Powtórzenie całego kursu arytmetyki.

Dodawanie i odejmowanie w zakresie I-iej dziesiątki, oraz okrągłymi dziesiątkami w zakresie setki (około 6 godzin). Należy tu:

- 1) przyswojenie sobie wszystkich możliwych rozkładów liczb pierwszej dziesiątki, a zwłaszcza samej liczby 10 na części równe i nierówne;
- 2) wprowadzenie dwóch pierwszych działań w tym zakresie;
- 3) rachunek okrągłymi dziesiątkami w zakresie setki; jeżeli się da, okrągłymi setkami w zakresie tysiąca;

4) stopniowe zaznajamianie z cyframi, przyczem na jednej lekcji nie należy wprowadzać więcej, niż jedną do dwóch cyfr nowych; zaznajomienie ze znakami dodawania, odejmowania i równości;

5) pojęcie linii prostej i krzywej; mierzenie odcinków;

6) wprowadzenie tych miar, które w danym zakresie liczby mogą być stosowane, a więc: metra, podzielonego na decymetry, (decymetra, podzielonego na centymetry) sążnia, łokcia i stopy; garńca i kwarty, kwarty i kwaterki; puda i funta, godziny i minuty, kopy (ale nie mendlą); tygodnia i dnia; w razie potrzeby nie obawiamy się dawać zadań, w których jednostką jest tysiąc, lub nawet milion, traktując je, jak każde inne jednostki.

Naukę rozpoczynamy od liczby najniższej, która sprawia uczniom trudności; niech nią będzie np. liczba 6. Nawiązując do liczby znanej 5, przerabiamy stopniowo kombinacje:

$$\begin{array}{l} 5 + 1; \quad 6 - 1; \quad 4 + 2; \quad 6 - 4; \quad 3 + 3; \quad 6 - 3; \\ 1 + 5; \quad 6 - 5; \quad 2 + 4; \quad 6 - 2. \end{array}$$

Oba działania: dodawanie i odejmowanie stosujemy jednocześnie, pilnując się mniej więcej porządku następującego: najpierw rachujemy przedmioty, na które patrzymy, (ziarnka grochu, kulki liczydła, patyczki i t. p.); później przechodzimy do rysunku kropek, kresek, kółek, kwadracików; następnie — do zadań, dotyczących przedmiotów, których niema w klasie, a dopiero na samym końcu dla wprawy możemy dawać przykłady na liczby oderwane. Odejmowanie traktujemy do samego początku, jako *działanie odwrotne do dodawania*, i już tutaj stosujemy metodę wykonywania tego działania na podstawie dodawania; ile muszę dodać do 4, aby otrzymać 6? Odpowiedź, wpływająca wprost ze wzorów, podawanych na dodawanie, nie przedstawia żadnej trudności.

Szczególniej ważną rzeczą jest utrwalenie rozkładu liczby 10 na dwa i więcej składników wszelkimi możli-

wymi sposobami, a to ze względu na znaczenie tej liczby w dziesiętnym układzie liczenia.

Wprowadzenie cyfr i zapisywanie działań, ustnie wykonanych, uzależniamy od nauki pisania; w każdym razie pożądanem jest, aby przy przechodzeniu liczby 10 wszystkie cyfry już były znane.

W ten sam sposób przechodzimy dwa pierwsze działania w zakresie 100 okrągłymi dziesiątkami; jako pomoce służyć tu będą wiązki patyczków, dziesięciomarkówki prawdziwe, lub co lepiej, kawałki papieru tegoż formatu, co do których umawiamy się, że każdy z nich przedstawia 10 mk.

Przed wprowadzeniem miar długości konieczną jest rzeczą wszczepić pojęcie linii prostej i krzywej, odcinka prostej, oraz równości i nierówności odcinków; dopiero po tem przygotowaniu możemy wprowadzić miary długości.

Cykl II. *Dodawanie i odejmowanie w zakresie 20, okrągłymi dziesiątkami w zakresie 200, okrągłymi setkami w zakresie 2 tysięcy (około 12 godzin).*

Uwzględniamy tu:

1) dodawanie i odejmowanie w wyżej wymienionym zakresie;

2) porównywanie i wymierzanie odcinków, krawędzi, obwodów;

3) te miary, na które pozwala zwiększony zakres liczby, a więc: mendel, tuzin, podział stopy na cale, roku na miesiące i kwartały.

4) dodawanie i odejmowanie kompleksami, jako przygotowanie do mnożenia i dzielenia. Porzucamy tu już traktowanie każdej liczby z osobna, natomiast stopniujemy trudności według zwykłego schematu:

a) jeden składnik wynosi 10; np. $10 + 4$, oraz: $14 - 10$ i $14 - 4$;

b) jeden składnik jest liczbą dwucyfrową; np. $15 + 3$, oraz $18 - 3$ i $18 - 15$;

c) oba składniki są jednocyfrowe:

np. $8 + 6$, oraz $14 - 8$ i $14 - 6$;

w tym wypadku przy dodawaniu zachodzi potrzeba rozkładu jednego ze składników tak, aby można było dopełnić drugi do dziesiątki, oraz rozmiany dziesiątki na jedności przy odejmowaniu: $8 + 7 = 8 + 2 + 5 = 15$, oraz: $15 - 8 = (10 + 5) - (5 + 3) = (10 - 3) + (5 - 5)$.

Cykl III. *Cztery działania w zakresie 100, okrągłymi dziesiątkami w zakresie 1000; (około 42 godz.).*

Należą tu:

- 1) ćwiczenia, dotyczące budowy i pisania liczb;
- 2) dodawanie i odejmowanie łącznie (około 9 godz.);
- 3) mnożenie i dzielenie łącznie; opracowanie tabliczki mnożenia (około 24 godz.);
- 4) dalsze rozszerzenie tablicy miar, oraz zwiększenie zakresu i dokładności pomiarów: metr, podzielony na centymetry; kilo i deka; łokieć i cal; funt;
- 5) pojęcie ułamek; znajdowanie części danej całości i całości według danej części (około 3 godz.);
- 6) obliczanie obwodów figur; pożądanem jest wprowadzenie pojęcia kąta, oraz prostych prostopadłych i równoległych (około 6 godz.).

Na ćwiczenia, dotyczące *budowy liczby*, nie przeznaczają się oddzielnych godzin; powinny one powtarzać się stale przez dłuższy czas, zajmując nie więcej, niż po 5 do 10 min. na każdej lekcji. Ćwiczenia te należą do dwóch typów: a) napisać liczbę, zawierającą 3 dzies. 5 jedn., i b) ile dziesiątek i jedności mieści się w 35? Jako ilustracja i zastosowanie tych ćwiczeń służyć może zamiana miar układu metrycznego mniejszych na większe i odwrotnie.

Dodawanie i odejmowanie traktujemy współcześnie, wyłącznie pamięciowo, stopniując trudności, jak w cyklu poprzednim.

Tutaj również wprowadzamy już liczbę wieloraką dwucyfrową, np. 3 m. 8 dm. + 5 m. 4 m.; 8 dm. 4 cm.—

6 dm. 7 cm.; ćwiczenia te niezależnie od celu praktycznego doskonale się nadają do wyjaśnienia obu działań na liczbach dwucyfrowych.

Mnożenie liczb jednocyfrowych wyprowadzamy z dodawania, wskazując na skrócenie roboty przy używaniu tego działania; do dzielenia dochodzimy na podstawie tych samych wzorów, uważając je za działanie odwrotne do mnożenia. Przypuśćmy, że uczymy tabliczki mnożenia przez 2. Plan postępowania przedstawiałby się mniej więcej tak:

- 1) rozwiązujemy jakiekolwiek zadanie na dodawanie, np. w jednym koszu mamy 4 kilo owoców, w drugim — 5 kilo, w trzecim — 3 kilo; ile mamy razem?
- 2) rozwiązujemy przy pomocy dodawania zadanie podobne, np: w jednym koszu mamy 2 kilo owoców, w drugim — 2 kilo i w trzecim — 2 kilo. Ile mamy razem?
- 3) rozwiązujemy zadanie drugie przy pomocy mnożenia;
- 4) wykazujemy, że zadania pierwszego przy pomocy mnożenia rozwiązać nie można;
- 5) każemy napisać i obliczyć sumy dwójek od jednej, do 10-ciu i zamienić tę tabliczkę na tabliczkę mnożenia; wprowadzamy znak mnożenia;
- 6) utrwalamy tabliczkę mnożenia przez 2;
- 7) na podstawie tabliczki mnożenia przechodzimy do dzielenia: rozwiązujemy dwa zadania:
 - a) Ile ważą 2 bochenki chleba po 4 kilo każdy?
 - b) Ile waży jeden bochenek, jeżeli 2 bochenki ważą 8 kilo?
- 8) Stosujemy dzielenie do zadań.

W ten sposób przechodzimy mnożenie i dzielenie przez 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 7. Przez wyrażenie „mnożenie przez 2” rozumiemy zarówno mnożenie dwóch przez inne liczby, jak i odwrotnie, mnożenie innych liczb przez 2; najpierw obliczamy, że np. $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \times 6$,

potem wykazujemy, że $6 + 6 = 6 \times 2$, i na zakończenie dochodzimy do wniosku, że $2 \times 6 = 6 \times 2$.

Co do *dzielenia*, to odróżniamy tu dwa przypadki: dzielenie na części i wymierzanie; na początek należy uwzględnić jeden tylko typ zadań, a dopiero, gdy ten dobrze zostanie przerobiony, przejść do drugiego. Teoretycznie, jeżeli traktować dzielenie, jako odpowiedź na pytanie: ile razy można dzielnik odjąć od dzielnej, należałoby rozpocząć od wymierzania, a więc od zadań typu: ile kawałków po 2 dm. można otrzymać z 18 dm.? Obserwując jednak życie i sposób, w jaki uczniowie dorośli przyjmują naukę rachunków, oraz zasoby umysłowe, z jakimi do nas przychodzą, dochodzimy do wniosku, że łatwiej jest rozpocząć od dzielenia na części, a więc od obliczenia połówki, ćwiartki i t. d.; należą tu zadania typu: „18 dm. podzielić na połowy“, albo: „za 2 kilo soli zapłacono 16 mk.; po czemu płacono kilo?“ Jednocześnie można tu wprowadzić ułamkową formę zapisywania $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, i t. d.; nie sprawiając trudności uczniom, będzie to dla nich wielkiem urozmaicheniem i da im zadowolenie, że się uczą czegoś nowego.

Po przejściu tabliczki mnożenia i dzielenia przez 2, 4 i 8 prawdopodobnie można już wprowadzić i drugi typ zadań na mieszczące się, i od tej chwili już oba typy równolegle prowadzić. Na przejście mnożenia i dzielenia przez jedną liczbę przeznaczyć można około 2 do 3 godzin; im dalsza liczba, tem mniej iloczynów mamy do pamiętania, gdyż przy liczbach poprzednich niektóre z nich były już rozpatrywane.

Po gruntownem opracowaniu tabliczki mnożenia liczb jednocyfrowych przechodzimy do mnożenia liczb dwucyfrowych przez jednocyfrową i odwrotnie, oraz do odpowiedniego dzielenia. Stopniujemy tu trudności, jak następuje:

a) iloczyn jedności jest liczbą jednocyfrową:

$$12 \times 3 = 10 \times 3 + 2 \times 3; \quad 36 : 2 = 30 : 2 + 6 : 2;$$

b) iloczyn jedności jest liczbą dwucyfrową:

$$14 \times 4 = 10 \times 4 + 4 \times 4 = 56; \quad 56 : 4 = 40 : 4 + 16 : 4.$$

Aby ułatwić dzielenie, każemy rozbijać dzielną na dwa składniki, podzielne przez dzielnik, dzielić każdy składnik po kolei i rezultaty dodać. Doświadczenie uczniów, poparte wskazówkami nauczyciela, doprowadzi do wniosku, na jakie mianowicie części należy dzielną rozbijać.

$$\text{Np. } 56 : 4 = 28 : 4 + 28 : 4;$$

$$\text{albo: } 56 : 4 = 36 : 4 + 20 : 4 \text{ i t. d.}$$

wreszcie: $56 : 4 = 40 : 4 + 16 : 4$ (najwygodniejszy sposób rozbicia dzielnej na składniki).

Przy dobrym zespole uczniów i umiejętnem prowadzeniu lekcji można już w tym cyklu znajdować $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, i t. d. danej liczby, i odwrotnie, mając daną część, poszukiwać całej liczby (3 godz. na objaśnienia — po za tem ciągłe uwzględnianie przy zadaniach).

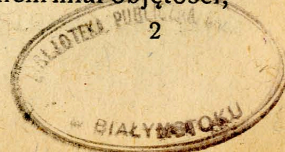
Miary uwzględniamy w zadaniach przez cały czas trwania kursu.

Materiał geometryczny wplatamy w kurs, przeznaczając np. po połowie lekcji raz na tydzień na rysunki figur geometrycznych i odpowiednie pomiary; zdobyte wiadomości stosujemy później do zadań jak można najczęściej. Pomiarów na tym szczeblu dokonywamy z dokładnością nie większą, niż do 1 cm.

Cykl IV. *Cztery działania w zakresie dowolnej liczby całkowitej w zasadzie jednak nie przekraczającej 10000 (około 60 godz.).* Cykl ten obejmuje:

- 1) gruntowne zapoznanie się z układem dziesiętnym;
- 2) dodawanie (6 godz.);
- 3) odejmowanie (9 godz.);
- 4) mnożenie przez liczbę jednocyfrową (9 godz.);
- 5) dzielenie przez liczbę jednocyfrową (18 godz.);
- 6) uzupełnienie tablicy miar z wyjątkiem miar objętości;

Program arytmetyki i geometrii.



7) pojęcie figur równoważnych, obliczanie powierzchni (12 godz.);

8) powtórzenie i stopniowe rozszerzanie pojęcia ułamka zwyczajnego (w ciągu całego czasu trwania kursu, znajdowanie części całości i odwrotnie, bez poświęcania na to specjalnych godzin) — razem około 6 godz.

Ćwiczenia, dotyczące pisania i budowy liczb¹⁾ przerabiamy, jak w cyklu III przez dłuższy czas, poświęcając na nie po kilka minut co lekcja.

Piśmienny sposób dodawania liczb wielocyfrowych wyprowadzamy ze znanego już ustnego dodawania, wskazując na ułatwienia, jakie osiągamy przy robocie piśmiennej. Do zrozumienia przyczynia się przy tem i następnych działaniach przykłady na liczby wielorakie układu metrycznego, np. 2 m. 3 dm. 8 cm. + 4 m. 7 dm. 6 cm.

Po gruntownem przejściu dodawania rozpoczynamy odejmowanie, stosując się do wskazówek, wyżej podanych. Działanie to traktujemy wciąż, jako odwrotne do dodawania, i szukając wraz z uczniami sposobu piśmiennego, powołujemy się na odejmowanie ustne i dodawanie piśmienne; pożądanem jest tu stosowanie odejmowania przez dodawanie²⁾. Na tej zasadzie, że odjemna jest sumą odjemnika i reszty, znajdujemy kolejno jedności wszystkich rzędów reszty, dopełniając liczby, wyrażone cyframi odjemnika, do odpowiednich liczb odjemnej. Gdy liczby jedności jakiegoś rzędu odjemnej i odjemnika są jednakowe, to w odpowiednim miejscu reszty piszemy 0; gdy zaś liczba jedności jakiegoś rzędu odjemnika jest większa, niż odpowiednia liczba w odjemnej, to liczbę tychże jedności w odjemnej zwiększamy o 10, i do niej dopełniamy, a za

¹⁾ Patrz „Zbiór zadań arytmetycznych dla dorosłych“ cz. II, wyd. II, zad. 1—47.

²⁾ Jakikolwiek podręcznik arytmetyki handlowej, np. Kramsztyka lub Kozłowskiego.

to przy odejmowaniu jedności następnego rzędu powiększamy je w odjemniku o 1.

$$\begin{array}{r} \text{Przykład:} \quad 3356 \\ - 1754 \\ \hline 1602 \end{array}$$

Zapytuję:

1) ile mam dodać do 4, aby było 6?

Odp. $4 + 2 = 6$; pod 4 podpisuję cyfrę 2.

2) ile mam dodać do 5, aby było 5?

Odp. $5 + 0 = 5$; pod 5 podpisuje 0.

3) ile mam dodać do 7, aby było 13?

Odp. $7 + 6 = 13$; pod 7 podpisuję 6.

4) 13 setek = 1 tys. + 3 setki; 3 setki mam zapisane w odjemnej; a 1 tys. dodaję do jedności odjemnika: $1 + 1 = 2$ tys.

5) ile mam dodać do 2, aby było 3?

Odp. $2 + 1 = 3$; 1 podpisuję pod 2.

6) sprawdzamy robotę, dodając resztę do odjemnika. Też same wskazówki dotyczą mnożenia i dzielenia¹⁾.

Przy dzieleniu nie unikamy przypadków dzielenia z resztą. Wszystkie szczeble przejścia od sposobu pamięciowego do skróconego sposobu handlowego muszą tu być starannie i bez pośpiechu obrobione.

Na tym również poziomie uczymy pisać rachunki domowe i inne w formie ogólnie używanej, nie zapominając o miejscu, dacie, oraz wyszczególnieniu dla kogo i przez kogo są wydawane²⁾. Zadań takich powinno być dość dużo, aby uczniowie zdobyli wprawę w wykonywaniu ich w odpowiedniej formie, — nie trzeba jednak zapominać, że nie stanowią one jedyne celu nauczania arytmetyki. Winny one być przerabiane przy mnożeniu, jako powtó-

¹⁾ Zbiór zadań aryt. dla dorosłych cz. II, wyd. II, zadania, w których liczby nie przekraczają 10000.

²⁾ Zad. 144, 146, 243, 532.

zenie i wprawa w 3 działania; przy dzieleniu należy na jakiś czas ich zaprzestać, wobec tego, że nie przedstawiają materiału do zastosowania tego działania: natomiast przy powtórzeniu pod koniec roku musimy do nich wrócić.

Przy uzupełnianiu tablicy miar, dochodzimy do miar powierzchni, które podać możemy dopiero po przerobieniu pewnego materiału geometrycznego. Musimy mianowicie wyrobić u uczniów pojęcie powierzchni¹⁾, równoważności figur (np. kwadratu o boku, równym 4 cm. i prostokąta o wymiarach 8 cm. i 2 cm.); w tym celu rysujemy, albo lepiej wycinamy figury, które potem rozcinamy i układamy z nich inne, o kształtach odmiennych, ale złożonych z tej samej liczby równych części.

Tą drogą dochodzimy doświadczalnie do wytworzenia pojęcia powierzchni, czyli pola danej figury.

Z kolei musimy ustalić, co mianowicie nazwiemy *jednostką miary powierzchni*, oraz zależność między miarami długości a miarami powierzchni. Przy pomocy rysunku obliczamy ilość centymetrów kwadratowych w jednym decymetrze kwadratowym, cali kwadratowych — w stopie kwadratowej i t. d., i w ten sposób budujemy tablicę miar kwadratowych metrycznych i nowopolskich. Wykrywszy doświadczalnie zależność między długością i szerokością, a polem prostokąta i kwadratu, formułujemy ją i stosujemy już w dalszym ciągu bez uciekania się do rysunku. Obok pól kwadratów i prostokątów obliczamy, o ile czas na to pozwoli, pola równoległoboków i zwłaszcza trójkątów; pola innych figur płaskich znajdujemy, dzieląc je na trójkąty.

Ważną bardzo rzeczą jest wykazanie różnicy między obwodem a polem danej figury: porównujemy np. dwa prostokąty, albo prostokąt i kwadrat o jednakowych obwodach, ale różnych polach, i odwrotnie. Jednocześnie przez

cały czas trwania cyklu IV rachujemy, co się da na pamięć, a zwłaszcza powtarzamy tabliczkę mnożenia.

Cykl V. *Powtórzenie 4-ch działań bez ograniczenia zakresu liczb; miary objętości; kurs propedeutyczny ułamków zwyczajnych i dziesiętnych (około 60 godzin).*

1) Ćwiczenia, dotyczące pisania liczb, oraz ich budowy, wraz z rozszerzeniem układu dziesiętnego na t. zw. „liczby dziesiętne“¹⁾.

2) Dodawanie liczb całkowitych (powtórzenie) wraz z dodawaniem ułamków zwyczajnych i dziesiętnych (około godzin 9).

3) Odejmowanie liczb całkowitych (powtórzenie), ułamków zwyczajnych i dziesiętnych (godz. 12).

4) Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych przez liczbę jednocyfrową (powtórzenie; około godzin 3).

5) Mnożenie i dzielenie:

- | | |
|-----------------------------|-------------------|
| a) przez okrągłe dziesiątki | } razem godz. 18. |
| b) „ „ liczbę dwucyfrową | |
| c) „ „ dowolną | |

6) Mnożenie i dzielenie ułamka zwyczajnego i dziesiętnego przez liczbę całkowitą (około godz. 6).

7) Miary powierzchni i objętości (około godz. 12).

8) Powtórzenie całkowitej tablicy miar w ciągu całego kursu.

Do ćwiczeń, dotyczących budowy liczby, stosują się te same uwagi, co do cykli poprzednich. Ucząc pisania ułamków dziesiętnych, zwanych przez niektórych „liczbami dziesiętnymi“ za punkt wyjścia bierzemy liczbę wieloraką,

¹⁾ Terminu „liczba dziesiętna“ przyjętego w podręcznikach małopolskich, używam tu dlatego, że chcę podkreślić różnicę między kursem propedeutycznym ułamków, zwanych tu poprostu liczbami dziesiętnymi, a kursem systematycznym, który ujmujemy w cykl VI nauczania.

¹⁾ Sierżputowski: „Arytmetyka“ cz. II i III rozdziały o geometrii.

np. 2 m. 4 dm. i opierając się na znanej zasadzie pisania liczb (każda cyfra z prawej strony oznacza liczbę 10 razy mniejszą od liczby, którą oznacza sąsiednia taka sama cyfra z lewej strony¹⁾), otrzymujemy liczbę: 2,4 m. Posuwamy się w ten sposób do drugiego i co najwyżej trzeciego znaku po przecinku.

Przy powtarzaniu dodawania i odejmowania wprowadzamy te działania na ułamkach dziesiętnych, co nie przedstawia najmniejszych trudności, oraz najprostsze przypadki dodawania ułamków zwyczajnych, bez wprowadzania rozkładu na czynniki wspólnego dzielnika, ani wspólnej wielokrotnej, nie posiłkując się terminami „licznik” i „mianownik”. Rozpoczynamy od ułamków o jednakowych mianownikach, przechodzimy do ułamków o różnych mianownikach, takich jednak, by wspólny mianownik nie przekraczał 12. Ułamki muszą być brane wyłącznie takie, jakie się w życiu spotykają, a więc przy miarach metrycznych można używać mianowników 2, 4, 8, 5, 10, nie należy zaś brać trzecich ani szóstych części metra lub kilograma; natomiast gdy mówimy o łokciu lub miarach czasu (roku, dobie, godzinie), to możemy dawać ułamki o mianownikach 3, 6, 12.

Przy mnożeniu i dzieleniu ułamków ograniczamy się tylko do przypadków, w których mnożnik i dzielnik są liczbami całkowitemi; nawet, gdy chodzi o dzielenie ułamków zwyczajnych, zwęziłabym ten zakres wyłącznie do takich przykładów, w których liczniki dzielą się bez reszty przez dzielnik. Przy dzieleniu ułamków dziesiętnych zachodzi potrzeba szukania ilorazu przybliżonego z daną dokładnością, zależnie od treści zadania²⁾).

Program nie obejmuje, jako działu oddzielnego, liczb wielorakich, za to uwzględnia je stale przez cały czas

¹⁾ Borowiecka „Wskazówki metodyczne przy nauczaniu arytmetyki i początków geometrii” str. 16 i 17.

²⁾ Borowiecka „Wskazówki metodyczne” str. 18 i dalsze.

trwania kursu, omal że od pierwszego cyklu, ale tylko o tyle, o ile są one odbiciem stosunków życiowych. Pożytecznem jest rozwiązanie podwójne danego zadania: raz w liczbach wielorakich, i drugi raz — w ułamkach zwyczajnych, lub dziesiętnych¹⁾. Przy takim postawieniu kwestji wyjaśnia się rola właściwa liczby wielorakiej, a do pewnego stopnia pogłębi się pojęcie ułamka, jako rezultatu wymierzania danej wielkości częścią miary.

Obliczanie objętości sześcianu i prostopadłościanu przechodzimy, jak obliczanie powierzchni, po uprzedniem wprowadzeniu pojęcia równoważności. Pojęciu *obwodu* figury płaskiej (sumy boków danego wielokąta) odpowiada pojęcie *powierzchni* bryły (sumy ścian) w przestrzeni; natomiast polu figury płaskiej (części płaszczyzny, przez nią zajętej) odpowiada objętość bryły (część przestrzeni, przez bryłę zajęta). Radziłabym tu znów rozpocząć od ustawiania brył różnych kształtów z jednej i tej samej ilości sześcianików, lub, w braku tych ostatnich, chociażby z pudełek od zapalek. Analogicznie do tego, co się mówiło o polach, określamy, co rozumiemy przez *jednostkę miary objętości*, wykazujemy związek między miarami długości i objętości; wreszcie przystępujemy do tego, co musimy wiedzieć, aby obliczyć objętość sześcianu i prostopadłościanu, i jak to wykonać. Pożądaniem byłoby wprowadzić objętość graniastopłu wogóle i ostrostopłu. Aby utrwalić różnicę między pojęciami powierzchni i objętości, każemy obliczyć dla jednej i tej samej bryły obie te wielkości oraz dajemy przykłady brył o jednakowej powierzchni, a różnych objętościach i odwrotnie. Dalej, uczymy obliczać objętość, mając dany ciężar, oraz ciężar właściwy (ciężar jednego cm³.) rozważanego przedmiotu. Przy sposobności chciałabym zwrócić uwagę na różnicę między *ciężarem* danego ciała (wielkością siły ciężenia), a wagą (przyrządem

¹⁾ Borowiecka „Zbiór zadań dla dorosłych” cz. II, wyd. II.

do mierzenia ciężaru). W zadaniach coraz szerzej i głębiej sięgamy do różnych dziedzin życia domowego i społecznego w myśl tego co było powiedziane na str. 6.

Cykl VI. *Cykl VI obejmuje systematyczny kurs ułamków zwyczajnych i dziesiętnych, oraz pojęcia o odsetkach* (godzin. 60). Jest on niejako zakończeniem arytmetyki, i powinien być tak ułożony, by stanowiął jednocześnie powtórzenie wszystkich, poprzednio nabytych wiadomości. Można tu wyszczególnić następujące działy:

- 1) 4 działania na ułamkach zwyczajnych—24 godz.;
- 2) 4 działania na ułamkach dziesiętnych—12 godz.;
- 3) zadania na obliczanie odsetek—12 godz.;
- 4) zamiana ułamków zwyczajnych na dziesiętne w drugiej połowie kursu stale, przy każdej sposobności bez przeznaczania na to specjalnych godzin;
- 5) obwód i pole koła; powierzchnia i objętość walca i stożka—12 godz.;

Ułamki zwyczajnie¹⁾ nie będą przedstawiały trudności, gdy się oprzemy na wiadomościach praktycznych, zdobytych w ciągu lat ubiegłych. Uczniowie dawni umieli znajdować część całości,—*wymierzać* daną wielkość częścią jednością;—rezultat przedstawiali przy pomocy dwóch liczb, których nazwy wprowadzamy obecnie: *licznik* i *mianownik*. Powtórzywszy sobie na szeregu przykładów znajdowanie części danej całości, poznają oni jeszcze inną drogę, na której również można dojść do pojęcia ułamka: dzielenie na części w tych przypadkach, gdy dzielna dzieli się nie bez reszty przez dzielnik. Dotąd umieli oni w takich razach znajdować ilorazy przybliżone; obecnie, wprowadziwszy nową kategorię liczb,—ułamki, możemy *zawsze* otrzymywać,

ilorazy dokładne. Dalej zajmujemy się porównywaniem ułamków z jednością,—przechodzimy do pojęcia ułamka właściwego i niewłaściwego. (Sierżputowski wprowadza jeszcze trzeci termin ułamka pozornego: $\frac{4}{4}$, $\frac{1^0}{9}$, $\frac{1^8}{6}$ i t. d.). Pożądanem jest tu graficzne przedstawianie ułamków przy pomocy odcinków, lub prostokątów.

Następne punkty programu będą obejmowały: porównywanie ułamków o jednakowych licznikach, o jednakowych mianownikach; powiększanie i zmniejszanie ułamka całkowitą liczbą razy, wreszcie,—zmiana postaci ułamka bez zmiany jego wielkości, i bezpośrednie stąd wnioski: skracanie ułamków, pojęcie równości dwóch ułamków, wyrażonych przy pomocy różnych liczb (równemi nazywamy takie ułamki, które po skróceniu dadzą się doprowadzić do jednego ułamka, np. $\frac{4}{8}$ i $\frac{5}{10}$ są sobie równe, bo po skróceniu oba zamieniają się na $\frac{1}{2}$); wreszcie—sprowadzanie ułamków do jednego mianownika.

Przy skracaniu ułamków nie możemy ominąć pojęcia wspólnego dzielnika i sposobu odszukiwania go przedewszystkiem ustnie, a gdyby się to nie dało,—piśmiennie, przez rozkład na czynniki. Musimy tu również podać najważniejsze cechy podzielności.

Przy sprowadzaniu ułamków do jednego mianownika musimy znów wytworzyć pojęcie najmniejszej wspólnej wielokrotnej, i podać sposoby jej znajdowania ustnie i piśmiennie,—to ostatnie w razie koniecznej potrzeby. Wogóle nie dążymy bynajmniej do tego, by operować ułamkami o mianownikach bardzo dużych; wyobrażam sobie, że wspólny mianownik ułamków w wyjątkowych tylko razach może przekraczać setkę,—a wobec tego ustne obliczenie go jest zupełnie możliwe.

Po tym wstępie przechodzimy do czterech działań na ułamkach zwyczajnych. Najpierw dodajemy i odejmujemy ułamki o jednakowych mianownikach, — następnie prze-

¹⁾ Sierżputowski: „Arytmetyka” cz. III.

chodzimy do ułamków o różnych mianownikach, pamiętając wciąż o naszej myśli przewodniej: dawać przykłady i zadania takie, jakie się w życiu spotykają, a więc nie dawać ułamków o mianownikach dużych, a za to żądać sprawności w wyszukiwaniu pamięciowem wspólnej wielokrotnej.

Mnożenie ułamka przez liczbę całkowitą, — to skrócone dodawanie, — trudności żadnej ani nauczycielowi, ani uczniom nie sprawi. Natomiast mnożenie przez ułamek powinno być doskonale obrobione i umotywowane. Rozpoczynamy od mnożenia liczb całkowitych. Ile kosztują 3 Kg. chleba po 180 mk. kilo? Tutaj stwierdzamy fakt, że zadania, w których mając cenę i ilość, dowiadujemy się wartości towaru, rozwiązujemy zawsze przy pomocy mnożenia. *Zawsze*, a więc i wtedy, gdy ilość towaru jest wyrażona ułamkiem, np., gdy się dowiadujemy, ile kosztować będzie $\frac{1}{4}$ kilo chleba. Ale $\frac{1}{4}$ kilo kosztować będzie 4 razy mniej, czyli mnożenie przez $\frac{1}{4}$ polega na znalezieniu czwartej części danej liczby: $180 \cdot \frac{1}{4} = \frac{180}{4}$. Wiedząc, ile kosztuje $\frac{1}{4}$ kilo, obliczymy z łatwością, ile kosztuje $\frac{3}{4}$ kilo, mnożąc $\frac{180}{4}$ przez 3. W ten sposób sprowadzimy mnożenie przez ułamek do znajdowania części danej całości. Mnożenie ułamka przez ułamek nie wymaga wprowadzenia nowego pojęcia i jest wynikiem przypadku poprzedniego. Uczniów spotka tu pewna niespodzianka: iloczyn bywa mniejszy, niż mnożna, — tam mianowicie, gdzie mnożymy przez ułamek właściwy.

Przy dzieleniu ułamków rozróżniamy również dwa przypadki: dzielenie ułamka przez liczbę całkowitą, i dzielenie przez ułamek. O dzieleniu ułamka przez liczbę całkowitą mówiliśmy już, gdy trzeba było zmniejszać ułamek całkowitą liczbą razy. Dzielenie przez ułamek najłatwiej wprowadzić, jako działanie, odwrotne do mnożenia: tam mnożyliśmy przez licznik i dzielili przez mianownik, — tutaj, odwrotnie, — dzielimy przez licznik i pomnożymy

przez mianownik, czyli *mnożymy przez odwrotność ułamka*. Skracamy dopiero po odwróceniu dzielnika.

Po takim wyjaśnieniu dzielenia przez ułamek, zastanawiamy się, jakie zadania rozwiązujemy przy pomocy dzielenia przez ułamek, i, tą samą drogą, co przy mnożeniu ułamków, dochodzimy do wniosku, że są to zadania, w których mamy daną część, a szukamy całości. Tutaj znów uczniowie będą mieli drugą niespodziankę: przy dzieleniu przez ułamek właściwy iloraz jest większy od dzielnej.

Ułamki dziesiętne, „liczby dziesiętne“, jak je nazwaliśmy poprzednio, powinny były być znane uczniom z V-go cyklu. Tam traktowaliśmy je, jako naturalny wynik rozszerzenia pojęcia układu dziesiętnego, — tutaj spojrzymy na nie, jako na szczególny przypadek ułamka zwyczajnego. Przypominamy sposób zapisywania i odczytywania ułamków dziesiętnych; każemy je przedstawiać w formie ułamków zwyczajnych i wskazujemy na dogodności, płynące z ich przedstawienia bez mianownika. Przechodzimy tu przez etapy, analogiczne do tych, jakie wyróżniliśmy przy nauce ułamków zwyczajnych, a więc: powiększanie i zmniejszanie ułamka 10, 100, 1000 i t. d. razy; zmiany wielkości ułamka, zachodzące przy przesuwaniu przecinka na prawo i na lewo, przyczem jako punkt wyjścia i ilustracja służyć nam mogą miary układu metrycznego, — np. jak zamienić 45 gramów na części kilo, albo 2,8 m. na centymetry, i t. d. Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych żadnych trudności teoretycznych nie przedstawia, — chodzi tu tylko o prawidłowe podpisywanie składników, względnie odjemnej i odjemnika, oraz, przy odejmowaniu, o sprowadzanie ułamków do jednego mianownika przez dopisywanie zer (przy dodawaniu jest to zbyt łatwe).

Mnożenie ułamków dziesiętnych opieramy na zmianach iloczynu w zależności od zmian czynników. Mając

dwa ułamki dziesiętne do przemnożenia np. $(3,5 \cdot 4,73)$ nie zwracamy na razie uwagi na przecinki i wykonywamy działania tak, jakby to były liczby całkowite; następnie zapytujemy:

- 1) ile razy została przez to powiększona mnożna (w naszym wypadku — 10 razy);
- 2) ile razy został powiększony mnożnik (u nas 100 razy);
- 3) ile razy został powiększony iloraz ($10 \times 100 = 1000$ razy);
- 4) co należy zrobić, by iloraz pozostał bez zmiany.

W ten sposób wyprowadzamy znane prawidło określania liczby znaków dziesiętnych iloczynu.

Dzielenie przez liczbę całkowitą powinnyby uczniowie znać z cyklu poprzedniego, i tutaj należy je powtórzyć, zaznaczę tylko, że nie wolno nam pod żadnym pozorem przesuwac lub opuszczać przecinka w dzielnej.

Przy dzieleniu przez ułamek (np. $75,6 : 3,75$) mamy stadja następujące:

- 1) opuszczamy przecinek w dzielniku; zapytujemy ile razy się przez to zwiększył dzielnik, i coby się wobec tego stało z ilorazem, gdybyśmy na tem poprzestali;
- 2) zapytujemy, co należy zrobić z dzielną, by iloraz się nie zmienił, i wykonywamy odpowiednie przesunięcie przecinka (w naszym przykładzie należy zupełnie opuścić przecinek i dopisać zero);
- 3) wykonywamy dzielenie.

Wobec tego, że wszelkie obliczenia w nauce i życiu sprowadzają się zawsze do działań na ułamkach dziesiętnych, i my się staramy, by uczniowie osiągnęli dużą łatwość w tym względzie, a następnie, by wszelkie liczby, dane jako ułamki zwyczajne, umieli zamieniać na ułamki dziesiętne dokładnie, o ile się da, lub z dowolnem, wystarczającym dla danego zagadnienia, przybliżeniem.

Rachunek przybliżony i wprawa w orjentowaniu się, czy dane działanie zostało wykonane bez błędu, ma tutaj znaczenie pierwszorzędne.

Np. mam pomnożyć $2\frac{1}{8}$ przez $3\frac{3}{8}$; przy zamianie na ułamki niewłaściwe i skracaniu mogą się wkraść duże błędy, których unikniemy, jeżeli weźmiemy pod uwagę, że $2 \cdot 3 = 6$, a więc nasz iloczyn powinien być nieco większy od 6; przy dzieleniu np. $8\frac{5}{6} : 3\frac{3}{4}$ stwierdzamy fakt, że $9 : 3 = 3$, a $8 : 4 = 2$, więc nasz iloraz musi się zawierać w tych granicach.

Przy ułamkach dziesiętnych w szczególności ważną jest rzeczą prawidłowe stawianie przecinków. Gdy mamy np. $5,75 \cdot 4,27$, stwierdzamy fakt, że $5 \cdot 4 = 20$, a więc nasz iloczyn niezależnie od tej czy innej liczby znaków po przecinku musi zawierać jeszcze dziesiątki i jedności całkowite.

Mamy takie np. dzielenie: $4,5 : 0,37$; odrazu widzimy, że liczba jedności całkowitych będzie większa od 4, bo dzielnik jest ułamkiem właściwym; przy wprawie w tego rodzaju oceny dochodzimy do dalszego wniosku, że będzie ona zawierała dziesiątki i jedności.

Z chwilą, gdy wprowadzamy ułamki dziesiętne, możemy zacząć mówić o *odsetce*, — setnej części danej całości i odsetkach — liczniku ułamka o stałym mianowniku, równym setce. Zadania na odsetki sprowadzają się do trzech głównych typów:

- 1) Obliczyć 35% liczby 360:

$$1\% \text{ liczby } 360 \text{ — } 360 : 100 = 3,6,$$

$$35\% \text{ „ } 360 \text{ — } 3,6 \cdot 35 = 126.$$

- 2) 36% niewiadomej liczby wynosi 216; co to za liczba?

$$1\% \text{ „ „ „ } 216 : 36 = 6;$$

$$100\% \text{ czyli cała liczba wynosi } 6 \cdot 100 = 600.$$

- 3) Ile odsetek liczby 540 stanowi liczba 135? Liczba 135 stanowi $\frac{135}{540}$ liczby 540; ułamek ten zwykłym sposobem zamieniamy na dziesiętny z przybliżeniem do 0,01;

$135:540 = 0,25$; odpowiedź będzie brzmiała: 135 stanowi 0,25, czyli 25% liczby 540.

Możemy tu stosować t. zw. metodę włoską¹⁾, polegającą na rozkładzie liczby, której odsetki mamy znajdować, lub też samych odsetek. Mamy np. obliczyć 24% 1750. Rozumujemy jak następuje:

24%	liczby 1000	wynosi	240;
24%	" 500	"	120;
24%	" 250	"	60;
24%	liczby 1750	wynosi	420.

Weźmy inne zadanie, obliczyć 27% liczby 350:

10% liczby 350 wynosi 35; (dziesiąta część całej liczby);

20% liczby 350 wynosi 70; (2 razy po 10%);

5% " 350 " 17,5; (połowa 10%);

2% " 350 " 7; (dziesiąta część 20%);

27% liczby 350 wynosi 94,5.

Tutaj należy zapoznać uczniów z pojęciem stopy procentowej, dochodu od kapitału, zasad kalkulacji kupieckiej, kooperacji, ubezpieczeń, wszelkiego rodzaju kas pożyczkowo-oszczędnościowych i t. d.

Z geometrii należałoby oprócz powtórzenia materiału, zawartego w cyklach poprzednich, podać sposoby obliczania długości okręgu, pola koła, oraz powierzchni i objętości walca, stożka i kuli.

*
* *

Cały ten program powyżej podany jest obliczony na lat 4; pierwsze trzy cykle, — o ile wogóle musimy rozpoczynać naukę od rachunku w zakresie pierwszej dziesiątki, — powinnyby zająć I rok nauczania; każdy z następnych można przejść w ciągu jednego okresu pracy na kursach.

¹⁾ Sierżputowski „Arytmetyka“ cz. III.

Ilość 60 godzin rocznie odpowiada mniej więcej (jest raczej za mała niż za duża) kursom miejskim (przy 3 godz. lekcji arytmetyki tygodniowo); na wsi prawdopodobnie trzeba ją zredukować do 40 godzin; w każdym jednak razie należy koniecznie dążyć do tego, by nie przerywać nauki w środku danego cyklu, ale dawać w ciągu jednego okresu nauczani skończone jednostki metodyczne.

CENTRALNA BIBLIOTEKA PEDAGOGICZNA
przy K. O. S. B.
w Białymstoku

140

BIBLIOGRAFJA



- I. Podręczniki dla nauczycieli w celu przypomnienia lub przyswojenia sobie wiadomości z matematyki.

Poradnik dla samouków, tom I, wyd. II. Wstęp ogólny (cel i zadania matematyki). — Z. Janiszewski. Stopień II. — St. Kwietniewski.

Strutyński. — Arytmetyka.

Tannery w tłumaczeniu Czubalskiego. — Arytmetyka teoretyczna i praktyczna.

Faifofer w tłumaczeniu Kwietniewskiego. — Pierwsze początki geometrii.

Jamrógiewicz i Strutyński. — Geometria pogładowa.

Kramsztyk. — Arytmetyka handlowa.

- II. Książki metodyczne dla nauczycieli.

Poradnik dla samouków, tom I, wyd. II. Metodyka nauczania. — St. Kwietniewski.

H. Stattlerówna. — Nauka rachunków w układzie metodycznym, część I, II, III i IV.

H. Stattlerówna. — Jak uczyć matematyki w szkołach ludowych na wsi i w mieście.

L. Zarzecki. — Nauczanie rachunku początkowego.

M. Borowiecka i H. Stattlerówna. — Początki geometrii, cz. I i II.

Tadeusz Sierżputowski. — Arytmetyka, cz. I, II i niektóre rozdziały III-ej.

M. Borowiecka. — Wskazówki metodyczne przy nauczaniu arytmetyki i początków geometrii.

III. Książki dla słuchaczy.

Borowiecka — Zbiór zadań dla dorosłych, cz. I, II i III.

IV. Książki, mogące służyć jako materiał przy układaniu zadań przez nauczyciela.

Wszelkie statystyki; między innymi można tu wymienić:
Strasburger. — Rocznik statystyczny Królestwa Polskiego.
Wydawnictwa Państwowego Urzędu Statystycznego.
Romer. — Rocznik Polski.
